18/11/2021

Άσκηση 1

Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Christos Skapetis
AEM 9378

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα παραδοτέων.

Στην πλατφόρμα του elearning παραδίδεται ένα συμπιεσμένο αρχείο. Αυτό το αρχείο περιέχει την παρούσα αναφορά, τον κώδικα σε matlab και τα figures που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα αναφορά. Το script του Matlab Tasks.m Είναι η main συνάρτηση, οι συναρτήσεις tasks1 έως tasks4 περιέχουν τα plots για τα 4 tasks της εργασίας, οι συναρτήσεις bisectionMethod, derivativeMethod, fibonacciMethod και goldRatioMethod υλοποιούν τις αντίστοιχες μεθόδους και οι συναρτήσεις Selector αυτοματοποιούν κάποιες διαδικασίες.

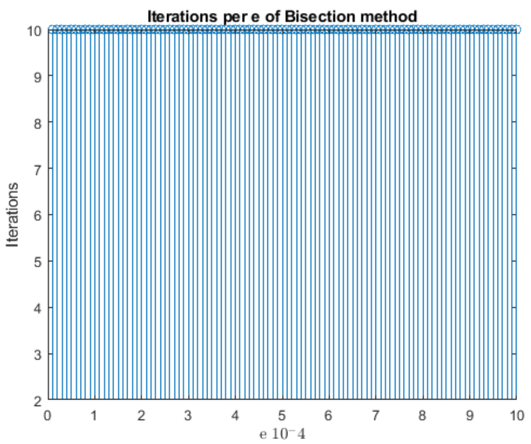
Στο παρόν παραδοτέο κάθε τριάδα διαγραμμάτων αντιστοιχεί στις 3 συναρτήσεις της εκφώνησης:

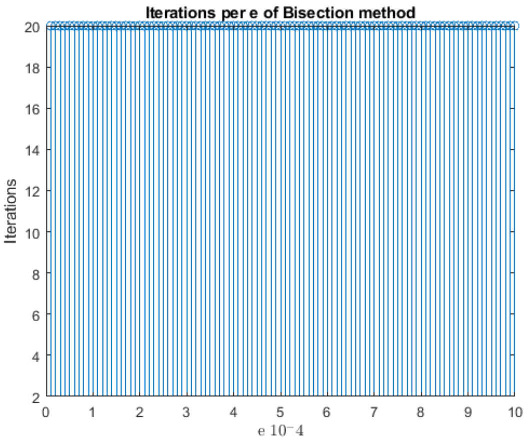
$$f_1(x) = (x - 3)^2 + \sin^2(x + 3)$$
$$f_2(x) = (x - 1)\cos\left(\frac{1}{2}x\right) + x^2$$
$$f_3(x) = (x + 2)^2 + e^{x-2} sin(x + 3)$$

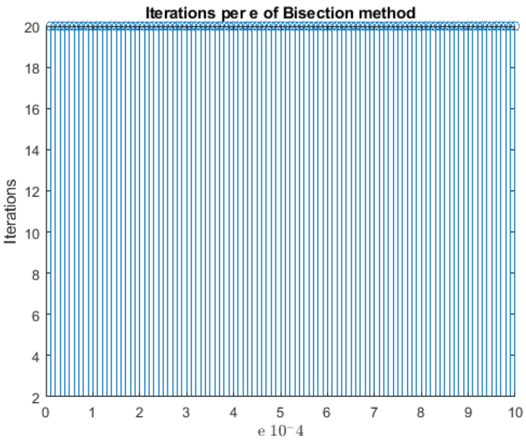
Θέμα 1

Ζητήθηκε η μελέτη της μεταβολής των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης. Αρχικά πρέπει να ειπωθεί πως οι μέθοδοι της χρυσού τομέα (βλέπε Βήμα 1 σελίδα 111) και Fibonacci (βλέπει Βήμα 1 σελίδα 113) καλούν την συνάρτηση μια φορά σε κάθε επανάληψη. Αυτό γίνεται επειδή χρησιμοποιείται η τιμή της συνάρτησης που υπολογίστηκε στην προηγούμενη επανάληψη. Η μεθόδους της διχοτόμου (βλέπε Βήμα 2 σελίδα 109 στο βιβλίο) την καλεί 2 ενώ η μέθοδος της διχοτόμου με παράγωγο καλεί 1 φορά την παράγωγο.

