

A dark blue vertical bar on the left side of the page. A blue arrow points to the right from the bar, containing the date.

18/11/2021

Άσκηση 1

Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Several thin, curved lines in dark blue and light grey originate from the bottom left corner and curve upwards and to the right.

Christos Skapetis
AEM 9378

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα παραδοτέων	2
Θέμα 1	2
Θέμα 2	5
Θέμα 3	7
Θέμα 4	9
Συμπεράσματα	11
Υπολογισμοί αντικειμενικής συνάρτησης.....	11
Άκρα διαστήματος τελικής επανάληψης	11

Περιεχόμενα παραδοτέων.

Στην πλατφόρμα του elearning παραδίδεται ένα συμπιεσμένο αρχείο. Αυτό το αρχείο περιέχει την παρούσα αναφορά, τον κώδικα σε matlab και τα figures που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα αναφορά. Το script του Matlab Tasks.m Είναι η main συνάρτηση, οι συναρτήσεις tasks1 έως tasks4 περιέχουν τα plots για τα 4 tasks της εργασίας, οι συναρτήσεις bisectionMethod, derivativeMethod, fibonacciMethod και goldRatioMethod υλοποιούν τις αντίστοιχες μεθόδους και οι συναρτήσεις Selector αυτοματοποιούν κάποιες διαδικασίες.

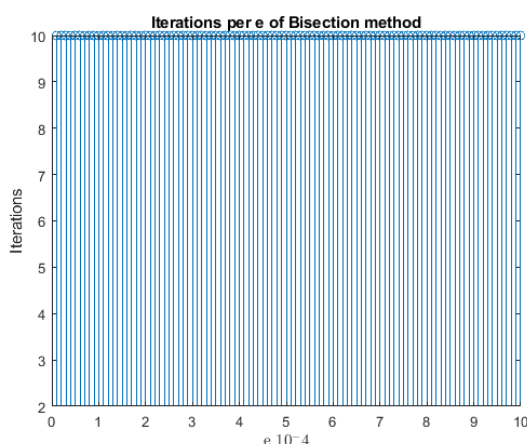
Στο παρόν παραδοτέο κάθε τριάδα διαγραμμάτων αντιστοιχεί στις 3 συναρτήσεις της εκφώνησης:

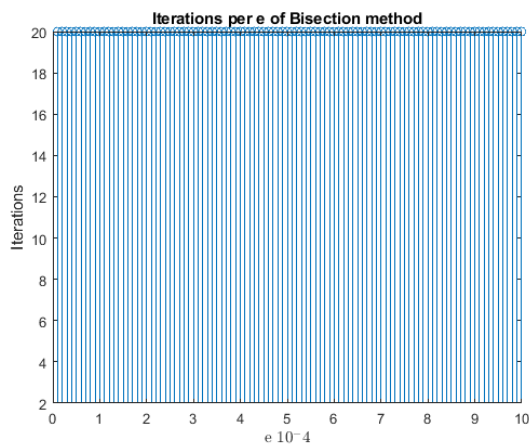
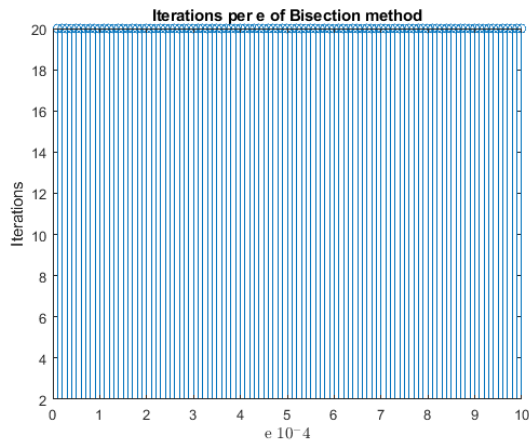
$$\begin{aligned}f_1(x) &= (x - 3)^2 + \sin^2(x + 3) \\f_2(x) &= (x - 1) \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + x^2 \\f_3(x) &= (x + 2)^2 + e^{x-2} \sin(x + 3)\end{aligned}$$

