

Laboratoire d'électronique : Convertisseurs A/N et N/A

MASUR Jonathan

GOSSELIN Paul

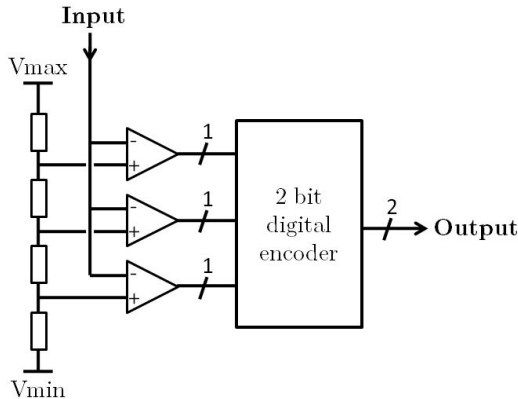
On s'intéresse ici à l'étude de convertisseurs analogique/numérique (aussi appelé "CAN" ou "ADC" — pour "*Analog-to-Digital Converter*") et numérique/analogique (aussi appelé "CNA" ou "DAC" — pour "*Digital-to-Analog Converter*").

1 Le convertisseur analogique/numérique ADC0820

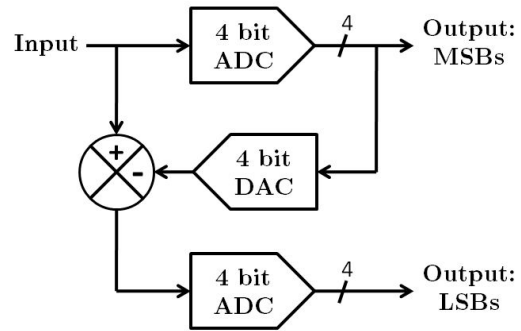
1.1 Prévisions théoriques

1) Les convertisseurs analogique/numérique flash sont fréquemment utilisés, parce qu'ils permettent des fréquences de fonctionnement élevées. Toutefois, il se caractérisent en revanche généralement par des coûts énergétiques et spatiaux élevés.

Le principe d'un CAN flash n bits est le suivant. Supposons que les valeurs analogiques à convertir soient comprises entre deux tensions de référence V_{min} et V_{max} , fournies au convertisseur. 2^n résistances permettent de diviser $[V_{min}, V_{max}]$ en 2^n sous-ensembles $([V_{i-1}, V_i])_{i \in [1..2^n]}$ ($V_0 = V_{min}$, $V_{2^n} = V_{max}$, $\forall i \in [1..2^n]$, $V_i > V_{i-1}$), en fournissant les $2^n - 1$ tensions de transition V_i . $2^n - 1$ comparateurs permettent alors de situer la tension d'entrée V_{in} du condensateur par rapport à ces $2^n - 1$ tensions de transition V_i . Un encodeur n bits — entièrement numérique donc — permet alors de convertir les sorties de ces comparateurs ($2^n - 1$ bits) en l'entier i correspondant sur n bits : $V_{in} \in [V_{i-1}, V_i]$.



(a) CAN flash 2 bits



(b) CAN semi-flash 8 bits

Figure 1: Principes de base des CAN flash et semi-flash

Le principal inconvénient d'une telle structure réside dans le nombre élevé de composants utilisés.

Pour limiter le nombre de comparateurs les convertisseurs semi-flash utilisent plusieurs convertisseurs flash. Typiquement, un convertisseur semi-flash 8 bits utilisera tout d'abord un convertisseur flash 4 bits afin d'encoder les 4 bits de poids fort (ou "MSBs" : "*Most Significant Bits*"). La tension V_{MSB} correspondante au résultat fourni par ce convertisseur est alors soustraite à la tension d'entrée V_{in} , puis $V_{in} - V_{MSB}$ est traitée par un second convertisseur flash 4 bits afin d'obtenir les 4 bits de poids faible (ou "LSBs" : "*Less Significant*").

Bits”).

La réactivité du convertisseur est ainsi diminuée par rapport à un convertisseur flash d’un facteur légèrement supérieur à 2, mais le nombre de composants nécessaire passe de $O(2^n)$ à $O(2^{n/2})$.