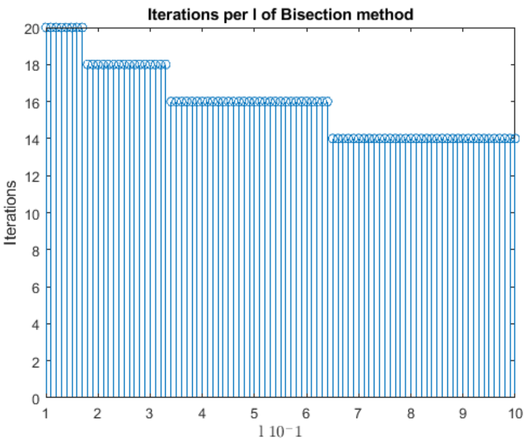
Πρώτο ζητούμενο ήταν οι υπολογισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης για μεταβολή της σταθεράς ε. Επιλέχθηκαν τιμές από 10^{-5}μέχρι και 10^{-3}. Όπως ήταν αναμενόμενο δεν επηρεάζει το ε τον αριθμό των κλήσεων της αντικειμενικός συνάρτησης.

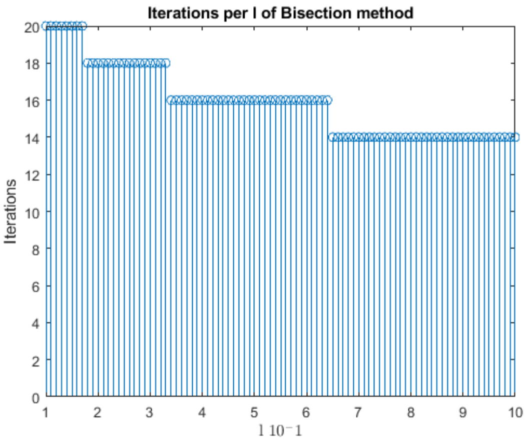


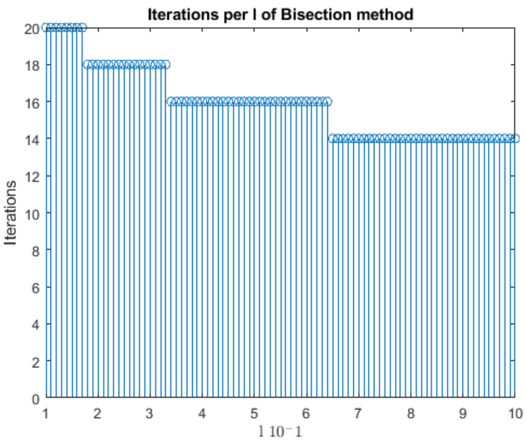




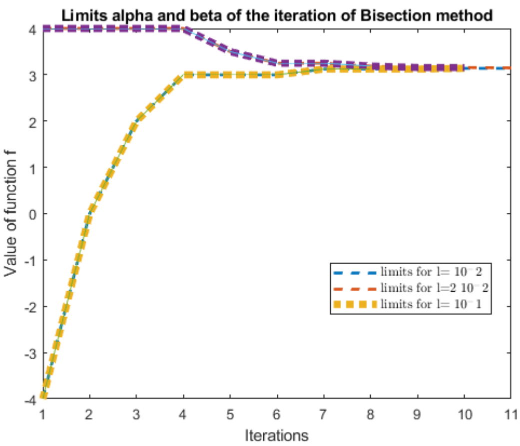
Στην συνέχεια ζητήθηκε η ίδια σύγκριση αλλά για σταθερό ε = 0.001 με μεταβολή του l. Επιλέχθηκαν τιμές από 10^{-3}μέχρι και 0.1.

