

Tập thể  
Nhóm L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

Nhóm  
L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

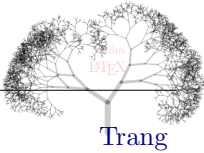
# ĐỀ CƯƠNG TOÁN

7

$\frac{a}{b}$

LƯU HÀNH NỘI BỘ





# MỤC LỤC

<b>PHẦN 1</b>	<b>ĐẠI SỐ</b>	<b>3</b>
A	CƠ SỞ LÝ THUYẾT ĐẠI SỐ	3
B	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	5
1	BÀI TOÁN THỐNG KÊ	5
2	BÀI TOÁN VỀ ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC	22
	Dạng 1. tính giá trị biểu thức đại số	22
	Dạng 2. Bài tập về đơn thức	25
	Dạng 3. Đa thức nhiều biến	27
	Dạng 4. Đa thức một biến	31
	Dạng 5. Tìm nghiệm của đa thức một biến	32
	Dạng 6. Tìm hệ số chưa biết trong đa thức $P(x)$ biết $P(x_0) = a$ .	42
3	BÀI TẬP TỔNG ÔN	44
4	100 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐẠI SỐ TỔNG HỢP	45
<b>PHẦN 2</b>	<b>HÌNH HỌC</b>	<b>53</b>
A	CƠ SỞ LÝ THUYẾT HÌNH HỌC	53
B	MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH	58
C	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	61
	Dạng 1. Các bài toán liên quan đến tam giác cân, tam giác đều	61
	Dạng 2. Bài tập về định lí Pytago và tam giác vuông	64
	Dạng 3. Các bài toán quan hệ giữa các số và bất đẳng thức tam giác	68
	Dạng 4. Đường trung tuyến trong tam giác	74
	Dạng 5. Đường phân giác trong tam giác	77
	Dạng 6. Đường trung trực trong tam giác	79
	Dạng 7. Đường cao trong tam giác	80
	Dạng 8. Đường cao trong tam giác	81
1	BÀI TẬP TỔNG ÔN	83



## 2 100 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐẠI SỐ TỔNG HỢP

109

## D MỘT SỐ ĐỀ LUYỆN GIỮA KÌ II

128

Đề số 1

128

Đề số 2

130

Đề số 3

131

Đề số 4

133

## E MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC CUỐI KÌ II

136

Đề số 1

136

Đề số 2

137

Đề số 3

139

Đề số 4

141

Đề số 5

142

Đề số 6

144

Đề số 7

146

Đề số 8

149

Đề số 9

150

Đề số 10

153

Đề số 11

155

Đề số 12

157

Đề số 13

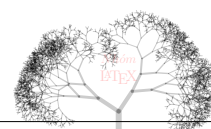
158

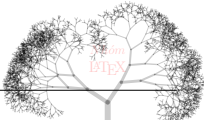
Đề số 14

160

Đề số 15

163





## A. CƠ SỞ LÝ THUYẾT ĐẠI SỐ

**CÂU 1.** Muốn thu thập các số liệu thống kê về một vấn đề cần quan tâm thì người điều tra cần phải làm những công việc gì? Trình bày kết quả thu được theo mẫu những bảng nào?

**Lời giải.**

Muốn thu thập các số liệu thống kê về một vấn đề cần quan tâm thì người điều tra cần phải đến từng đơn vị điều tra để thu thập số liệu. Sau đó trình bày kết quả thu được theo mẫu bảng số liệu thống kê ban đầu rồi chuyển thành bảng tần số dạng ngang hoặc dạng dọc.  $\square$

**CÂU 2.** Tần số của một giá trị là gì? Thế nào là một của dấu hiệu? Nêu cách tính số trung bình cộng của dấu hiệu.

**Lời giải.**

- Tần số của một giá trị là số lần xuất hiện của giá trị đó trong dãy giá trị của dấu hiệu.
- Một của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng “tần số”; kí hiệu là  $M_o$ .
- Cách tính số trung bình cộng của dấu hiệu

+  $C_1$ : Tính theo công thức:  $\bar{X} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + x_3n_3 + \dots + x_kn_k}{N}$ .

+  $C_2$ : Tính theo bảng tần số dạng dọc.

- .  $B_1$ : Lập bảng tần số dạng dọc (4 cột).
- .  $B_2$ : Tính các tích  $(x \cdot n)$ .
- .  $B_3$ : Tính tổng các tích  $(x \cdot n)$ .
- .  $B_4$ : Tính số trung bình cộng bằng cách lấy tổng các tích chia cho tổng tần số ( $N$ ).

 $\square$ 

**CÂU 3.** Thế nào là đơn thức? Bậc của đơn thức là gì? Cho ví dụ.

**Lời giải.**

- Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.  
Ví dụ: 2; -3;  $x$ ;  $y$ ;  $3x^2yz^5$ ; ...
- Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.  
Ví dụ: Đơn thức  $-5x^3y^2z^2xy^5$  có bậc là 12.

 $\square$ 

**CÂU 4.** Thế nào là đơn thức thu gọn? Cho ví dụ.

**Lời giải.**

Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Ví dụ: Các đơn thức thu gọn là  $xyz$ ;  $5x^3y^3z^2$ ;  $-7y^5z^3$ ; ...  $\square$

**CÂU 5.** Để nhân các đơn thức ta làm như thế nào? Áp dụng tính  $(-2x^2yz) \cdot (0,5x^3y^2z^2) \cdot (3yz)$ .

**Lời giải.**

Để nhân hai hay nhiều đơn thức ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến cùng loại với nhau.

Áp dụng:  $(-2x^2yz) \cdot (0,5x^3y^2z^2) \cdot (3yz) = (-2 \cdot 0,5 \cdot 3)(x^2 \cdot x^3)(y \cdot y^2 \cdot y)(z \cdot z^2 \cdot z) = -3x^5y^4z^4$ .  $\square$



**CÂU 6.** Thế nào là đơn thức đồng dạng? Cho ví dụ.

**Lời giải.**

Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Ví dụ:  $5x^2y^3$ ;  $x^2y^3$  và  $-3x^2y^3$  là những đơn thức đồng dạng. □

**CÂU 7.** Nêu quy tắc cộng, trừ các đơn thức đồng dạng. Áp dụng tính :

$$-3x^2yz + \frac{1}{3}x^2yz;$$

$$2xy^2z^3 - \frac{1}{3}xy^2z^3.$$

**Lời giải.**

Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

Ví dụ:

$$-3x^2yz + \frac{1}{3}x^2yz = \left(-3 + \frac{1}{3}\right)x^2yz = \frac{10}{3}x^2yz.$$

$$2xy^2z^3 - \frac{1}{3}xy^2z^3 = \left(2 - \frac{1}{3}\right)xy^2z^3 = \frac{5}{3}xy^2z^3.$$

□

**CÂU 8.** Có mấy cách cộng, trừ hai đa thức, nêu các bước thực hiện của từng cách?

**Lời giải.**

Có hai cách cộng, trừ hai đa thức là :

Cách 1: Cộng, trừ theo hàng ngang (áp dụng cho tất cả các đa thức).

- + B1: Viết hai đa thức đã cho dưới dạng tổng hoặc hiệu, mỗi đa thức để trong một ngoặc đơn.
- + B2: Bỏ ngoặc.  
Nếu trước ngoặc có dấu cộng thì giữ nguyên dấu của các hạng tử trong ngoặc.  
Nếu trước ngoặc có dấu trừ thì đổi dấu của tất cả các hạng tử trong ngoặc từ âm thành dương, từ dương thành âm.
- + B3: Nhóm các đơn thức đồng dạng.
- + B4: Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng để có kết quả.

Cách 2: Cộng trừ theo hàng dọc (chỉ áp dụng cho đa thức một biến).

- + B1: Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa tăng (hoặc giảm) của biến.
- + B2: Viết các đa thức vừa sắp xếp dưới dạng tổng hoặc hiệu sao cho các đơn thức đồng dạng thẳng cột với nhau.
- + B3: Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng trong từng cột để được kết quả.

- Chú ý:  $P(x) - Q(x) = P(x) + [-Q(x)]$ . □

**CÂU 9.** Khi nào số  $a$  được gọi là nghiệm của đa thức  $P(x)$ ?

**Lời giải.**

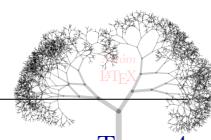
Áp dụng: Cho đa thức  $P(x) = x^3 + 7x^2 + 7x - 15$

Trong các số  $-5$ ;  $-4$ ;  $-3$ ;  $-2$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $2$ ;  $3$ ;  $4$ ;  $5$  số nào là nghiệm của đa thức  $P(x)$ ?

Vì sao?


- Nếu tại  $x = a$ , đa thức  $P(x)$  có giá trị bằng 0 thì ta nói  $a$  (hoặc  $x = a$ ) là một nghiệm của đa thức đó.
- Áp dụng: Thay lần lượt các số đã cho vào đa thức, những số nào thay vào đa thức mà đa thức có giá trị bằng 0 thì đó là nghiệm của đa thức. Do vậy những số là nghiệm của đa thức  $P(x)$  là:  $-5$ ;  $-3$ ;  $1$ .

□



## B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. BÀI TOÁN THỐNG KÊ

 **BÀI 1.** Thời gian làm bài tập của các học sinh lớp 7 tính bằng phút được thống kê bởi bảng sau:

4	5	6	7	6	7	6	4
6	7	6	8	5	6	9	10
5	7	8	8	9	7	8	8
8	10	9	11	8	9	8	9
4	6	7	7	7	8	5	8

- Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?
- Lập bảng tần số? Tìm một của dấu hiệu? Tính số trung bình cộng?

**Lời giải.**


- Dấu hiệu là thời gian làm bài tập của mỗi học sinh lớp 7 tính bằng phút.  
Số các giá trị là 40.
- Bảng tần số

Giá trị (x)	4	5	6	7	8	9	10	11	
Tần số (n)	3	4	7	8	10	5	2	1	N=40

Mốt của dấu hiệu là  $M_o = 8$ .

Số trung bình cộng là  $\bar{X} = \frac{4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 2 + 11 \cdot 1}{40} = 7,15$ .

□

 **BÀI 2.** Thời gian giải 1 bài toán của 40 học sinh được ghi trong bảng sau (tính bằng phút).

8	10	10	8	8	9	8	9
8	9	9	12	12	10	11	8
8	10	10	11	10	8	8	9
8	10	10	8	11	8	12	8
9	8	9	11	8	12	8	9

- Dấu hiệu ở đây là gì? Số các dấu hiệu là bao nhiêu?
- Lập bảng tần số?
- Nhận xét?
- Tính số trung bình cộng  $\bar{X}$  và một.

**Lời giải.**

- Dấu hiệu là thời gian giải 1 bài toán của mỗi học sinh được ghi trong bảng sau (tính bằng phút).  
Số các giá trị là 40.
- Bảng tần số

Giá trị (x)	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	16	8	8	4	4	N=40

- Nhận xét:(có nhiều hướng nhận xét khác nhau nhưng tôi chọn cách nhận xét sau) - Giá trị lớn nhất là 12.  
- Giá trị nhỏ nhất là 8.  
- Số các giá trị là 40.  
- Giá trị nằm trong khoảng từ 8 đến 10.  
...

- Số trung bình cộng là  $\bar{X} = \frac{8 \cdot 16 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 8 + 11 \cdot 4 + 12 \cdot 4}{40} = 9,3$ .

Mốt của dấu hiệu là  $M_o = 8$ .



□



**BÀI 3.** Điểm bài thi môn Toán của lớp 7 được cho bởi bảng sau:

10	9	8	4	6	7	6	5	8	4
3	7	7	8	7	8	10	7	5	7
5	7	8	7	5	9	6	10	4	3
6	8	5	9	3	7	7	5	8	10

- Dấu hiệu ở đây là gì?
- Lập bảng tần số.
- Tính số trung bình cộng và mốt.

**Lời giải.**

- Dấu hiệu là điểm bài thi môn Toán của mỗi học sinh trong lớp 7.  
Số các giá trị là 40.
- Bảng tần số

Giá trị (x)	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	3	3	6	4	10	7	3	4	N=40

- Số trung bình cộng là  $\bar{X} = \frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 7 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 4}{40} = 6,7$ .  
Mốt của dấu hiệu là  $M_o = 7$ .

□

**BÀI 4.** Thời gian làm một bài tập toán (tính bằng phút) của 30 học sinh được ghi lại như sau:

10	5	8	8	9	7	8	9	14	8
5	7	8	10	9	8	10	7	14	8
9	8	9	9	9	9	10	5	5	14

- Dấu hiệu ở đây là gì?
- Lập bảng tần số.
- Tính số trung bình cộng.

**Lời giải.**

- Dấu hiệu là thời gian làm một bài tập toán (tính bằng phút) của mỗi học sinh.  
Số các giá trị là 30.
- Bảng tần số

Giá trị (x)	5	7	8	9	10	14	
Tần số (n)	4	3	8	8	4	3	N=30

- Số trung bình cộng là  $\bar{X} = \frac{5 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 8 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 4 + 14 \cdot 3}{30} = \frac{259}{30} = 8,6(3)$ .

□

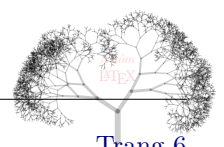
**BÀI 5.** Điểm kiểm tra một tiết môn toán của một lớp 7 được thông kê lại ở bảng dưới đây:

Điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	3	5	6	6	9	6	3	1

- Dấu hiệu cần tìm hiểu ở đây là gì?
- Tìm số các giá trị và mốt của dấu hiệu?
- Tính số trung bình cộng của dấu hiệu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải.**

- Dấu hiệu là điểm kiểm tra một tiết môn toán của mỗi học sinh của một lớp 7.
- Số các giá trị là 40 và mốt của dấu hiệu là  $M_o = 7$ .



c) Số trung bình cộng của dấu hiệu là  $\bar{X} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 6 + 7 \cdot 9 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 1}{30} = 8,2$ .

□

**BÀI 6.** Thời gian hoàn thành cùng một loại sản phẩm của 60 công nhân được cho trong bảng dưới đây (tính bằng phút)

Thời gian (x)	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	2	2	3	5	6	19	9	14	N=60

- a) Dấu hiệu cần tìm hiểu ở đây là gì? Có tất cả bao nhiêu giá trị?  
 b) Tính số trung bình cộng. Tìm mốt.

**Lời giải.**

- a) Dấu hiệu cần tìm hiểu ở đây là thời gian hoàn thành cùng một loại sản phẩm của mỗi công nhân.  
 Có tất cả 60 giá trị.

b) Số trung bình cộng là  $\bar{X} = \frac{3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 19 + 9 \cdot 9 + 10 \cdot 14}{60} = 7,9$ .  
 Mốt  $M_o = 8$ .

□

**BÀI 7.** Một giáo viên theo dõi thời gian làm một bài tập (thời gian tính theo phút) của 30 học sinh (ai cũng làm được) và ghi lại như sau:

9	5	8	8	9	7	8	9	14	8
6	7	8	10	9	8	10	7	14	8
8	8	9	9	9	9	10	5	5	14

- a) Dấu hiệu ở đây là gì?  
 b) Tính số trung bình cộng của dấu hiệu.  
 c) Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

- a) Dấu hiệu là thời gian làm một bài tập (thời gian tính theo phút) của mỗi học sinh.  
 Số các giá trị là 30.

- b) Bảng tần số

Giá trị (x)	5	6	7	8	9	10	14	
Tần số (n)	3	1	3	9	8	3	3	N=30

Số trung bình cộng là  $\bar{X} = \frac{5 \cdot 3 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 9 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 3 + 14 \cdot 3}{30} = 8,6$ .

- c) Mốt của dấu hiệu là  $M_o = 8$ .

