Klausur Mathematik 1, Teil Lineare Algebra

Name: **«Name», «Vorname»**

Matrikel-Nr.: **«MatrikelNr»**

Studiengang: **«Studiengang»**

Aufgabenblatt nicht vor Beginn der Klausur umdrehen!

Prüfer: Prof. Dr. Martin Hulin
Dauer: 90 Minuten gesamt, Lineare Algebra ca. 45 Minuten
Datum: 22. Januar 2001
Hilfsmittel: Alles ohne programmierbare Taschenrechner
Kennzahlen: 1865, 1400

Dokumentieren Sie Ihren Lösungsweg durch Angabe aller Zwischenschritte (außer bei den multiple choice Fragen), sonst gibt es keine Punkte!

Soweit möglich, lösen Sie die Aufgaben bitte direkt auf dem Aufgabenblatt.

Rückseiten sind bedruckt!

Bewertung:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					
Summe					

Aufgaben **(Punkte)**

1. Gegeben sind die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. **(8)**

a) Berechnen Sie das Skalarprodukt der beiden Vektoren.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

b) Berechnen Sie die Länge der beiden Vektoren.

$$\left|\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right| = \qquad\qquad \left|\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right| =$$

c) Berechnen Sie mit den Ergebnissen von a) und b) den Winkel zwischen den beiden Vektoren.

2. Bei einer Abbildung $\beta : \mathsf{R}^2 \to \mathsf{R}^2$ ist gegeben: $\beta(\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ und

$\beta(\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}) = \beta(2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 20 \\ 12 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. Kreuzen Sie die richtige Antwort an! **(2)**

☐ Die Abbildung β ist linear.

☐ Die Abbildung β ist quadratisch.

☐ Die Abbildung β ist nicht linear.

☐ Auf Grund der angegebenen Information kann nicht eindeutig entschieden werden, ob β linear ist.

3. Gegeben sind die drei Vektoren $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$ des $\mathbb{R}^3$ **(6)**

a) Berechnen Sie die Determinante $\begin{vmatrix} 1 & 6 & -2,5 \\ 2 & 0 & -5 \\ -2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$, in der die Vektoren $\vec{v}$, $\vec{w}$ und $\vec{u}$ die Spalten bilden.

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & -2,5 \\ 2 & 0 & -5 \\ -2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

b) Folgern Sie aus dem Ergebnis bei a) mit kurzer Begründung, ob die Vektoren $\vec{v}$, $\vec{w}$ und $\vec{u}$ linear abhängig oder linear unabhängig sind.

4. Die komplexe Gleichung $z^4 + \dfrac{(-2-3i)+(2+i)}{1+i} = 0$ soll nach z aufgelöst werden. **(10)**

a) Berechnen Sie dazu zunächst $\dfrac{(-2-3i)+(2+i)}{1+i}$; Ergebnis in Exponentialform.

b) Ermitteln Sie nun alle Lösungen der obigen Gleichung.

5. Gegeben ist die lineare Abbildung $\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix} \vec{x}$. **(10)**

a) Berechnen Sie die Menge aller Vektoren, die auf $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}$ abgebildet werden.

b) Ist $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor von α? Wenn ja, wie lautet der zugehörige Eigenwert?

c) Ist $\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 16 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor von α? Wenn ja, wie lautet der zugehörige Eigenwert?