Θέμα 1

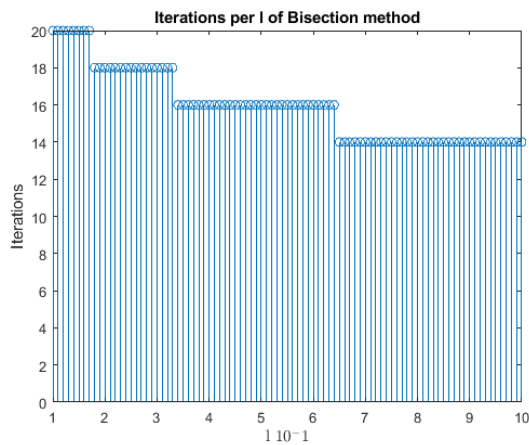
Ζητήθηκε η μελέτη της μεταβολής των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης. Αρχικά πρέπει να ειπωθεί πως οι μέθοδοι της χρυσού τομέα (βλέπε Βήμα 1 σελίδα 111) και Fibonacci (βλέπει Βήμα 1 σελίδα 113) καλούν την συνάρτηση μια φορά σε κάθε επανάληψη. Αυτό γίνεται επειδή χρησιμοποιείται η τιμή της συνάρτησης που υπολογίστηκε στην προηγούμενη επανάληψη. Η μέθοδος της διχοτόμου (βλέπε Βήμα 2 σελίδα 109 στο βιβλίο) την καλεί 2 ενώ η μέθοδος της διχοτόμου με παράγωγο καλεί 1 φορά την παράγωγο.

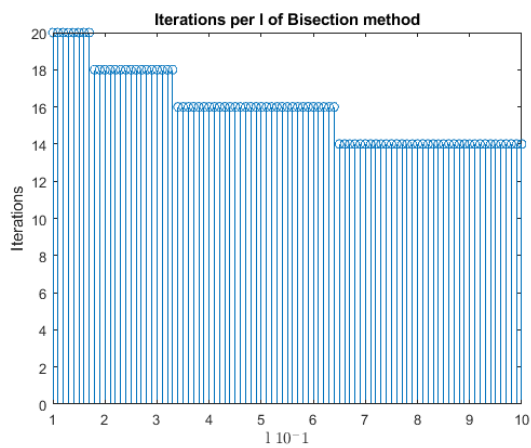
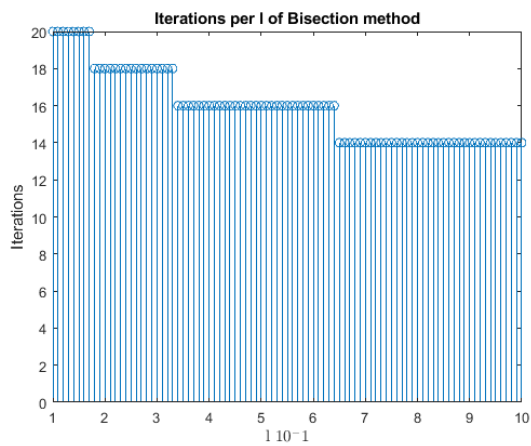
Πρώτο ζητούμενο ήταν οι υπολογισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης για μεταβολή της σταθεράς ϵ . Επιλέχθηκαν τιμές από 10^{-5} μέχρι και 10^{-3} . Όπως ήταν αναμενόμενο δεν επηρεάζει το ϵ τον αριθμό των κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης.