□

**BÀI 8.** Theo dõi điểm kiểm tra học kỳ 1 môn Toán của học sinh lớp 7A tại một trường THCS, người ta lập được bảng sau:

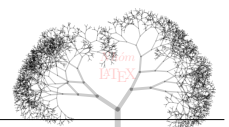
Điểm số	0	2	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	5	5	8	8	11	4	3	N = 45

- Dấu hiệu điều tra là gì? Tìm mốt của dấu hiệu?
- Tính điểm trung bình kiểm tra học kỳ một của học sinh lớp 7A.
- Nhận xét về kết quả kiểm tra học kỳ 1 môn Toán của các bạn lớp 7A.

**Lời giải.**

- X: Điểm kiểm tra học kỳ 1 môn Toán của mỗi học sinh lớp 7A tại một trường THCS.  
 $M_o = 8$ .
- Ta có:

Các tích ( $x \cdot n$ )	0	10	25	48	56	88	36	30	Tổng: 293
--------------------------	---	----	----	----	----	----	----	----	-----------



Vậy  $\bar{X} = \frac{293}{45} \approx 6,51$ .

3. Nhận xét:

- ☑ Kết quả kiểm tra học kì một môn Toán của các bạn lớp 7A trên trung bình chiếm đa số.
- ☑ Tuy nhiên vẫn còn 6 bạn dưới trung bình, trong đó có 1 bạn 0 điểm và 5 bạn 2 điểm.
- ☑ Các bạn đạt 8 điểm chiếm tỉ lệ cao nhất với 24,44%.

□

**BÀI 9.** Điểm kiểm tra học kỳ 1 môn Toán của tổ 1 học sinh lớp 7A được ghi ở bảng sau:

5	4	9	6	8	9	10
9	6	6	9	8	4	5

1. Dấu hiệu điều tra là gì? Từ đó lập bảng "tần số".
2. Tính số trung bình cộng của dấu hiệu.
3. Vẽ biểu đồ đoạn thẳng và nhận xét.

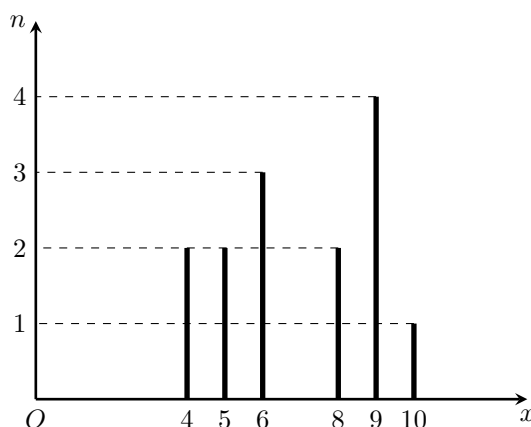
**Lời giải.**

1. X: Điểm kiểm tra học kỳ 1 môn Toán của mỗi học sinh tổ 1 lớp 7A.  
Bảng tần số:

Giá trị ( $x$ )	Tần số ( $n$ )
4	2
5	2
6	3
8	2
9	4
10	1
	$N = 14$

2. Số trung bình cộng của dấu hiệu là  $\frac{4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 1}{14} = 7$ .

3. Ta có biểu đồ đoạn thẳng như sau



**Nhận xét:**

- (a) Điểm kiểm tra học kỳ 1 môn Toán của học sinh tổ 1 lớp 7A phân bố chủ yếu mức trung bình, khá.
- (b) Có 2 bạn điểm dưới trung bình (4 điểm) và có 1 bạn đạt điểm 10.
- (c) Các bạn đạt điểm 9 chiếm tỉ lệ cao nhất với 28,57%.

□

**BÀI 10.** Thời gian làm một bài tập toán (tính bằng phút) của 30 học sinh lớp 7 được ghi lại như sau

10	5	8	8	9	7	8	9	14	8
5	7	8	10	9	8	10	7	14	8
9	8	9	9	9	9	10	5	5	14

1. Dấu hiệu ở đây là gì?
2. Lập bảng tần số và tính trung bình cộng của bảng số liệu trên.
3. Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

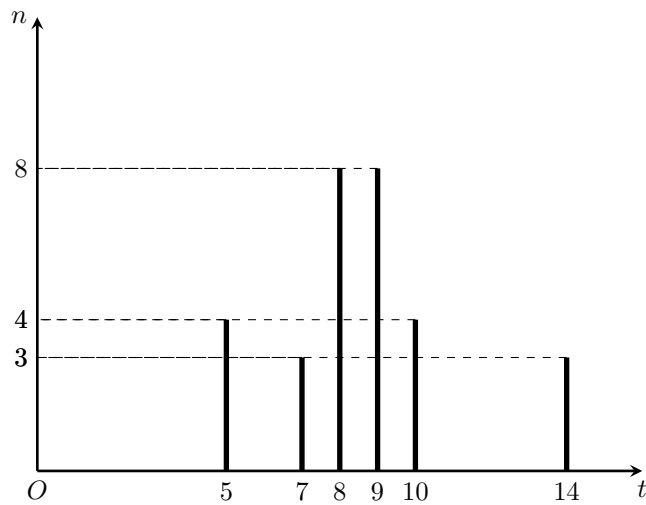
**Lời giải.**

1. Dấu hiệu ở đây là “Thời gian làm bài tập toán (tính bằng phút) của mỗi học sinh trong một nhóm gồm 30 học sinh lớp 7”.
2. Bảng tần số và trung bình cộng của bảng số liệu trên là

Thời gian (phút)	5	7	8	9	10	14	
Tần số	4	3	8	8	4	3	$N = 30$

Số trung bình cộng của dấu hiệu là  $\frac{5 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 8 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 4 + 14 \cdot 3}{30} = \frac{259}{30}$ .

3. Ta có biểu đồ đoạn thẳng như sau



□

**BÀI 11.** Điểm kiểm tra học kỳ môn toán của một nhóm 30 học sinh lớp 7 được ghi lại như sau

Điểm số	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	2	3	9	8	7	5	2	2	$N = 40$

1. Dấu hiệu ở đây là gì?
2. Lập bảng tần số và tính trung bình cộng của bảng số liệu trên.
3. Nhận xét chung về chất lượng học của nhóm học sinh đó.
4. Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu ở đây là “Điểm kiểm tra học kỳ môn toán của một học sinh trong nhóm 30 học sinh lớp 7”.
2. Bảng tần số của dấu hiệu trên là

Điểm số	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	2	3	9	8	7	5	2	2	$N = 40$

Số trung bình cộng của dấu hiệu là

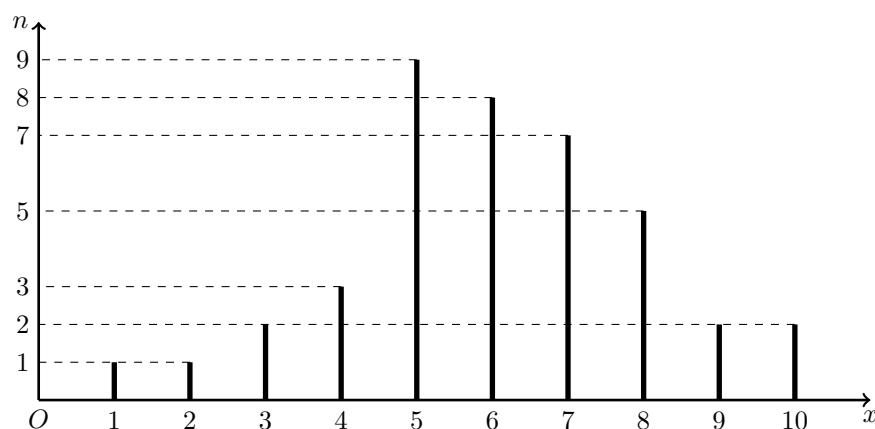
$$\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 7 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{40} = \frac{241}{40} = 6,025.$$

3. Nhận xét về chất lượng học sinh



- ☒ Có tổng cộng 16 học sinh có điểm cao hơn so với điểm trung bình.
- ☒ Có tổng cộng 24 học sinh có điểm thấp hơn so với điểm trung bình.
- ☒ Có 1 học sinh đạt điểm thấp nhất (1 điểm).
- ☒ Có 2 học sinh đạt điểm cao nhất (10 điểm).

4. Biểu đồ đoạn thẳng là



□

**BÀI 12.** Điểm kiểm tra môn toán HKII của các em học sinh lớp 7A được ghi lại trong bảng sau:

8	7	5	6	6	4	5	2	6	3
7	2	3	7	6	5	5	6	7	8
6	5	8	10	7	6	9	2	10	9

- Dấu hiệu là gì? Lớp 7A có bao nhiêu học sinh?
- Lập bảng tần số và tìm một của dấu hiệu.
- Tính điểm thi trung bình môn toán của lớp 7A.

**Lời giải.**

- X: Điểm kiểm tra môn toán HKII của các em học sinh lớp 7A.  
Lớp 7A có 30 học sinh.
- Bảng tần số:

Giá trị (x)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	3	2	1	5	7	5	3	2	2	N = 30

$$M_o = 6.$$

- Điểm thi trung bình môn toán của lớp 7A là  $\frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{30} = 6.$

□

**BÀI 13.** Điểm thi đua trong các tháng của 1 năm học của lớp 7A được liệt kê trong bảng sau:

Tháng	9	10	11	12	1	2	3	4	5
Điểm	80	90	70	80	80	90	80	70	80

- Dấu hiệu là gì?
- Lập bảng tần số. Tìm một của dấu hiệu.
- Tính điểm trung bình thi đua của lớp 7A.

**Lời giải.**

- X: Điểm thi đua trong các tháng của 1 năm học của học sinh lớp 7A.
- Bảng tần số:

Giá trị ( $x$ )	70	80	90	
Tần số ( $n$ )	2	5	2	$N = 9$

$$M_o = 80.$$

3. Điểm trung bình thi đua của lớp 7A là  $\frac{70 \cdot 2 + 80 \cdot 5 + 90 \cdot 2}{9} = 80$ .

□

 **BÀI 14.** Thời gian làm bài tập của các học sinh lớp 7 tính bằng phút được thống kê bởi bảng sau:

4	5	6	7	6	7	6	4
6	7	6	8	5	6	9	10
5	7	8	8	9	7	8	8
8	10	9	11	8	9	8	9
4	6	7	7	7	8	5	8

- Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?
- Lập bảng tần số. Tìm mốt của dấu hiệu. Tính số trung bình cộng.
- Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

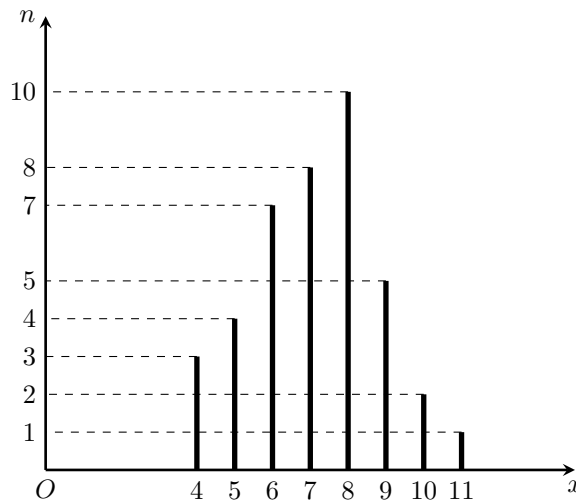
### Lời giải.

- Dấu hiệu là *thời gian làm bài tập của các học sinh lớp 7 tính bằng phút*.  
Số các giá trị là  $N = 40$ .
- Bảng tần số


Thời gian ( $x$ )	4	5	6	7	8	9	10	11	
Tần số ( $n$ )	3	4	7	8	10	5	2	1	$N = 40$

$$M_0 = 8.$$

3. Ta có biểu đồ đoạn thẳng như sau

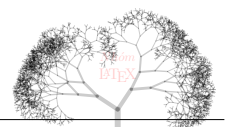


□

 **BÀI 15.** Một GV theo dõi thời gian làm bài tập (thời gian tính theo phút) của 30 HS của một trường (ai cũng làm được) người ta lập bảng sau:

Thời gian ( $x$ )	5	7	8	9	10	14	
Tần số ( $n$ )	4	3	8	8	4	3	$N = 30$

- Dấu hiệu là gì? Tính mốt của dấu hiệu?
- Tính thời gian trung bình làm bài tập của 30 học sinh?
- Nhận xét thời gian làm bài tập của học sinh so với thời gian trung bình.



**Lời giải.**

- Dấu hiệu là *thời gian làm bài tập của mỗi học sinh (tính theo phút)*  
 $M_1 = 8, M_2 = 9$ .
- Thời gian trung bình làm bài tập của 30 học sinh là  $\frac{5 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 8 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 4 + 14 \cdot 3}{30} \approx 8,63$ .
- Nhận xét:** Có 15 học sinh làm nhanh hơn so với thời gian trung bình và 15 học sinh làm chậm hơn so với thời gian trung bình.

□

**BÀI 16.** Một cửa hàng bán Vật liệu xây dựng thống kê số bao xi măng bán được hàng ngày (trong 30 ngày) được ghi lại ở bảng sau.

20	40	30	15	20	35
35	25	20	30	28	40
15	20	35	25	30	25
20	30	28	25	35	40
25	35	30	28	20	30

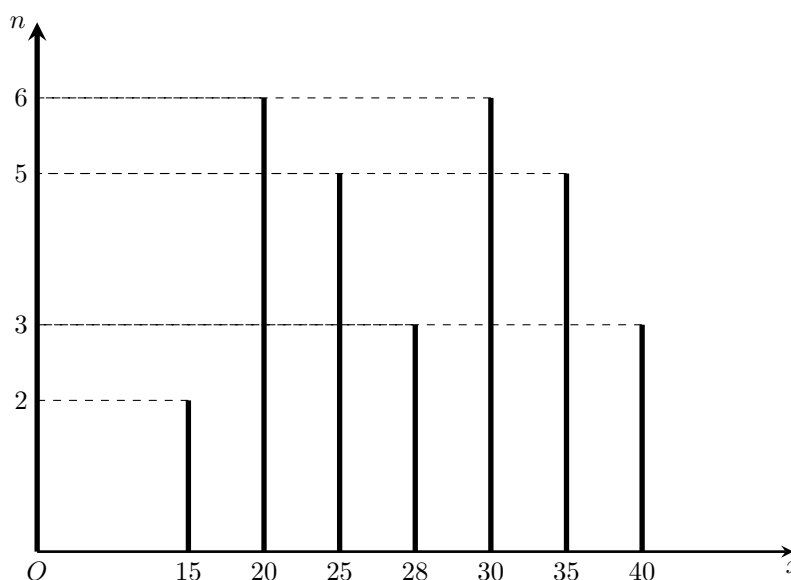
- Dấu hiệu mà cửa hàng quan tâm là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?
- Lập bảng “tần số”.
- Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng, rồi từ đó rút ra một số nhận xét.
- Hỏi trung bình mỗi ngày cửa hàng bán được bao nhiêu bao xi măng? Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

- X: Số bao xi măng bán được hằng ngày (trong 30 ngày) của một cửa hàng vật liệu xây dựng.  $N = 30$ .
- Ta có:

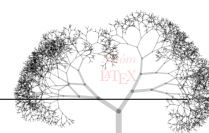
Số bao xi măng ( $x$ )	15	20	25	28	30	35	40	
Tần số ( $n$ )	2	6	5	3	6	5	3	$N = 30$

- Ta có biểu đồ đoạn thẳng như sau



**Nhận xét:**

- Số ngày bán được từ 28 bao trở lên chiếm hơn một nửa.
  - Tuy nhiên vẫn còn hai ngày bán chỉ được 15 bao xi măng.
  - Có 3 ngày bán được 40 bao xi măng.
- Ta có:



