

Name: _____ Matrikel-Nr. _____ Studiengang: ☐ TM ☐ AI

Klausur Mathematik 1, Aufgabenblatt Lineare Algebra

24.1.2000

Prüfer: Martin Hulin, Fachhochschule Ravensburg-Weingarten

Dauer: 90 Minuten (einschließlich Analysis)

Hilfsmittel: Formelsammlung, Taschenrechner ohne Grafikanzeige oder automatischer
Berechnung von Wertetabellen

Punktangaben ohne Gewähr

Aufgaben

1) Sei $a \in \mathbf{R}$ ein reeller Parameter, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}$ Vektoren und

$P = (10; 0; 1)$ und $Q = (a; 0; 5)$ zwei Punkte des \mathbb{R}^3 .

- Geben Sie die Gerade durch den Punkt P mit der Richtung \vec{v} sowie die Gerade durch Q mit der Richtung \vec{w} als Punktmengen an (Geradengleichung)! (3 P)
- Geben Sie die Gleichung für die Bestimmung des Schnittpunkts der beiden Geraden an. (2 P)
- Bestimmen Sie den Parameter a so, dass sich die beiden Geraden schneiden! (Alle Berechnungsschritte angeben!) (4 P)
- Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts, wenn a so gewählt wird, wie in Aufgabenteil c) bestimmt. (2 P)
- Berechnen Sie einen Vektor \vec{x} , der senkrecht auf \vec{v} und \vec{w} steht und dessen Länge der Fläche des von \vec{v} und \vec{w} gebildeten Parallelogramms entspricht. Außerdem sollen \vec{v} , \vec{w} und \vec{x} in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden. (3 P)

2) Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Kreuzen Sie sie an! (4 P)

- ☐ $2i > e^{i\frac{\pi}{2}}$
- ☐ $2i < e^{i\frac{\pi}{2}}$
- ☐ $2i \neq e^{i\frac{\pi}{2}}$ wobei \neq das spezielle Größer-Zeichen für die komplexen Zahlen ist.
- ☐ $2i \neq e^{i\frac{\pi}{2}}$ wobei \neq das spezielle Kleiner-Zeichen für die komplexen Zahlen ist.
- ☐ $2i = e^{i\frac{\pi}{2}}$
- ☐ $2i \approx e^{i\frac{\pi}{2}}$, wobei \approx bedeutet, dass der Unterschied der beiden Zahlen kleiner als 5% ist.
- ☐ Ein direkter Größenvergleich von $2i$ und $e^{i\frac{\pi}{2}}$ ist nicht möglich.

Kreuzen Sie die richtige Begründung an!

- ☐ $2i$ ist das doppelte von $e^{i\frac{\pi}{2}}$.
- ☐ i kann nicht angeordnet werden kann, da $i > 0$ zu einem Widerspruch führt.
- ☐ $2 > 1$ und bei Multiplikation mit i kehrt sich das Ungleichheitszeichen um.
- ☐ $e^{i\frac{\pi}{2}} = 2 \cos \frac{\pi}{2} + 2i \sin \frac{\pi}{2} = 2i$
- ☐ $|2i - e^{i\frac{\pi}{2}}| < 0,05 \cdot |2i|$

3) Berechnen Sie folgenden komplexen Ausdruck:

(6 P)

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + e^{i\frac{2}{3}\pi}\right) \cdot i \cdot \sqrt{2}$$

Welche der unten aufgeführten Lösungen ist richtig? Kreuzen Sie sie an!

Fügen Sie auf alle Fälle Ihre Berechnung bei!

☐

$1+i$

☐

$\frac{1}{2}i$

☐

$-\frac{1}{2}i$

☐

$\sqrt{6}$

☐

$-\sqrt{6}$

☐

$\sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{2}}$

☐

$-\sqrt{6} + i\sqrt{2}$

☐

anderes Ergebnis: bitte geben Sie das Ergebnis und Ihre Rechnung an!

- 4) Herr Krösus möchte sein Kapital von 110.000 DM in Fonds anlegen. Er hat sich drei Fonds herausgesucht: Adabas, Unitrust, und Agofond. Diese Fonds investieren in Aktien, Industrieanleihen und Staatsanleihen. In der folgenden Tabelle ist abzulesen, wie viel DM pro Stück eines Fonds (Wert eines Stücks sind 100 DM) in den jeweiligen Anlageformen investiert wird. Die erste Zeile ist z. B. zu lesen: Bei einem Stück mit 100 DM Wert hat die Fondverwaltung von Adabas 80 DM in Aktien, 10 DM in Industrieanleihen und 10 DM in Staatsanleihen angelegt.

	Aktien	Industrieanleihen	Staatsanleihen
Adabas	80	10	10
Unitrust	10	70	20
Agofond	0	10	90

Herr Krösus will eine Aufteilung seines Kapitals in 50.000 DM für Aktien, 23.000 DM für Industrieanleihen und 37.000 DM für Staatsanleihen erreichen. Wie viel Stück muss er von den einzelnen Fonds kaufen, um diese Aufteilung zu erreichen?

Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf, mit dem die Stückzahlen ermittelt werden können. Das Gleichungssystem müssen Sie nicht lösen.

(6 P)

Tabelle der Cosinus- und Sinusfunktion (für Winkel $> \frac{\pi}{2}$ kann die Tabelle leicht durch Symmetriebetrachtungen fortgesetzt werden):

Winkel	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0