Неделя 4

22.02–28.02	**4**	Временная и пространственная когерентность	°1 4.2 5.3 °2	4.10 4.11 5.14 5.20	4.9 T5 5.13 5.30

Δ1°

°1. В двухлучевом интерференционном опыте используется источник света с длиной волны $\lambda = 500$ нм и шириной спектра $\Delta\lambda = 10$ нм. Оцените максимально допустимую разность хода лучей $\Delta_{\max}$ и максимальное число интерференционных полос $m_{\max}$, которые можно наблюдать в этом опыте.

Ответ: $\Delta_{\max} \sim 25$ мкм, $m_{\max} \sim 100$.

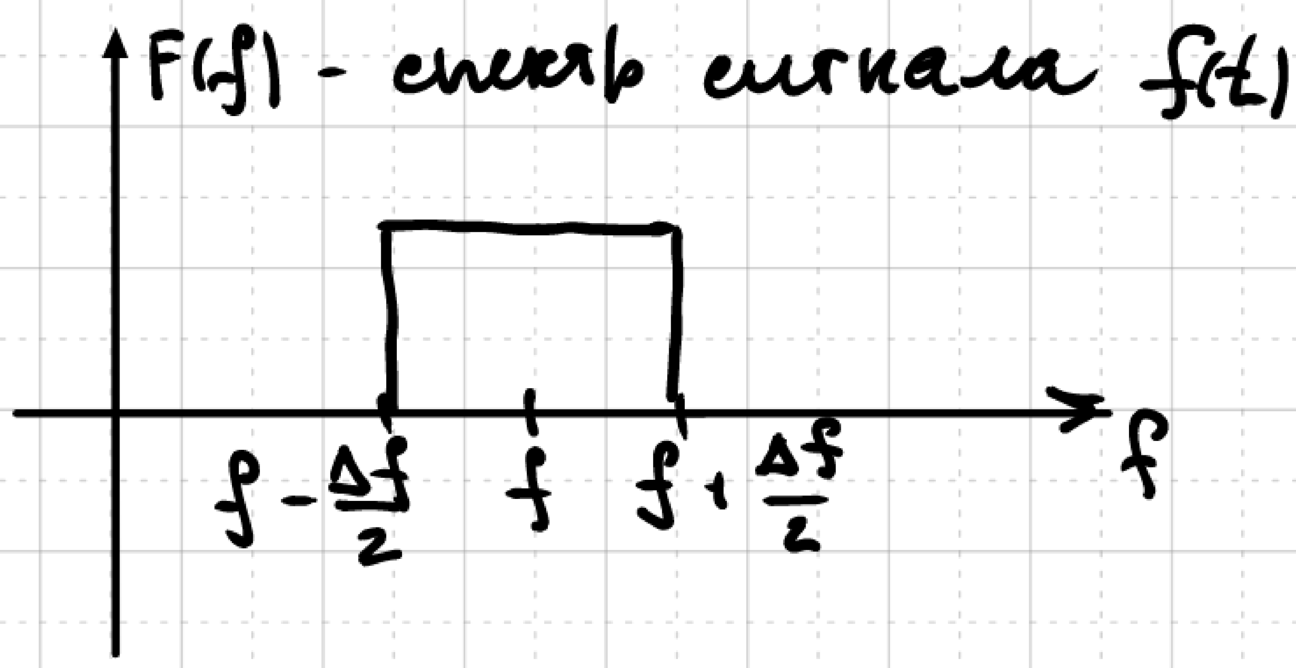
Дано:
$\lambda = 500$ нм
$\Delta\lambda = 10$ нм
Δ_{max} - ?
m_{max} - ?

Решение:

Длина когерентности (расстояние, на котором свет сохр. когерентность): $l_к = c\tau$, где τ - время когерентности (аналогия - длительность цуга; импульса) - время, на котором свет остается когерентным.