Các tích ( $x \cdot n$ )	30	120	125	84	180	175	120	Tổng: 834
--------------------------	----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----------

$$\text{Vậy } \bar{X} = \frac{834}{30} \approx 27,8.$$

$$M_o = 30.$$

□

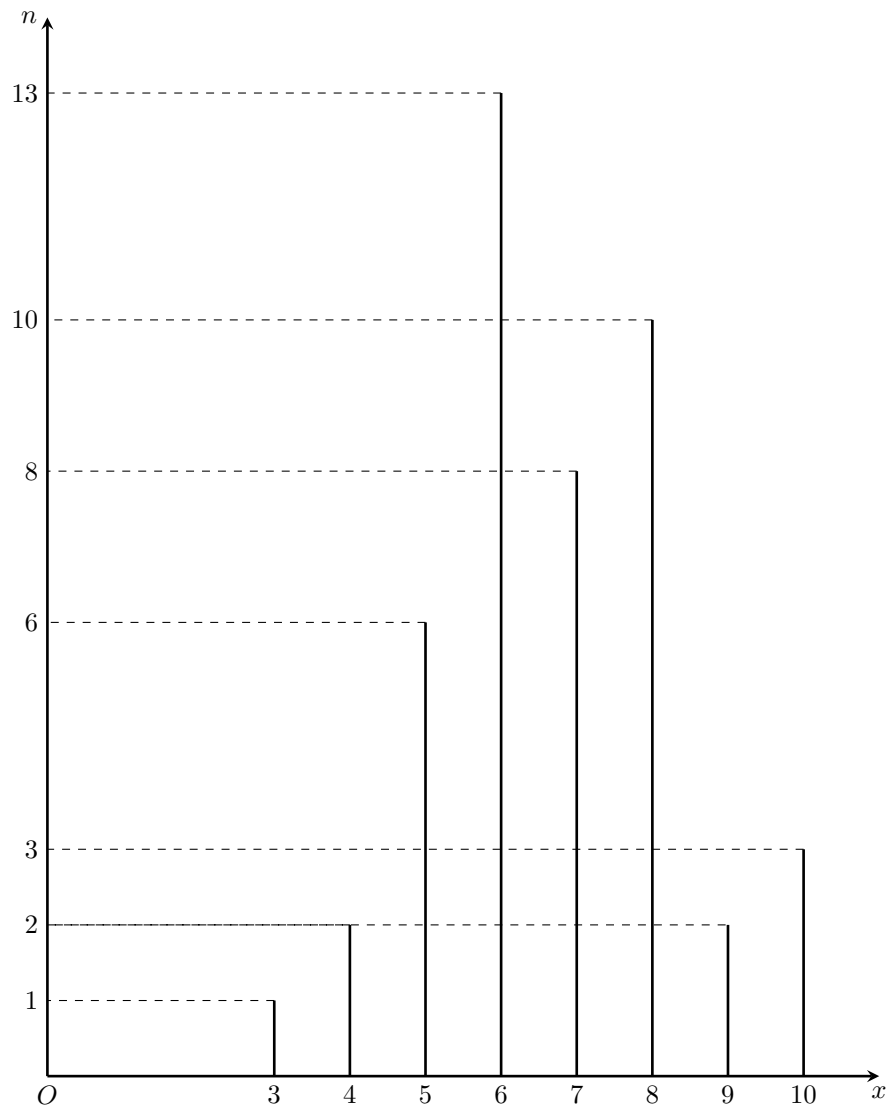
**BÀI 17.** Điểm kiểm tra Toán (1 tiết) của học sinh lớp 7B được lớp trưởng ghi lại ở bảng sau:

Điểm số ( $x$ )	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số ( $n$ )	1	2	6	13	8	10	2	3	$N = 45$

1. Dấu hiệu ở đây là gì? Có bao nhiêu học sinh làm bài kiểm tra?
2. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng và rút ra một số nhận xét.
3. Tính điểm trung bình đạt được của học sinh lớp 7B. Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

1. X: Điểm kiểm tra Toán (1 tiết) của lớp học sinh lớp 7B. Có 45 bạn làm bài kiểm tra.
2. Ta có:



**Nhận xét:**

- (a) Số học sinh đạt điểm trên trung bình chiếm đa phần học sinh trong lớp.
  - (b) Số bạn được từ điểm 8 trở lên là 15 bạn.
  - (c) Số bạn dưới trung bình là 3 bạn.
3. Ta có:





Các tích $(x \cdot n)$	3	8	30	78	56	80	18	30	Tổng: 303
------------------------	---	---	----	----	----	----	----	----	-----------

$$\text{Vậy } \bar{X} = \frac{303}{45} \approx 6,73.$$

$$M_o = 6.$$

□

**BÀI 18.** Điểm trung bình môn Toán cả năm của các học sinh lớp 7A được cô giáo chủ nhiệm ghi lại như sau:

6,5	8,1	5,5	8,6	5,8	5,8	7,3	8,1	5,8	8,0
7,3	5,8	6,5	6,7	5,5	8,6	6,5	6,5	7,3	7,9
5,5	7,3	7,3	9,0	6,7	6,7	8,6	6,7	6,5	7,3
4,9	6,5	9,5	8,1	7,3	6,7	8,1	7,3	9,0	5,5

1. Dấu hiệu mà cô giáo chủ nhiệm quan tâm là gì? Có bao nhiêu bạn trong lớp 7A?
2. Lập bảng “tần số”. Có bao nhiêu bạn đạt loại khá và bao nhiêu bạn đạt loại giỏi?
3. Tính điểm trung bình môn Toán cả năm của học sinh lớp 7A. Tìm một của dấu hiệu.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu mà cô giáo quan tâm là điểm trung bình môn Toán cả năm của các học sinh lớp 7A. Lớp 7A có 40 bạn.
2. Bảng tần số của điểm trung bình môn Toán cả năm của các học sinh lớp 7A:

Điểm số $(x)$	4,9	5,5	5,8	6,5	6,7	7,3	7,9	8	8,1	8,6	9	9,5	
Tần số $(n)$	1	4	4	6	5	8	1	1	4	3	2	1	$N = 40$

Có 20 bạn đạt loại khá và 11 bạn đạt loại giỏi.

3. Ta có:

Các tích $(x \cdot n)$	4,9	22	23,2	39	33,5	58,4	7,9	8	32,4	25,8	18	9,5	Tổng: 282,6
------------------------	-----	----	------	----	------	------	-----	---	------	------	----	-----	-------------

$$\text{Vậy } \bar{X} = \frac{282,6}{40} \approx 7,065 \text{ và một là } 7,3.$$

□

**BÀI 19.** Tuổi nghề của một số công nhân trong một phân xưởng (tính theo năm) được ghi lại theo bảng sau:

1	8	4	3	4	1	2	6	9	7
3	4	2	6	10	2	3	8	4	3
5	7	3	7	8	6	6	7	5	4
2	5	7	5	9	5	1	5	2	1

1. Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị khác nhau của dấu hiệu.
2. Lập bảng tần số. Tính số trung bình cộng.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu ở đây là Tuổi nghề của một số công nhân trong một phân xưởng. Có 10 giá trị khác nhau của dấu hiệu.
2. Bảng tần số:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4	5	5	5	6	4	5	3	2	1	Tổng: 40

Ta có:

4	10	15	20	30	24	35	24	18	10	Tổng: 190
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----------

$$\text{Vậy trung bình cộng là: } \bar{X} = \frac{190}{40} \approx 4,75.$$

□

**BÀI 20.** Một bạn học sinh đó ghi lại một số việc tốt (đơn vị: lần) mà mình đạt được trong mỗi ngày học, sau đây là số liệu của 10 ngày:



Ngày thứ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số việc tốt	2	1	3	3	4	5	2	3	3	1

1. Dấu hiệu mà bạn học sinh quan tâm là gì?
2. Hãy cho biết dấu hiệu đó có bao nhiêu giá trị?
3. Có bao nhiêu số các giá trị khác nhau? Đó là những giá trị nào?
4. Hãy lập bảng “tần số”.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu: Số việc tốt mà bạn học sinh đạt được trong mỗi ngày học.
2. Dấu hiệu đó có 10 giá trị.
3. Có 5 số các giá trị khác nhau, đó là các số: 1; 2; 3; 4; 5
4. Bảng tần số:

Giá trị ( $x$ )	1	2	3	4	5	
Tần số ( $n$ )	2	2	4	1	1	$N = 10$

□

**BÀI 21.** Năm học vừa qua, bạn Minh ghi lại số lần đạt điểm tốt (từ 8 trở lên) trong từng tháng của mình như sau:

Tháng	9	10	11	12	1	2	3	4	5
Số lần đạt điểm tốt	4	5	7	5	2	1	6	4	5

1. Dấu hiệu mà bạn Minh quan tâm là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?
2. Lập bảng “tần số” và rút ra một số nhận xét.
3. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

**Lời giải.**

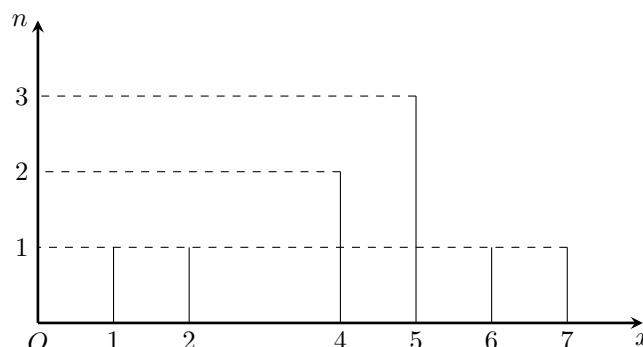
1. Dấu hiệu: Số lần đạt điểm tốt (từ 8 trở lên) của Minh trong từng tháng. Số các giá trị: 9.
2. Bảng tần số:

Giá trị ( $x$ )	1	2	4	5	6	7	
Tần số ( $n$ )	1	1	2	3	1	1	$N = 9$

Nhận xét:

- ☒ Số lần đạt điểm tốt nhiều nhất trong các tháng là 7.
- ☒ Số lần đạt điểm tốt là 5 xảy ra nhiều nhất (3 tháng).

3. Ta có biểu đồ đoạn thẳng như sau:



□

**BÀI 22.** Năm học vừa qua, bạn Minh ghi lại số lần đạt điểm tốt (từ 8 điểm trở lên) trong từng tháng của mình như sau

Tháng	9	10	11	12	1	2	3	4	5
Số lần đạt điểm tốt	4	5	7	5	2	1	6	4	5

1. Dấu hiệu mà bạn Minh quan tâm là gì ? Số các giá trị là bao nhiêu ?
2. Lập bảng “tần số” và rút ra nhận xét.
3. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu mà bạn Minh quan tâm là số lần đạt điểm tốt (từ 8 điểm trở lên) trong từng tháng của mình. Có 39 giá trị.

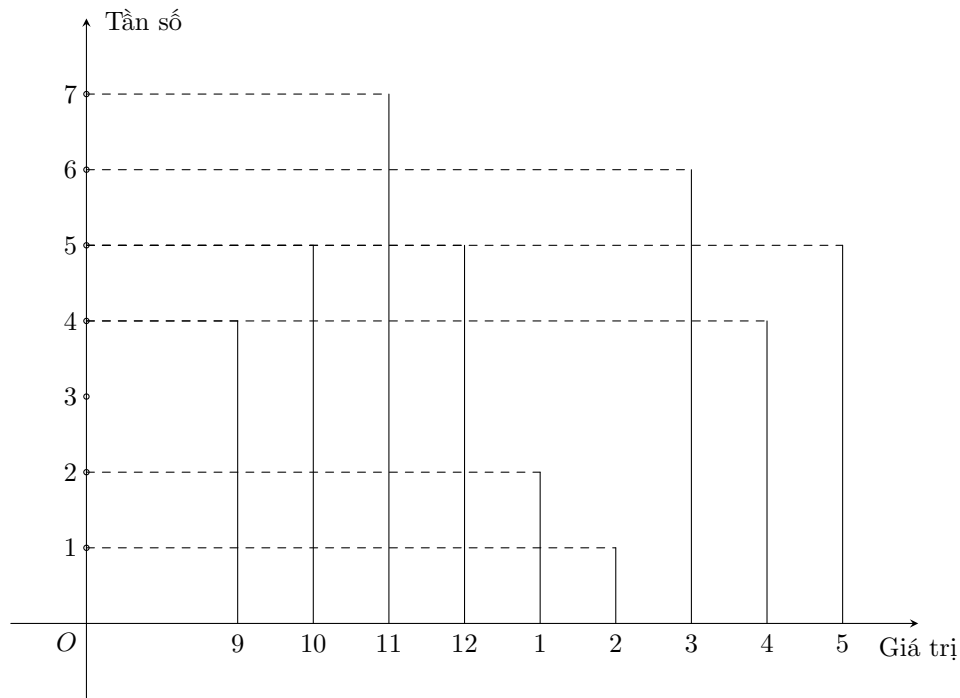
2.

Giá trị	9	10	11	12	1	2	3	4	5	
Tần số	4	5	7	5	2	1	6	4	5	N=39

Nhận xét

- ☒ Có 39 giá trị trong đó có 9 giá trị khác nhau (9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5).
- ☒ Tháng 11 có số lần đạt điểm tốt (từ 8 điểm trở lên) là 7 lần.
- ☒ Tháng 2 có số lần đạt điểm tốt (từ 8 điểm trở lên) là 1 lần.

3. Ta có biểu đồ đoạn thẳng như sau



□

**BÀI 23.** Một cửa hàng vật liệu xây dựng thống kê số bao xi măng bán được hàng ngày (trong 30 ngày) được ghi lại như sau

20	40	30	15	20	35
35	25	20	30	28	40
15	20	35	25	30	25
20	30	28	25	35	40
25	35	30	28	20	30

1. Dấu hiệu mà cửa hàng quan tâm là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?
2. Lập bảng “tần số”.
3. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng, rồi từ đó rút ra một số nhận xét.
4. Hỏi trung bình mỗi ngày cửa hàng bán được bao nhiêu bao xi măng? Tìm một của dấu hiệu.



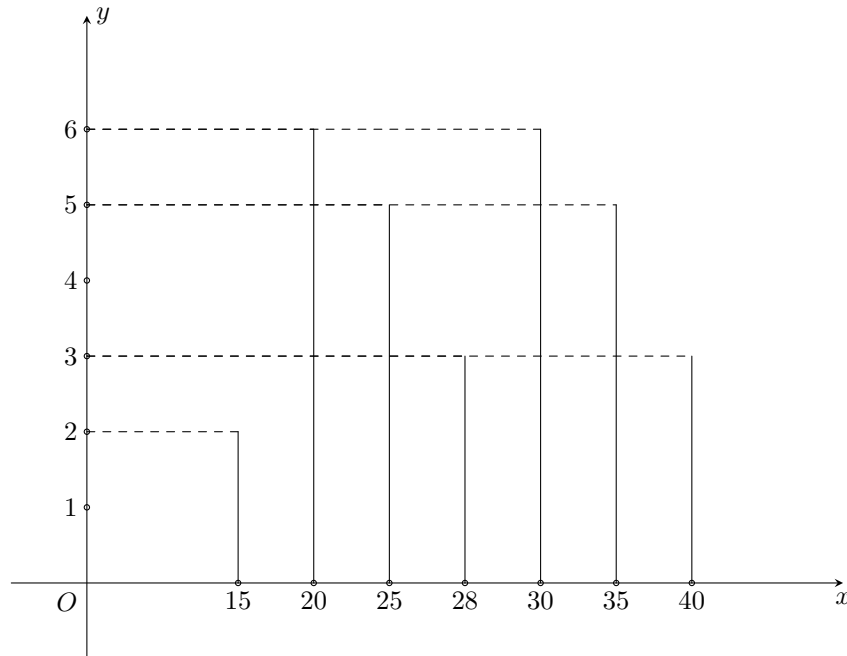
**Lời giải.**

1. Dấu hiệu mà cửa hàng quan tâm là số bao xi măng bán được hàng ngày (trong 30 ngày).  
Có 30 giá trị.

2.