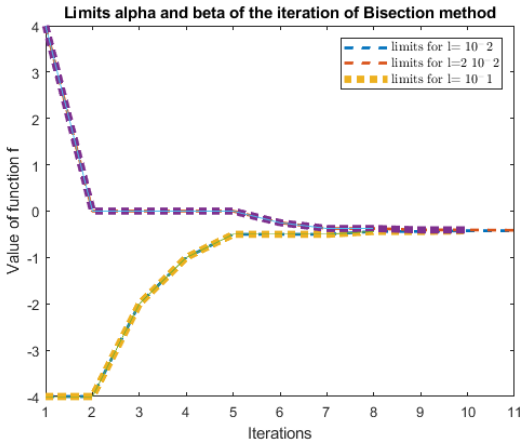


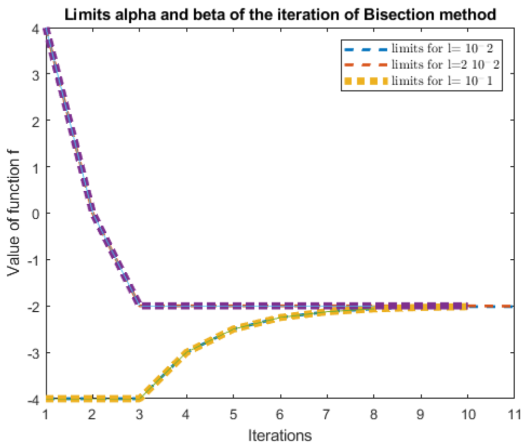




Τέλος ζητήθηκε για διάφορα l να αποτυπωθούν τα ζεύγη $[a_\kappa, b_\kappa]$ συναρτήσει του δείκτη k. Οι τιμές l που επιλέχθηκαν ήταν οι $10^{-3}20^{-3}$ και 100^{-3}.



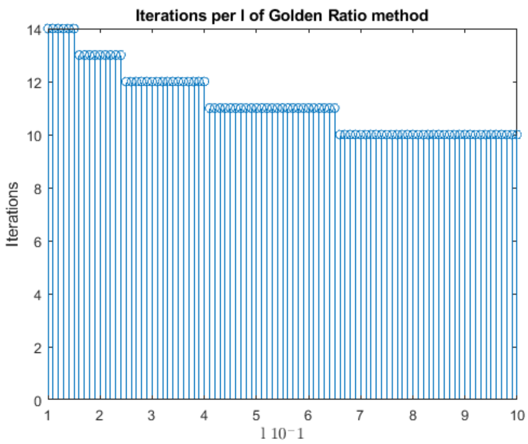


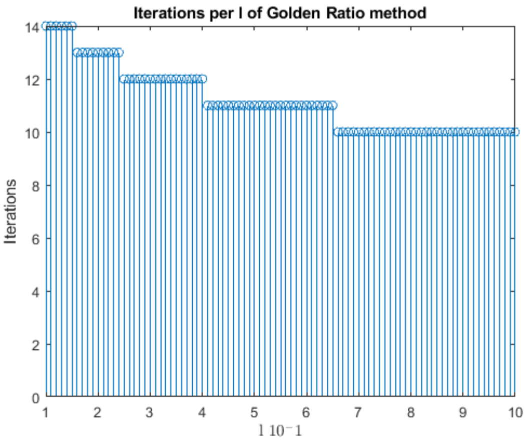


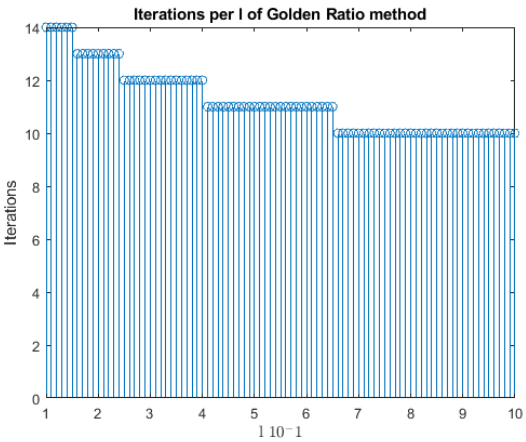
Παρατηρήθηκε πως για μεγαλύτερο l σταματάνε πιο γρήγορα οι επαναλήψεις του αλγορίθμου (όπως ήταν και το προφανές).