Из соотн. неопр.: $\Delta f \simeq \frac{1}{\tau}$ - ширина спектра

$\Rightarrow L_к = c\tau \simeq \frac{c}{\Delta f} = \frac{\lambda f}{\Delta f} =$



$\lambda = \frac{c}{f}$; $\lambda f = c$

$\lambda \Delta f + f \Delta\lambda = 0$

$\frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0 \rightarrow \left|\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\right| = \left|\frac{f}{\Delta f}\right|$

Если $\Delta\lambda$, Δf - ширины спектра (оба > 0), то $\frac{f}{\Delta f} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

$= \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

Разность хода не должна превышать длину когерентности (иначе когерентности нет => интерференции нет).

$$\Rightarrow |\Delta| \leq L_k = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Видно, что $\Delta_{max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{500^2}{10} = \frac{250000}{10} = 25\,000\,нм = 25\,мкм$

При этом максимумы набл. при $|\Delta| = |m|\lambda$, $m \in \mathbb{Z}$. m м.б. $=0$ (интерф. Юнга)

Но $|\Delta| \leq \Delta_{max}$, т.е. $|m|\lambda \leq \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \to |m| \leq \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 50$

$\Rightarrow m \in [-50; 50] \Rightarrow$ кол-во полос на экране достигает $101 \sim 100$.

Ответ: $\Delta_{max} \sim 25$ мкм; $N_{max} \sim 100$

№4.2.

4.2. Найти разность длин волн D-линий Na, если известно, что резкость интерференционной картины, наблюдаемой в интерферометре с двумя лучами, минимальна у 490-й, 1470-й и т. д., а максимальна у 1-й, 980-й и т. д. полос. Средняя длина волны D-линий $\lambda = 5893$ Å (см. задачу 4.1).

Дано:

V_{min}: 490, 1470, ...

V_{max} = 1, 980, ...

$\lambda = 5893$ Å

$\Delta\lambda - ?$

Решение:

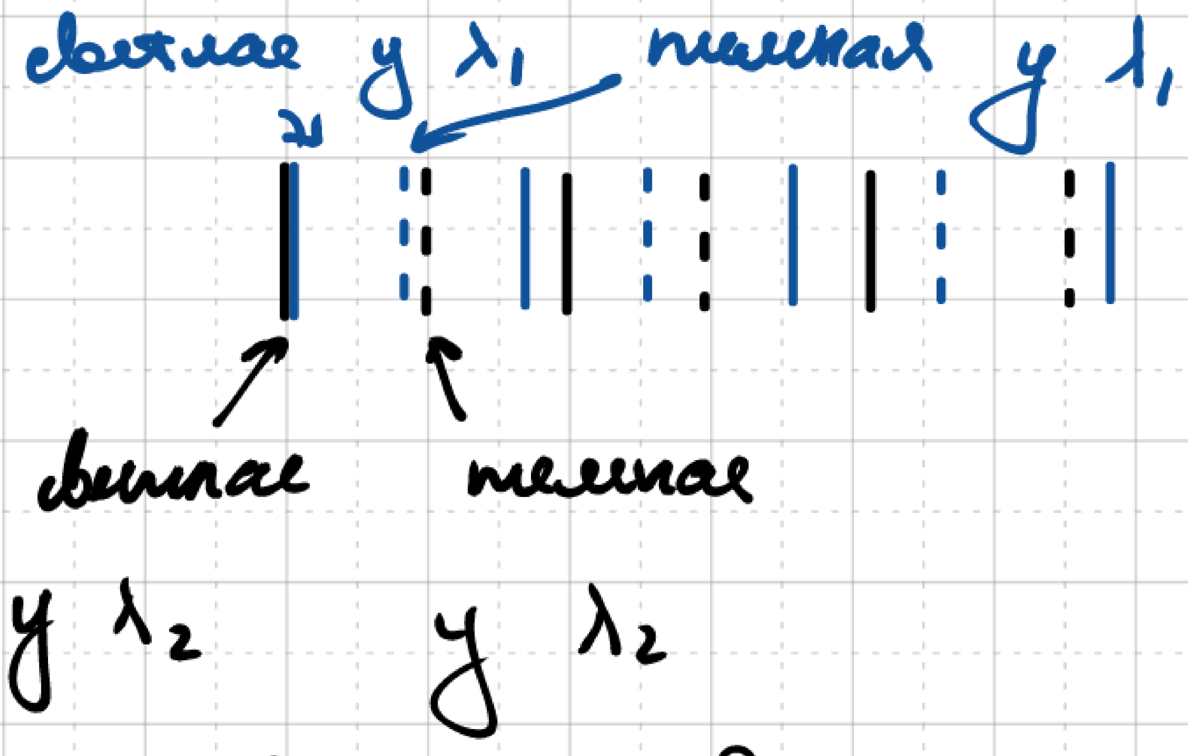
Каждая из длин волн D-линий натрия создает интерф. картину; далее они накладываются друг на друга.