Giá trị	15	20	25	28	30	35	40	
Tần số	2	6	5	3	6	5	3	N=30

3. Ta có biểu đồ đoạn thẳng như sau



- ☒ Có 30 giá trị trong đó có 7 giá trị khác nhau.
- ☒ Trong 30 ngày có 6 ngày bán được 20 bao xi măng và 6 ngày bán được 30 bao xi măng.
- ☒ Trong 30 ngày có 2 bán được 15 bao xi măng.

4. Trung bình mỗi ngày cửa hàng bán được  $\frac{2.15 + 20.6 + 25.5 + 28.3 + 30.6 + 35.5 + 40.3}{30} = 27,8$ .  
Mốt của dấu hiệu trên là 20 và 30.

□

**BÀI 24.** Điểm trung bình môn Toán cả năm của các học sinh lớp 7A được cô giáo chủ nhiệm ghi lại như sau:

6,5	8,1	5,5	8,6	5,8	5,8	7,3	8,1	5,8	8,0
7,3	5,8	6,5	6,7	5,5	8,6	6,5	6,5	7,3	7,9
5,5	7,3	7,3	9,0	6,5	6,7	8,6	6,7	6,5	7,3
4,9	6,5	9,5	8,1	7,3	6,7	8,1	7,3	9,0	5,5

1. Dấu hiệu mà cô giáo chủ nhiệm quan tâm là gì? Có bao nhiêu bạn trong lớp 7A?
2. Lập bảng "tần số". Có bao nhiêu bạn đạt loại khá và bao nhiêu bạn đạt loại giỏi?
3. Tính điểm trung bình môn Toán cả năm của học sinh lớp 7A. Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu mà cô giáo quan tâm là *điểm trung bình môn Toán cả năm của các học sinh lớp 7A*.  
Vì bảng số liệu có 10 cột và 4 hàng nên số học sinh trong lớp 7A là  $10 \times 4 = 40$  (học sinh).
2. Bảng "tần số":

Giá trị ( $x$ )	4,9	5,5	5,8	6,5	6,7	7,3	7,9	8,0	8,1	8,6	9,0	9,5
Tần số ( $n$ )	1	4	4	7	4	8	1	1	4	3	2	1

Học sinh đạt loại khá nếu điểm trung bình môn Toán từ 6,4 đến 7,9, loại giỏi nếu điểm trung bình môn Toán từ 8,0 trở lên. Dựa vào bảng số liệu ban đầu, ta có:



☒ Số học sinh đạt loại khá là 20 học sinh.

☒ Số học sinh đạt loại giỏi là 11 học sinh.

3. Dựa vào bảng tần số, ta tính được điểm trung bình môn Toán cả năm của học sinh lớp 7A là

$$\frac{4,9 \cdot 1 + 5,5 \cdot 4 + 5,8 \cdot 4 + 6,5 \cdot 7 + 6,7 \cdot 4 + 7,3 \cdot 8 + 7,9 \cdot 1 + 8,0 \cdot 1 + 8,1 \cdot 4 + 8,6 \cdot 3 + 9,0 \cdot 2 + 9,5 \cdot 1}{40} = 6,9025$$

Mốt của dấu hiệu là 7,3.

□

**BÀI 25.** Một trại chăn nuôi có thống kê số trứng gà thu được hàng ngày của 100 con gà trong 20 ngày được ghi ở bảng sau:

Số lượng ( $x$ )	70	75	80	86	88	90	95	
Tần số ( $n$ )	1	1	2	4	6	5	1	$N = 20$

1. Dấu hiệu ở đây là gì? Có bao nhiêu giá trị khác nhau, đó là những giá trị nào?

2. Hãy vẽ biểu đồ hình quạt và rút ra một số nhận xét.

3. Hỏi trung bình mỗi ngày trại thu được bao nhiêu trứng gà? Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

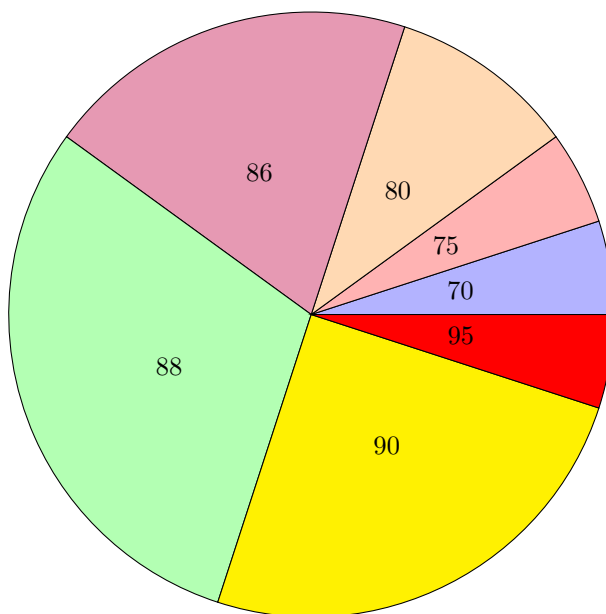
1. Dấu hiệu là *số trứng gà thu được hàng ngày của 100 con gà trong 20 ngày*.

Có 7 giá trị khác nhau, đó là 70; 75; 80; 86; 88; 90; 95.

2. Bảng tỉ lệ phần trăm và số đo góc tương ứng với từng giá trị số lượng:

Số lượng ( $x$ )	70	75	80	86	88	90	95
Tỉ lệ phần trăm (đơn vị %)	5	5	10	20	30	25	5
Số đo góc (đơn vị độ)	18	18	36	72	108	90	18

**Biểu đồ hình quạt:**



**Nhận xét:**

☒ Số lượng trứng gà có số ngày đạt nhiều nhất là 88 trứng.

☒ Số lượng trứng gà chủ yếu dao động trong khoảng 86 – 90 trứng.

3. Số trứng gà trung bình mỗi ngày trại thu được là

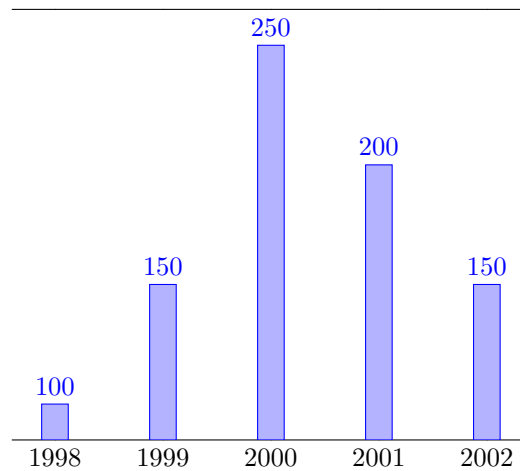
$$\frac{70 \cdot 1 + 75 \cdot 1 + 80 \cdot 2 + 86 \cdot 4 + 88 \cdot 6 + 90 \cdot 5 + 95 \cdot 1}{20} = 86,1.$$

Mốt của dấu hiệu là 88.





**BÀI 26.** Biểu đồ hình chữ nhật biểu diễn số trẻ em được sinh ra trong các năm từ 1998 đến 2002 ở một phường. Hãy cho biết năm 2002 có bao nhiêu trẻ em được sinh ra? Năm nào số trẻ em được sinh ra nhiều nhất? Năm nào số trẻ em sinh ra ít nhất?



1. Sau bao nhiêu năm thì số trẻ em tăng thêm 250 em?
2. Trong 5 năm đó, trung bình số trẻ em được sinh ra là bao nhiêu?

#### Lời giải.

Năm 2002 có 150 trẻ em được sinh ra.

Năm 2000 là năm có số trẻ em được sinh ra nhiều nhất.

Năm 1998 là năm có số trẻ em được sinh ra ít nhất.

1. Sau 2 năm thì số trẻ em tăng thêm 250 em.
2. Bảng số liệu.

Số trẻ em được sinh ra ( $x$ )	Tần số ( $n$ )	Các tích ( $x \cdot n$ )	
100	1	100	$\bar{X} = \frac{850}{5} = 170$
150	2	300	
200	1	200	
250	1	250	
	$N = 5$	Tổng: 850	

Vậy trong 5 năm số trẻ em trung bình sinh ra là 170 em.



**BÀI 27.** Có 10 đội bóng tham gia một giải bóng đá. Mỗi đội phải đá lượt đi và lượt về với từng đội khác. Mỗi đội phải đá bao nhiêu trận trong suốt giải? Số bàn thắng qua các trận đấu của một đội trong suốt mùa giải được ghi lại dưới đây.

Số bàn thắng ( $x$ )	1	2	3	4	5	
Tần số ( $n$ )	6	5	3	1	1	$N = 16$

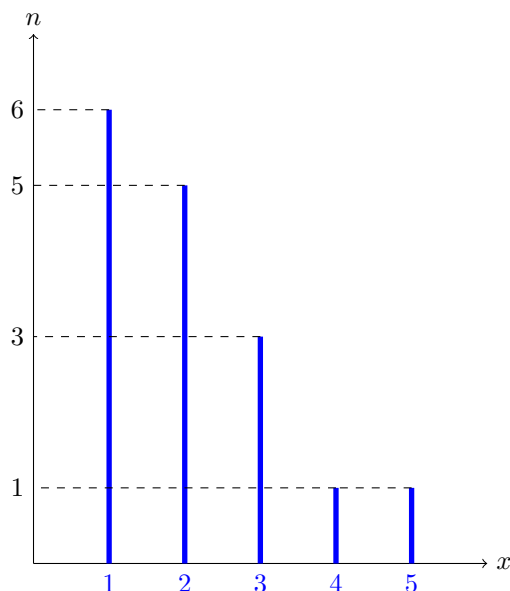
1. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng.
2. Có bao nhiêu trận đội bóng đó không ghi được bàn thắng? Có thể nói đội bóng này thắng 16 trận không?

#### Lời giải.

Mỗi đội phải đá 18 trận trong suốt giải.

1. Biểu đồ đoạn thẳng.





2. Có tổng cộng 16 trận đội bóng ghi được bàn thắng mà đội bóng đá tổng cộng 18 trận nên số trận không ghi được bàn thắng là  $18 - 16 = 2$  trận. Và không thể chắc chắn rằng đội bóng này thắng 16 trận (vì số bàn thắng khác số trận thắng).

□

**BÀI 28.** Có 10 đội bóng nam tham gia bóng đá. Mỗi đội phải đá lượt đi và lượt về với từng đội khác. Có tất cả bao nhiêu trận trong toàn giải? Số bàn thắng trong các trận đấu của toàn giải được ghi lại ở bảng sau:

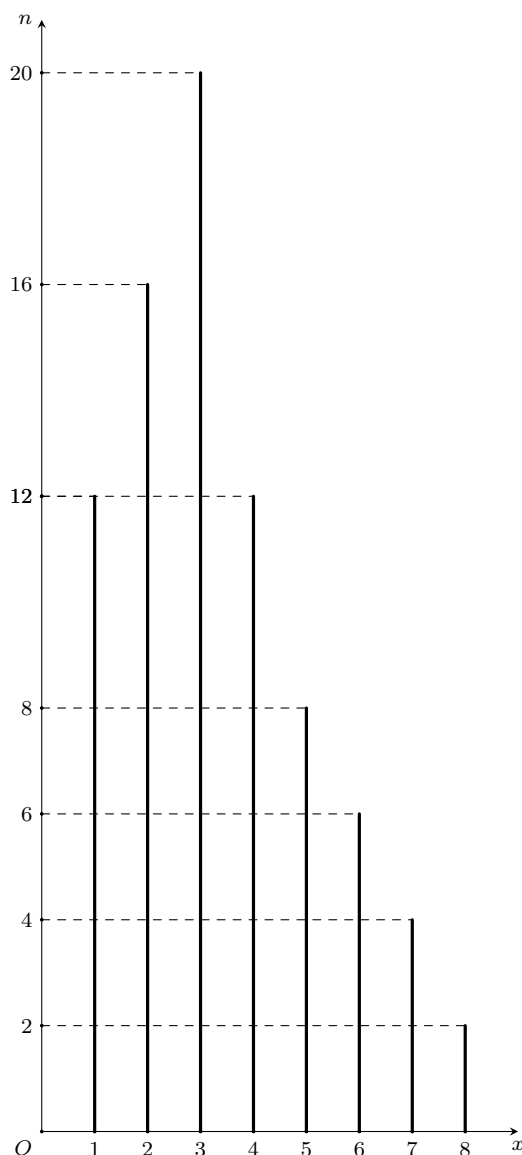
Số bàn thắng ( $x$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	
Tần số ( $n$ )	12	16	20	12	8	6	4	2	$N = 80$

- Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng và nhận xét?
- Có bao nhiêu trận không có bàn thắng?
- Tính số bàn thắng trung bình trong một trận của cả giải.
- Tìm một cửa dấu hiệu.

**Lời giải.**

Có tất cả:  $10 \cdot 11 = 110$  trận đấu

-



Trong một trận đấu:

- ☒ Số bàn thắng ít nhất: 1.
- ☒ Số bàn thắng nhiều nhất: 8.
- ☒ Số bàn thắng xuất hiện nhiều nhất: 3.
- ☒ Số bàn thắng xuất hiện ít nhất: 8.

2. Không có trận nào nào không có bàn thắng.

3.

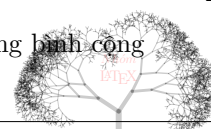
Số bàn thắng (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	
Tần số (n)	12	16	20	12	8	6	4	2	$N = 80$
Các tích (x.n)	12	32	60	48	40	36	28	16	$x.n = 272$

Suy ra: Số bàn thắng trung bình là  $\bar{X} = \frac{n \cdot x}{N} = \frac{272}{80} = 3,4$ .

4. Một của dấu hiệu là:  $M_o = 3$ .

□

**BÀI 29.** Khối lượng mỗi học sinh lớp 7C được khi ở bảng sau (đơn vị tính bằng kg.). Tính số trung bình cộng






Khối lượng ( $x$ )	Tần số ( $n$ )
Trên 24 – 28	2
Trên 28 – 32	8
Trên 32 – 36	12
Trên 36 – 40	9
Trên 40 – 44	5
Trên 44 – 48	3
Trên 48 – 52	1

Lời giải.  
Ta có:

Khối lượng ( $x$ )	Trung bình cộng mỗi lớp	Tần số ( $n$ )	Các tích ( $n.x$ )
Trên 24 – 28	26	2	52
Trên 28 – 32	30	8	240
Trên 32 – 36	34	12	408
Trên 36 – 40	38	9	342
Trên 40 – 44	42	5	210
Trên 44 – 48	46	3	138
Trên 48 – 52	50	1	50
		$N = 38$	$n.x = 1440$

Vậy số trung bình cộng là  $\overline{X} = \frac{n.x}{N} = \frac{1440}{38} \approx 37,89$ . □

 **BÀI 30.** Diện tích nhà ở của các hộ gia đình trong khu dân cư được thống kê trong bảng sau(đơn vị: m<sup>2</sup>). Tính số trung bình cộng


Diện tích ( $x$ )	Tần số ( $n$ )
Trên 25 – 30	6
Trên 30 – 35	8
Trên 35 – 40	11
Trên 40 – 45	20
Trên 45 – 50	15
Trên 50 – 55	12
Trên 55 – 60	12
Trên 60 – 65	10
Trên 65 – 70	6

Lời giải.  
Ta có

Khối lượng ( $x$ )	Trung bình cộng mỗi lớp	Tần số ( $n$ )	Các tích ( $n.x$ )
Trên 25 – 30	27,5	6	165
Trên 30 – 35	32,5	8	260
Trên 35 – 40	37,5	11	412,5
Trên 40 – 45	42,5	20	850
Trên 45 – 50	47,5	15	712,5
Trên 50 – 55	52,5	12	630
Trên 55 – 60	57,5	12	690
Trên 60 – 65	62,5	10	625
Trên 65 – 70	67,5	6	405
		$N = 100$	$n.x = 4750$

Vậy số trung bình cộng là  $\overline{X} = \frac{n.x}{N} = \frac{4750}{100} = 47,5$ . □

2. BÀI TOÁN VỀ ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC

 **DẠNG 1. tính giá trị biểu thức đại số**

Bước 1. Thu gọn biểu thức đại số.

