Национальная научно-образовательная корпорация ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Дисциплина: «Математический анализ»

Расчётно-графическая работа по линейной алгебре и аналитической геометрии №2

# Аналитическая геометрия

**Вариант 2**

Выполнили:

Шпак В.В., группа P3109

Казаев Максим, группа P3111

Рубин Михаил, группа P3111

Коваленко Илья группа, P3123

Романенко Михаил, группа P3111

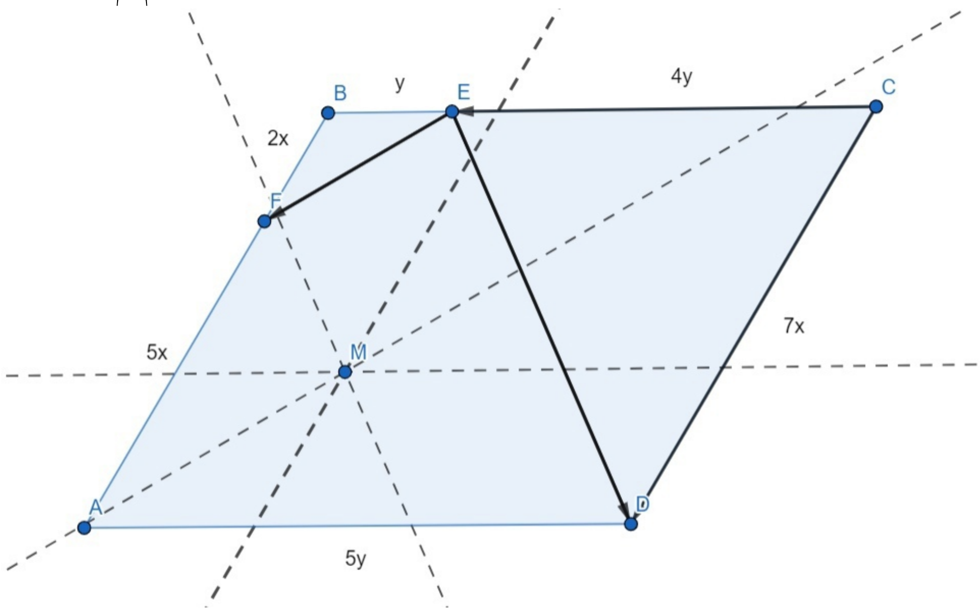
Преподаватель: Правдин Константин Владимирович

Ментор: Кузьмина Анастасия Дмитриевна

Санкт-Петербург

16 декабря 2022г.

# Задание 1




Выразим вектор $\overline{EC}$ и векторы $\overline{EF}$, $\overline{ED}$ через базис $\{\overline{CE}, \overline{CD}\}$

$\overline{EC}$ = - $\overline{CE}$ = (-1;0)

$\overline{EF} = \frac{1}{4}\ \overline{CE} + \frac{2}{7}\overline{CD} = (\frac{1}{4}; \frac{2}{7})$

$\overline{ED} = -\overline{CE} + \overline{CD} = (-1; 1)$

x,y - координаты в СК С, $\overline{CE}$, $\overline{CD}$.

x',y' - координаты в СК E, $\overline{EF}$, $\overline{ED}$

Матрица перехода:

x $\to x'$

x - базис $\{\overline{CF}, \overline{CD}\}$

x' - базис $\{\overline{CE}, \overline{CD}\}$

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -1 \\ \frac{2}{7} & 1 \end{pmatrix}$$