В центре светлые полосы накладываются друг на друга, т.к. по усл. $V = V_{max}$ при $m = 1$

Далее, из-за того, что периоды интерференционных картин у разных длин волн слабо (в нашем случае), но отличаются – в некоторый момент темная полоса наложится со светлой.

$\lambda_1 < \lambda_2$

$\Rightarrow$ темная полоса у λ_1 совпадет со светлой полосой λ_2



λ_1 темные полосы:

1: $\Delta = \frac{\lambda_1}{2}$

2: $\Delta = \lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2}$

3: $\Delta = 2\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2}$

⋮

$N+1$: $\Delta = N\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2}$

λ_2 светлые полосы:

1: $\Delta = \lambda_2$

2: $\Delta = 2\lambda_2$

⋮

N: $\Delta = N\lambda_2$

• Первыми совпадут $(N+1)$ светлая у λ_1 с N-й темной у λ_2.

- Затем заново совпадут светлые со светлой. Поэтому будет периодичность видности.

Чтобы светлая полоса наложилась на темную, разности хода должны совпадать:

$$N\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2} = N\lambda_2$$

$$N(\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow N = \frac{\lambda_1}{2\Delta\lambda}$$

$\lambda_1 \approx \lambda = 5893\ \text{Å}$; $N = 490$;

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda_1}{2N} = \frac{5893\ \text{Å}}{2\cdot 490} \approx 6\ \text{Å}$$