Bước 2. Thay giá trị trước của biến vào biểu thức đại số.

Bước 3. Tính giá trị biểu thức số.

**BÀI 1.** Cho hai đa thức:  $P(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ ;  $Q(x) = x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ .

Tính:  $P(1)$ ;  $P\left(\frac{1}{2}\right)$ ;  $Q(-2)$ ;  $Q(1)$ .

**Lời giải.**

Ta có:

$$\checkmark P(1) = 1^4 + 2 \cdot 1^2 + 1 = 4.$$

$$\checkmark P\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{25}{16}.$$

$$\checkmark Q(-2) = (-2)^4 + 4(-2)^3 + 2(-2)^2 - 4(-2) + 1 = 1.$$

$$\checkmark Q(1) = 1^4 + 4 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 1 = 4.$$

□

**BÀI 2.** Tính giá trị của biểu thức:

a)  $A = 2x^2 - \frac{1}{2}y$  tại  $x = 2$ ;  $y = 9$ .

b)  $B = \frac{1}{2}a^2 - 3b^2$  tại  $a = -2$ ;  $b = -\frac{1}{3}$ .

c)  $C = 2x^2 + 3xy + y^2$  tại  $x = -\frac{1}{2}$ ;  $y = \frac{2}{3}$ .

d)  $D = 12ab^2$  tại  $a = -\frac{1}{3}$ ;  $b = -\frac{1}{6}$ .

e)  $E = 3x^2y + 6x^2y^2 + 3xy^3$  tại  $x = \frac{1}{2}$ ;  $y = -\frac{1}{3}$ .

f)  $F = x^2y^2 + xy + x^3 + y^3$  tại  $x = -1$ ;  $y = 3$ .

g)  $G = 0,25xy^2 - 3x^2y - 5xy - xy^2 + x^2y + 0,5xy$  tại  $x = 0,5$  và  $y = 1$ .

h)  $H = xy - \frac{1}{2}x^2y^3 - 2xy + \frac{1}{2}x^2y^3 + y + 1$  tại  $x = 0,1$  và  $y = -2$ .

i)  $I = 2x^2y - \frac{3}{2}xy^2 + 1$  tại  $x = 2$ ;  $y = -2$ .

j)  $J = |2x^2 - 3y| + \frac{1}{3}(x - 2y^2)^2$  tại  $x = 1$ ;  $y = 2$ .

k)  $K = xy + x^2y^2 + x^3y^3 + \dots + x^{10}y^{10}$  tại  $x = -1$ ;  $y = -1$ .

l)  $L = |x + 2y - 3z^2| - 2x(y - 2z)^2 + xyz$  tại  $x = 1$ ;  $y = 2$ ;  $z = \frac{1}{2}$ .

m)  $M = xyz + x^2y^2z^2 + x^3y^3z^3 + \dots + x^{10}y^{10}z^{10}$  tại  $x = 1$ ;  $y = -1$ ;  $z = -1$ .

n)  $N = x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{100}$  tại  $x = -1$ .

o)  $O = ax^2 + bx + c$  tại  $x = 1$  (với  $a, b, c$  là các hằng số).

**Lời giải.**

1. Thay  $x = 2$ ;  $y = 9$  vào biểu thức  $A = 2x^2 - \frac{1}{2}y$ , ta có

$$A = 2 \cdot 2^2 - \frac{1}{2} \cdot 9 = 6.$$

2. Thay  $a = -2$ ;  $b = -\frac{1}{3}$  vào biểu thức  $B = \frac{1}{2}a^2 - 3b^2$ , ta có

$$B = \frac{1}{2}(-2)^2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{3}.$$

3. Thay  $x = -\frac{1}{2}$ ;  $y = \frac{2}{3}$  vào biểu thức  $C = 2x^2 + 3xy + y^2$ , ta có

$$C = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{1}{18}.$$

4. Thay  $a = -\frac{1}{3}$ ;  $b = -\frac{1}{6}$  vào biểu thức  $D = 12ab^2$ , ta có

$$D = 12 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = -\frac{1}{9}.$$



5. Thay  $x = \frac{1}{2}$ ;  $y = -\frac{1}{3}$  vào biểu thức  $E = 3x^2y + 6x^2y^2 + 3xy^3$ , ta có

$$E = 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{5}{36}.$$

6. Thay  $x = -1$ ;  $y = 3$  vào biểu thức  $F = x^2y^2 + xy + x^3 + y^3$ , ta có

$$F = (-1)^23^2 + (-1).3 + (-1)^3 + 3^3 = 32.$$

7. Thay  $x = 0,5$  và  $y = 1$  vào biểu thức  $G = 0,25xy^2 - 3x^2y - 5xy - xy^2 + x^2y + 0,5xy$ , ta có

$$G = 0,25(0,5) - 3(0,5)^2 - 5(0,5) - (0,5) + (0,5)^2 + 0,5(0,5) = -\frac{25}{8}.$$

8. Thay  $x = 0,1$  và  $y = -2$  vào biểu thức  $H = xy - \frac{1}{2}x^2y^3 - 2xy + \frac{1}{2}x^2y^3 + y + 1$ , ta có

$$H = 0,1(-2) - \frac{1}{2}(0,1)^2(-2)^3 - 2(0,1)(-2) + \frac{1}{2}(0,1)^2(-2)^3 + (-2) + 1 = -\frac{182}{125}.$$

9. Thay  $x = 2$ ;  $y = -2$  vào biểu thức  $I = 2x^2y - \frac{3}{2}xy^2 + 1$ , ta có

$$I = 2.2^2(-2) - \frac{3}{2}(2)(-2)^2 + 1 = -27.$$

10. Thay  $x = 1$ ;  $y = 2$  vào biểu thức  $J = |2x^2 - 3y| + \frac{1}{3}(x - 2y^2)^2$ , ta có

$$J = |2 - 3.2| + \frac{1}{3}[1 - 2.(2)^2]^2 = \frac{61}{3}.$$

11. Thay  $x = -1$ ;  $y = -1$  vào biểu thức  $K = xy + x^2y^2 + x^3y^3 + \dots + x^{10}y^{10}$ , ta có

$$K = (-1)(-1) + (-1)^2(-1)^2 + (-1)^3(-1)^3 + \dots + (-1)^{10}(-1)^{10} = 10.$$

12. Thay  $x = 1$ ;  $y = 2$ ;  $z = \frac{1}{2}$  vào biểu thức  $L = |x + 2y - 3z^2| - 2x(y - 2z)^2 + xyz$ , ta có

$$L = \left|1 + 2.2 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2\right| - 2\left(2 - 2.\frac{1}{2}\right)^2 + 2.\frac{1}{2} = \frac{13}{4}.$$

13. Thay  $x = 1$ ;  $y = -1$ ;  $z = -1$  vào biểu thức  $M = xyz + x^2y^2z^2 + x^3y^3z^3 + \dots + x^{10}y^{10}z^{10}$ , ta có

$$M = (-1)(-1) + (-1)^2(-1)^2 + (-1)^3(-1)^3 + \dots + (-1)^{10}(-1)^{10} = 55.$$

14. Thay  $x = -1$  vào biểu thức  $N = x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{100}$ , ta có

$$N = x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{100} = 50.$$

15. Thay  $x = 1$  vào biểu thức  $O = ax^2 + bx + c$ , ta có

$$O = a + b + c.$$

□

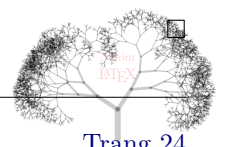
**BÀI 3.** Cho  $f(x) = x^8 - 101x^7 + 101x^6 - 101x^5 + \dots + 101x^2 - 101x + 25$ . Tính  $f(100)$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $f(x) = x^7(x - 100) + x^5(x - 100) + x^3(x - 100) + x(x - 100) - x^7 - x^5 - x^3 - x + 25$

Thay  $x = 100$  vào  $f(x)$ , ta được

$$f(x) = -100^7 - 100^5 - 100^3 - 100 + 25 = -100010001000100 + 25 = -100010001000075.$$



## DẠNG 2. Bài tập về đơn thức

a. Thu gọn đơn thức, tìm bậc và hệ số.

Phương pháp

Bước 1. Dùng quy tắc nhân đơn thức để thu gọn.

Bước 2. Xác định hệ số, bậc của đơn thức đó thu gọn.

b. Thu gọn đa thức, tìm bậc và hệ số cao nhất.

Phương pháp

Bước 1. Dùng quy tắc nhân đơn thức để thu gọn.

Bước 2. Xác định hệ số, bậc của đơn thức đó thu gọn.

**BÀI 1.** Rút gọn các biểu thức sau, và xác định bậc của chúng.

a)  $A = 3x^2.y.2xy^2$ .

b)  $B = \frac{1}{2}x.3y^2.\left(-\frac{4}{3}x^2.y.x^3\right)$ .

c)  $C = (-2x^3y)^3.3x.y^4$ .

d)  $D = -\frac{1}{3}x^2y.2xy^3$ .

e)  $E = \left(-\frac{3}{5}x^3y^2z\right)^3$ .

f)  $F = 2x^3y.[-3(-x)y^4]$ .

g)  $G = x\left[\frac{2}{9}y(3xy^2)^2\right]^3$ .

h)  $H = xy^2z^3.(2xyz)^3.3x^2(2xy)^3$ .

i)  $I = (xy^2z)^n.x^{n+1}.2(yz^2)^{n-1}$ .

j)  $J = (-2xy^2)^{n-1}.3x.(4x^2y)^{n+1}.(2xyz)^{2n+1}$ .

**Lời giải.**

1.  $A = 3x^2.y.2xy^2 = 3.2.x^2.x.y.y^2 = 6x^3y^3$ .

Bậc của  $A$  là  $3 + 3 = 6$ .

2.  $B = \frac{1}{2}x.3y^2.\left(-\frac{4}{3}x^2.y.x^3\right) = -\frac{1}{2}.3.\frac{4}{3}.x.x^2.x^3.y^2.y = -2x^6y^3$ .

Bậc của  $B$  là  $6 + 3 = 9$ .

3.  $C = (-2x^3y)^3.3x.y^4 = -8x^9y^3.3xy^4 = -8.3.x^9.x.y^3.y^4 = -24x^{10}y^7$ .

Bậc của  $C$  là  $10 + 7 = 17$ .

4.  $D = -\frac{1}{3}x^2y.2xy^3 = -\frac{1}{3}.2.x^2.x.y.y^3 = -\frac{2}{3}x^3y^4$ .

Bậc của  $D$  là  $3 + 4 = 7$ .

5.  $E = \left(-\frac{3}{5}x^3y^2z\right)^3 = -\left(\frac{3}{5}\right)^3.x^{3.3}.y^{2.3}.z^3 = -\frac{27}{125}x^9y^6z^3$ .

Bậc của  $E$  là  $9 + 6 + 3 = 18$ .

6.  $F = 2x^3y.[-3(-x)y^4] = 2.3.x^3.x.y.y^4 = 6x^4y^5$ .

Bậc của  $F$  là  $4 + 5 = 9$ .

7.  $G = x\left[\frac{2}{9}y(3xy^2)^2\right]^3 = x\left(\frac{2}{9}y.9x^2y^4\right)^3 = x.(2x^2y^5)^3 = x.8.x^6.y^{12} = 8x^7y^{12}$ .

Bậc của  $G$  là  $7 + 12 = 19$ .

8.  $H = xy^2z^3.(2xyz)^3.3x^2(2xy)^3 = xy^2z^3.8x^3y^3z^3.3x^2.8x^3y^3 = 8.3.8.x.x^3.x^3.y^2.y^3.y^3.z^3.z^3 = 192x^7y^8z^6$ .

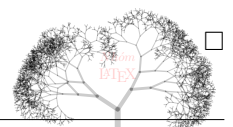
Bậc của  $H$  là  $7 + 8 + 6 = 21$ .

9.  $I = (xy^2z)^n.x^{n+1}.2(yz^2)^{n-1} = x^ny^{2n}z^n.x^{n+1}.2y^{n-1}z^{2(n-1)} = 2.x^n.x^{n+1}.y^{2n}.y^{n-1}.z^{2n-2} = 2x^{2n+1}y^{3n-1}z^{2n-2}$ .

Bậc của  $I$  là  $2n + 1 + 3n - 1 + 2n - 2 = 7n - 2$ .

10.  $J = (-2xy^2)^{n-1}.3x.(4x^2y)^{n+1}.(2xyz)^{2n+1} = (-1)^{n-1}.3.2^{n-1+2n+1}.(2^2)^{n+1}.x^{n-1+1+2(n+1)+2n+1}.y^{2(n-1)+n+1+2n+1}z^{2n+1} = 3.(-1)^{n-1}.2^{3n+2(n+1)}x^{5n+3}y^{5n}z^{2n+1} = 3.(-1)^{n-1}.2^{5n+2}x^{5n+3}y^{5n}z^{2n+1}$ .

Bậc của  $J$  là  $5n + 3 + 5n + 2n + 1 = 12n + 4$ .



**BÀI 2.** Tính tích của hai, ba đơn thức rồi xác định hệ số, phần biến của nó.

a)  $A = -2xy^2z; B = \frac{3}{4}x^2yz^3.$

b)  $A = \frac{1}{3}xy^2; B = -\frac{3}{4}yz.$

c)  $A = x^3 \left(-\frac{5}{4}x^2y\right); B = \frac{2}{5}x^3y^4.$

d)  $A = -\frac{3}{4}x^5y^4; B = xy^2; C = -\frac{8}{9}x^2y^5.$

e)  $A = -\frac{1}{4}x^5y; B = -2xy^2.$

f)  $A = \frac{1}{5}(xy)^3; B = \frac{2}{3}x^2.$

g)  $A = 2x^2yz; B = -3xy^3z.$

h)  $A = -12xyz; B = \left(-\frac{4}{3}x^2y^3z\right).y.$

i)  $A = 5ax^2yz; B = (-8xy^3bz)^2$  ( $a, b$  hằng số).

j)  $A = 15xy^2z; B = \left(-\frac{4}{3}x^2y^3z\right); C = 2xy.$

**Lời giải.**

1.  $AB = -2xy^2z \cdot \frac{3}{4}x^2yz^3 = \frac{-3}{2}x^3y^3z^4.$

Hệ số:  $\frac{-3}{2}$ . Biến:  $x^3y^3z^4$ .

2.  $AB = \frac{1}{3}xy^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}yz\right) = -\frac{1}{4}xy^3z.$

Hệ số:  $-\frac{1}{4}$ . Biến:  $xy^3z$ .

3.  $AB = x^3 \left(-\frac{5}{4}x^2y\right) \cdot \frac{2}{5}x^3y^4 = -\frac{1}{2}x^8y^5.$

Hệ số:  $-\frac{1}{2}$ . Biến:  $x^8y^5$ .

4.  $ABC = -\frac{3}{4}x^5y^4 \cdot xy^2 \cdot \left(-\frac{8}{9}x^2y^5\right) = \frac{2}{3}x^8y^{11}.$

Hệ số:  $\frac{2}{3}$ . Biến:  $x^8y^{11}$ .