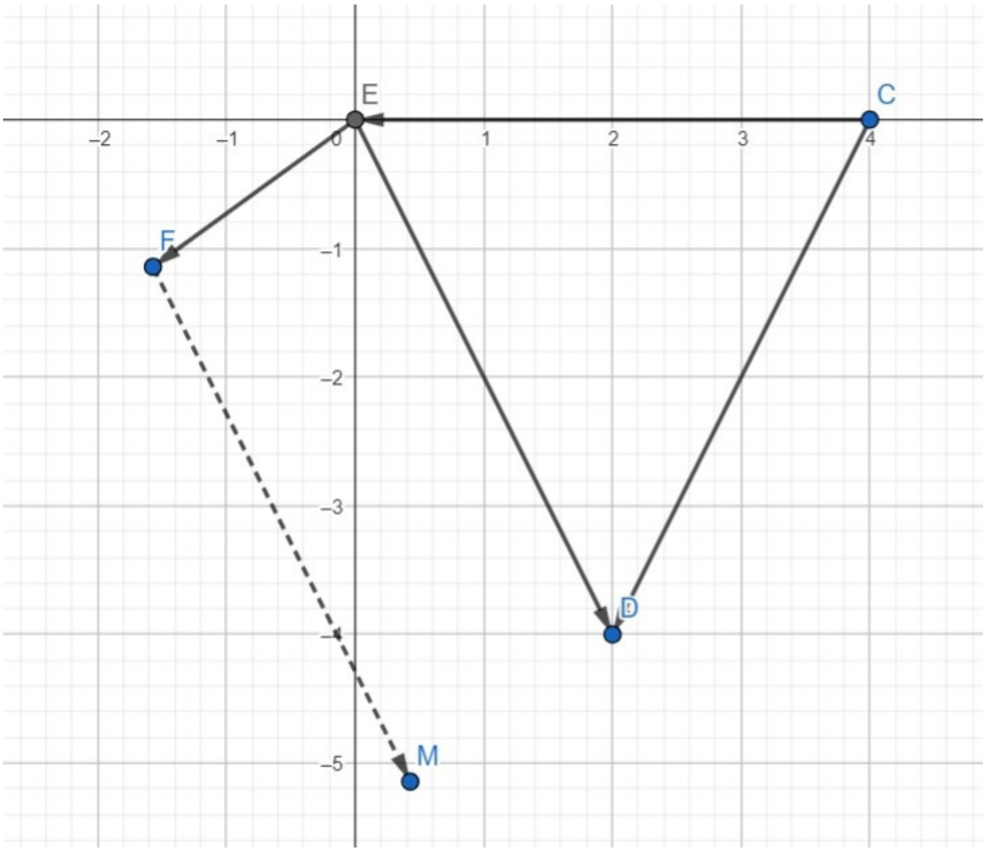
TX' - $\overline{EC}$ = X

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -1 \\ \frac{2}{7} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}x' - y' + 1 \\ \frac{2}{7}x' + y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

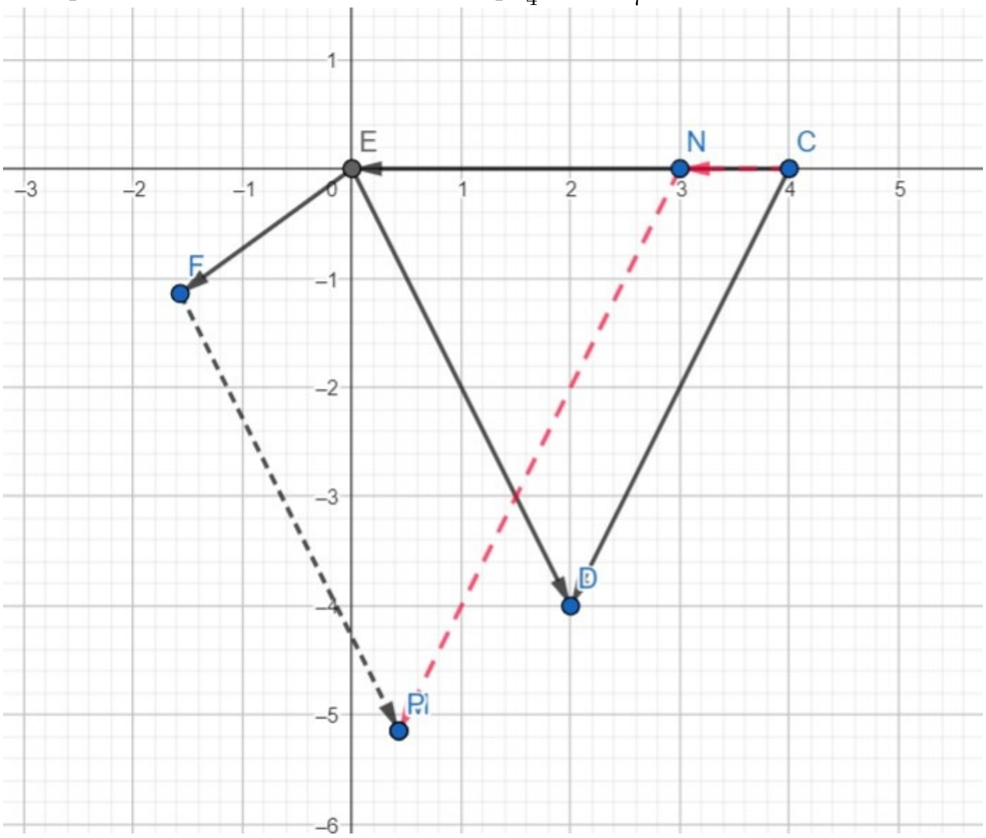
$$\begin{cases} x = \frac{1}{4}x' - y' + 1 \\ y = \frac{2}{7}x' + y' \end{cases}$$