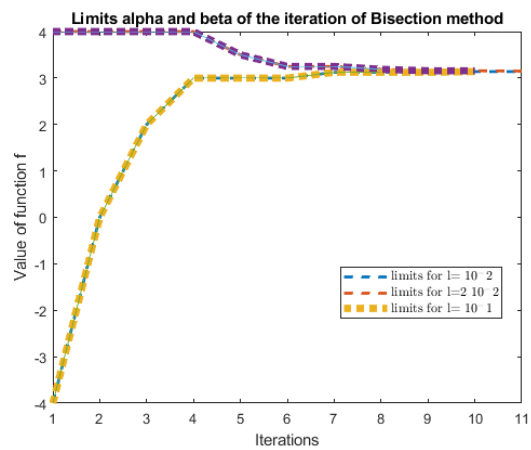


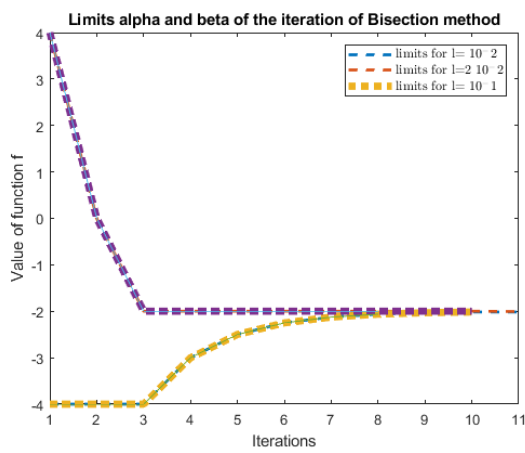
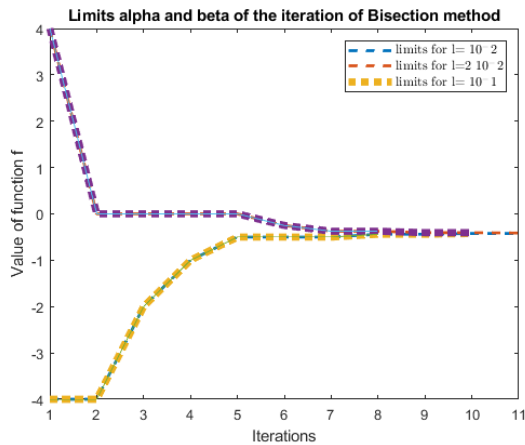
Στην συνέχεια ζητήθηκε η ίδια σύγκριση αλλά για σταθερό $\epsilon = 0.001$ με μεταβολή του l . Επιλέχθηκαν τιμές από 10^{-3} μέχρι και 0.1 .





Τέλος ζητήθηκε για διάφορα l να αποτυπωθούν τα ζεύγη $[a_k, b_k]$ συναρτήσει του δείκτη k . Οι τιμές l που επιλέχθηκαν ήταν οι 10^{-3} , $2 \cdot 10^{-3}$ και 10^{-1} .

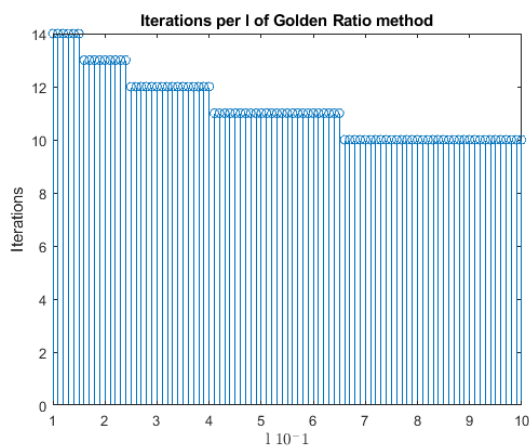


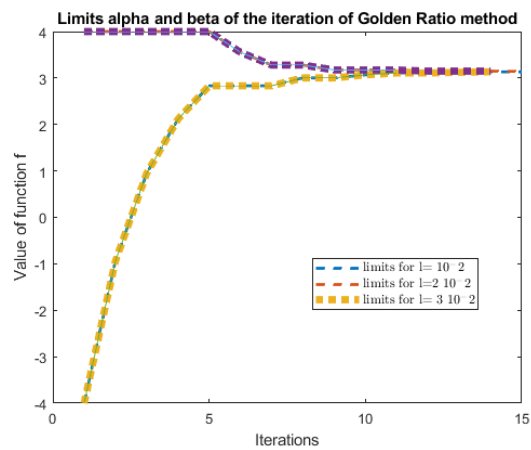
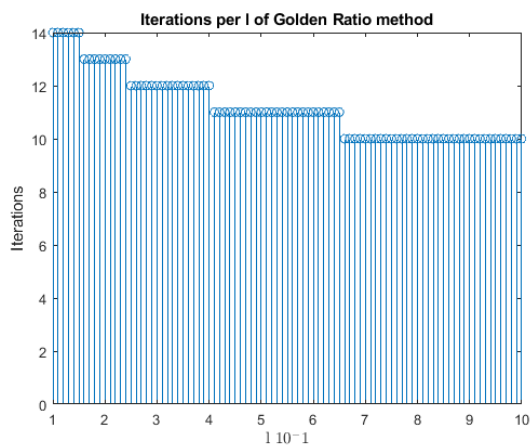
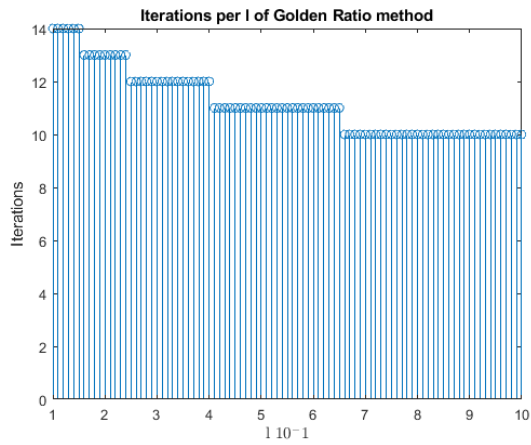