5.  $AB = -\frac{1}{4}x^5y \cdot (-2)xy^2 = \frac{1}{2}x^6y^3.$

Hệ số:  $\frac{1}{2}$ . Biến:  $x^6y^3$ .

6.  $AB = \frac{1}{5}(xy)^3 \cdot \frac{2}{3}x^2 = \frac{2}{15}x^5y^3.$

Hệ số:  $\frac{2}{15}$ . Biến:  $x^5y^3$ .

7.  $AB = 2x^2yz \cdot (-3)xy^3z = -6x^3y^4z^2.$

Hệ số:  $-2$ . Biến:  $x^3y^4z^2$ .

8.  $AB = -12xyz \cdot \left(-\frac{4}{3}x^2y^3z\right) \cdot y = 16x^3y^5z^2.$

Hệ số:  $16$ . Biến:  $x^3y^5z^2$ .

9.  $AB = 5ax^2yz \cdot (-8xy^3bz)^2 = 5ax^2yz \cdot 64x^2y^6b^2z^2 = 320ab^2x^4y^7z^3$  ( $a, b$  hằng số).

Hệ số:  $320ab^2$ . Biến:  $x^4y^7z^3$ .

10.  $ABC = 15xy^2z \cdot \left(-\frac{4}{3}x^2yz^3\right) \cdot 2xy = -40x^4y^4z^4.$

Hệ số:  $-40$ . Biến:  $x^4y^4z^4$ .

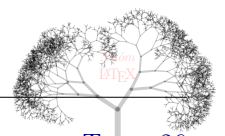
□

**BÀI 3.** Hãy sắp xếp các đơn thức sau theo từng nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau, rồi cộng các đơn thức đồng dạng đó:

$$2xy^2z, 6xy, -3x^2y, -5xy^2z, 3xy, \frac{3}{4}x^2y, \frac{1}{2}xy^2z, -\frac{1}{5}xy$$

**Lời giải.**

1.  $2xy^2z - 5xy^2z + \frac{1}{2}xy^2z = -\frac{5}{2}xy^2z.$



$$2. 6xy + 3xy - \frac{1}{5}xy = \frac{48}{5}xy.$$

$$3. -3x^y + \frac{3}{4}x^2y = -\frac{9}{4}x^2y$$

□

**BÀI 4.** Cho các đơn thức:  $2x^2y^3$ ;  $5y^2x^3$ ;  $-\frac{1}{2}x^3y^2$ ;  $-\frac{1}{2}x^2y^3$

- Hãy xác định các đơn thức đồng dạng.
- Tính đa thức  $F$  là tổng các đơn thức trên.
- Tìm giá trị của đa thức  $F$  tại  $x = -3$ ,  $y = 2$ .
- Nhân các đơn thức đã cho rồi tìm bậc, phần biến, hệ số của đơn thức tích.

**Lời giải.**

a) Các đơn thức  $2x^2y^3$ ,  $5x^2y^3$ ,  $-\frac{1}{2}x^2y^3$  là các đơn thức đồng dạng.

$$b) F = 2x^2y^3 + 5x^2y^3 - \frac{1}{2}x^2y^3 = \frac{13}{2}x^2y^3.$$

$$c) \text{ Với } x = -3, y = 2 \text{ ta có } F = \frac{13}{2} \cdot (-3)^2 \cdot 2^3 = 468.$$

$$d) I = 2x^2y^3 \cdot 5y^2x^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)x^3y^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)x^2y^3 = \frac{5}{2}x^9y^{11}.$$

□

### ☐ DẠNG 3. Đa thức nhiều biến

#### Phương Pháp

Bước 1. Viết phép tính cộng, trừ các đa thức.

Bước 2. Áp dụng qui tắc bỏ dấu ngoặc.

Bước 3. Thu gọn các hạng tử đồng dạng (Cộng hay trừ các hạng tử đồng dạng).

**BÀI 1.** Rút gọn các biểu thức sau, và xác định bậc của chúng:

$$a) A = 2x^2y - 3x^2y.$$

$$b) B = 3 \cdot 2^x - \frac{8}{3} \cdot 2^x.$$

$$c) C = 2x^4 - \frac{3}{2}xy \cdot 4x^2 - 8x(2xy^2) + 4x^2y^2.$$

$$d) D = x^2y - \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{3}x^2y + \frac{2}{3}xy^2 + 1.$$

$$e) E = 3xy^5 - x^2y + 7xy - 3xy^5 + 3x^2y - \frac{1}{2}xy.$$

$$f) F = 5x^3 - 4x + 7x^2 - 6x^3 + 4x + 1.$$

$$g) G = xy^2z + 3xyz^2 - \frac{1}{5}xy^2z - \frac{1}{3}xyz^2 - 2.$$

$$h) H = 2a^2b - 8b^2 + 5a^2b + 5c^2 - 3b^2 + 4c.$$

$$i) I = 5xy - y^2 - 2xy + 4yz + 3x - 2y.$$

$$j) J = \frac{1}{2}ab^2 - \frac{7}{8}b^2a + \frac{3}{4}a^2b - \frac{3}{8}ba^2 - \frac{1}{2}ab^2.$$

$$k) K = 3x^5y + \frac{1}{3}xy^4 + \frac{3}{4}xy^2y^3 - \frac{1}{2}x^5y + 2xy^4 - x^2y^3.$$

$$l) L = 3x^2y + 2xy^2 - \frac{5}{6}x^2y + 3xy^2 - \frac{4}{9}xy^2 + 3x^3.$$

$$m) M = 15x^2y^3 + 7x^2 - 8x^3y^2 - 12x^2 + 11x^3y^2 - 12x^2y^3.$$

$$n) N = 12x^3y^2 - \frac{3}{7}x^4y^2 + 2xy^3 - x^3y^2 + x^4y^2 - xy^3 - 5.$$

$$o) O = -8x^3y + \frac{7}{2}xy^3 - 6x^2y^2 + \frac{3}{2}x^3y - \frac{5}{2}x^2y^2 + 4x^3y - 5xy^3 + 5x^2y^2.$$

$$p) P = \frac{81}{4}x^2 \left(\frac{2}{3}xy\right)^3 - 6xy \left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 + \frac{1}{2}x^7 - \frac{2}{3}x^5y^3 + \frac{3}{4}xy^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}y\right)^2.$$

$$q) Q = \frac{2}{3} \cdot 9^{x+1} - \frac{3}{5}9^x + 81 \cdot 9^{x-1}.$$



**Lời giải.**

1.  $A = 2x^2y - 3x^2y = -x^2y$ , bậc của đa thức là bậc 3.
2.  $B = 3 \cdot 2^x - \frac{8}{3} \cdot 2^x = \frac{1}{3} 2^x$ .
3.  $C = 2x^4 - \frac{3}{2}xy \cdot 4x^2 - 8x(2xy^2) + 4x^2y^2 = 2x^4 + 6x^3y + 16x^2y^2 + 4x^2y^2 = 2x^4 + 6x^3y + 20x^2y^2$ , bậc của đa thức là bậc 4.
4.  $D = x^2y - \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{3}x^2y + \frac{2}{3}xy^2 + 1 = \frac{4}{3}x^2y + \frac{1}{6}xy^2 + 1$ , bậc của đa thức là bậc 3.
5.  $E = 3xy^5 - x^2y + 7xy - 3xy^5 + 3x^2y - \frac{1}{2}xy = 2x^2y + \frac{13}{2}xy + 1$ , bậc của đa thức là bậc 3.
6.  $F = 5x^3 - 4x + 7x^2 - 6x^3 + 4x + 1 = -x^3 + 7x^2 + 1$ , bậc của đa thức là bậc 3.
7.  $G = xy^2z + 3xyz^2 - \frac{1}{5}xy^2z - \frac{1}{3}xyz^2 - 2 = \frac{4}{5}xy^2z + \frac{8}{3}xyz^2 - 2$ , bậc của đa thức là bậc 4.
8.  $H = 2a^2b - 8b^2 + 5a^2b + 5c^2 - 3b^2 + 4c = 7a^2b - 11b^2 + 9c^2$ , bậc của đa thức là bậc 3.
9.  $I = 5xy - y^2 - 2xy + 4yz + 3x - 2y = 7xy - y^2 + 3x - 2y$ , bậc của đa thức là bậc 2.
10.  $J = \frac{1}{2}ab^2 - \frac{7}{8}b^2a + \frac{3}{4}a^2b - \frac{3}{8}ba^2 - \frac{1}{2}ab^2 = \frac{3}{8}a^2b - \frac{7}{8}b^2a$ , bậc của đa thức là bậc 3.
11.  $K = 3x^5y + \frac{1}{3}xy^4 + \frac{3}{4}xY2y^3 - \frac{1}{2}x^5y + 2xy^4 - x^2y^3 = \frac{5}{2}x^5y + \frac{7}{3}xy^4 - \frac{1}{4}x^2y^3$ , bậc của đa thức là bậc 6.
12.  $L = 3x^2y + 2xy^2 - \frac{5}{6}x^2y + 3xy^2 - \frac{4}{9}xy^2 + 3x^3 = \frac{13}{6}x^2y + \frac{41}{9}xy^2 + 3x^3$ , bậc của đa thức là bậc 3.
13.  $M = 15x^2y^3 + 7x^2 - 8x^3y^2 - 12x^2 + 11x^3y^2 - 12x^2y^3 = 3x^2y^3 - 5x^2 + 3x^3y^2$ , bậc của đa thức là bậc 5.
14.  $N = 12x^3y^2 - \frac{3}{7}x^4y^2 + 2xy^3 - x^3y^2 + x^4y^2 - xy^3 - 5 = 11x^3y^2 + \frac{4}{7}x^4y^2 + xy^3 - 5$ , bậc của đa thức là bậc 6.
15.  $O = -8x^3y + \frac{7}{2}xy^3 - 6x^2y^2 + \frac{3}{2}x^3y - \frac{5}{2}x^2y^2 + 4x^3y - 5xy^3 + 5x^2y^2 = -\frac{5}{2}x^3y - \frac{3}{2}xy^3 - \frac{7}{2}x^2y^2$ , bậc của đa thức là bậc 4.
16.  $P = \frac{81}{4}x^2 \left(\frac{2}{3}xy\right)^3 - 6xy \left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 + \frac{1}{2}x^7 - \frac{2}{3}x^5y^3 + \frac{3}{4}xy^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}y\right)^2 = 6x^5y^3 - \frac{3}{2}xy^5 + \frac{1}{2}x^7 - \frac{2}{3}x^5y^3 - xy^5 = \frac{16}{3}x^5y^3 - \frac{5}{2}xy^5 + \frac{1}{2}x^7$ , bậc của đa thức là bậc 7.
17.  $Q = \frac{2}{3} \cdot 9^{x+1} - \frac{3}{5}9^x + 81 \cdot 9^{x-1}$ .

□

**BÀI 2.** Tính tổng và hiệu của hai đa thức và tìm bậc của đa thức thu được.

1.  $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$ ;  $H = 3x^2 + 2xy - y^2$ .
2.  $B = x^3 - 2x^2y + \frac{1}{3}xy^2 - y^4 + 1$ ;  $I = -x^3 - \frac{1}{2}x^2y + xy^2 - y^4 - 2$ .
3.  $C = 5xy - \frac{2}{3}x^2y + xyz^2 - 1$ ;  $J = 2x^2y - xyz^2 - \frac{2}{5}xy + x + \frac{1}{2}$ .
4.  $D = 2,5x^3 - 0,1x^2y + y^3$ ;  $K = 4x^2y - 3,5x^3 + 7xy^2 - y^3$ .
5.  $E = x^2y - xy^2 + 3x^2$ ;  $L = x^2y + xy^2 - 2x^2 - 1$ .
6.  $F = 2x^2 - 3xy + 4y^2$ ;  $M = 3x^2 + 4xy - y^2$ .
7.  $G = 4x^2 - 5xy + 3y^2$ ;  $N = 3x^2 + 2xy - y^2$ .

**Lời giải.**

1. ;



$$2. B + I = (x^3 - x^3) + \left(-2 - \frac{1}{2}\right)x^2y + \left(\frac{1}{3} + 1\right)xy^2 + (-1 - 1)y^4 + 1 - 2 = -\frac{5}{2}x^2y + \frac{4}{3}xy^2 - 2y^4 - 1$$

$\Rightarrow B + I$  có bậc là 4.

$$B - I = (x^3 + x^3) + \left(-2 + \frac{1}{2}\right)x^2y + \left(\frac{1}{3} - 1\right)xy^2 + (-1 + 1)y^4 + 1 + 2 = 2x^3 - \frac{3}{2}x^2y - \frac{2}{3}xy^2 + 3$$

$\Rightarrow B - I$  có bậc là 3.

$$3. C + J = \left(5 - \frac{2}{5}\right)xy + \left(-\frac{2}{3} + 2\right)x^2y + (1 - 1)xyz^2 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{23}{5}xy + \frac{4}{3}x^2y + x - \frac{1}{2} \Rightarrow C + J \text{ có bậc là } 3.$$

$$C - J = \left(5 + \frac{2}{5}\right)xy + \left(-\frac{2}{3} - 2\right)x^2y + (1 + 1)xyz^2 - 1 - \frac{1}{2} = \frac{27}{5}xy - \frac{8}{3}x^2y + 2xyz^2 - x - \frac{3}{2} \Rightarrow C - J \text{ có bậc là } 4.$$

$$4. D + K = (2,5 - 3,5)x^3 + (-0,1 + 4)x^2y + (1 - 1)y^3 + 7xy^2 = -x^3 + 3,9x^2y + 7xy^2 \Rightarrow D + K \text{ có bậc là } 3.$$

$$D - K = (2,5 + 3,5)x^3 + (-0,1 - 4)x^2y + (1 + 1)y^3 - 7xy^2 = 6x^3 - 4,1x^2y + 2y^3 - 7xy^2 \Rightarrow D - K \text{ có bậc là } 3.$$

$$5. E + L = (1 + 1)x^2y + (-1 + 1)xy^2 + (3 - 2)x^2 - 1 = 2x^2y + x^2 - 1 \Rightarrow E + L \text{ có bậc là } 3.$$

$$E - L = (1 - 1)x^2y + (-1 - 1)xy^2 + (3 + 2)x^2 + 1 = -2xy^2 + 5x^2 + 1 \Rightarrow E - L \text{ có bậc là } 3.$$

$$6. F + M = (2 + 3)x^2 + (-3 + 4)xy + (4 - 1)y^2 = 5x^2 + xy + 3y^2 \Rightarrow F + M \text{ có bậc là } 2.$$

$$F - M = (2 - 3)x^2 + (-3 - 4)xy + (4 + 1)y^2 = -x^2 - 7xy + 5y^2 \Rightarrow F - M \text{ có bậc là } 2.$$

$$7. G + N = (4 + 3)x^2 + (-5 + 2)xy + (3 - 1)y^2 = 7x^2 - 3xy + 2y^2 \Rightarrow G + N \text{ có bậc là } 2.$$

$$G - N = (4 - 3)x^2 + (-5 - 2)xy + (3 + 1)y^2 = x^2 - 7xy + 4y^2 \Rightarrow G - N \text{ có bậc là } 2$$

□

**BÀI 3.** Cho các đa thức sau:

$$P(x, y) = \frac{1}{2}x^2y + \frac{2}{3}xy^2 - 2x^3 + \frac{1}{2}y^3, Q(x, y) = \frac{3}{2}x^3 + 3x^2y - 3xy^2 - \frac{4}{3}y^3.$$

