Langages Formels
Série 2 - Automates Finis Déterministes

30 Septembre 2024

Pensez à justifier vos réponses.

1. Voici un automate fini :

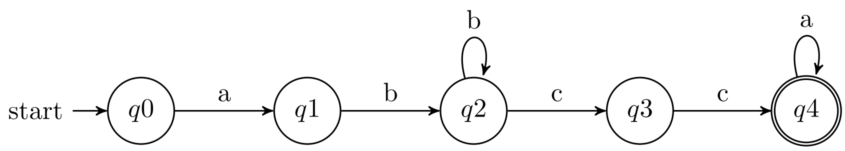

Figure 1: Automate fini A

   (a) Donnez le langage L accepté par cet automate.

   (b) Complétez cet automate en ajoutant l'état puits (on considère l'alphabet comme étant $\Sigma = \{a, b, c\}$). On rappelle qu'un automate complet est un automate où l'on peut lire n'importe quel caractère depuis n'importe quel état (i.e., pour chaque état dans l'automate, il existe un flèche avec chaque caractère partant de cet état). Attention, cela ne doit pas changer le langage accepté par l'automate !

   (c) Si l'on inverse les états finaux et non-finaux (on rend tous les états finaux de l'automate non-finaux et vice-versa) de l'automate complet, quel est le langage accepté par cet automate inversé, par rapport au langage L ?

   (d) Et si on avait inversé les états de l'automate non-complet initialement donné, cela aurait-il créé le même langage ?

2. Montrez que les langages suivants (sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$) sont réguliers en construisant des automates finis déterministes qui les acceptent :

   - $L_1 = \{011\}$
   - $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ commence par } 01 \}$
   - $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ contient la sous chaine } 1010 \}$

- $L_4 = \overline{L_3} = \{w \in \Sigma^* \mid w$ ne contient pas la sous chaine 1010 $\}$
- $L_5 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ contient un 1 à chaque position paire $\}$
- $L_6 = \{\epsilon, 0\}$
- $L_7 = \{\Sigma^+\}$
- $L_8 = \{\Sigma^*\}$
- $L_9 = \{w \in \Sigma^* \mid |w| = 4\}$

3. Montrez que les langages suivants sont réguliers en construisant des automates finis déterministes qui les acceptent :

   Rappel : on note $|w|_a$ le nombre de "a" dans le mot w.

   - $L_A = \{y(ee)^n t \mid n \geq 1\}$ (sur l'alphabet $\Sigma = \{y, e, t\}$)
   - $L_B = \{ye^n a^m h \mid n, m \geq 1\}$ ($\Sigma = \{y, e, a, h\}$)
   - $L_C = \{z^e l d^a \mid e \geq 0\ ,\ a \equiv 2 \mod 3\}$ ($\Sigma = \{z, l, d\}$)
   - $L_D = \{w \in \{b\}^* \mid |w|_b \equiv 2 \mod 3\}$ ($\Sigma = \{b\}$)
   - $L_E = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = 2\}$ ($\Sigma = \{a, b, c\}$)
   - $L_F = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a \equiv 2 \mod 3\}$ ($\Sigma = \{a, b, c\}$)

4. Décrivez le langage accepté par l'automate fini suivant :