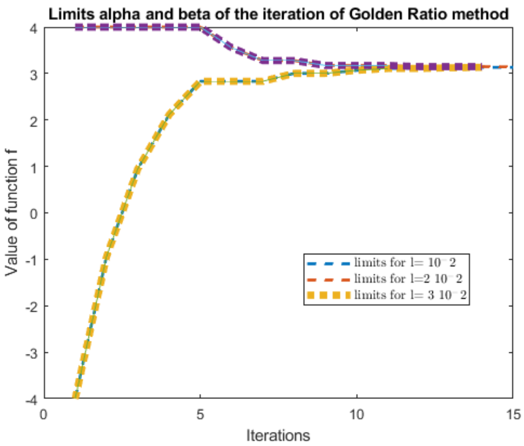
Θέμα 2

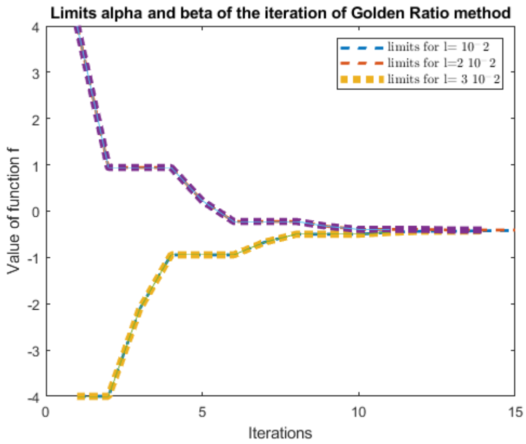
Στο Θέμα 2 ζητήθηκαν μόνο οι κλήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης μεταβαλλόμενου του l καθώς και τα άκρα του διαστήματος αλλά για την μέθοδο του Χρυσού Τομέα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζουν ομοιότητες. Οι διαφορές θα αναλυθούν στην σύνοψη.

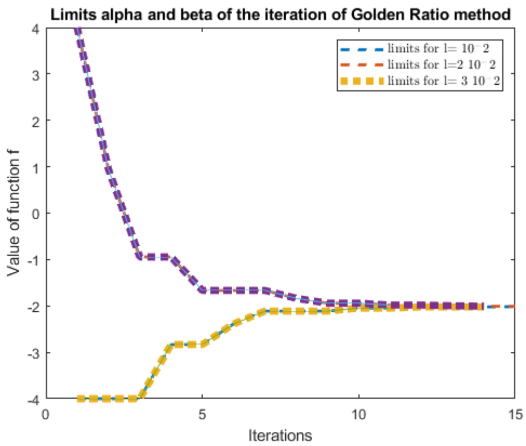



Iterations per l of Golden Ratio method
Iterations
l 10−1


Iterations per l of Golden Ratio method
Iterations
l 10−1

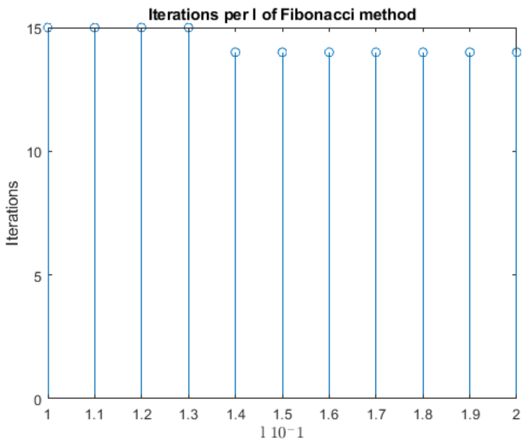

Limits alpha and beta of the iteration of Golden Ratio method
Value of function f
Iterations
limits for l= 10 2
limits for l=2 10 2
limits for l= 3 10 2