Xác định

a)  $P(x, y) + Q(x, y).$

b)  $P(x, y) - Q(x, y).$

c)  $3P(x, y) + 2Q(x, y).$

d)  $2P(x, y) - 3Q(x, y).$

2

**Lời giải.**

$$1. P(x, y) + Q(x, y) = \left(\frac{1}{2} + 3\right)x^2y + \left(\frac{2}{3} - 3\right)xy^2 + \left(-2 + \frac{3}{2}\right)x^3 + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\right)y^3 = \frac{7}{2}x^2y - \frac{7}{3}xy^2 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{6}y^3.$$

$$2. P(x, y) - Q(x, y) = \left(\frac{1}{2} - 3\right)x^2y + \left(\frac{2}{3} + 3\right)xy^2 + \left(-2 - \frac{3}{2}\right)x^3 + \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right)y^3 = -\frac{5}{2}x^2y + \frac{11}{3}xy^2 - \frac{7}{2}x^3 + \frac{11}{6}y^3.$$

$$3. 3P(x, y) + 2Q(x, y) = \left(\frac{3}{2} + 6\right)x^2y + \left(\frac{6}{3} - 6\right)xy^2 + \left(-6 + \frac{6}{2}\right)x^3 + \left(\frac{3}{2} - \frac{8}{3}\right)y^3 = \frac{15}{2}x^2y - 4xy^2 - 3x^3 - \frac{7}{6}y^3.$$

$$4. 2P(x, y) - 3Q(x, y) = \left(\frac{2}{2} - 9\right)x^2y + \left(\frac{4}{3} + 9\right)xy^2 + \left(-4 - \frac{9}{2}\right)x^3 + \left(\frac{2}{2} + \frac{12}{3}\right)y^3 = -8x^2y + \frac{31}{3}xy^2 - \frac{17}{2}x^3 + 5y^3.$$

□

**BÀI 4.** Cho các đa thức sau:

$$P = \frac{3}{2}x^2y - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}y^3 - 3xy^2, Q = \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{4}y^3 + \frac{1}{3}x^2y + 2xy^2.$$

Xác định đa thức  $R$  biết

a)  $R = P + Q.$

b)  $R + P = Q.$

c)  $P - R = Q.$

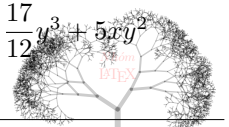
d)  $2P + R = 3Q.$

**Lời giải.**

$$1. R = P + Q = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right)x^2y + \left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{2}\right)x^3 + \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)y^3 + (-3 + 2)xy^2 = \frac{11}{6}x^2y + \frac{13}{6}x^3 - \frac{1}{12}y^3 - xy^2.$$

$$2. R + P = Q$$

$$\Rightarrow R = Q - P = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right)x^2y + \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{3}\right)x^3 + \left(-\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)y^3 + (2 + 3)xy^2 = -\frac{7}{6}x^2y + \frac{17}{6}x^3 - \frac{17}{12}y^3 + 5xy^2$$





$$3. P - R = Q$$

$$\Rightarrow R = P - Q = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right)x^2y + \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right)x^3 + \left(-\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)y^3 + (3 - 2)xy^2 = \frac{7}{6}x^2y - \frac{17}{6}x^3 + \frac{17}{12}y^3 - 5xy^2$$

$$4. 2P + R = 3Q$$

$$\Rightarrow R = 3Q - 2P = \left(\frac{3}{3} - \frac{6}{2}\right)x^2y + \left(\frac{15}{2} + \frac{2}{3}\right)x^3 + \left(-\frac{9}{4} - \frac{4}{3}\right)y^3 + (6 + 6)xy^2 = -2x^2y + \frac{49}{6}x^3 - \frac{43}{12}y^3 + 12xy^2.$$

□

**BÀI 5.** Tìm đa thức  $M$ , biết

$$a) M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2.$$

$$b) M + (3x^2y - 2xy^3) = 2x^2y - 4xy^3.$$

$$c) \left(\frac{1}{2}xy^2 + x^2 - x^2y\right) - M = -xy^2 + x^2y + 1.$$

$$d) M - (x^3y^2 - x^2y + xy) = 2x^3y^2 - \frac{3}{2}xy.$$

$$e) M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2.$$

$$f) (3xy - 4y^2) - M = x^2 - 7xy + 8y^2.$$

$$g) M + (3x^2y - 2xy^3) = 2x^2y - 4xy^3.$$

**Lời giải.**

$$1. M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy) = (6 - 5)x^2 + (9 + 2)xy - y^2 = x^2 + 11xy - y^2.$$

$$2. M = 2x^2y - 4xy^3 - (3x^2y - 2xy^3) = (2 - 3)x^2y + (-4 + 2)xy^3 = -x^2y - 2xy^3.$$

$$3. M = \left(\frac{1}{2}xy^2 + x^2 - x^2y\right) - (-xy^2 + x^2y + 1) = \left(\frac{1}{2} + 1\right)xy^2 + x^2 + (-1 - 1)x^2y - 1 = \frac{3}{2}xy^2 + x^2 - 2x^2y - 1.$$

$$4. M = 2x^3y^2 - \frac{3}{2}xy + (x^3y^2 - x^2y + xy) = (2 + 1)x^3y^2 + \left(-\frac{3}{2} + 1\right)xy - x^2y = 3x^3y^2 - \frac{1}{2}xy - x^2y.$$

$$5. M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy) = (6 - 5)x^2 + (9 + 2)xy - y^2 = x^2 + 11xy - y^2.$$

$$6. M = (3xy - 4y^2) - x^2 - 7xy + 8y^2 = -x^2 + (3 - 7)xy + (-4 + 8)y^2 = -x^2 - 4xy + 4y^2.$$

$$7. M = 2x^2y - 4xy^3 - (3x^2y - 2xy^3) = (2 - 3)x^2y + (-4 + 2)xy^3 = -x^2y - 2xy^3.$$

□

**BÀI 6.** Cho hai đa thức

$$A = -2xy^2 + 3xy + 5xy^2 + 5xy + 1 - 7x^2 - 3y^2 - 2x^2 + y^2, B = 5x^2 + xy - x^2 - 2y^2.$$

1. Thu gọn đa thức  $A, B$ . Tìm bậc của  $A, B$ .

2. Tính giá trị của  $A$  tại  $x = -\frac{1}{2}, y = -1$ .

3. Tính  $C = A + B$ . Tính giá trị của đa thức  $C$  tại  $x = -1, y = -\frac{1}{2}$ .

4. Tìm  $D = A - B$ .

**Lời giải.**

$$1. A = (-2 + 5)xy^2 + (3 + 5)xy + 1 - 9x^2 - 2y^2 = 3xy^2 + 8xy - 9x^2 - 2y^2 + 1,$$

$$B = 4x^2 + xy - 2y^2.$$

Bậc của  $A, B$  lần lượt là 3 và 2.

2. Giá trị của  $A$  tại  $x = -\frac{1}{2}, y = -1$  là

$$3\left(-\frac{1}{2}\right)(-1)^2 + 8\left(-\frac{1}{2}\right)(-1) - 9\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2(-1)^2 + 1 = -\frac{3}{4}$$

$$3. C = A + B = 3xy^2 + 9xy - 5x^2 - 4y^2 + 1.$$

Giá trị của  $C$  tại  $x = -1, y = -\frac{1}{2}$  là

$$3(-1)\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 9(-1)\left(-\frac{1}{2}\right) - 5(-1)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = -\frac{5}{4}.$$

$$4. D = A - B = 3xy^2 + 7xy - 13x^2 + 1.$$



**BÀI 7.** Cho đa thức  $f(x, y) = 2y - x - \{2x - y - [y + 3x - (5y - x)]\}$ .

1. Rút gọn đa thức trên.
2. Tính giá trị đa thức trên với  $x = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $y = a^2 - 2ab + b^2$  và rút gọn.

**Lời giải.**

1.  $f(x, y) = 2y - x - 2x + y + [y + 3x - (5y - x)] = 3y - 3x + y + 3x - 5y + x = x - y$ .
2. Với  $x = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $y = a^2 - 2ab + b^2$ , ta có  
 $f(x, y) = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$ .

□

#### 📁 DẠNG 4. Đa thức một biến

##### Phương pháp

Bước 1: Thu gọn các đơn thức và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến.

Bước 2: Viết các đa thức sao cho các hạng tử đồng dạng thẳng cột với nhau.

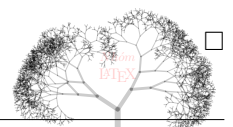
Bước 3: Thực hiện phép tính cộng hoặc trừ các hạng tử đồng dạng cùng cột.

**BÀI 1.** Tính  $A(x) + B(x)$ ,  $A(x) - B(x)$ ,  $B(x) - A(x)$ .

1.  $A(x) = 3x^2 + x - 4$ ;  $B(x) = -5x^2 + x + 3$ .
2.  $A(x) = 3x^4 - \frac{3}{4}x^3 + 2x^2 - 3$ ;  $B(x) = 8x^4 + \frac{1}{5}x^3 - 9x + \frac{2}{5}$ .
3.  $A(x) = -2x^3 + x^2 - \frac{1}{3}x - 9$ ;  $B(x) = 2x^3 - 3x^2 - \frac{2}{3}x + 5$ .
4.  $A(x) = 15x^6 - 0,75x^5 + 2x^3 - x + 8$ ;  $B(x) = x^5 - 3x^4 + \frac{1}{2}x^3 - x^2 - 5$ .
5.  $A(x) = -\frac{1}{4}x^5 + 3x^4 - x + 2x^3 - 8x^2 - x^3 + 3$ ;  $B(x) = 0,75x^5 - 2x^4 - 2x^3 + x^4 + 2$ .

**Lời giải.**

1.  $A(x) + B(x) = -2x^2 + 2x - 1$ .  
 $A(x) - B(x) = 8x^2 - 7$ .  
 $B(x) - A(x) = -8x^2 + 7$ .
2.  $A(x) + B(x) = 11x^4 - \frac{11}{20}x^3 + 2x^2 - 9x - \frac{13}{5}$ .  
 $A(x) - B(x) = -5x^4 - \frac{19}{20}x^3 + 2x^2 + 9x - \frac{17}{5}$ .  
 $B(x) - A(x) = 5x^4 + \frac{19}{20}x^3 - 2x^2 - 9x + \frac{17}{5}$ .
3.  $A(x) + B(x) = x^3 - 2x^2 - x - 4$ .  
 $A(x) - B(x) = -4x^3 + 4x^2 + \frac{1}{3}x - 14$ .  
 $B(x) - A(x) = 4x^3 - 4x^2 - \frac{1}{3}x + 14$ .
4.  $A(x) + B(x) = 15x^6 + 0,25x^5 - 3x^4 + \frac{5}{2}x^3 - x^2 - x + 3$ .  
 $A(x) - B(x) = 15x^6 - 1,75x^5 + 3x^4 + \frac{3}{2}x^3 + x^2 - x + 13$ .  
 $B(x) - A(x) = -15x^6 + 1,75x^5 - 3x^4 - \frac{3}{2}x^3 - x^2 + x - 13$ .
5. Ta có  $A(x) = -0,25x^5 + 3x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 2$ ,  $B(x) = 0,75x^5 - x^4 - 2x^3 + 2$   
 $A(x) + B(x) = 0,5x^5 + 2x^4 - x^3 - x + 4$ .  
 $A(x) - B(x) = -x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 8x^2 - x$ .  
 $B(x) - A(x) = x^5 - 4x^4 - 3x^3 + 8x^2 + x$ .



□

**BÀI 2.** Cho các đa thức

$$P = \frac{3}{2}x^4 - 2x + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x^5, Q = \frac{3}{2}x^5 - 3x + \frac{5}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 3x^3.$$

Xác định

- a)  $P + Q$ .  
b)  $P - Q$ .  
c)  $2P + Q$ .  
d)  $3P - 2Q$ .

**Lời giải.**

1.  $\frac{3}{2}x^4 - 2x + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x^5 + \frac{3}{2}x^5 - 3x + \frac{5}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 3x^3 = 2x^5 + 4x^4 + \frac{5}{2}x^3 - x^2 - 5x$ ;
2.  $\frac{3}{2}x^4 - 2x + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x^5 - \frac{3}{2}x^5 - 3x + \frac{5}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 3x^3 = 2x^5 - x^4 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + x$ ;
3.  $2\left(\frac{3}{2}x^4 - 2x + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x^5\right) - \frac{3}{2}x^5 - 3x + \frac{5}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 3x^3 = 4x^5 + 4x^4 - \frac{4}{3}x^2 - 7x$ ;
4.  $3\left(\frac{3}{2}x^4 - 2x + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x^5\right) - 2\left(\frac{3}{2}x^5 - 3x + \frac{5}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 3x^3\right) = 6x^5 - 2x^4 - \frac{9}{2}x^3 - 6x^2$ .

□

**BÀI 3.** Tính tổng các hệ số của tổng hai đa thức

$$A(x) = x^2 - mx + m^2, B(x) = (m + 1)x^2 + 3mx + m^2.$$

**Lời giải.**

Tổng hệ số của hai đa thức trên là  $1 - m + m^2 + m + 1 + 3m + m^2 = 2 + 3m + 2m^2$

□

**BÀI 4.** Cho 3 đa thức

$$M(x) = 3x^3 + x^2 + 4x^4 - x - 3x^3 + 5x^4 + x^2 - 6,$$

$$N(x) = -x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2 - 5x^3 + 3x + 1 + x,$$

$$P(x) = 1 + 2x^5 - 3x^2 + x^5 + 3x^3 - x^4 - 2x.$$

1. Tính  $M(x) + N(x) + P(x)$ .
2. Tính  $M(x) - N(x) - P(x)$ .

**Lời giải.**

1.  $3x^3 + x^2 + 4x^4 - x - 3x^3 + 5x^4 + x^2 - 6 - x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2 - 5x^3 + 3x + 1 + x + 1 + 2x^5 - 3x^2 + x^5 + 3x^3 - x^4 - 2x = 3x^5 + 8x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x - 4$ ;
2.  $3x^3 + x^2 + 4x^4 - x - 3x^3 + 5x^4 + x^2 - 6 - (-x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2 - 5x^3 + 3x + 1 + x) - (1 + 2x^5 - 3x^2 + x^5 + 3x^3 - x^4 - 2x) = -3x^5 + 11x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 8$ .

□

**BÀI 5.** Cho hai đa thức  $P(x) = x^5 - x^4$  và  $Q(x) = x^4 - x^3$ .

Tìm đa thức  $R(x)$  sao cho  $P(x) + Q(x) + R(x)$  là đa thức không.

**Lời giải.**

Ta có  $P(x) + Q(x) + R(x) = 0 \Rightarrow R(x) = -P(x) - Q(x) = -x^5 + x^4 - x^4 + x^3 = -x^5 + x^3$ .

□

**DẠNG 5. Tìm nghiệm của đa thức một biến**

1. Kiểm tra một số cho trước có là nghiệm của đa thức một biến không.

**Phương pháp**

Bước 1: Tính giá trị của đa thức tại giá trị của biến cho trước đó.

Bước 2: Nếu giá trị của đa thức bằng 0 thì giá trị của biến đó là nghiệm của đa thức.

2. Tìm nghiệm của đa thức một biến.

**Phương pháp**

Bước 1: Cho đa thức bằng 0.

Bước 2: Giải bài toán tìm  $x$ .

Bước 3: Giá trị  $x$  vừa tìm được là nghiệm của đa thức.

