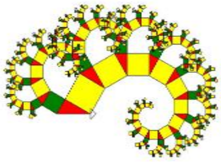


Rekursive Kurven

Information
Kochkurve

Eine häufige Aufgabenstellung in der Computergrafik besteht darin, eine Strecke durch eine vorgegebene Form zu ersetzen. Diese heißt *Grundfigur*. Man erhält so eine neue Kurve. In dieser ersetzt man ebenfalls alle Strecken durch die (verkleinerte) Grundfigur. Man erhält eine neue Kurve. In dieser ersetzt man wieder alle Strecken durch die (verkleinerte) Grundfigur. Man erhält eine neue Kurve. In dieser ersetzt man...
Figuren, welche nach diesem Muster gebildet werden, nennt man KOCH-Kurven. Sie sind nach dem schwedischen Mathematiker Helge von Koch benannt. Er beschäftigte sich um die Jahrhundertwende mit solchen Figuren.

Beispiel
Kochkurve

Ersetze ________ durch .

- Die feste Strecke ________ ist hier die **Basis**.
  Computergrafiker nennen die Basis auch **Initiator**.
- Die Grundfigur , ein Zacken, wirkt als **Rekursionsvorschrift**.
  Diese wird auch **Generator** genannt.

In diesem Beispiel ersetzen wir also zuerst die gegebene Strecke durch einen Zacken. Im nächsten Schritt ersetzen wir jede Strecke der neuen Figur durch proportional verkleinerte Zacken usw.

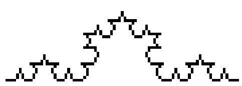
Die folgende Zusammenstellung zeigt dir, wie sich die KOCH-Kurve schrittweise entwickelt.

Initiator: ______________

Der *Generator* bewirkt:  Kurve nach dem 1. Schritt: 

Der *Generator* bewirkt:  Kurve nach dem 2. Schritt: 

Bei jedem Schritt vergrößert sich die *Rekursionstiefe*. Der Initiator hat die Rekursionstiefe 0. Nach dem ersten Generator-Schritt hat die KOCH-Kurve die Rekursionstiefe 1, nach dem zweiten Schritt die Tiefe 2 usw.

______________				
Tiefe 0	Tiefe 1	Tiefe 2	Tiefe 3	...

Aufgabe 1
Kochkurve

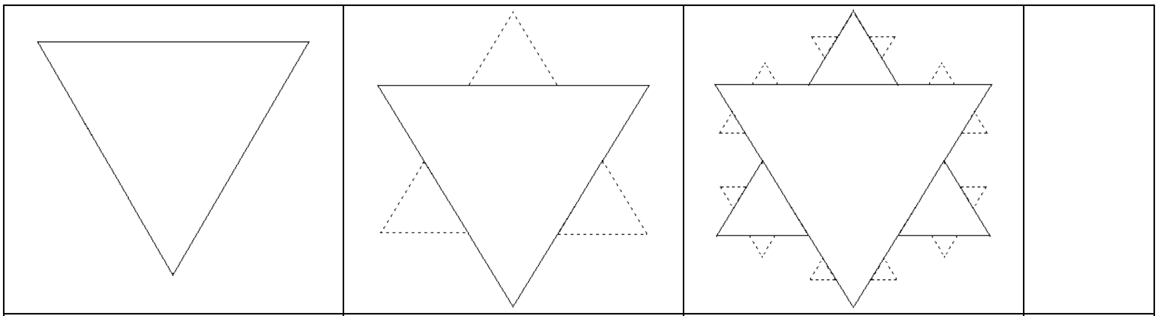
***Erweitere** das vorbereitet Raster um die Funktion zum Zeichnen dieser Kochkurve, indem du eine entsprechende Methode implementierst.*

Quelle: Pythagoras-Baum: http://tanjamunz.de/language/en/portfolio-en/university-of-stuttgart/generalized-pythagoras-trees/

Quelle: Pythagoras-Baum: http://tanjamunz.de/language/en/portfolio-en/university-of-stuttgart/generalized-pythagoras-trees/

Information
Schneeflocke

Die bisherigen Kochkurven waren zwar ganz schön, das Nonplusultra waren sie indes noch keineswegs. Wir nähern uns jetzt nämlich dem ersten Höhepunkt dieses Leitprogramms, den Schneeflockenkurven. Das sind rekursive Kurven, welche die Form einer Schneeflocke annehmen. Die (kleine aber feine) Idee dahinter ist es, mehrere Initiatoren zu einer Figur zusammenzusetzen, etwa zu einem Dreieck.



Tiefe 0	Tiefe 1	Tiefe 2	…

Es wurden also drei Initiatoren zu einem Dreieck zusammengefügt. Dann wurde unser bekanntes Zackenprogramm mit Rekursionstiefe 3 ausgeführt.