Le convertisseur analogique/numérique utilisé dans ce travail est un CAN semi-flash 8 bits : l’ADC0820.

2) Idéalement, l’intervalle $[V_{min}, V_{max}]$ est subdivisé en intervalles identiques. Les tensions de transitions d’une valeur à l’autre en sortie du CAN sont donc données par la formule :

$$\forall i \in [1..2^n - 1], V_i = V_{min} + i \cdot \frac{V_{max} - V_{min}}{2^n}$$

(On rappelle que V_i est la tension de transition des entiers $i - 1$ à i en sortie du CAN.)

Dans le cadre de notre expérience : $V_{min} = 0$ et $V_{max} = V_{ref} = 5V$. Ainsi :

$$\forall i \in [1..2^8 - 1], V_i = i \cdot \frac{V_{ref}}{2^8} = i \cdot 19,531mV$$

Les valeurs de V_i correspondantes ont été rajouté au tableau 1 des résultats expérimentaux.

1.2 Mesures

1) La tension d’alimentation utilisée pour le convertisseur, servant aussi de tension de référence V_{ref} , est fournie par une alimentation stabilisée. Elle est précisément de : $V_{ref} = 4.997V$.

2,3) À l’aide d’un potentiomètre 10 tours, on fait varier la tension d’entrée V_{in} du CAN étudié afin de mesurer les tensions de transition V_i , pour lesquelles le nombre en sortie du convertisseur — représenté en binaire par des LEDs — passe de $i - 1$ à i .

Table 1: Résultats obtenus lors de l’étude du convertisseur ADC0820

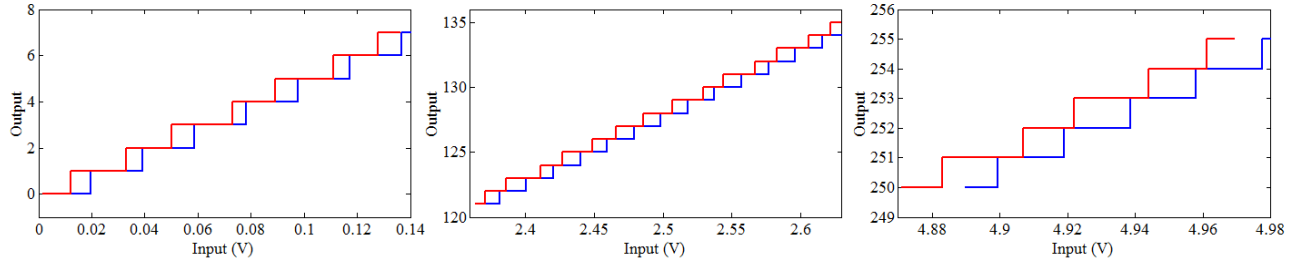
i	0	1	2	3	4	5	6
V_i théorique (V)	0,02	0,039	0,059	0,078	0,098	0,117	0,137
V_i mesuré (V)	0,012	0,033	0,05	0,073	0,089	0,111	0,128
$(V_i - V_{i-1})$ mesuré (V)	—	0,021	0,017	0,023	0,016	0,022	0,017

i	121	122	123	124	125	126	127
V_i théorique (V)	2,381	2,401	2,42	2,44	2,459	2,479	2,499
V_i mesuré (V)	2,371	2,386	2,411	2,427	2,449	2,466	2,486
$(V_i - V_{i-1})$ mesuré (V)	—	0,015	0,025	0,016	0,022	0,017	0,02