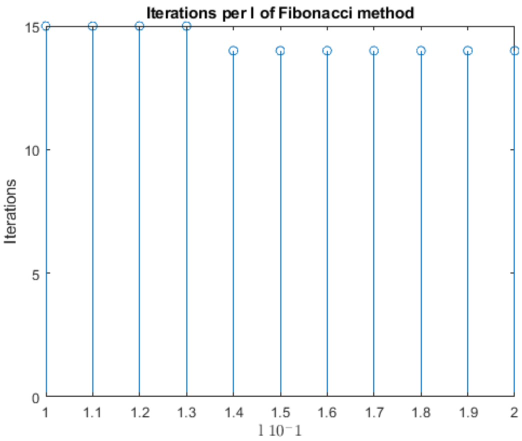


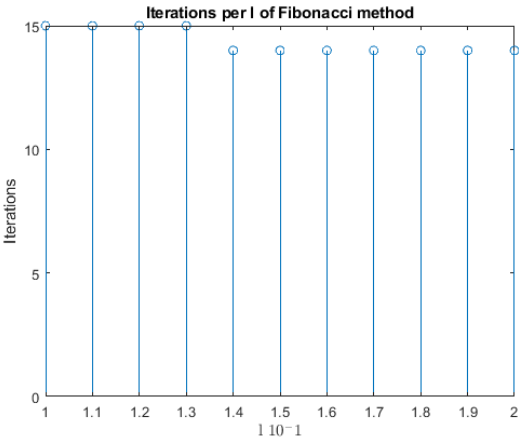


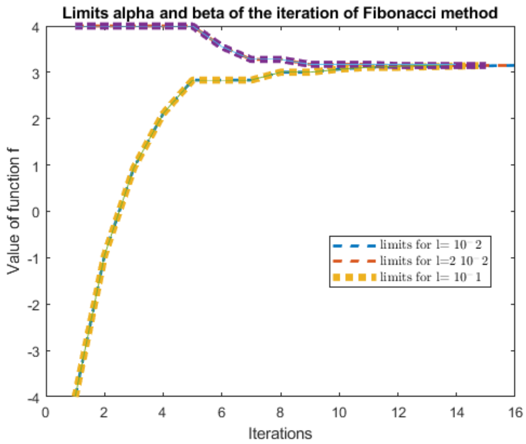
Θέμα 3

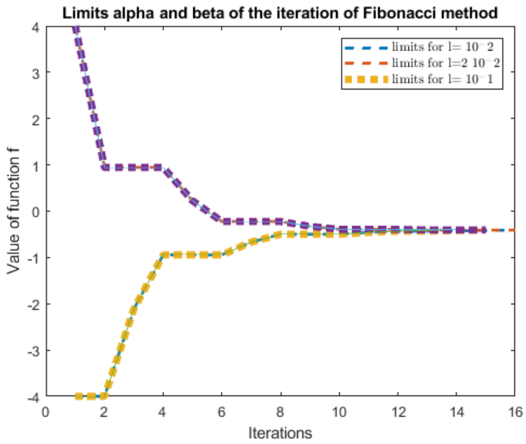
Στο Θέμα 3 τα ίδια διαγράμματα αλλά για την μέθοδο Fibonacci. Για υπολογιστικούς λόγους επιλέχθηκαν λιγότερα l.

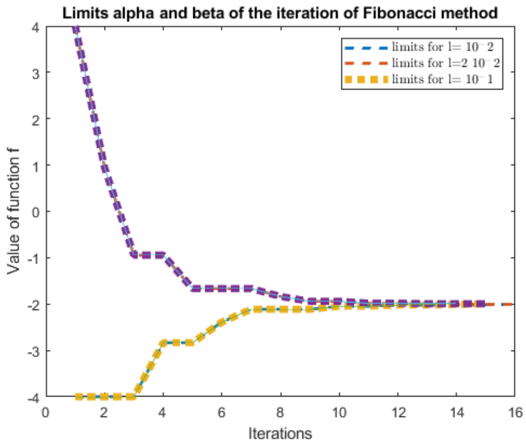



Iterations per l of Fibonacci method
Iterations
l 10−1


Iterations per l of Fibonacci method
Iterations
l 10−1

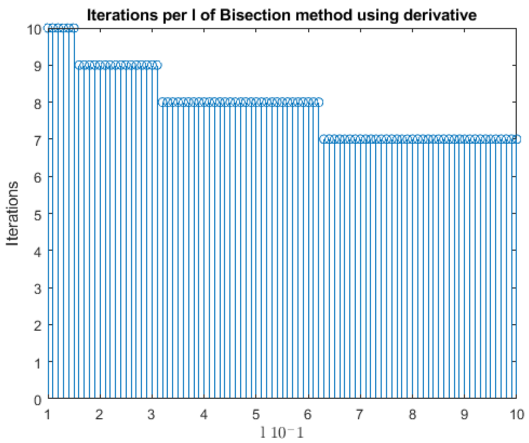

Limits alpha and beta of the iteration of Fibonacci method
Value of function f
Iterations
limits for l= 10−2
limits for l=2 10−2
limits for l= 10−1