2) Выразим точку M с координатамии (1;1) в базисе E. Тогда в базисе С у нее будут координаты ($\frac{1}{4}$;$\frac{9}{7}$).

Отложим от точки E вектор EF+ED.




Теперь отложим от точки C вектор $\frac{1}{4}CE + \frac{9}{7}CD$




Построение точки M в разных базисах дало один и тот же результат, значит вычисления выполнены верно.

# Задание 2
## Множество 1

1) $40x^2+36xy+25y^2-8x-14y+1=0$ Пусть СК повернута на угол $\alpha$ , тогда

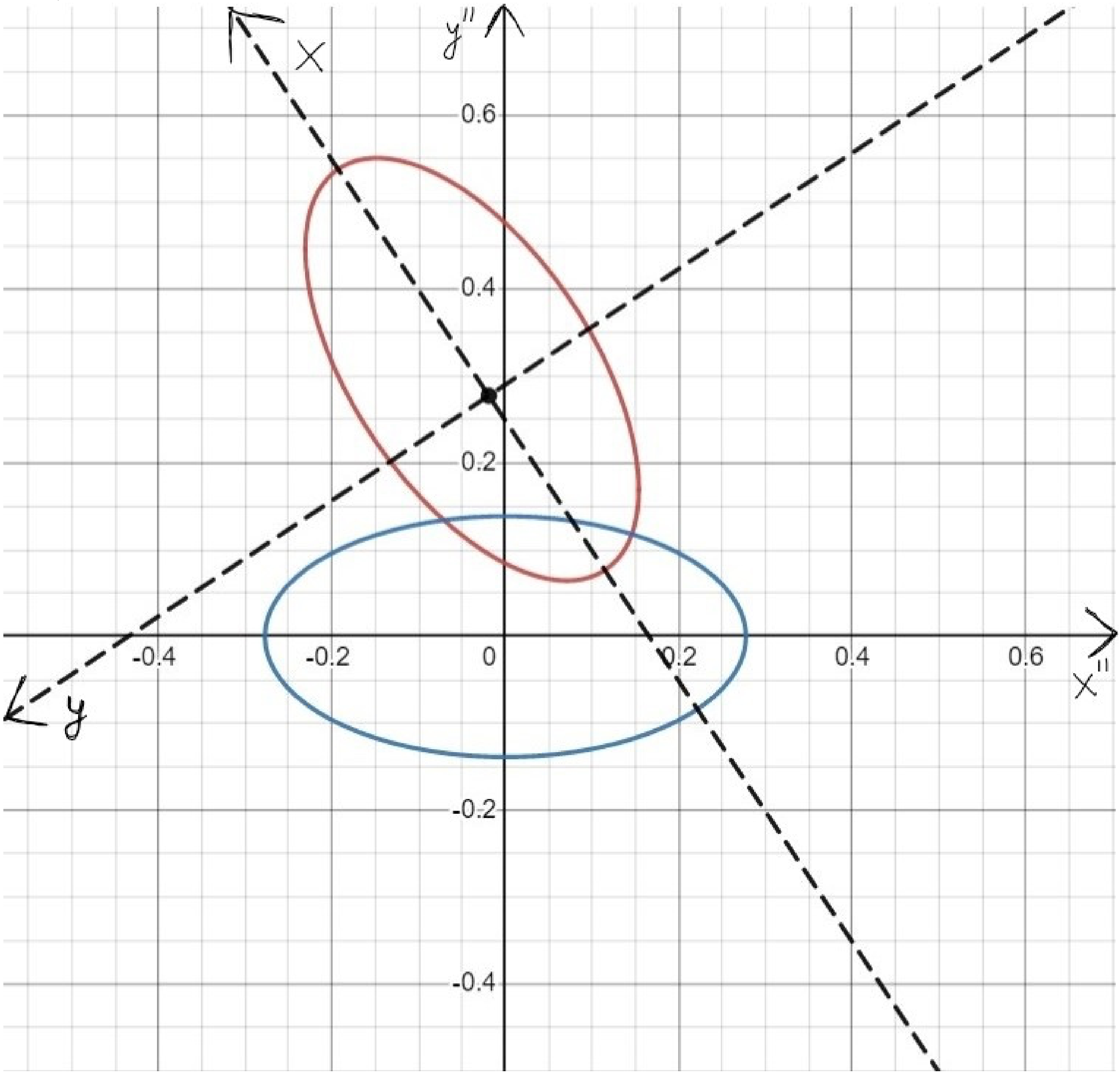
$40(x'\cos\alpha-y'\sin\alpha)^2+36(x'\cos\alpha-y'\sin\alpha)(x'\sin\alpha+y'\cos\alpha)+25(x'\sin\alpha+y'\cos\alpha)^2-8(x'\cos\alpha-y'\sin\alpha)-14(x'\sin\alpha+y'\cos\alpha)+1=0$