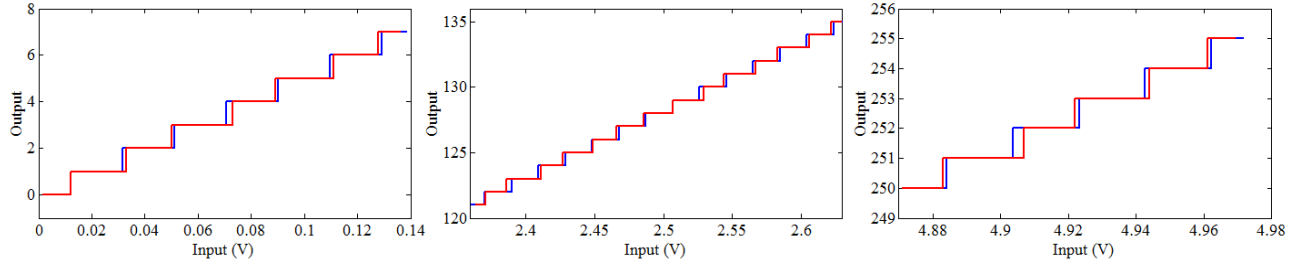
i	128	129	130	131	132	133	134
V_i théorique (V)	2,518	2,538	2,557	2,577	2,596	2,616	2,635
V_i mesuré (V)	2,507	2,529	2,544	2,567	2,583	2,606	2,622
$(V_i - V_{i-1})$ mesuré (V)	0,021	0,022	0,015	0,023	0,016	0,023	0,016

i	250	251	252	253	254
V_i théorique (V)	4,899	4,919	4,938	4,958	4,977
V_i mesuré (V)	4,883	4,907	4,922	4,944	4,961
$(V_i - V_{i-1})$ mesuré (V)	—	0,024	0,015	0,022	0,017

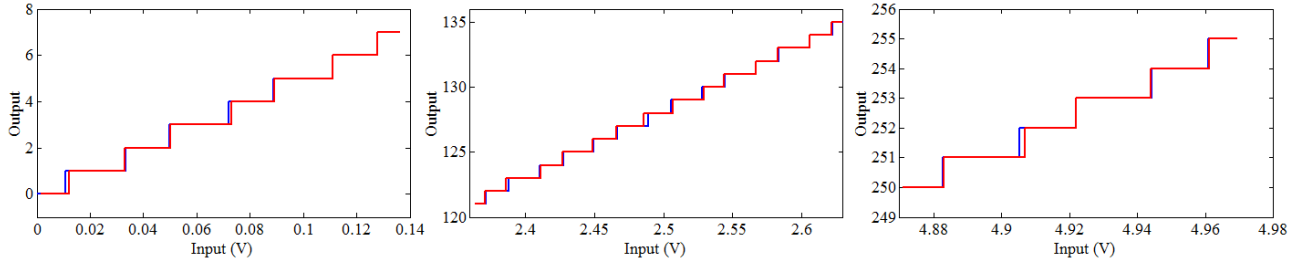
Ces résultats, comparés aux résultats théoriques donnés par $V_i = i \cdot \frac{V_{ref}}{2^8}$ et $V_{ref} = 4,997V$ sont représentés Fig. 2a.



(a) Résultats obtenus (en rouge), comparés à $V_i = i \cdot \frac{V_{ref}}{2^8}$ (en bleu) ($V_{ref} = 4,997V$)



(b) Résultats obtenus (en rouge), comparés à $V_i = V_{min} + i \cdot \frac{V_{max}-V_{min}}{2^n}$ (en bleu) ($V_{min} = -0,0073V$, $V_{max} = 4,9816V$)



(c) Résultats obtenus (en rouge), comparés à $V_i = V_{min} + i \cdot \frac{V_{max}-V_{min}}{2^n} + p_i \delta V$ (en bleu) ($V_{min} = -0,0072V$, $V_{max} = 4,9817V$, $\delta V = 0,0015V$)

Figure 2: Résultat obtenu avec le convertisseur analogique/numérique ADC0820

La première chose que l'on observe est un décalage permanent entre les valeurs de V_i mesurées (que l'on notera V_i^{mes}) et les valeurs de V_i théorique (que l'on notera V_i^{th}). On constate en effet un *offset* moyen de $-0,0111$. On remarque toutefois que $V_i^{mes} - V_i^{th}$ augmente avec i ($\langle V_i^{mes} - V_i^{th} \rangle_{i \in [1..7]} = -0,0072$, $\langle V_i^{mes} - V_i^{th} \rangle_{i \in [122..135]} = -0,0115$, $\langle V_i^{mes} - V_i^{th} \rangle_{i \in [251..255]} = -0,0150$).

