

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
Дисциплина «Дискретная математика»

**Курсовая работа**  
Часть 1  
Вариант 67

Студент  
XXX XXX XXX  
Р31XX

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

Функция  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  принимает значение 1 при  $2 \leq |x_1 1x_5 - x_4 x_2 x_3| \leq 4$  и неопределенное значение при  $|x_1 1x_5 - x_4 x_2 x_3| = 0$ .

## Таблица истинности

№	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_1 1x_5$	$x_4 x_2 x_3$	$x_1 1x_5$	$x_4 x_2 x_3$	$f$
0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	1
1	0	0	0	0	1	3	0	3	0	1
2	0	0	0	1	0	2	4	2	4	1
3	0	0	0	1	1	3	4	3	4	0
4	0	0	1	0	0	2	1	2	1	0
5	0	0	1	0	1	3	1	3	1	1
6	0	0	1	1	0	2	5	2	5	1
7	0	0	1	1	1	3	5	3	5	1
8	0	1	0	0	0	2	2	2	2	d
9	0	1	0	0	1	3	2	3	2	0
10	0	1	0	1	0	2	6	2	6	1
11	0	1	0	1	1	3	6	3	6	1
12	0	1	1	0	0	2	3	2	3	0
13	0	1	1	0	1	3	3	3	3	d
14	0	1	1	1	0	2	7	2	7	0
15	0	1	1	1	1	3	7	3	7	1
16	1	0	0	0	0	6	0	6	0	0
17	1	0	0	0	1	7	0	7	0	0
18	1	0	0	1	0	6	4	6	4	1
19	1	0	0	1	1	7	4	7	4	1
20	1	0	1	0	0	6	1	6	1	0
21	1	0	1	0	1	7	1	7	1	0
22	1	0	1	1	0	6	5	6	5	0
23	1	0	1	1	1	7	5	7	5	1
24	1	1	0	0	0	6	2	6	2	1
25	1	1	0	0	1	7	2	7	2	0
26	1	1	0	1	0	6	6	6	6	d
27	1	1	0	1	1	7	6	7	6	0
28	1	1	1	0	0	6	3	6	3	1
29	1	1	1	0	1	7	3	7	3	1
30	1	1	1	1	0	6	7	6	7	0
31	1	1	1	1	1	7	7	7	7	d

## Аналитический вид

### Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$$

### Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5)$$

# Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

## Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		$Z(f)$
$m_0$	00000	✓	$m_0-m_1$	0000X		$m_0-m_2-m_8-m_{10}$	0X0X0	0000X
$m_1$	00001	✓	$m_0-m_2$	000X0	✓	$m_8-m_{10}-m_{24}-m_{26}$	X10X0	00X01
$m_2$	00010	✓	$m_0-m_8$	0X000	✓	$m_2-m_{10}-m_{18}-m_{26}$	XX010	00X10
$m_8$	01000	✓	$m_1-m_5$	00X01		$m_5-m_7-m_{13}-m_{15}$	0X1X1	0011X
$m_5$	00101	✓	$m_2-m_6$	00X10		$m_{13}-m_{15}-m_{29}-m_{31}$	X11X1	0101X
$m_6$	00110	✓	$m_8-m_{10}$	010X0	✓	$m_7-m_{15}-m_{23}-m_{31}$	XX111	1001X
$m_{10}$	01010	✓	$m_2-m_{10}$	0X010	✓			11X00
$m_{18}$	10010	✓	$m_2-m_{18}$	X0010	✓			01X11
$m_{24}$	11000	✓	$m_8-m_{24}$	X1000	✓			10X11
$m_7$	00111	✓	$m_6-m_7$	0011X				1110X
$m_{11}$	01011	✓	$m_5-m_7$	001X1	✓			0X0X0
$m_{19}$	10011	✓	$m_{10}-m_{11}$	0101X				X10X0
$m_{28}$	11100	✓	$m_5-m_{13}$	0X101	✓			XX010
$m_{13}$	01101	✓	$m_{18}-m_{19}$	1001X				0X1X1
$m_{26}$	11010	✓	$m_{24}-m_{26}$	110X0	✓			X11X1
$m_{15}$	01111	✓	$m_{24}-m_{28}$	11X00				XX111
$m_{23}$	10111	✓	$m_{18}-m_{26}$	1X010	✓			
$m_{29}$	11101	✓	$m_{10}-m_{26}$	X1010	✓			
$m_{31}$	11111	✓	$m_{13}-m_{15}$	011X1	✓			
			$m_{11}-m_{15}$	01X11				
			$m_7-m_{15}$	0X111	✓			
			$m_{19}-m_{23}$	10X11				
			$m_{28}-m_{29}$	1110X				
			$m_7-m_{23}$	X0111	✓			
			$m_{13}-m_{29}$	X1101	✓			
			$m_{29}-m_{31}$	111X1	✓			
			$m_{23}-m_{31}$	1X111	✓			
			$m_{15}-m_{31}$	X1111	✓			

## Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1		
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	
		0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	
		0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	
		0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	
		0	1	2	5	6	7	10	11	15	18	19	23	24	28	29	
A	0000X	X	X														
B	00X01		X		X												
C	00X10			X		X											
D	0011X					X	X										
E	0101X							X	X								
F	1001X										X	X					
G	11X00													X	X		
H	01X11								X	X							
I	10X11											X	X				
J	1110X														X	X	
K	0X0X0	X		X				X									
L	X10X0							X						X			
M	XX010			X				X			X						
N	0X1X1				X		X			X							
O	X11X1									X							X
P	XX111						X			X			X				

Ядро покрытия:

$$T = \{\}$$

Таблица упрощению не подлежит

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (A \vee K) (A \vee B) (C \vee K \vee M) (B \vee N) (C \vee D) (D \vee N \vee P) (E \vee K \vee L \vee M) (E \vee H) (H \vee N \vee O \vee P) (F \vee M) (F \vee I) (I \vee P) (G \vee L) (G \vee J) (J \vee O)$$

Приведем выражение в ДНФ. Достаточно рассмотреть термы наименьшего порядка, только они могут соответствовать минимальным покрытиям.

$$Y = ABCDEFGJLP \vee ABCDEFGOP \vee ABCDEFJLP \vee ABCFHJLP \vee ABDEGIMON \vee ABDGHIJMV \vee ABDGHIMON \vee ABDHIJLMN \vee ACEFGIJO \vee ACEFGINO \vee ACEFGJNP \vee ACEFGNOP \vee ACEFIJLN \vee ACEFJLNP \vee ACEGIJMN \vee ACEGIMNO \vee ACEIJLMN \vee ACFHIJLN \vee ACFHJLNP \vee ACGHIJMN \vee ACGHIMNO \vee ACHIJLMN \vee ADEGIJMN \vee ADEGIMNO \vee ADEIJLMN \vee ADGHIJMN \vee ADGHIMNO \vee ADHIJLMN \vee BCEFGJKP \vee BCEFGKOP \vee BCEFJKLP \vee BCFGHJKP \vee BCFGHKOP \vee BCFHJLNP \vee BDEFGIKO \vee BDEFGJKP \vee BDEFGKOP \vee BDEFJLNP \vee BDEGIKMO \vee BDFGHIJK \vee BDFGHIKO \vee BDFGHJKP \vee BDFGHKOP \vee BDFHIJKL \vee BDFHJKLP \vee BDGHIJKM \vee BDGHIKMO \vee BDHIJKLM \vee \dots$$

... (термы высших порядков)