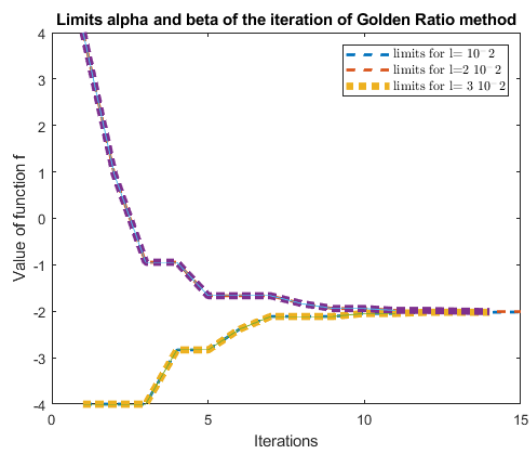
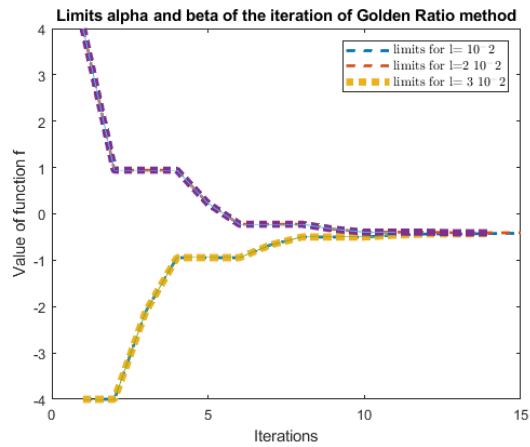
Παρατηρήθηκε πως για μεγαλύτερο l σταματάνε πιο γρήγορα οι επαναλήψεις του αλγορίθμου (όπως ήταν και το προφανές).

Θέμα 2

Στο Θέμα 2 ζητήθηκαν μόνο οι κλήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης μεταβαλλόμενου του l καθώς και τα άκρα του διαστήματος αλλά για την μέθοδο του Χρυσού Τομέα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζουν ομοιότητες. Οι διαφορές θα αναλυθούν στην σύνοψη.