Afin d'obtenir une meilleure approximation des résultats pratiques, on peut réutiliser la formule :

$$V_i^{th} = V_{min} + i \cdot \frac{V_{max} - V_{min}}{2^n}$$

On a calculé via Matlab les valeurs optimales pour V_{min} et V_{max} ¹, et obtenu : $V_{min} = -0,0073V$, $V_{max} = 4,9816V$. Les résultats correspondants sont présentés Fig. 2b.

On remarque par ailleurs que pour i pair ($V_i^{mes} - V_{i-1}^{mes}$) est généralement de l'ordre de $0,016V$, tandis que cette valeur est généralement de l'ordre de $0,022V$ pour i impair. Pour représenter cet effet de la parité de i sur V_i , on pourra utiliser la modélisation :

$$V_i^{th} = V_{min} + i \cdot \frac{V_{max} - V_{min}}{2^n} + p_i \delta V \quad \text{avec : } p_i = \begin{cases} +1 & \text{si } i \in 2\mathbb{N} \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Là encore, on obtient avec Matlab les coefficients optimum : $V_{min} = -0,0072V$, $V_{max} = 4,9817V$, $\delta V = 0,0015V$. Les résultats correspondants sont présentés Fig. 2c.

Nous avons tenté de comprendre l'origine de cet effet de la parité de i sur la tension de transition V_i . Compte tenu du principe de fonctionnement du convertisseur semi-flash, cet effet ne peut être imputé au calcul du bit de poids faible. En effet, ce dernier est donné par l'encodeur numérique encodant les quatre bits de poids faible. Il ne peut pas non plus être imputé au convertisseur numérique/analogique interne du convertisseur analogique/numérique étudié : en effet, la sortie de ce convertisseur numérique/analogique n'est modifiée que lorsqu'un des quatre bits de poids fort est modifié.

On en déduit que le problème est lié aux quinze ($2^4 - 1$) comparateurs fournissant les bits en entrée de l'encodeur 4-bits des bits de poids faibles. Leurs offsets seraient quasiment identiques pour les tensions de seuil V_i avec i pair, ainsi que pour les tensions de seuil V_i avec i impair.

L'hypothèse réalisée est la suivante : tous les comparateurs utilisés ont un offset quasiment égal à δV — ce qui se justifie en pratique : cet offset est fortement lié au substrat, dont les caractéristiques peuvent être considérées comme constantes au sein du convertisseur étudié. En revanche, un convertisseur sur deux serait placé "à l'envers" : on code $V < V_i$ pour i pair, et $V > V_i$ pour i impair (ou l'inverse). Cela se justifie par une éventuelle simplification de l'encodeur 4-bits obtenue en codant un bit sur deux en entrée avec une logique négative.

2 Le convertisseur numérique/analogique AD7524

2.1 Prévisions théoriques

1) Le convertisseur numérique/analogique étudié est un CNA 8 bits à réseau R/2R : l'AD7524.

Le principe de base de la plupart des CNA à réseau R/2R repose sur l'équivalence représentée Fig. 3a, où V_{min} et V_{max} sont des tensions fixées. De cette équivalence découle l'équivalence représentée Fig. 3b, où V_{ref} est une tension fixée, B_0, B_1, \dots, B_{n-1} sont les bits en entrée du CNA, et :

$$V_{eq} = \left(\sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{2^{n-i}} B_i \right) V_{ref}$$