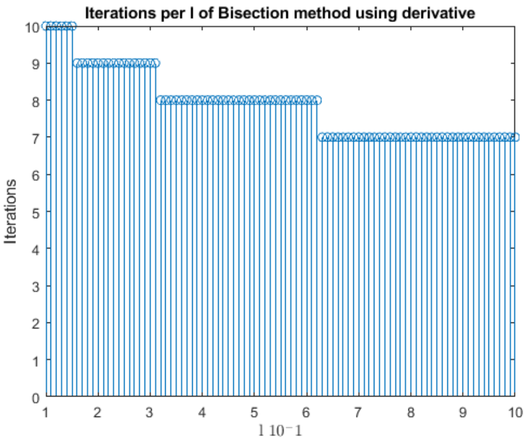


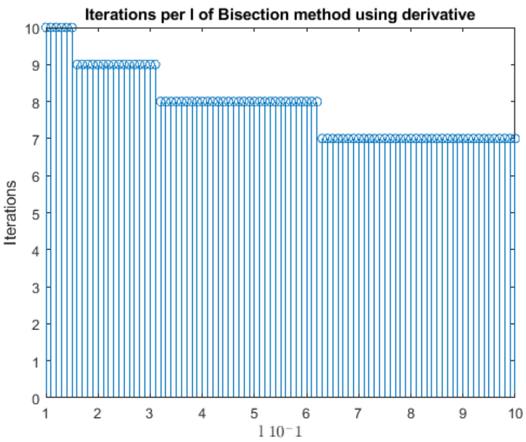


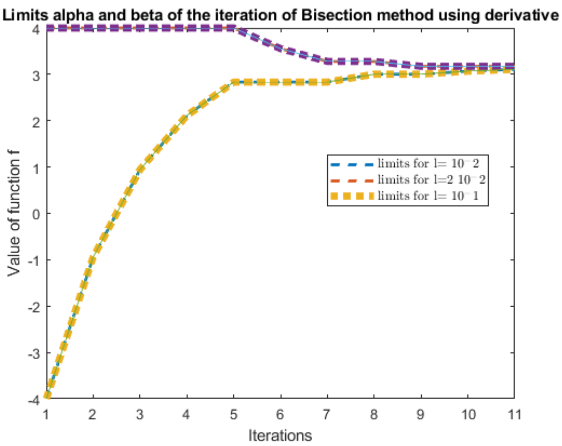
Θέμα 4

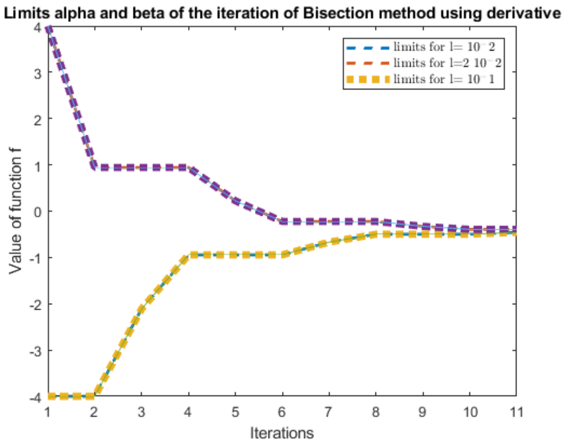
Στο Θέμα 4 τα ίδια διαγράμματα αλλά για την μέθοδο της διχοτόμου με χρήση παραγώγου. Για υπολογιστικούς λόγους επιλέχθηκαν λιγότερα l.

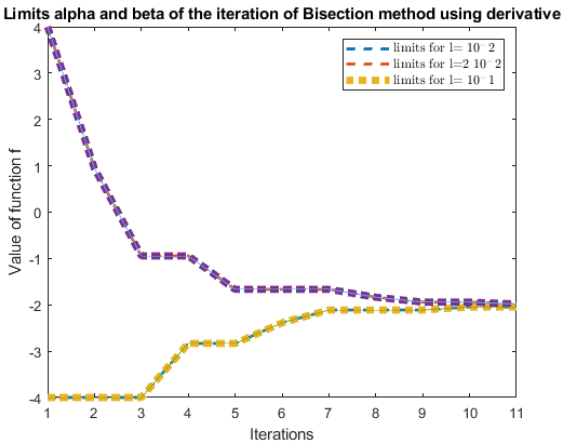



Iterations per l of Bisection method using derivative
Iterations
l 10−1


Iterations per l of Bisection method using derivative
Iterations
l 10−1


Limits alpha and beta of the iteration of Bisection method using derivative
Value of function f
Iterations
limits for l= 10^2
limits for l=2 10^2
limits for l= 10^1