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ E \\ F \\ G \\ J \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 1110X \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_1^a = 31$$

$$S_1^b = 39$$

$$C_2 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ E \\ F \\ G \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ X11X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_2^a = 30$$

$$S_2^b = 38$$

$$C_3 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ E \\ F \\ J \\ L \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 1110X \\ X10X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_3^a = 30$$

$$S_3^b = 38$$

$$C_4 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ F \\ H \\ J \\ L \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_4^a = 30$$

$$S_4^b = 38$$

$$C_5 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ E \\ G \\ I \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ XX010 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_5^a = 30$$

$$S_5^b = 38$$

$$C_6 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ G \\ H \\ I \\ J \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0011X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ XX010 \end{matrix} \right\}$$

$$S_6^a = 31$$

$$S_6^b = 39$$

$$C_7 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ G \\ H \\ I \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0011X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ XX010 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_7^a = 30$$

$$S_7^b = 38$$

$$C_8 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ H \\ I \\ J \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0011X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ XX010 \end{matrix} \right\}$$

$$S_8^a = 30$$

$$S_8^b = 38$$

$$C_9 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ G \\ I \\ J \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ 1110X \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_9^a = 31$$

$$S_9^b = 39$$

$$C_{10} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ G \\ I \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{10}^a = 30$$

$$S_{10}^b = 38$$

$$C_{11} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ G \\ J \\ N \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 1110X \\ 0X1X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{11}^a = 30$$

$$S_{11}^b = 38$$

$$C_{12} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ G \\ N \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{12}^a = 29$$

$$S_{12}^b = 37$$

$$C_{13} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ I \\ J \\ L \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 10X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{13}^a &= 30 \\ S_{13}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{14} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ J \\ L \\ N \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 1110X \\ X10X0 \\ 0X1X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{14}^a &= 29 \\ S_{14}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{15} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ I \\ J \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ 1110X \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{15}^a &= 30 \\ S_{15}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{16} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ I \\ M \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ XX010 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{16}^a &= 29 \\ S_{16}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{17} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ I \\ J \\ L \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 10X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{17}^a &= 29 \\ S_{17}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{18} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ I \\ J \\ L \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 1001X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{18}^a &= 30 \\ S_{18}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{19} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ J \\ L \\ N \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ 0X1X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{19}^a &= 29 \\ S_{19}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{20} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ J \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{20}^a &= 30 \\ S_{20}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{21} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ M \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ XX010 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{21}^a &= 29 \\ S_{21}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{22} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ H \\ I \\ J \\ L \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{22}^a &= 29 \\ S_{22}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{23} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ E \\ G \\ I \\ J \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ 1110X \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{23}^a &= 30 \\ S_{23}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{24} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ E \\ G \\ I \\ M \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ XX010 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{24}^a &= 29 \\ S_{24}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{25} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ E \\ I \\ J \\ L \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0011X \\ 0101X \\ 10X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{25}^a = 29$$

$$S_{25}^b = 37$$

$$C_{26} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ G \\ H \\ I \\ J \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0011X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{26}^a = 30$$

$$S_{26}^b = 38$$

$$C_{27} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ G \\ H \\ I \\ M \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0011X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ XX010 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{27}^a = 29$$

$$S_{27}^b = 37$$

$$C_{28} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ H \\ I \\ J \\ L \\ M \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0011X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X10X0 \\ XX010 \\ 0X1X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{28}^a = 29$$

$$S_{28}^b = 37$$

$$C_{29} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ G \\ J \\ K \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{29}^a = 30$$

$$S_{29}^b = 38$$

$$C_{30} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ G \\ K \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X0X0 \\ X11X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{30}^a = 29$$

$$S_{30}^b = 37$$

$$C_{31} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ J \\ K \\ L \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ X10X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{31}^a = 29$$

$$S_{31}^b = 37$$

$$C_{32} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ F \\ G \\ H \\ J \\ K \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{32}^a = 30$$

$$S_{32}^b = 38$$

$$C_{33} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ F \\ G \\ H \\ K \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 0X0X0 \\ X11X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{33}^a = 29$$