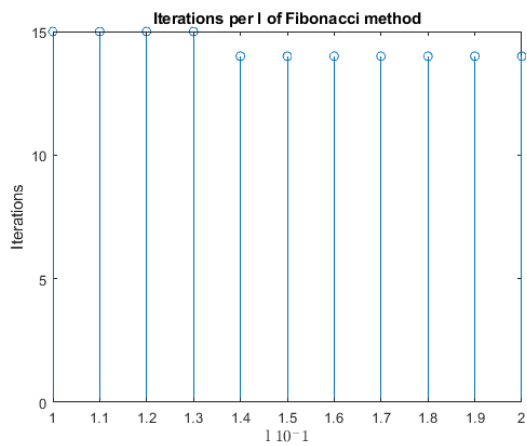


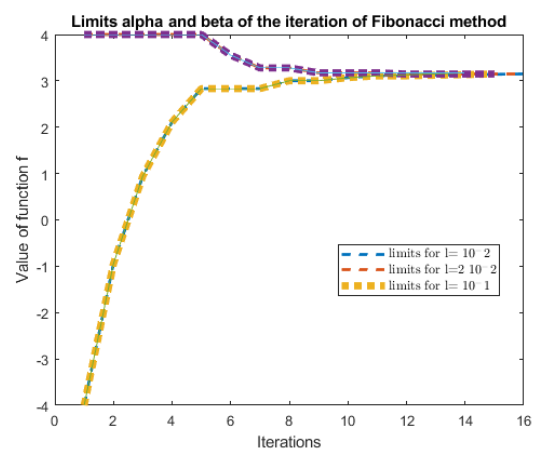
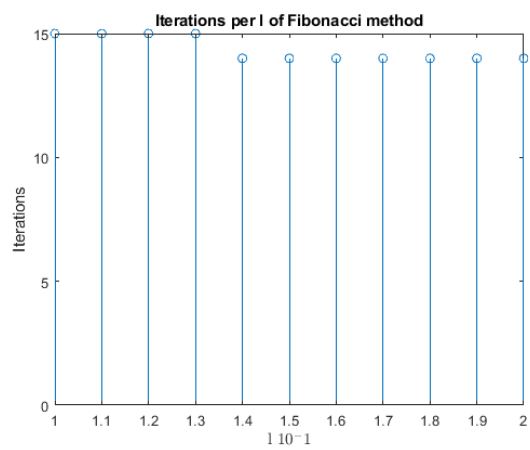
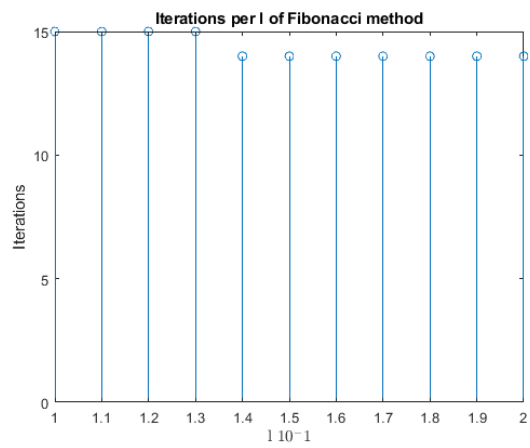


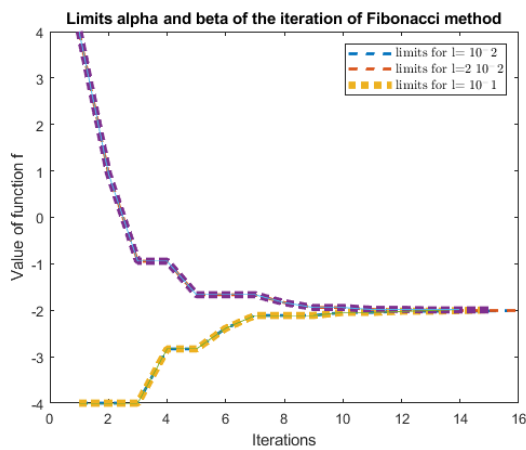
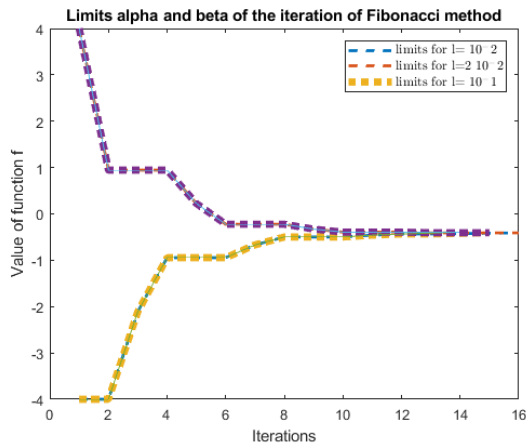


Θέμα 3

Στο Θέμα 3 τα ίδια διαγράμματα αλλά για την μέθοδο Fibonacci. Για υπολογιστικούς λόγους επιλέχθηκαν λιγότερα l .

