Задание №40

$X_1$ - 1 класс $X_2$ - 2 класс

$$TPR = \frac{TP}{TP+FN} \quad TNR = \frac{TN}{FP+TN} \quad PPV = \frac{TP}{TP+FP} \quad NPV = \frac{TN}{TN+FN}$$

$$X_1 + X_2 = TP + TN + FP + FN \quad \begin{cases} TP + FN = X_1 \\ FP + TN = X_2 \end{cases} \to \begin{cases} TPR = \frac{TP}{X_1} \\ TNR = \frac{TN}{X_2} \end{cases}$$

даны

$$\exists\, TPR = K, \quad TNR = n \to \begin{cases} TP = KX_1 \\ TN = nX_2 \end{cases} \quad PPV = \frac{KX_1}{nX_1+FP}, \quad NPV = \frac{nX_2}{nX_2+FN}$$

и $FN = X_1 - TP = X_1 - KX_1 \qquad FP = X_2 - TN = X_2 - nX_2$

подстановка PPV и NPV:

$$PPV = \frac{KX_1}{KX_1 + (X_2 - nX_2)}, \quad NPV = \frac{nX_2}{nX_2 + (X_1 - KX_1)} \text{ и т.д.}$$

$\exists$ даны $TPR = K$, $NPV = m$

$$\begin{cases} TP = KX_1 \\ m(TN+FN) = TN \end{cases} \to TN = -\frac{mFN}{m-1} = -\frac{m(X_1 - TP)}{m-1} = \frac{-m(X_1 - KX_1)}{m-1}$$

$$PPV = \frac{KX_1}{KX_1 + FP} = \frac{KX_1}{KX_1 + (X_2 - TN)} = KX_1 \Big/ KX_1 + \left(X_2 + \frac{m(X_1 - KX_1)}{m-1}\right)$$

$$TNR = -\frac{m(X_1 - KX_1)}{(m-1)X_2}$$

и т.д.

$\exists$ даны $TPR = K$, $PPV = l$

$$TP = KX_1, \quad FN = X_1 - TP = \frac{TP}{K} - TP \to TN = X_2 - \frac{TP}{l} + TP$$

$$FP = \frac{TP}{l} - TP,$$

$$TNR = \frac{X_2 - FP}{FP + (X_2 - FP)} = \frac{X_2 - \frac{TP}{l} + TP}{\frac{TP}{l} - TP + X_2 - \frac{TP}{l} + TP} = \frac{X_2 - \frac{K}{l}X_1 + KX_1}{X_2}$$

$$NPV = \frac{X_2 - FP}{X_2 - FP + \frac{TP}{K} - TP} = \frac{X_2 - \frac{TP}{l} + TP}{X_2 - \frac{TP}{l} + \frac{TP}{K}} = \frac{X_2 - \frac{KX_1}{l} + KX_1}{X_2 - \frac{KX_1}{l} + \frac{KX_1}{K}} \text{ и т.д.}$$

] даны $PPV = l$, $NPV = m$

$$l(TP+FP) = TP$$

$$FP = \frac{TP - l\,TP}{l} = \frac{(x_1 - FN)(1-l)}{l} = \frac{\left(x_1 - \frac{(x_2 - FP)(1-m)}{m}\right)\cdot(1-l)}{l} \Rightarrow$$

$$m(TN+FN) = TN \qquad FN = \frac{TN(1-m)}{m} = \frac{(x_2-FP)\cdot(1-m)}{m} \qquad \frac{(1-l)x_1 m}{lm} - \frac{(1-l)(1-m)(x_2-FP)}{lm}$$

$$lmFP = (1-l)x_1 m - (1-l)(1-m)(x_2 - FP)$$

$$lmFP = (1-l)x_1 m - \cancel{x_2} + m x_2 + l x_2 - lm x_1 + FP(1 - m - l + lm)$$

$$FP = \frac{x_1 m - 2x_1 lm + x_2(m+l-1)}{m+l-1} \qquad FN = \frac{\cancel{x_2} - \frac{x_1 m - 2x_1 lm + x_2(m+l-1)}{m+l-1}\cdot(1-m)}{m} = \frac{-x_1(1+2l)(1-m)}{m+l-1}$$

/ 2 ГУ

Остальные пары идентично.

Задание №11

1). $x_1$ – первый класс $\quad x_2$ – второй класс $\quad TPR = \frac{TP}{\underset{x_1}{TP+FN}}$ $\quad \exists\, TP = K \to PPV = \frac{TP}{TP+FP} = \frac{K}{K+FP}$

$$\begin{cases} TP + FN = x_1 \\ FP + TN = x_2 \end{cases}$$

~~Т.к. TP определен единственным образом~~ и ~~FN = $x_1$ − TP~~, то FN тоже определ. ед. ~~образом~~

TNR и NPV будут совпадать $\quad \begin{cases} FN = x_1 - TP \\ TN = x_2 - FP \end{cases} \to$ FN и TN ед. образом

2). TP, FN, FP, TN определяются однозначно $\Rightarrow$ PPV, TPR будут совпадать

$$TNR = \frac{TN}{FP+TN} = \frac{TN}{x_2} \qquad \exists\, TN = n$$

$$NPV = \frac{TN}{TN+FN} = \frac{n}{n+FN} \qquad \to \begin{cases} TP = x_1 - FN \\ FP = x_2 - TN \end{cases}$$

3). ROC кривая описывает взаимосвязь между TPR и FPR.

$TPR = \frac{TP}{x_1}$ ; $FPR = \frac{FP}{x_2} \to$ TP и FP опред. ед. обр. $\to$ будет совпадать precision кривой.

$$precision = \frac{TP}{TP+FP} = PPV \qquad FN = x_1 - TP, \text{ а TP опред. ед. образом} \to FN \text{ – тоже однозначно}$$

$$recall = \frac{TP}{x_1} = TPR$$

то есть совпадение ROC кривых влечет совпадение precision-recall кривых.

Обратное утверждение:

$recall = \frac{TP}{X_1} \rightarrow$ TP ед. образом

Recall и TPR вычисляются одинаково

$Precision = \frac{TP}{TP+FN}$, значит если TP определился однозначно, то FN тоже,

значит FPR совпадет. => обратное утверждение верно

Задание № 3 (1)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $X_1$ | 1 | 1 | 0 | 0 | -1 |
| $y$ | 4 | 4 | 0 | 2 | 6 |