$$S_{33}^b = 37$$

$$C_{34} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ F \\ H \\ J \\ K \\ L \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ X10X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{34}^a = 29$$

$$S_{34}^b = 37$$

$$C_{35} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ G \\ I \\ K \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ 0X0X0 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{35}^a = 30$$

$$S_{35}^b = 38$$

$$C_{36} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ G \\ J \\ K \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{36}^a = 30$$

$$S_{36}^b = 38$$

$$C_{37} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ G \\ K \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X0X0 \\ X11X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{37}^a &= 29 \\ S_{37}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{38} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ J \\ K \\ L \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ X10X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{38}^a &= 29 \\ S_{38}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{39} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ I \\ K \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 10X11 \\ 0X0X0 \\ XX010 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{39}^a &= 29 \\ S_{39}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{40} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \\ I \\ J \\ K \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{40}^a &= 31 \\ S_{40}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{41} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 0X0X0 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{41}^a &= 30 \\ S_{41}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{42} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \\ J \\ K \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{42}^a &= 30 \\ S_{42}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{43} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \\ K \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 0X0X0 \\ X11X1 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{43}^a &= 29 \\ S_{43}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{44} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ K \\ L \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ X10X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{44}^a &= 30 \\ S_{44}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{45} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ J \\ K \\ L \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ X10X0 \\ XX111 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{45}^a &= 29 \\ S_{45}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{46} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ G \\ H \\ I \\ J \\ K \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ XX010 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{46}^a &= 30 \\ S_{46}^b &= 38 \end{aligned}$$

$$C_{47} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ G \\ H \\ I \\ K \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 0X0X0 \\ XX010 \\ X11X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{47}^a &= 29 \\ S_{47}^b &= 37 \end{aligned}$$

$$C_{48} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ H \\ I \\ J \\ K \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ 0X0X0 \\ X10X0 \\ XX010 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{48}^a &= 29 \\ S_{48}^b &= 37 \end{aligned}$$



Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \\ XX111 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 29$$

$$S^b = 37$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 x_5 \vee x_2 x_3 x_5 \vee x_3 x_4 x_5$$

## Минимизация булевой функции на картах Карно

### Определение МДНФ

		$x_4x_5$			
		00	01	11	10
$x_2x_3$	00	1	1		1
	01		1	1	1
	11		d	1	
	10	d		1	1
		$x_1 = 0$			

		$x_4x_5$			
		00	01	11	10
$x_2x_3$	00			1	1
	01			1	
	11	1	1	d	
	10	1			d
		$x_1 = 1$			

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X1X1 \\ X11X1 \\ XX111 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 29$$

$$S^b = 37$$

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 x_5 \vee x_2 x_3 x_5 \vee x_3 x_4 x_5$$

### Определение МКНФ

		$x_4x_5$			
		00	01	11	10
$x_2x_3$	00			0	
	01	0			
	11	0	d		0
	10	d	0		
		$x_1 = 0$			

		$x_4x_5$			
		00	01	11	10
$x_2x_3$	00	0	0		
	01	0	0		0
	11			d	0
	10		0	0	d
		$x_1 = 1$			

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 10X0X \\ 11X1X \\ 0X100 \\ 011X0 \\ 101X0 \\ X1001 \\ 00011 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 27$$

$$S^b = 34$$

$$f = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

# Преобразование минимальных форм булевой функции

## Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 x_5 \vee x_2 x_3 x_5 \vee x_3 x_4 x_5 \quad S_Q = 37 \quad \tau = 2$$

$$f = x_3 x_5 (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} (\overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_4 \overline{x_5}) \vee \overline{x_3} x_4 (\overline{x_1} x_2 \vee x_1 \overline{x_2}) \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5} \quad S_Q = 32 \quad \tau = 4$$

$$\varphi = x_1 \overline{x_2}$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_1} \vee x_2$$

$$f = x_3 x_5 (\overline{\varphi} \vee x_4) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} (\overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_4 \overline{x_5}) \vee \overline{x_3} x_4 (\overline{x_1} x_2 \vee \varphi) \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5} \quad S_Q = 32 \quad \tau = 5$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = x_3 x_5 (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5} \quad S_Q = 32 \quad \tau = 3$$

## Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) \quad S_Q = 34 \quad \tau = 2$$

$$f = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4 (\overline{x_3} \vee x_5)) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) (\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 30 \quad \tau = 4$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$

$$\overline{\varphi} = x_2 \vee \overline{x_4}$$

$$f = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4 (\overline{x_3} \vee x_5)) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \varphi) (\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{\varphi} \vee x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 30 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = (x_3 \vee \overline{x_5} \vee (\overline{x_2} \vee x_4) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4})) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4 (\overline{x_3} \vee x_5)) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) \quad S_Q = 30 \quad \tau = 4$$

## Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 1$$

## Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = x_3 x_5 (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5} \quad (S_Q = 32, \tau = 3)$$

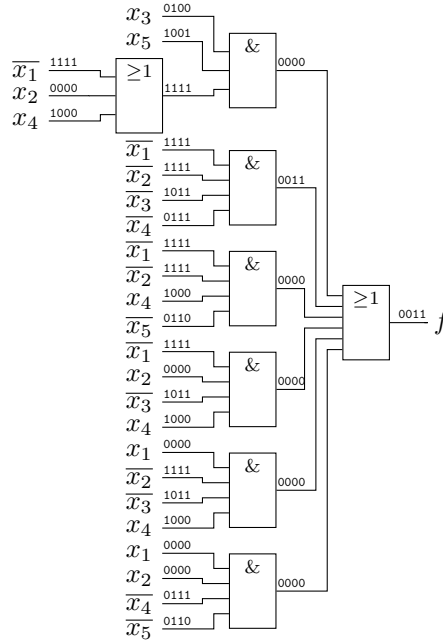
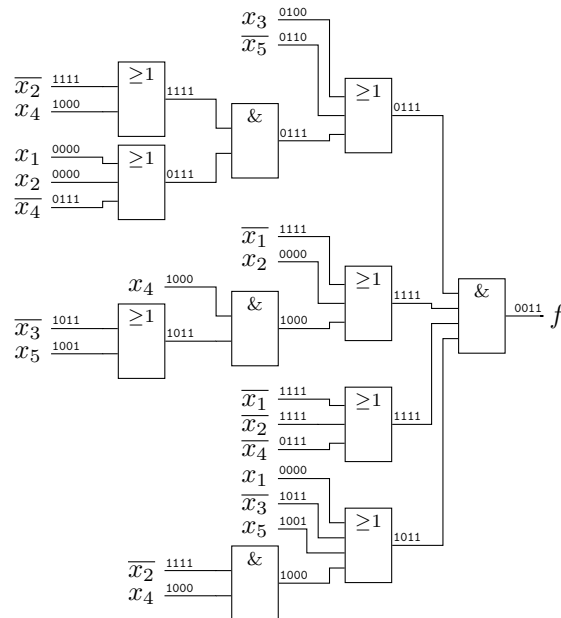


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (x_3 \vee \overline{x_5} \vee (\overline{x_2} \vee x_4)) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4 (\overline{x_3} \vee x_5)) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) \quad (S_Q = 30, \tau = 4)$$



## Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{x_3 x_5 x_1 x_2 x_4 x_1 x_2 x_3 x_4 x_1 x_2 x_4 x_5 x_1 x_2 x_3 x_4 x_1 x_2 x_3 x_4 x_1 x_2 x_4 x_5} \quad (S_Q = 40, \tau = 6)$$

