

Неделя 15

8-14 дек.	15	Элементы физики плазмы. Скин-эффект.	⁰ 15.1 ⁰ 15.2 ⁰ 15.3
--------------	----	---	---

§15.1⁰

⁰15.1. Температура электронов в плазме тлеющего разряда $T_e \sim 10^4$ К, концентрация $n_e \sim 10^9$ см⁻³. При каком радиусе трубки разряд можно считать квазинейтральным?

Дано:

$$T_e \sim 10^4 \text{ К}$$

$$n_e \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$$

$$r - ?$$

Решение:

Допустим, что в некоторой области plasma нарушается квазинейтральность. Согласно распределению Больцмана,

возникнет распределение электронов и ионов в потенциальном

электрическом поле:

$$\text{Считаем } T_e \sim T_i$$

$$n_e = n_{e0} e^{\frac{e\varphi}{kT_e}}, \quad n_i = n_{i0} e^{-\frac{e\varphi}{kT_e}}. \quad \text{Считаем, что } n_{e0} \approx n_{i0} - \text{концентрации газа в плазме}$$

Решим уравнение Пуассона $\Delta\varphi = -4\pi\rho$ в этом случае

$$\rho = \frac{\sum q}{V} = \frac{\sum q_+ - \sum q_-}{V} = \frac{eN_+ - eN_-}{V} = en_i - en_e = en_{e0} \left(e^{-\frac{e\varphi}{kT_e}} - e^{\frac{e\varphi}{kT_e}} \right) \approx$$

$$\approx en_{e0} \left(1 - \frac{e\varphi}{kT_e} - 1 - \frac{e\varphi}{kT_e} \right) = -en_{e0} \cdot 2 \frac{e\varphi}{kT_e} = -\frac{2en_{e0}e^2}{kT_e} \varphi$$

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi en_{e0}e^2}{kT_e} \varphi$$

Ограничимся одномерным случаем:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{\varphi}{\sqrt{\frac{kT_e}{8\pi n_{e0}e^2}}}, \quad \text{где } r_D = \sqrt{\frac{kT_e}{8\pi n_{e0}e^2}} - \text{характерный масштаб}$$

длины, на которых нарушается квазинейтральность плазмы

$\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{x}{r_0}}$ - при $x \gg r_0$ $\varphi \approx 0$ - плазма квазинейтральна.

$$r_0 = \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 10^4}{8\pi \cdot 10^9 (4,8 \cdot 10^{-10})^2}} \approx 0,015 \text{ см} = 0,15 \text{ мм}$$

\Rightarrow для квазинейтральности $r \gg r_0$

Ответ: $r \gg 0,15 \text{ мм}$

§15.2°

°15.2. В условиях предыдущей задачи оцените кулоновскую энергию взаимодействия заряженных частиц в плазме (в расчёте на одну частицу). Можно ли считать такую плазму идеальным газом?

Ответ: $w_{\text{кул}} \sim 10^{-4} \text{ эВ}$; да, можно.

Дано:

$$T = 10^4 \text{ К}$$

$$n_e = 10^9 \text{ см}^{-3}$$

$w_{\text{кул}} - ?$

Решение:

Оценим кулоновскую энергию взаимод. зарядов

ком энергию взаим. заряда $q=e$ с остальными на расст

$n^{-\frac{1}{3}}$ (ср. расст. между частицами)

$$W_{\text{кул}} \sim N \cdot \frac{e^2}{n^{-\frac{1}{3}}} \Rightarrow w_{\text{кул}} \sim \frac{e^2}{n^{\frac{1}{3}}} = (4,8 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 10^3 \frac{\text{эрг}}{\text{частица}} =$$

$$= 2,304 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{частица}} \sim 10^{-4} \text{ эВ}_{\text{частица}}$$

Сравним ее с кинетической энергией теплового движения в

расчете на одну частицу: $w_{\text{кин}} \sim \frac{3}{2} kT_e = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^4 \sim 1 \text{ эВ}$

$w_{\text{кин}} \gg w_{\text{кул}} \Rightarrow$ плазму можно считать идеальной.

Ответ: 10^{-4} дБ, да.

§15.3°

15.3. Радиосигнал с частотой $\nu = 4$ МГц посылается вертикально вверх и отражается от ионосферы на некоторой высоте. Определить концентрацию электронов в точке отражения.

Ответ: $n_e = 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$.

Дано: $\omega = 2\pi\nu$ $\nu = 4 \text{ МГц}$ <hr/> $n_e = ?$	Решение: $E = E_0 e^{i\omega t}$ - ЭМ волна Зр-е движение электронов в этой волне: $m\ddot{x} = -eE_0 e^{i\omega t}$ $\ddot{x} = -\frac{eE_0}{m\omega^2} e^{i\omega t}$; $x(t) = \frac{e}{m\omega^2} E_0 e^{i\omega t} = \frac{e}{m\omega^2} E(t)$
---	---

Возникнет поляризация среды:

$$P = \frac{\sum p_i}{V} = -\frac{Nex}{V} = -n_e e \frac{e}{m\omega^2} E(t) = -\frac{n_e e^2}{m\omega^2} E(t) = \alpha E(t)$$

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 - \frac{4\pi n_e e^2}{m} \frac{1}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = n^2 = \sqrt{\epsilon}^2$$

Если $\omega < \omega_p$, волна в среде не распространяется

↳ критический случай, когда $\omega = \omega_p$

$$\frac{4\pi n_e e^2}{m} = \omega^2$$

$$n_e = \frac{m\omega^2}{4\pi e^2} = \frac{m \cdot 1000 \cdot (2\pi \cdot 4 \cdot 10^6)^2}{4\pi (4.8 \cdot 10^{-10})^2} \sim 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$$

Ответ: $n_e \sim 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$