¹ Valeurs minimisant $\sum (V_i^{mes} - V_i^{th})^2$

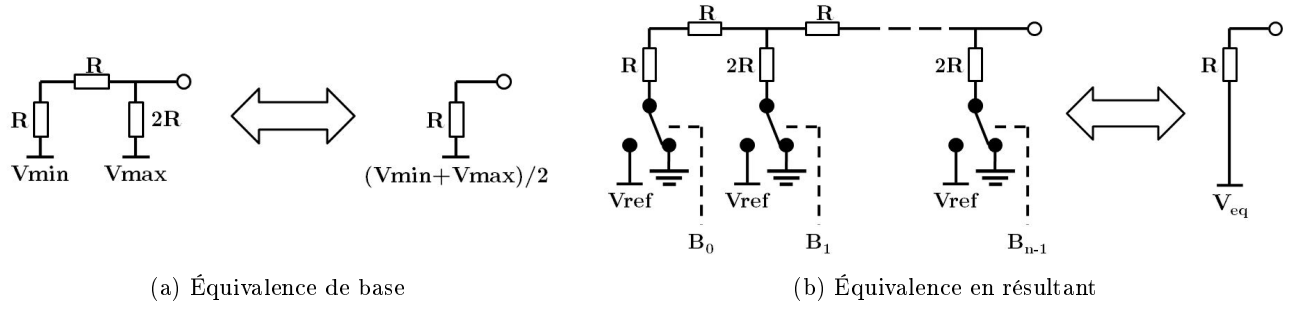


Figure 3: Principe de base des CNA à réseau R/2R

On utilise alors généralement un amplificateur opérationnel branché en suiveur ou en amplificateur de gain -1 , afin d'obtenir en sortie la tension V_{eq} indépendamment du reste du circuit.

Le fonctionnement de l'AD7524 est légèrement différent. Le circuit correspondant, tel qu'il est branché (avec notamment la sortie OUT2 branchée à la masse et l'utilisation d'un amplificateur opérationnel), est représenté Fig. 4²

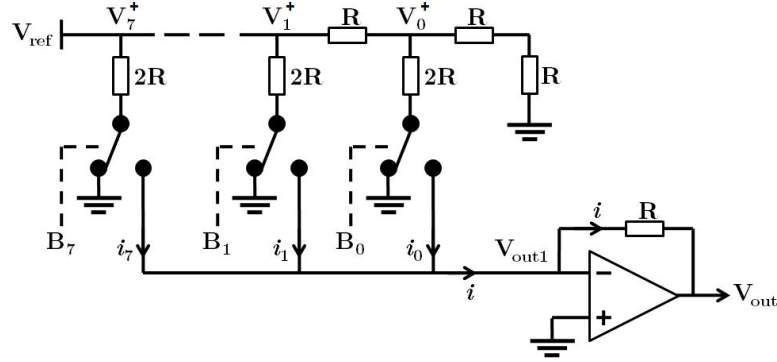


Figure 4: Le convertisseur AD7524 en situation

L'amplificateur opérationnel fixe $V_{out1} = 0$. L'équivalence présentée Fig. 3a permet alors de calculer par récurrence les tensions V_k^+ (cf Fig. 5) :

$$V_7^+ = V_{ref} \text{ et } V_{k-1}^+ = \frac{V_k^+}{2} ; \text{ d'où : } V_k^+ = \frac{V_{ref}}{2^{7-k}}.$$

On obtient alors :

$$i = \sum_{k=0}^7 i_k = \sum_{k=0}^7 B_k \frac{V_k^+}{2R} = \frac{V_{ref}}{R} \sum_{k=0}^7 \frac{1}{2^{8-k}} B_k$$

Puisque $V_{out} = -R i$, dans notre cas, on obtient ainsi pour l'ensemble des bits d'entrée (B_0, \dots, B_7) un tension de sortie donnée par la formule :

$$V_{out}(B_0 \dots B_7) = - \left(\sum_{k=0}^7 \frac{1}{2^{8-k}} B_k \right) V_{ref} \quad (1)$$

²Un condensateur, liant V_{out1} et V_{out} , a été omis : proposé par les datasheets, son but est d'empêcher des oscillations en sortie de l'amplificateur opérationnel. Nous nous plaçons dans le cadre d'un état déjà stabilisé, où le condensateur agit comme un interrupteur ouvert.

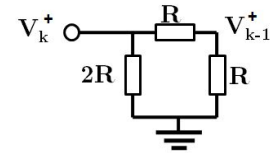


Figure 5: Calcul des V_k^+

2) Selon la formule 1, la contribution du bit i à la tension de sortie V_{out} est donnée par la formule :

$$V_i^{out} = -\frac{1}{2^{8-i}} V_{ref}$$

Les valeurs correspondantes ont été rajoutées au tableau 2 des résultats théoriques.