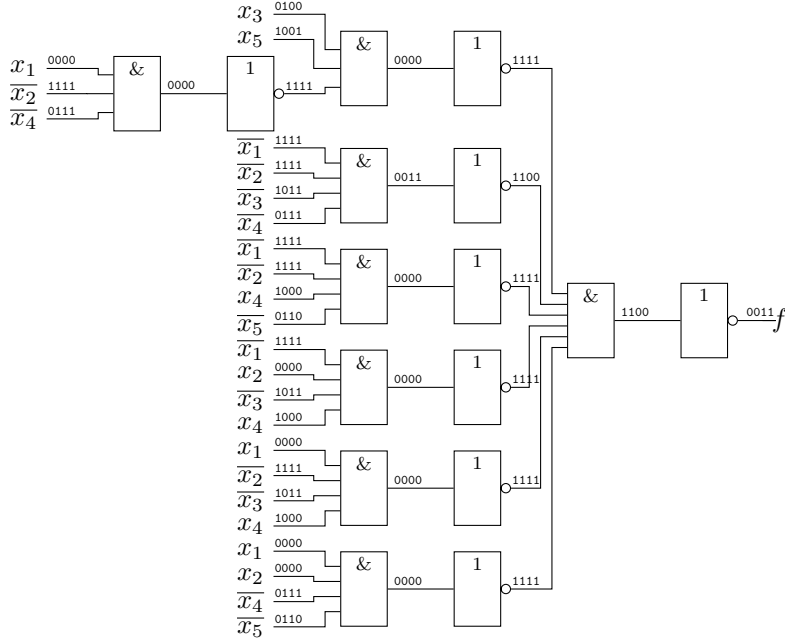
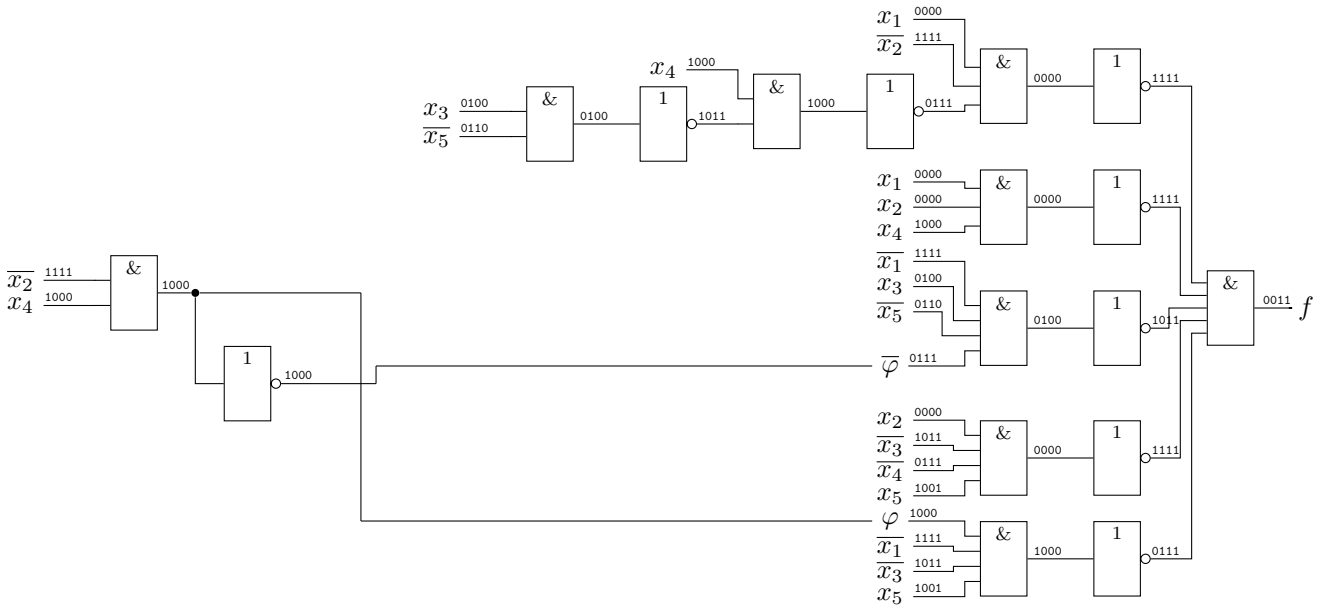