$40x'^2\cos^2\alpha+40y'^2sin^2\alpha-80x'y'\sin\alpha\cos\alpha+36x'^2\sin\alpha\cos\alpha+36x'y'\cos^2\alpha-36x'y'\sin^2\alpha-36y'^2\sin\alpha\cos\alpha+25x'^2\sin^2\alpha+25y'^2\cos^2\alpha+50x'y'\sin\alpha\cos\alpha-8x'\cos\alpha+8y'\sin\alpha-14x'\sin\alpha-14y'\cos\alpha+1=0$

$x'^2(40\cos^2\alpha+36\sin\alpha\cos\alpha+25\sin^2\alpha)+y'^2(40\sin^2\alpha-36\sin\alpha\cos\alpha+25\cos^2\alpha)+x'y'(-30\sin\alpha\cos\alpha+36\cos^2\alpha-36\sin^2\alpha)+x'(-8\cos\alpha-14\sin\alpha)+y'(8\sin\alpha-14\cos\alpha)+1=0$

Пусть $36\cos^2\alpha-36\sin^2\alpha-30\sin\alpha\cos\alpha=0$ (Коэффициент при xy)
$6\cos^2\alpha-6\sin^2\alpha-5\sin\alpha\cos\alpha=0$
$6tg^2\alpha+5tg\alpha-6=0$
$(tg\alpha-2/3)(tg\alpha+3/2)=0$ $tg\alpha=\frac{2}{3}$ и $tg\alpha=-\frac{3}{2}$ задают взаимно перпендикулярные направления.
Возьмем $\mathrm{tg}\alpha=-\frac{3}{2}$.
Тогда $\sin\alpha=2/\sqrt{13}$ и $cos\alpha=-2/\sqrt{13}$
$13x'^2+52y'^2-x'2\sqrt{13}-y'4\sqrt{13}+1=0$
$13(x'^2-x'\frac{2}{\sqrt{13}})+52(y'^2-y'\frac{1}{\sqrt{13}})+1=$
$13(x'-\frac{1}{\sqrt{13}})^2+52(y'-\frac{1}{2\sqrt{13}})^2=-1+1+1$
$13x''^2+52''^2=1$
$\frac{x''^2}{1/13}+\frac{y''^2}{1/52}=1$ - уравнение эллипса
Начало новой СК: $0'(\frac{1}{\sqrt{13}};\frac{1}{2\sqrt{13}})$
$x''=x'-\frac{1}{\sqrt{13}},y''=y'-\frac{1}{2\sqrt{13}}$
$a^2=\frac{1}{13},a=\frac{1}{\sqrt{13}}$

2)




[h]

рис.1

Красный эллипс - старая система координат,

Синий эллипс - новая система координат.