3) Toujours selon la formule 1, on a théoriquement :

$$V_{out}(00000000_b) = 0$$

et :

$$\begin{aligned} V_{out}(11111111_b) &= -\left(\sum_{i=0}^7 \frac{1}{2^{8-i}} B_i\right) V_{ref} = -(1 - \frac{1}{2^8}) V_{ref} \\ V_{out}(11111111_b) &= -4,9775V \end{aligned}$$

2.2 Mesures

1) Cette fois encore, la tension d'alimentation utilisée pour le convertisseur, servant aussi de tension de référence V_{ref} , est fournie par une alimentation stabilisée ; et est précisément de : $V_{ref} = 4.997V$.

2,3) Expérimentalement, on mesure la contribution V_i^{out} de chaque bit i en mettant en entrée du CNA tous les bits à zéro, excepté le bit i . Ainsi, on considère :

$$V_i^{out} = V_{out}(\delta_{0,i}\delta_{1,i}\delta_{2,i}\delta_{3,i}\delta_{4,i}\delta_{5,i}\delta_{6,i}\delta_{7,i}) \quad \text{avec : } \delta_{j,i} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 2. $V_i^{out,th}$ désigne la valeur théorique de la contribution du bit i à la tension de sortie V_{out} , tandis que $V_i^{out,mes}$ en désigne la valeur mesurée expérimentalement.

Table 2: Résultats obtenus lors de l'étude du convertisseur AD7524

i	0	1	2	3	4	5	6	7
$V_i^{out,th}$ (V)	-0,0195	-0,039	-0,0781	-0,1562	-0,3123	-0,6246	-1,2493	-2,4985
$V_i^{out,mes}$ (V)	-0,019	-0,039	-0,078	-0,157	-0,314	-0,628	-1,258	-2,518
$\sum_{j<i} V_j^{out,mes}$ (V)	-0,019	-0,058	-0,136	-0,293	-0,607	-1,235	-2,493	-5,011

2.2.1 Tension de sortie pour les codes d'entrée minimum et maximum

Entrée	00000000 _b	11111111 _b
V_{out} théorique (V)	0	-4,9775
V_{out} mesurée (V)	0,001	-5,04

On remarque que l'on a notamment : $\forall i \in [1..7], \sum_{j<i} V_j^{out,mes} < V_i^{out,mes}$.

Ainsi, le convertisseur numérique/analogique étudié est monotone. En effet, cela montre que si $\forall j > i, B'_j = B_j$, $B_i = 0$, $B'_i = 1$, $\forall j < i, B_j = 1$ et $\forall j < i, B'_j = 0$, alors :

$$V_i^{out,mes}(B_7 B_6 B_5 B_4 B_3 B_2 B_1 B_0) < V_i^{out,mes}(B'_7 B'_6 B'_5 B'_4 B'_3 B'_2 B'_1 B'_0)$$

(Par exemple : $V_i^{out,mes}(B_7 B_6 B_5 B_4 0111) < V_i^{out,mes}(B'_7 B'_6 B'_5 B'_4 1000)$.)

Les écarts entre les valeurs théoriques et mesurées pour $V_{out}(00000000)$ et $V_{out}(11111111)$ s'explique notamment par une légère différence entre les résistances liant les sorties OUT1 et R₋FDBK au sein du convertisseur AD7524, ainsi que par les imperfections de l'amplificateur opérationnel (offset et gain fini). De ces imperfections, il résulte un offset en sortie de l'ensemble du convertisseur, amplificateur opérationnel inclus, ainsi qu'une erreur sur le gain.

L'offset est donné par :

$$V_{offset} = V_{out}^{mes}(00000000) - V_{out}^{th}(00000000) = 0,001V$$

et l'erreur sur le gain est donnée par :

$$\delta_G = \frac{(V_{out}^{mes}(11111111) - V_{out}^{mes}(00000000)) - (V_{out}^{th}(11111111) - V_{out}^{th}(00000000))}{V_{out}^{th}(11111111) - V_{out}^{th}(00000000)} = 1,25\%$$

On peut alors préciser la formule fournissant V_{out} , en prenant :

$$V_{out}^{th}(B_0 \dots B_7) = V_{offset} - (1 + \delta_G) \left(\sum_{k=0}^7 \frac{1}{2^{n-k}} B_k \right) V_{ref} = V_{offset} - \left(\sum_{k=0}^7 \frac{1}{2^{n-k}} B_k \right) \widetilde{V_{ref}}$$

avec : $\widetilde{V_{ref}} = (1 + \delta_G) V_{ref} = -\frac{V_{out}^{mes}(11111111) - V_{out}^{mes}(00000000)}{1 - \frac{1}{2^8}} = 5,061V$

3 Chaîne de conversion A/N - N/A

3.1 Montage étudié

On connecte maintenant les 8 bits de sortie du convertisseur analogique/numérique ADC0820 étudié section 1 aux 8 bits d'entrée du convertisseur numérique/analogique AD7524 étudié section 2.