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{x_1 x_2 x_4 x_3 x_5 x_1 x_2 x_4 x_1 x_3 x_5 \varphi x_2 x_3 x_4 x_5 \varphi \overline{x_1} \overline{x_3} x_5} \quad (S_Q = 37, \tau = 7)$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$



## Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

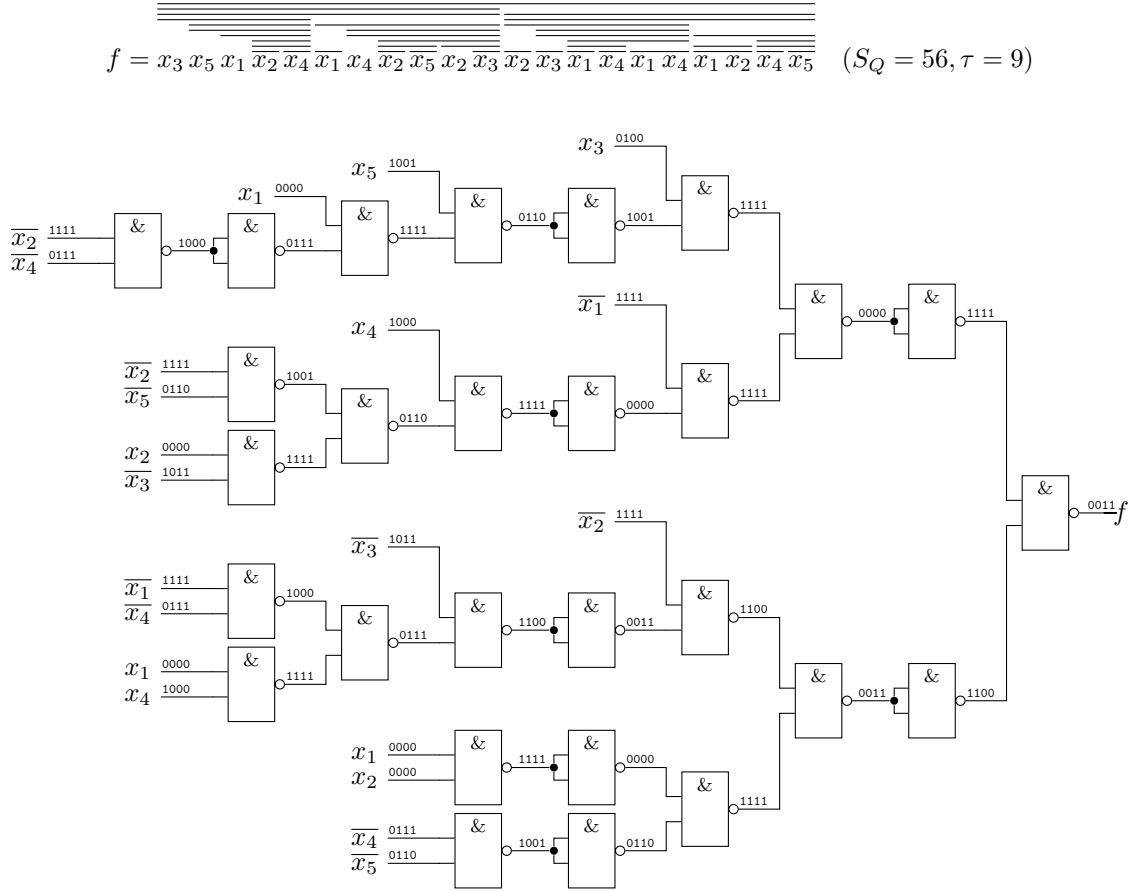


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

