Lösung Klausur Mathematik 1, Lineare Algebra 24.1.2000

Prüfer: Martin Hulin, Fachhochschule Ravensburg-Weingarten

Lösungen (Achtung siehe hinten: Umfrage)

1) Sei $a \in \mathbf{R}$ ein reeller Parameter, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}$ Vektoren und $P = (10;0;1)$ und $Q = (a;0;5)$ zwei Punkte des $\mathbb{R}^3$.

a) Geben Sie die Gerade durch den Punkt P mit der Richtung v sowie die Gerade durch Q mit der Richtung w als Punktmengen an (Geradengleichung)! **(3 P)**

$$g_1 = \left\{ \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R} \right\}, \; g_2 = \left\{ \vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R} \right\}$$

b) Geben Sie die Gleichung für die Bestimmung des Schnittpunkts der beiden Geraden an. **(2 P)**

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}$$

c) Bestimmen Sie den Parameter a so, dass sich die beiden Geraden schneiden! (Alle Berechnungsschritte angeben!) **(4 P)**

Eine Vektorgleichung entspricht 3 skalaren Gleichungen, eine pro Zeile.

$$\begin{array}{lccccccc}
(1) & a & - & 10k & & & = & 10 \\
(2) & & & -20k & + & 50r & = & 0 \\
(3) & & & & & 10r & = & -4
\end{array}$$

Aus (3): $r = -\frac{4}{10}$; einsetzen in (2): $-20k + 50\frac{-4}{10} = 0 \Rightarrow k = \frac{20}{-20} = -1$;
einsetzen in (1): $a = 10 + 10k = 10 - 10 = 0$. Der Parameter a muss zu 0 gewählt werden.

d) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts, wenn a so gewählt wird, wie in Aufgabenteil c) bestimmt. **(2 P)**

$\vec{s} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \\ 1 \end{pmatrix}$. Der Punkt $S = (0;-20;1)$ ist der Schnittpunkt beider Geraden

e) Berechnen Sie einen Vektor $\vec{x}$, der senkrecht auf v und w steht und dessen Länge der Fläche des von v und w gebildeten Parallelogramms entspricht. Außerdem sollen v, w und $\vec{x}$ in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden. **(3 P)**

$\vec{x} = \vec{v} \times \vec{w} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \cdot 10 - 0 \cdot 50 \\ 0 \cdot 0 - 10 \cdot 10 \\ 10 \cdot 50 - 20 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \\ -100 \\ 500 \end{pmatrix}$ erfüllt die geforderten Bedingungen laut Definition des Kreuzprodukts.

2) Nur die folgende Aussage ist wahr. **(4 P)**

Ein direkter Größenvergleich von $2i$ und $e^{i\frac{\pi}{2}}$ ist nicht möglich.

Die richtige Begründung lautet

 kann nicht angeordnet werden kann, da $i > 0$ zu einem Widerspruch führt.

3) Berechnen Sie folgenden komplexen Ausdruck: **(6 P)**

$$(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i+e^{i\frac{2}{3}\pi})\cdot i\cdot\sqrt{2}=(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i+\cos\frac{2}{3}\pi+i\sin\frac{2}{3}\pi)\cdot i\cdot\sqrt{2}=$$

$$(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i-\cos\frac{1}{3}\pi+i\sin\frac{1}{3}\pi)\cdot i\cdot\sqrt{2}=(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot i\cdot\sqrt{2}=$$

$$\sqrt{3}\cdot i\cdot i\cdot\sqrt{2}=i^2\sqrt{6}=-\sqrt{6}$$

4) Herr Krösus möchte sein Kapital von 110.000 DM in Fonds anlegen. Er hat sich drei Fonds herausgesucht: Adabas, Unitrust, und Agofond. Diese Fonds investieren in Aktien, Industrieanleihen und Staatsanleihen. In der folgenden Tabelle ist abzulesen, wie viel DM pro Stück eines Fonds (Wert eines Stücks sind 100 DM) in den jeweiligen Anlageformen investiert wird. Die erste Zeile ist z. B. zu lesen: Bei einem Stück mit 100 DM Wert hat die Fondverwaltung von Adabas 80 DM in Aktien, 10 DM in Industrieanleihen und 10 DM in Staatsanleihen angelegt.

	Aktien	Industrieanleihen	Staatsanleihen
Adabas	80	10	10
Unitrust	10	70	20
Agofond	0	10	90

Herr Krösus will eine Aufteilung seines Kapitals in 50.000 DM für Aktien, 23.000 DM für Industrieanleihen und 37.000 DM für Staatsanleihen erreichen. Wie viel Stück muss er von den einzelnen Fonds kaufen, um diese Aufteilung zu erreichen?

Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf, mit dem die Stückzahlen ermittelt werden können. Das Gleichungssystem müssen Sie <u>nicht</u> lösen. **(6 P)**

Die Stücke, die Herr Krösus von den Fonds Adabas, Unitrust, bzw. Agofond, seien mit x_1, x_2 bzw. x_3 bezeichnet. Der Wert an Aktien, den er mit dieser Aufteilung seines Kapitals erhält, beträgt $80x_1 + 10x_2$. Dieser Anteil soll 50000 DM sein. Damit ergibt sich als Gleichung (1): $80x_1 + 10x_2 = 50000$. Analog ergeben sich die Gleichungen (2) bzw. (3) für Industrie- bzw. Staatsanleihen. Insgesamt ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lllllll}
(1) & 80x_1 & + & 10x_2 & & & = & 50000 \\
(2) & 10x_1 & + & 70x_2 & + & 10x_3 & = & 23000 \\
(3) & 10x_1 & + & 20x_2 & + & 90x_3 & = & 37000
\end{array}$$

Umfrage (garantiert anonym)!

Bis jetzt haben erst 38 Teilnehmer der Vorlesung Math1, Lineare Algebra an der Beurteilung der Vorlesung teilgenommen. Wer noch nicht teilgenommen hat, soll doch bitte bis 31.1.2000 seine Beurteilung durchführen. Öffnen Sie dazu einen Internet-Browser (z. B. Netscape) und geben Sie als URL (WWW-Adresse) ein:

http://inquiry.fh-weingarten.de/usr29/f356.html

Beantworten Sie dann die Fragen und schicken den Fragebogen ab (Klick auf Schaltfläche). Es bedeuten 1 = sehr gut, trifft vollständig zu, Ja; 5 = mangelhaft, trifft nicht zu, Nein.