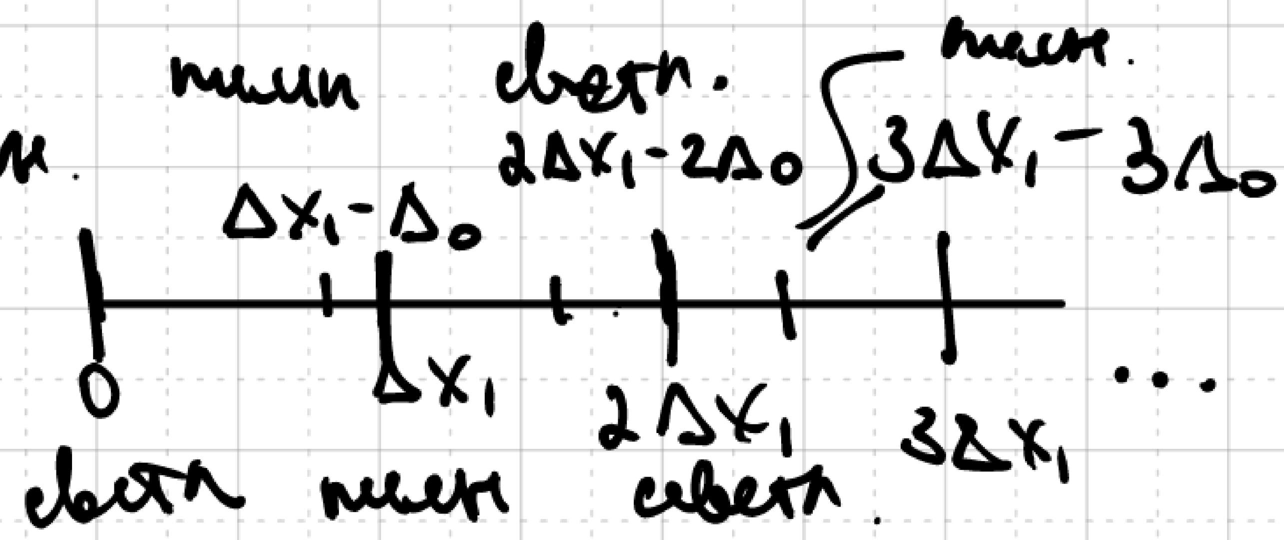
$\boxed{\text{Ответ: } 6\ \text{Å}}$

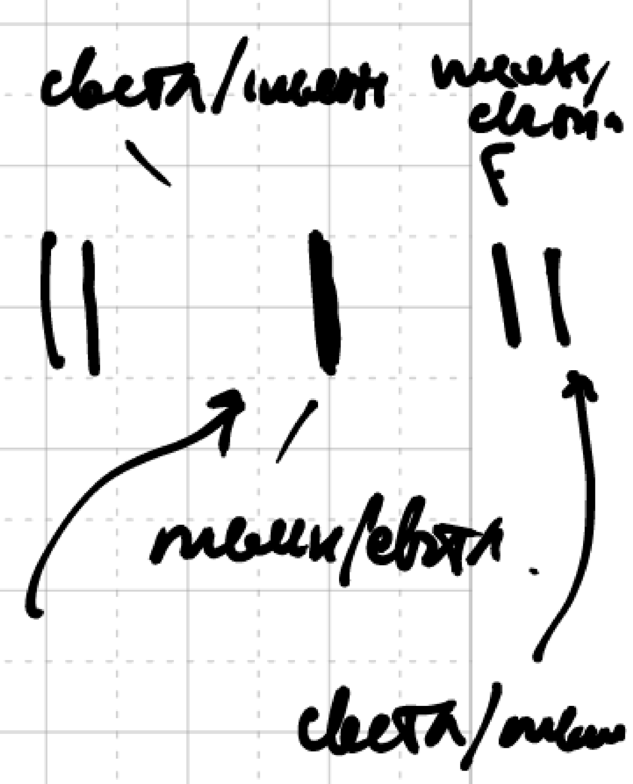
Замечание: усл. совп. светлых полос

$\Delta x_1 = \Delta x_2 - \Delta_0$

$$N\lambda_1 + \lambda_1 = N\lambda_2$$

номер шир.





$$N(\lambda_2 - \lambda_1) = \lambda_1 \to N = \frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} = 2\cdot N' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda_1}{N} = \frac{5893\ \text{Å}}{980} \simeq 6\ \text{Å}.$$

λ_1: $N\Delta_0 = \Delta x_1$

$$N \sim \frac{\Delta x_1}{\Delta_0}$$

<u>То же самое</u>

№5.3.

5.3. Изображение Солнца получено при помощи линзы с фокусным расстоянием $f = 50$ мм на отверстии экрана (размер отверстия равен величине изображения). За экраном помещены две узкие параллельные щели на расстоянии $D = 1$ мм друг от друга. При каком расстоянии l между экраном и щелями могут наблюдаться интерференционные полосы? Угловой диаметр Солнца $\alpha \approx 0{,}01$ рад.

Дано:

$f = 50$ мм

Разм. отв. = разм. изобр.