3)

$\frac{x''^2}{1/13}+\frac{y''^2}{1/52}=1$ - уравнение эллипса

Эксцентриситет: $\varepsilon=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Директрисы: $x=+-\frac{a}{\varepsilon}=+-\frac{2}{\sqrt{39}}$

Полярное уравнение эллипса:$\rho=\frac{a-\varepsilon c}{1+\varepsilon\cos\varphi}=\frac{1}{4\sqrt{13}+2\sqrt{39}\cos\varphi}$

4)

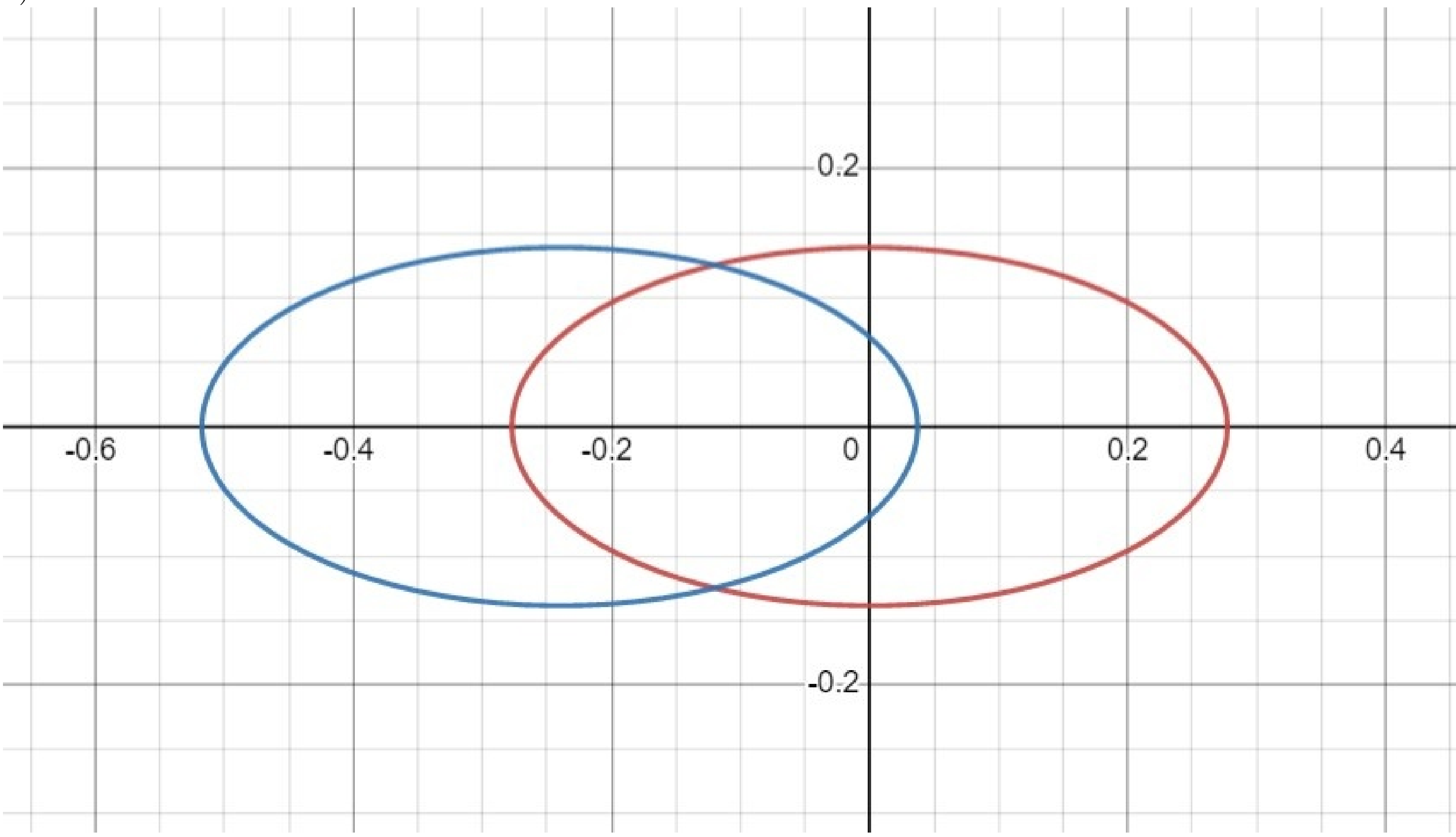



рис.2

Кривые не совпадают, так как в ПСК за начало берется один из фокусов эллипса, а в ДПСК - центр.

5)

Преобразуем уравнение для ДПСК: $\frac{(x''+\sqrt{\frac{3}{52}})^2}{1/13}+\frac{y''^2}{1/52}=1$

Эллипс сдвинется в лево на расстояние $c=\sqrt{\frac{3}{52}}$, тем самым начало координат ДПСК окажется в правом фокусе эллипса.