Aufgabe 2
Schneeflocke

***Erweitere** das vorbereitet Raster um die Funktion zum Zeichnen der Schneeflocke, indem du eine entsprechende Methode implementierst.*

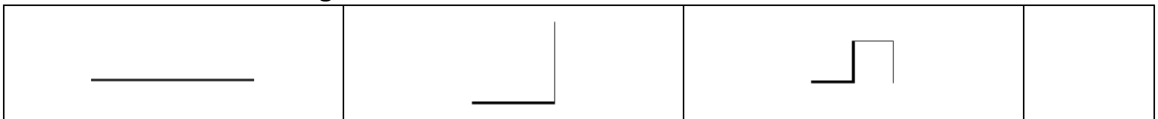
Information
Drachenkurve

Rufen wir uns die Definition der Drachenkurve in Erinnerung:

- Eine Strecke (der ungefaltete Papierstreifen) ist eine Drachenkurve. Diese Strecke ist die Basis. Wir sagen auch: Eine Strecke ist eine Drachenkurve mit der Rekursionstiefe 0.
- Bezeichnen wir mit D eine Drachenkurve. Fügen wir an einem Ende eine Kopie an, und zwar im rechten Winkel, dann entsteht wieder eine Drachenkurve. Für diese zusammengesetzte Kurve führen wir ein Zeichen ein:

D ∢ D ∢ : rechter Winkel

Zu dieser *Rekursionsvorschrift* kommt noch hinzu: Nach jeder Anwendung der Rekursionsvorschrift vergrößert sich die Rekursionstiefe um 1.



Tiefe 0	Tiefe 1	Tiefe 2	…

Wie sieht die Drachenkurve mit der Rekursionstiefe 3 aus?
Die Rekursionsvorschrift sagt uns:

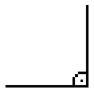
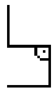
Drachen (3) = Drachen (2) ∢ Drachen (2).

Drachen (2) = Drachen (1) ∢ Drachen (1).

Quelle: Pythagoras-Baum: http://tanjamunz.de/language/en/portfolio-en/university-of-stuttgart/generalized-pythagoras-trees/

Drachen (1) = Drachen (0) Drachen (0)

Aha! - Drachen (0) kennen wir doch. Wir sind bei der Basis angelangt!
Setzen wir in die obige „Rekursionstreppe“ rückwärts ein erhalten wir:

			
Drachen 0	Drachen 1	Drachen 2	Drachen 2

Für das Zeichnen der Drachenkurve entwickeln wir schrittweise ein Programm. Im Folgenden bezeichnen wir die Rekursionstiefe mit t.
Die Frage ist: Wie sieht der allgemeine Drachen (t) aus?

- Falls $t = 0$, dann ist $Drachen\ (t)$: **Basis**
  Der Computer soll also in diesem Fall nur eine Linie zeichnen. Wie lang diese ist, ist vorläufig egal. Bezeichnen wir ihre Länge einfach einmal mit `laenge`.
  Der entsprechende Turtle-Befehl lautet hier: `forward (s)`.
- Sonst ($t > 0$) ist $Drachen\ (t) = Drachen\ (t - 1)\ Drachen\ (t - 1)$
  Vorschrift
  Der Computer muss eine Drachenkurve mit Rekursionstiefe $t - 1$ zeichnen, danach den Zeichenstift um 90° drehen und wieder eine Drachenkurve mit Rekursionstiefe $t - 1$ zeichnen. Die Befehlsfolge dazu lautet:

```
Drachen (t -1) zeichnen
Turn (90)
Drachen (t -1) zeichnen
```

Es gibt jetzt aber noch ein Problem: Wir können die Drachen(t -1) nicht beide Male genau gleich zeichnen lassen! Wieso?
Das auftretende Problem lässt sich leicht durch ein Vorzeichen lösen. Zuerst lassen wir einen „gewöhnlichen“ Drachen ($t - 1$) mit positivem Vorzeichen ($vz = 1$) entstehen. Dann drehen wir um 90° und zeichnen einen Drachen ($t - 1$) mit negativem Vorzeichen ($vz = -1$). Bei diesem kehren wir die Winkel um, was sich auf den Turn-Befehl auswirkt.

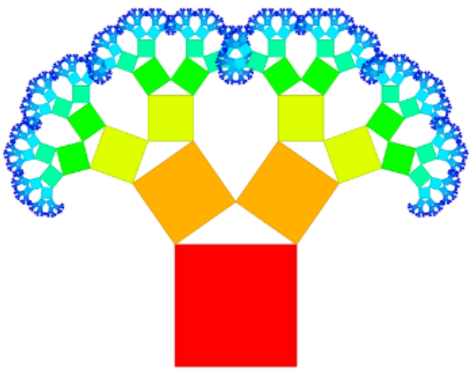
Aufgabe 3
Drachenkurve

Erweitere *das vorbereitet Raster um die Funktion zum Zeichnen der Drachenkurbe, indem du eine entsprechende Methode implementierst.*

Aufgabe 4
Drachenkurve

Auf die folgende Figur ist eine rekursive Kurve. Sie wir der Pythagoras-Baum genannt.

Recherchiere *im Internet nach welchen Regeln dieser erzeugt wird und* ***implementiere*** *eine entsprechende Methode.*



Quelle: Pythagoras-Baum: http://tanjamunz.de/language/en/portfolio-en/university-of-stuttgart/generalized-pythagoras-trees/