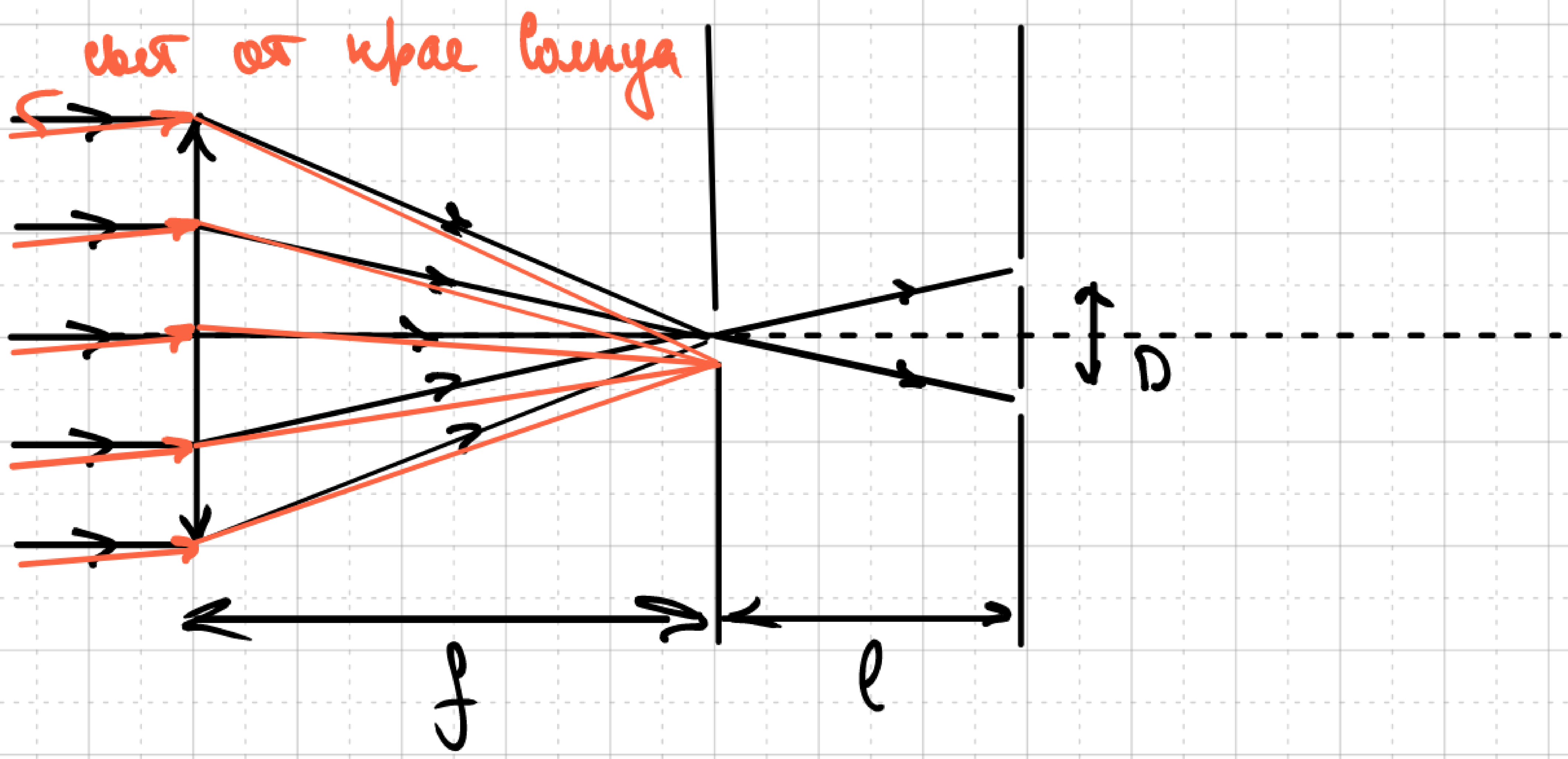
$D = 1$ мм

$\alpha = 0{,}01$ рад

интерф. полосы

l – ?

Решение:

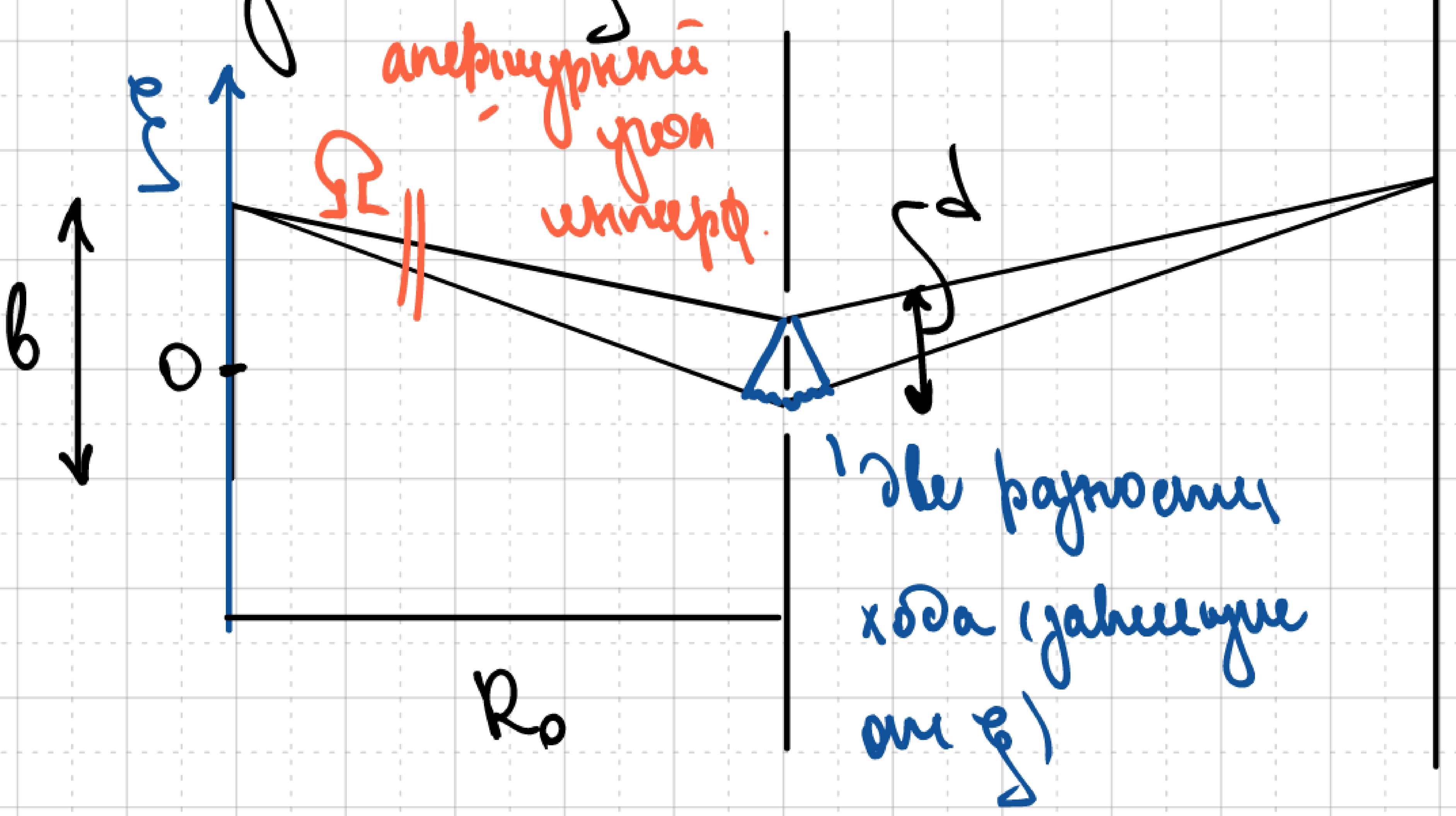


Р/м прохожд. протяж. источника.

$\exists\, I_0$ – интенсивность ед. длины.

$$dI = \underbrace{2 I_0 d\xi}_{\text{интенсивность участка } d\xi}\left(1 + V\cos\left[\frac{2\pi}{\Lambda}\left(x + \frac{R}{R_0}\xi\right)\right]\right)$$

показывается на след. лекции (ещё не было лекции по протяж. источникам).



Результат разобранной задачи 5.1*

$$I(x) = \int_{-b/2}^{b/2} dI_\xi(x) = 2 I_0 b\left[1 + \underbrace{\frac{\sin\frac{\pi\Omega}{\lambda/b}}{\frac{\pi\Omega}{\lambda/b}}}_{V} \cdot \cos\frac{2\pi}{\Lambda}x\right]$$

$V = 0$ при $\frac{\lambda\Omega}{\lambda/b} = 1 \Rightarrow \boxed{b_{max} = \frac{\lambda}{\Omega}}$

$\boxed{\text{либо } \Omega_{max} = \frac{\lambda}{b}}$

$\Rightarrow$ можно либо менять длину ист. b при фикс. расст. между щелями, либо расст. между щелями при пост. длине источника b.

$\Omega \simeq \frac{d}{R_0} \le \frac{\lambda}{b} \Rightarrow \boxed{d \le \frac{\lambda R_0}{b} = \frac{\lambda}{\psi}}$

угловой размер источника

$d = \frac{\lambda}{\psi}$ называют радиусом когерентности $\rho_{ког}$.

В нашей задаче b фикс: $b = \alpha f$

Меняем $\Omega = \frac{d}{R_0}$, т.е. d. $\Omega \le \frac{\lambda}{b} \to d \le \frac{\lambda l}{b}$; $l \ge \frac{bd}{\lambda} = \frac{\alpha f d}{\lambda} \approx 100$ см.