# Множество 2

Решим уравнение относительно y:

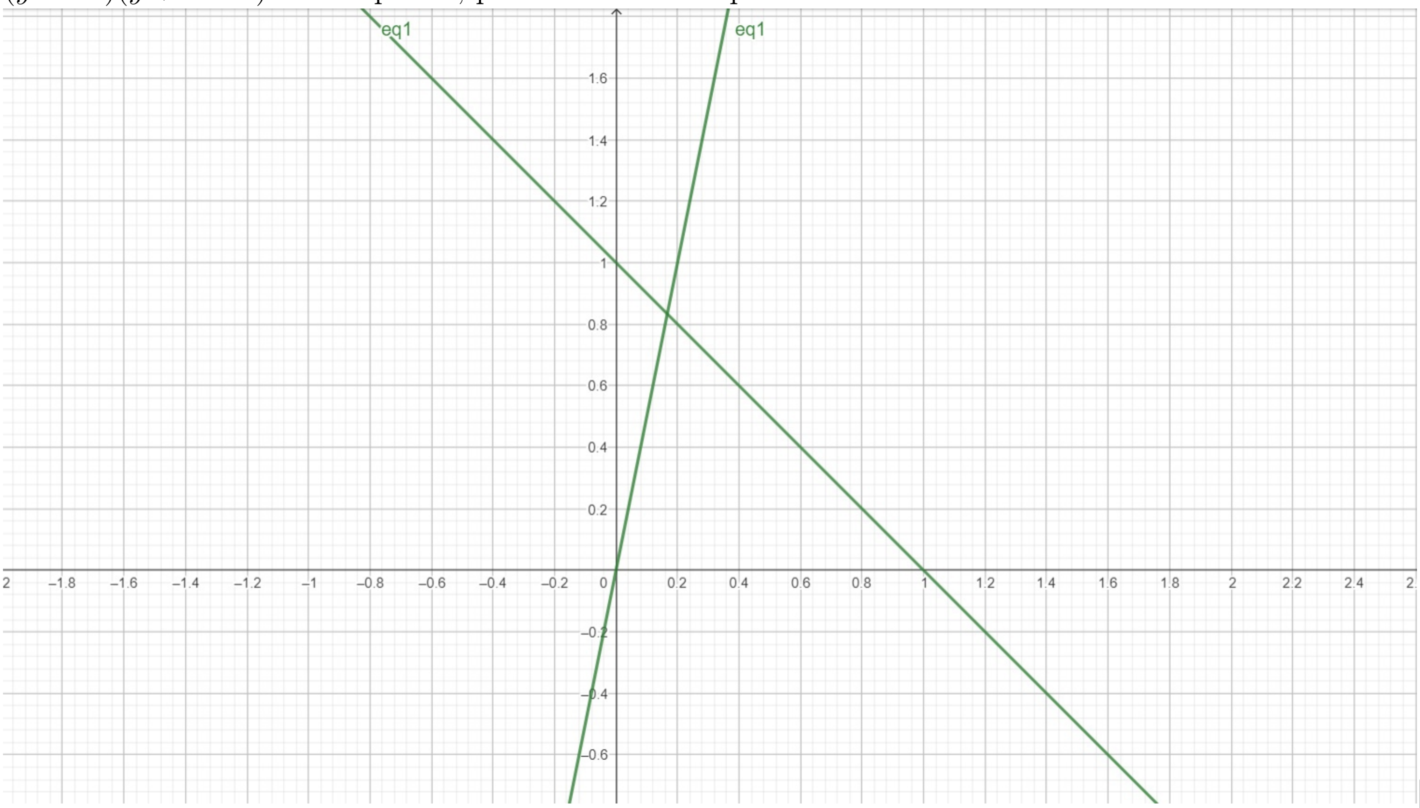
$y^2-4xy-y-5x^2+5x=0$

$D=(4x+1)^2-y(5x-5x^2)=16x^2+8x+8-20x+20x^2=36x^2-12x+1=(6x-1)^2$

$\sqrt{D} = (6x - 1)$

$y_{1,2} = \frac{4x+1+-\sqrt{D}}{2} = -x + 1$

$(y - 5x)(y + x - 1) = 0$ - кривая, распавшаяся на прямые




[h]

рис.3

## Задание 3 Аналитическое задание множества

Определите траекторию и её напрвваление для точки, которая в своём движении остаётся вдвое ближе к точке A(1,0), чем к точке B(4,0).

