

# Gamer

Ragnar Björn Ingvarsson, rbi3

6. nóvember 2024

1

2 Reiknirit fer í tvöfalda lykkju, þá ytri með  $k$  frá 1 til  $n$  og þá innri með  $i$  frá 1 til  $k$ . Inn í lykkjunni eru framkvæmdar  $i$  aðgerðir. Hve margar aðgerðir framkvæmir reikniritið alls?

Við setjum upp í summur:

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^k i$$

Og notum summuformúluna

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad (1)$$

Og þá reiknum við upp úr innri summunni fyrst og fáum

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^k i = \sum_{k=1}^n \frac{k(k+1)}{2} = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k \right)$$

Munum eftir summuformúlu fyrir  $k^2$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (2)$$

Og svo notum við bæði (1) og (2) og fáum loks

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right) = \frac{n(n+1)(2n+1) + 3n(n+1)}{12} \\ &= \frac{n(n+1)(2n+4)}{12} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \end{aligned}$$

□