$\boxed{\text{Ответ: } l \ge \frac{\alpha f D}{\lambda} \approx 100 \text{ см}}$

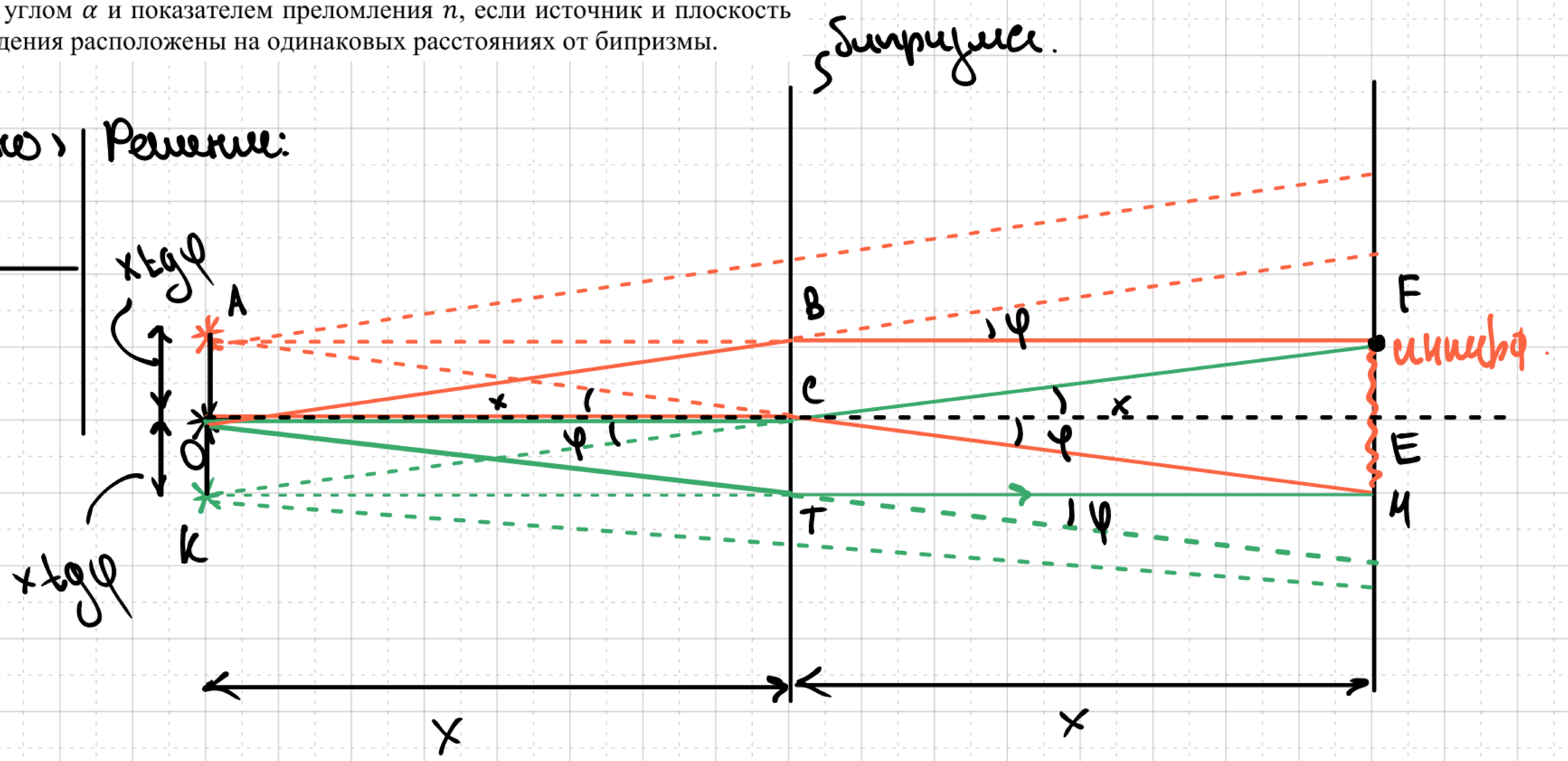
№2°

°2. Найдите апертуру интерференции в опыте с бипризмой с преломляющим углом α и показателем преломления n, если источник и плоскость наблюдения расположены на одинаковых расстояниях от бипризмы.

Дано: α, n

Ω - ?

Решение:



$\Delta AOC = \Delta CEH$ по катету и острому углу

$\Rightarrow OA = EH$ и $EH = x\,tg\,\varphi$

Аналогично $EF = x\,tg\,\varphi \Rightarrow AF \parallel OE \parallel KH$

$BT = FM$ в силу паралл $\Rightarrow D = 2x\,tg\,\varphi$

$$tg\frac{\Omega}{2} = \frac{x\,tg\,\varphi}{x} = tg\,\varphi \rightarrow \frac{\Omega}{2} = \varphi;\ \Omega = 2\varphi = 2\alpha(n-1)$$

$\boxed{\text{Ответ: } \Omega = 2\alpha(n-1)}$