План:

1) Сделайте иллюстрацию к условию задачи: введите удобную для решения систему координат,

необходимые обозначения, подпишите известные величины и соотношения.

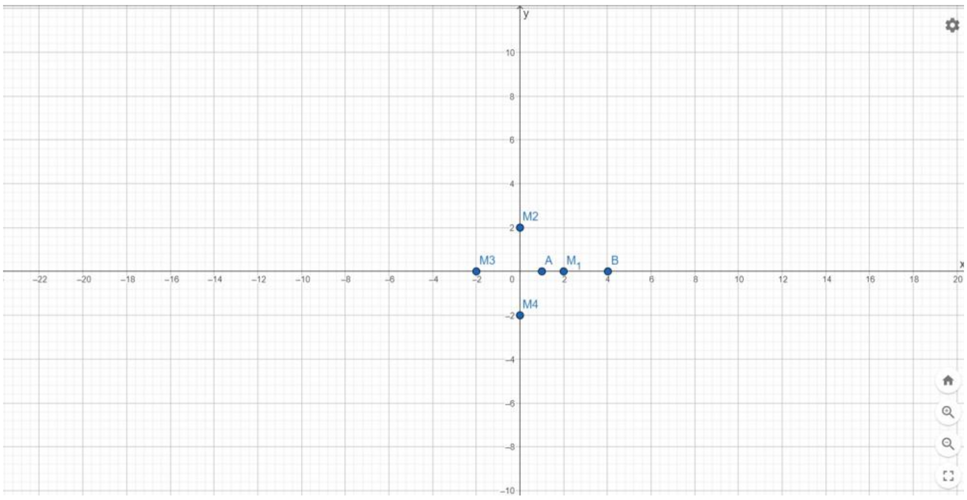
2) Во введенных обозначениях запишите геометрическое свойство множества, для которого

ищется уравнение.

3) Сведите геометрическое свойство к уравнению.

4) Изобразите* множество по его уравнению.

Выполнение:




Пусть имеется точка M(x,y), тогда:

Расстояние от M до A: $\rho_1 = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$

Расстояние от M до B: $\rho_2 = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$

По условию $2\rho_1 = \rho_2$

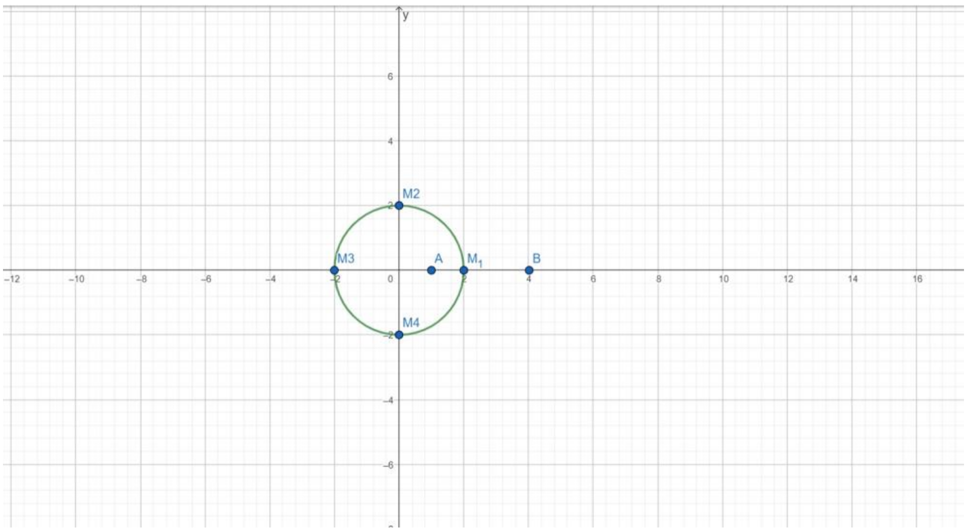
$$\sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$$(x-4)^2 + y^2 = 4(x-1)^2 + 4y^2$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 = 4(x^2 - 2x + 1) + 4y^2$$

$$3y^2 + 3x^2 - 12 = 0$$

$y^2 + x^2 = 4$ - окружность с центром в точке O(0,0) и радусом  r = 2


y
M2
M3
A
M1
B
M4
-12
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
12
14
16