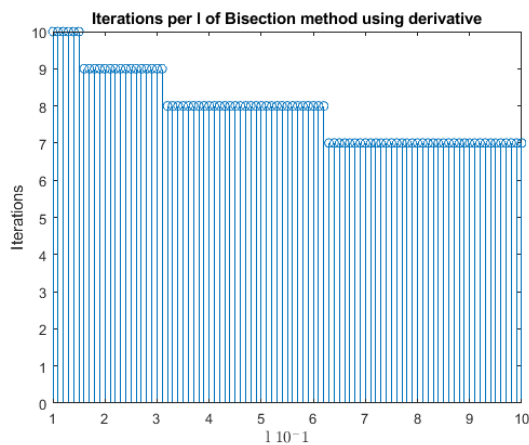


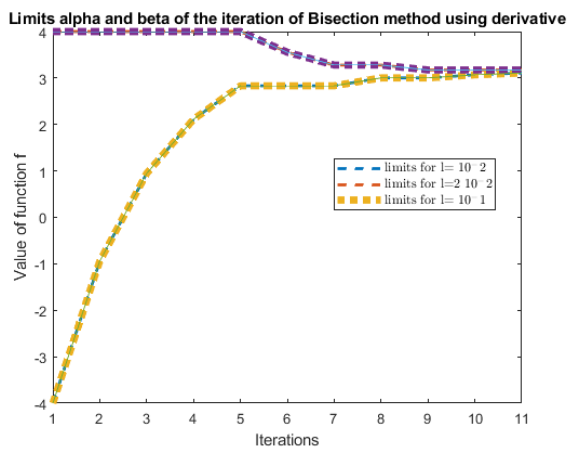
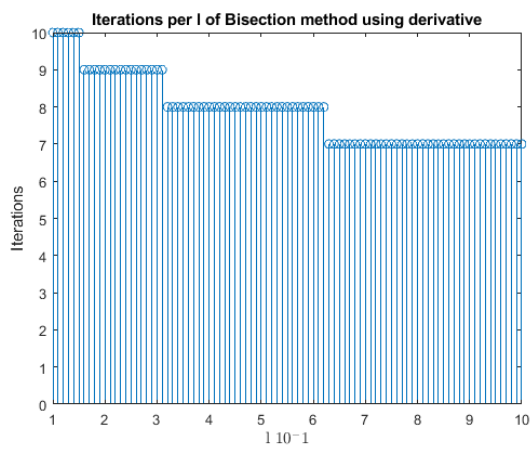
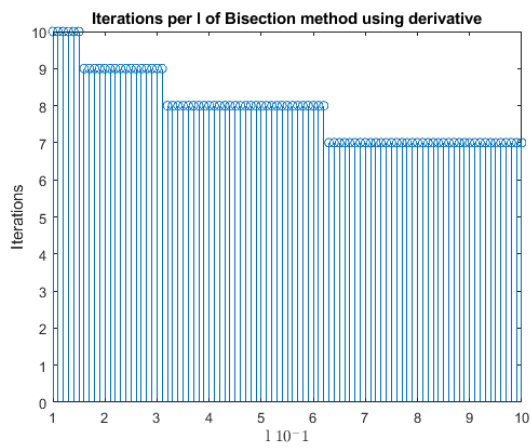




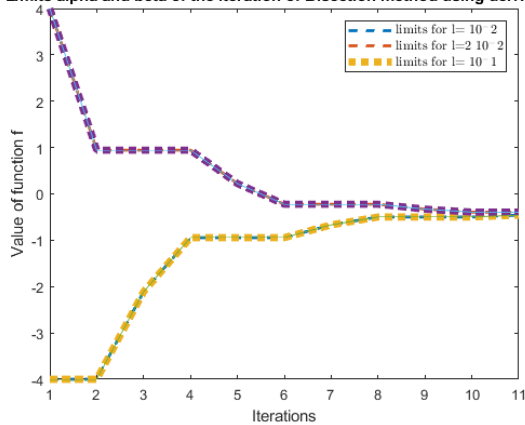
Θέμα 4

Στο Θέμα 4 τα ίδια διαγράμματα αλλά για την μέθοδο της διχοτόμου με χρήση παραγώγου. Για υπολογιστικούς λόγους επιλέχθηκαν λιγότερα l .