On notera V_{in} la tension imposée en entrée du montage (tension d'entrée du convertisseur analogique/numérique), et V_{out} la tension obtenue en sortie (tension de sortie du convertisseur numérique/analogique).

Dans le cadre de convertisseurs parfaits, d'une fréquence d'échantillonnage infinie et d'un nombre de bits infini, on aurait donc : $V_{out} = -V_{in}$. Dans notre cas, on obtient évidemment une approximation ; et les différences entre V_{out} et $-V_{in}$ seront discutées plus bas.

Pour cela, un amplificateur sommateur permet d'obtenir en plus de la sortie du montage la tension : $V_{err} = -(V_{out} + V_{in})$.

3.2 Mesures

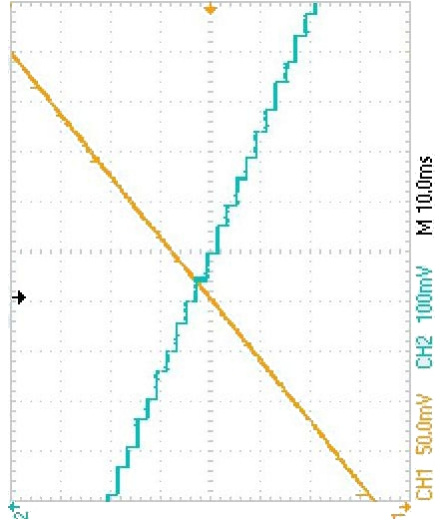
1) Afin d'observer les effets de la chaîne AN-NA sur le signal (échantillonnage, quantification...), on applique en entrée un signal V_{in} triangulaire d'amplitude 4V et de moyenne 2,5V. On en fera varier la fréquence f_{in} .

Quantification.

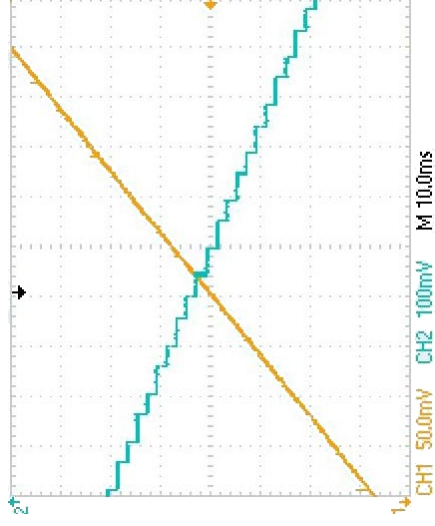
Afin d'observer l'effet de la quantification, sans être perturbé par l'échantillonnage, on utilise en entrée un signal lent : $f_{in} \ll f_{ech}$ (où f_{ech} désigne la fréquence d'échantillonnage des convertisseurs, qui est de l'ordre de 20kHz). Typiquement, on utilisera ici $f_{in} = 0,5Hz$.

Les résultats expérimentaux obtenus sont fournis Fig. ??.