Συμπεράσματα

Υπολογισμοί αντικειμενικής συνάρτησης

Παρατηρείται πως διαφέρουν οι υπολογισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης από αλγόριθμο σε αλγόριθμό. Οι λιγότερες κλίσεις έγιναν, όπως ήταν και αναμενόμενο, στην μέθοδο της διχοτόμου με χρήση παραγώγου. Ακολουθεί η μέθοδος του χρυσού τομέα, μετά η μέθοδος Fibonacci. Τέλος, την χειρότερη επίδοση έχει η απλή μέθοδος της διχοτόμου. Αναμενόμενα αποτελέσματα και από την θεωρία. Πρέπει να λεχθεί πως οι μέθοδοι χρυσού τομέα και Fibonacci βρίσκονται αρκετά κοντά.

Άκρα διαστήματος τελικής επανάληψης

Ένας άλλος τρόπος σύγκρισης της αποτελεσματικότητας των τεσσάρων αλγορίθμων είναι το εύρος του διαστήματος στην τελική επανάληψη.

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.138840, 3.148650]	[3.138840, 3.156461]	[3.138840, 3.156461]
$f_2(x)$	[-4.227695, -4.129590]	[-4.227695, -4.051484]	[-4.227695, -4.051484]
$f_3(x)$	[-2.016121, -2.006311]	[-2.016121, -1.998500]	[-2.016121, -1.998500]

1 Μέθοδος Διχοτόμου

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.133359, 3.142841]	[3.133359, 3.148703]	[3.133359, 3.148703]
$f_2(x)$	[-4.181367, -4.086541]	[-4.239981, -4.086541]	[-4.239981, -4.086541]
$f_3(x)$	[-2.015873, -2.006391]	[-2.021735, -2.006391]	[-2.021735, -2.006391]

2 Μέθοδος Χρυσού Τομέα

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.149936, 3.148936]	[3.148541, 3.147541]	[3.148541, 3.147541]
$f_2(x)$	[-4.083212, -4.093212]	[-4.055574, -4.065574]	[-4.055574, -4.065574]
$f_3(x)$	[-2.005079, -2.006079]	[-1.992443, -1.993443]	[-1.992443, -1.993443]

3 Μέθοδος Fibonacci

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.108527, 3.173536]	[3.108527, 3.173536]	[3.108527, 3.173536]
$f_2(x)$	[-4.583161e -3.933070]	[-4.583161, -3.933070]	[-4.583161, -3.933070]
$f_3(x)$	[-2.046568, -1.981559]	[-2.046568, -1.981559]	[-2.046568, -1.981559]

4 Μέθοδος Διχοτόμου με την χρήση παραγώγου

Οι τιμές της $f_2(x)$ είναι υποδεκαπλιασμένες για να παρουσιάζονται καλύτερα.

Παρατηρείται εύκολα με το μάτι πως οι δύο πρώτοι έχουν την χειρότερη απόδοση ενώ οι δύο τελευταίες έχουν την καλύτερη. Η υστέρηση της μεθόδου του Χρυσού τομέα οφείλεται στο γεγονός ότι χρησιμοποιείται μια προσέγγισή της χρυσής τομής φ και όχι η πραγματική τιμή, αφού άλλωστε η πραγματική τιμή έχει άπειρα ψηφία.

Μεταβολή του ε στην μέθοδο της διχοτόμου

Η μεταβολή του μικρού αριθμού ε στην μέθοδο της διχοτόμου δεν προκάλεσε καμιά μεταβολή στο αριθμό των κλίσεων της αντικειμενικής συνάρτησης.

Ζεύγη $[a_\kappa, b_\kappa]$

Ζητήθηκε για διάφορα l να αποτυπωθούν τα ζεύγη $[a_\kappa, b_\kappa]$ συναρτήσει του δείκτη k. Αρχικά, παρατηρήθηκε πως για μικρότερο l πραγματοποιούνται και περισσότερες επαναλήψεις άρα υπάρχει και καλύτερη ακρίβεια (φαίνεται και από τους παραπάνω πίνακες). Επιπρόσθετα όσο επαναλαμβάνεται ο ίδιος αλγόριθμος για διαφορετικά l, όπως ήταν και προφανές, τα ζεύγη των α και b παραμένουν ίδια.