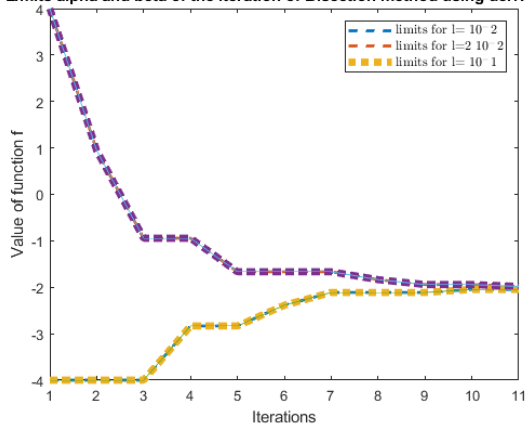




Limits alpha and beta of the iteration of Bisection method using derivative



Limits alpha and beta of the iteration of Bisection method using derivative



Συμπεράσματα

Υπολογισμοί αντικειμενικής συνάρτησης

Παρατηρείται πως διαφέρουν οι υπολογισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης από αλγόριθμο σε αλγόριθμό. Οι λιγότερες κλίσεις έγιναν, όπως ήταν και αναμενόμενο, στην μέθοδο της διχοτόμου με χρήση παραγώγου. Ακολουθεί η μέθοδος του χρυσού τομέα, μετά η μέθοδος Fibonacci. Τέλος, την χειρότερη επίδοση έχει η απλή μέθοδος της διχοτόμου. Αναμενόμενα αποτελέσματα και από την θεωρία. Πρέπει να λεχθεί πως οι μέθοδοι χρυσού τομέα και Fibonacci βρίσκονται αρκετά κοντά.

Άκρα διαστήματος τελικής επανάληψης

Ένας άλλος τρόπος σύγκρισης της αποτελεσματικότητας των τεσσάρων αλγορίθμων είναι το εύρος του διαστήματος στην τελική επανάληψη.

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.138840, 3.148650]	[3.138840, 3.156461]	[3.138840, 3.156461]
$f_2(x)$	[-4.227695, -4.129590]	[-4.227695, -4.051484]	[-4.227695, -4.051484]
$f_3(x)$	[-2.016121, -2.006311]	[-2.016121, -1.998500]	[-2.016121, -1.998500]

1 Μέθοδος Διχοτόμου

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.133359, 3.142841]	[3.133359, 3.148703]	[3.133359, 3.148703]
$f_2(x)$	[-4.181367, -4.086541]	[-4.239981, -4.086541]	[-4.239981, -4.086541]
$f_3(x)$	[-2.015873, -2.006391]	[-2.021735, -2.006391]	[-2.021735, -2.006391]

2 Μέθοδος Χρυσού Τομέα

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.149936, 3.148936]	[3.148541, 3.147541]	[3.148541, 3.147541]
$f_2(x)$	[-4.083212, -4.093212]	[-4.055574, -4.065574]	[-4.055574, -4.065574]
$f_3(x)$	[-2.005079, -2.006079]	[-1.992443, -1.993443]	[-1.992443, -1.993443]

3 Μέθοδος Fibonacci

	10^{-3}	20^{-3}	100^{-3}
$f_1(x)$	[3.108527, 3.173536]	[3.108527, 3.173536]	[3.108527, 3.173536]
$f_2(x)$	[-4.583161e -3.933070]	[-4.583161, -3.933070]	[-4.583161, -3.933070]
$f_3(x)$	[-2.046568, -1.981559]	[-2.046568, -1.981559]	[-2.046568, -1.981559]

4 Μέθοδος Διχοτόμου με την χρήση παραγώγου

Οι τιμές της $f_2(x)$ είναι υποδεκαπλασιασμένες για να παρουσιάζονται καλύτερα.

Παρατηρείται εύκολα με το μάτι πως οι δύο πρώτοι έχουν την χειρότερη απόδοση ενώ οι δύο τελευταίες έχουν την καλύτερη. Η υστέρηση της μεθόδου του Χρυσού τομέα οφείλεται στο γεγονός ότι χρησιμοποιείται μια προσέγγισή της χρυσής τομής ϕ και όχι η πραγματική τιμή, αφού άλλωστε η πραγματική τιμή έχει άπειρα ψηφία.