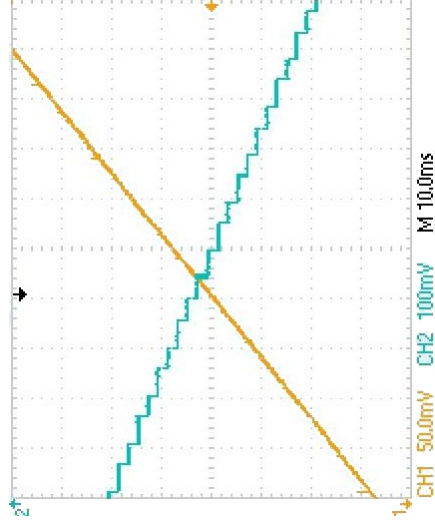
Le phénomène de quantification s'observe bien lorsque l'on trace $V_{out} = f(V_{in})$ (cf. Fig. 6b). On y observe des "marches" de hauteurs et largeurs régulières, de l'ordre de $\frac{V_{ref}}{2^8} \approx 19,5mV$. Ces marches sont continues sur le plan horizontal, mais pas sur le plan vertical : à chaque valeur de V_{out} correspondent plusieurs valeurs de V_{in} . Plus simplement, sans prendre en compte d'éventuels offsets ou erreurs de gain, lors de la conversion $V_{in} \rightarrow V_{out}$, $-V_{in}$ est "rabattu" sur la valeur la plus proche possible de V_{out} .



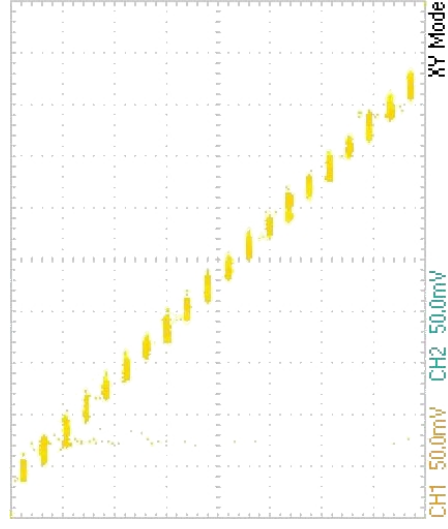
(a) $f_{in} = 0, 5\text{Hz}$
 $V_{out} = f(t)$ (CH1), $V_{in} = f(t)$ (CH2)



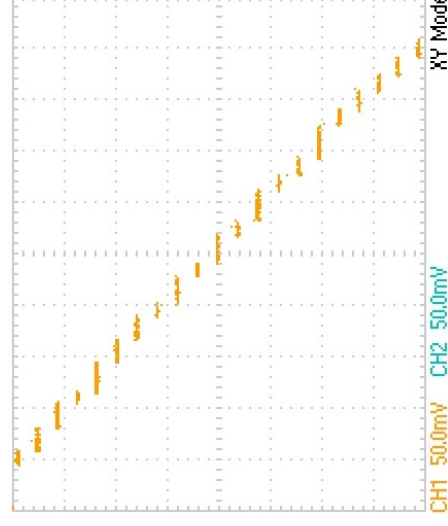
(c) $f_{in} = 0, 5\text{Hz}$
 $V_{out} = f(t)$ (CH1), $V_{in} = f(t)$ (CH2)



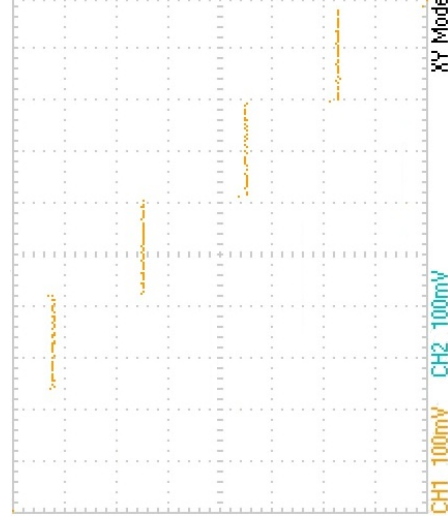
(e) $f_{in} = 0, 5\text{Hz}$
 $V_{out} = f(t)$ (CH1), $V_{in} = f(t)$ (CH2)



(b) $f_{in} = 0, 5\text{Hz}$
 $V_{out} = f(V_{in})$



(d) $f_{in} = 0, 5\text{Hz}$
 $V_{out} = f(V_{in})$



(f) $f_{in} = 0, 5\text{Hz}$
 $V_{out} = f(V_{in})$

Figure 6: Data-flow graphs for Problem III

On introduit ainsi un erreur de quantification comprise entre $-\frac{1}{2} \frac{V_{ref}}{2^8}$ et $+\frac{1}{2} \frac{V_{ref}}{2^8}$.

Échantillonnage.