**Chú ý**



$$\checkmark \text{ Nếu } A(x) \cdot B(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0. \end{cases}$$

$$\checkmark \text{ Nếu đa thức } P(x) = ax^2 + bx + c \text{ có } a + b + c = 0 \text{ và } a \neq 0 \text{ thì ta kết luận đa thức luôn có hai nghiệm là } x = 1 \text{ và } x = -\frac{c}{a}.$$

$$\checkmark \text{ Nếu đa thức } P(x) = ax^2 + bx + c \text{ có } a - b + c = 0 \text{ và } a \neq 0 \text{ thì ta kết luận đa thức luôn có hai nghiệm là } x = -1 \text{ và } x = -\frac{c}{a}.$$

**BÀI 1.** Cho đa thức  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 6x + 5$ . Trong các số sau: 1; -1; 2; -2 số nào là nghiệm của đa thức  $f(x)$   
**Lời giải.**

Ta thấy 1 là nghiệm của đa thức, vì

$$f(1) = 1^4 + 2 \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 5 = 0.$$

□

**BÀI 2.** Chứng tỏ rằng

1.  $x = -1, x = 5$  là hai nghiệm của đa thức  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ .
2.  $x = 1, x = \frac{c}{a}$  là hai nghiệm của đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nếu  $a + b + c = 0$  và  $a \neq 0$ .
3.  $x = -1, x = -\frac{c}{a}$  là hai nghiệm của đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nếu  $a - b + c = 0$  và  $a \neq 0$ .

**Lời giải.**

1. Thay  $x = -1$  vào đa thức ta có  $f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 5 = 0$ . Suy ra  $x = -1$  là nghiệm của đa thức.  
 Tương tự, thay  $x = 5$  vào đa thức ta có  $f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 5 = 0$ . Vậy  $x = 5$  là nghiệm của đa thức.

2. ☒ Do  $x = 1$  là nghiệm của đa thức ta có

$$f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0 \Rightarrow a + b + c = 0.$$

- ☒ Tương tự, với  $x = \frac{c}{a}$  ta có

$$f\left(\frac{c}{a}\right) = a \cdot \left(\frac{c}{a}\right)^2 + b \cdot \frac{c}{a} + c = 0 \Rightarrow a \neq 0.$$

Vậy  $x = 1, x = \frac{c}{a}$  là hai nghiệm của đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nếu  $a + b + c = 0$  và  $a \neq 0$ .

3. ☒ Do  $x = -1$  là nghiệm của đa thức ta có

$$f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 0 \Rightarrow a - b + c = 0.$$

- ☒ Tương tự, với  $x = -\frac{c}{a}$  ta có

$$f\left(-\frac{c}{a}\right) = a \cdot \left(-\frac{c}{a}\right)^2 + b \cdot \frac{-c}{a} + c = 0 \Rightarrow a \neq 0.$$

Vậy  $x = -1, x = -\frac{c}{a}$  là hai nghiệm của đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nếu  $a - b + c = 0$  và  $a \neq 0$ .

□

**BÀI 3.**

1. Cho đa thức  $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + 1$ . Tìm  $a$  biết rằng  $f(x)$  có nghiệm là -2.
2. Biết đa thức  $f(x) = x^2 + bx + c$  có hai nghiệm là 1 và 2. Hãy tìm  $b$  và  $c$ .

**Lời giải.**

1. Do  $x = -2$  là nghiệm của đa thức, nên

$$f(-2) = (-2)^3 + 2(-2)^2 + 2a + 1 = 0 \Rightarrow 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{1}{2}.$$



2. ☒ Do  $x = 1$  là nghiệm của đa thức, nên  $f(1) = 1^2 + b + c = 0 \Rightarrow c = -1 - b$ .  
☒ Do  $x = 2$  là nghiệm của đa thức, nên  $f(2) = 2^2 + 2b + c = 0 \Rightarrow c = -4 - 2b$ .  
 Suy ra  $-1 - b = -4 - 2b \Rightarrow b = -3 \Rightarrow c = 2$ .  
 Vậy  $b = -3, c = 2$ .

□

**BÀI 4.** Cho đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Tìm  $a, b, c$  biết rằng  $f(0) = 2$  và  $f(x)$  có hai nghiệm là 1 và  $-1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f(0) = 2 \Rightarrow c = 2$ .

$x = 1$  là nghiệm của đa thức, nên  $f(1) = a + b + c = 0 \Rightarrow a + b + 2 = 0 \Rightarrow a = -2 - b$ .

$x = -1$  là nghiệm của đa thức, nên  $f(-1) = a - b + 2 = 0 \Rightarrow a = b - 2$ .

Suy ra  $-2 - b = b - 2 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a = -2$ .

Vậy  $a = -2, b = 0, c = 2$ .

□

**BÀI 5.**

- Cho đa thức  $f(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ ). Chứng minh rằng nếu có hai số  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của đa thức  $f(x)$  thì  $x_1 = x_2$ .
- Chứng minh rằng đa thức  $f(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  khác nhau thì  $f(x)$  là đa thức không.

**Lời giải.**

- ☒ Do  $x_1$  là nghiệm của đa thức, nên  $f(x_1) = ax_1 + b = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{b}{a}$ .  
☒ Tương tự, ta có  $x_2$  là nghiệm của đa thức nên  $f(x_2) = ax_2 + b = 0 \Rightarrow x_2 = -\frac{b}{a}$ .

Suy ra  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{a}$ . Ta có điều phải chứng minh.

- ☒ Do  $x_1$  là nghiệm của đa thức, nên  $f(x_1) = ax_1 + b = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{b}{a}$ .  
☒ Tương tự, ta có  $x_2$  là nghiệm của đa thức nên  $f(x_2) = ax_2 + b = 0 \Rightarrow x_2 = -\frac{b}{a}$ .

Suy ra  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{a}$ . Mâu thuẫn với giả thiết  $x_1 \neq x_2$ . Điều này chứng tỏ  $f(x)$  là đa thức không.

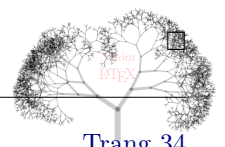
□

**BÀI 6.** Tìm nghiệm của các đa thức.

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| a) $A(x) = 3x - 6$ .   | b) $B(x) = -5x + 30$ . |
| c) $C(x) = x^2 - 81$ . | d) $D(x) = 4x + 9$ .   |
| e) $E(x) = -5x + 6$ .  | f) $F(x) = 2x - 6$ .   |

**Lời giải.**

- $A(x) = 0 \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ . Vậy nghiệm của  $A(x)$  là  $x = 2$ .
- $B(x) = 0 \Rightarrow -5x + 30 = 0 \Rightarrow x = 6$ . Vậy nghiệm của  $B(x)$  là  $x = 6$ .
- $C(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 81 = 0 \Rightarrow x = 9$ , hoặc  $x = -9$ . Vậy nghiệm của  $C(x)$  là  $x = 9$ , hoặc  $x = -9$ .
- $D(x) = 0 \Rightarrow 4x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{9}{4}$ . Vậy nghiệm của  $D(x)$  là  $x = -\frac{9}{4}$ .
- $E(x) = 0 \Rightarrow -5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$ . Vậy nghiệm của  $E(x)$  là  $x = \frac{6}{5}$ .
- $F(x) = 0 \Rightarrow 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$ . Vậy nghiệm của  $A(x)$  là  $x = 3$ .



**BÀI 7.** Tìm nghiệm của các đa thức  $f(x) = h(x) - 2g(x)$  với  $h(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3$  và  $g(x) = x^3 - x^2 + 3x - 4$ .

**Lời giải.**

Ta có  $2g(x) = 2 \cdot (x^3 - x^2 + 3x - 4) = 2x^3 - 2x^2 + 6x - 8$ .

Suy ra

$$\begin{aligned} f(x) &= h(x) - 2g(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3 - (2x^3 - 2x^2 + 6x - 8) \\ &= 2x^3 - 2x^2 + x - 3 - 2x^3 + 2x^2 - 6x + 8 \\ &= -5x + 5. \end{aligned}$$

Khi đó nghiệm của  $f(x)$  là  $-5x + 5 = 0 \Rightarrow x = 1$ .

Vậy nghiệm của đa thức  $f(x) = h(x) - 2g(x)$  là  $x = 1$ . □

**BÀI 8.** Tìm  $x$  biết  $2x(3x + 1) + 3x(4 - 2x) = 7$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} 2x(3x + 1) + 3x(4 - 2x) &= 7 \\ \Leftrightarrow x \cdot [2 \cdot (3x + 1) + 3 \cdot (4 - 2x)] &= 7 \\ \Leftrightarrow x \cdot [6x + 2 + 12 - 6x] &= 7 \\ \Leftrightarrow 14 \cdot x &= 7 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Vậy  $x = \frac{1}{2}$ . □

**BÀI 9.** Cho  $P(x) = 5x - \frac{1}{2}$ .

a) Tính  $P(-1)$  và  $P\left(-\frac{3}{10}\right)$ .

b) Tìm nghiệm của đa thức  $P(x)$ .

**Lời giải.**

$$1. P(-1) = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}, P\left(-\frac{3}{10}\right) = 5 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) - \frac{1}{2} = -2.$$

$$2. 5x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 5x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{10}.$$

**BÀI 10.** Cho đa thức  $P(x) = x^4 + 3x^2 + 3$ .

1. Tính  $P(1)$  và  $P(-1)$ .

2. Chứng tỏ rằng đa thức  $P(x)$  trên không có nghiệm. □

**Lời giải.**

$$1. P(1) = 7, P(-1) = 7$$

2. Ta có  $x^4 \geq 0, x^2 \geq 0 \Rightarrow x^4 + 3x^2 + 3 \geq 3$ .  
 Vậy đa thức  $P(x)$  trên không có nghiệm. □

**BÀI 11.** Tìm nghiệm của đa thức

a)  $A(x) = 3x - 3.$

b)  $B(x) = x^2 + x.$

c)  $C(x) = (6 - 3x)(-2x + 5).$

d)  $D(x) = (x - 4)(x^2 + 1).$

e)  $E(x) = (x - 3)(16 - 4x).$

f)  $F(x) = 3x^2 - 4x$

g)  $G(x) = x^2 - x.$

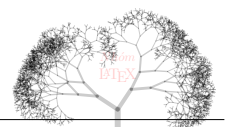
h)  $H(x) = x^2 - 2x.$

i)  $I(x) = x^2 - 2x + 9.$

**Lời giải.**

1.  $A(x) = 0 \Rightarrow 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ . Vậy nghiệm của  $A(x)$  là  $x = 1$ .

2.  $B(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$ .  
 Vậy nghiệm của  $B(x)$  là  $x = 0$  và  $x = -1$ .



$$3. C(x) = 0 \Rightarrow (6 - 3x)(-2x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 3x = 0 \\ -2x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của  $C(x)$  là  $x = 2$  và  $x = \frac{5}{2}$ .

$$4. D(x) = 0 \Rightarrow (x - 4)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy nghiệm của  $D(x)$  là  $x = 4$ .

$$5. E(x) = 0 \Rightarrow (x - 3)(16 - 4x) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = 4. \text{ Vậy nghiệm của } E(x) \text{ là } x = 3 \text{ và } x = 4.$$

$$6. F(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{4}{3}.$$

Vậy nghiệm của  $E(x)$  là  $x = 0$  và  $x = \frac{4}{3}$ .

$$7. G(x) = 0 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1. \text{ Vậy nghiệm của } G(x) \text{ là } x = 0 \text{ và } x = 1.$$

$$8. H(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2. \text{ Vậy nghiệm của } H(x) \text{ là } x = 0 \text{ và } x = 2.$$

$$9. I(x) = x^2 - 2x + 9 = (x - 1)^2 + 8 > 0 \text{ với mọi } x. \text{ Vậy } I(x) \text{ không có nghiệm.}$$

□

**BÀI 12.** Tìm nghiệm của đa thức.

- |                            |                                  |   |
|----------------------------|----------------------------------|---|
| a) $A(x) = x^2 + 9.$       | b) $B(x) = x^2 - 1.$             | c) $C(x) = x^2 - 9.$                      |
| d) $D(x) = x^2 - 4.$       | e) $E(x) =  x + 1  - 8.$         | f) $F(x) =  x^2 + 2  - 2.$                |
| g) $G(x) =  x^8 - 4  + 5.$ | h) $H(x) =  x^n -  x - 1   + 3.$ | i) $I(x) = (x^4 - 2)^{20} +  x - 1  + 5.$ |

**Lời giải.**

- $A(x) > 0$  với mọi  $x \Rightarrow A(x)$  vô nghiệm.
- $B(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1.$  Vậy nghiệm của  $B(x)$  là  $x = 1$  và  $x = -1.$
- $C(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3.$  Vậy nghiệm của  $C(x)$  là  $x = 3$  và  $x = -3.$
- $D(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2.$  Vậy nghiệm của  $C(x)$  là  $x = 2$  và  $x = -2.$
- $E(x) = 0 \Leftrightarrow |x + 1| - 8 = 0 \Leftrightarrow |x + 1| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 8 \\ x + 1 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -9. \end{cases}$   
 Vậy nghiệm của  $E(x)$  là  $x = 7$  và  $x = -9.$
- $F(x) = 0 \Rightarrow |x^2 + 2| - 2 = 0 \Leftrightarrow |x^2 + 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2 = 2 \\ x^2 + 2 = -2 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$   
 Vậy nghiệm của  $F(x)$  là  $x = 0.$
- $G(x) = |x^8 - 4| + 5 > 0$  với mọi  $x.$  Vậy  $G(x)$  vô nghiệm.
- $H(x) = |x^n - |x - 1|| + 3 > 0$  với mọi  $x.$  Vậy  $H(x)$  vô nghiệm.
- $I(x) = (x^4 - 2)^{20} + |x - 1| + 5 > 0$  với mọi  $x.$  Vậy  $I(x)$  vô nghiệm.

□

**BÀI 13.** Cho đa thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), trong đó  $a, b, c$  là những hằng số.

- Biết  $a + b + c = 0.$  Chứng minh  $f(x)$  có một nghiệm là  $x = 1,$  áp dụng để tìm các nghiệm của đa thức  $f(x) = 8x^2 - 6x - 2.$
- 

**Lời giải.**

Ta có  $f(1) = a + b + c = 0.$  Vậy  $f(x)$  có một nghiệm là  $x = 1.$

Ta có  $8 - 6 - 2 = 0,$  nên  $8x^2 - 6x - 2 = 0$  có hai nghiệm là  $x = 1$  và  $x = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}.$

- 



□

**BÀI 14.** Tìm nghiệm của đa thức

a)  $A(x) = x^2 + 7x - 8.$

b)  $B(x) = 5x^2 + 9x + 4.$

**Lời giải.**

a) Đa thức  $A(x) = x^2 + 7x - 8$  có hệ số  $a + b + c = 0$  nên đa thức luôn có 2 nghiệm  $x = 1$  và  $x = \frac{c}{a} = \frac{-8}{1} = -8.$

b) Đa thức  $B(x) = 5x^2 + 9x + 4$  có hệ số  $a - b + c = 0$  nên đa thức luôn có 2 nghiệm  $x = -1$  và  $x = -\frac{c}{a} = \frac{4}{5}.$

□

**BÀI 15.** Hãy lập một đa thức có

a) Một nghiệm duy nhất là 7.

b) Hai nghiệm là 1 và -2.

c) Ba nghiệm là -1; 2; 3.

**Lời giải.**

a) Đa thức  $A(x) = x - 7$  có nghiệm duy nhất là 7.

b) Đa thức  $B(x) = (x - 1)(x + 2)$  có hai nghiệm là 1 và -2.

c) Đa thức  $C(x) = (x + 1)(x - 2)(x + 3)$  có ba nghiệm là -1; 2; 3.

□

**BÀI 16.** Thu gọn rồi tìm nghiệm của đa thức sau

a)  $f(x) = x(1 - 2x) + (2x^2 - x + 4).$

b)  $g(x) = x(x - 5) - x(x + 2) + 7x.$

c)  $h(x) = x(x - 1) + 1.$

**Lời giải.**

a) Ta có

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x(1 - 2x) + (2x^2 - x + 4) \\
 &= x - 2x^2 + 2x^2 - x + 4 \\
 &= 4.
 \end{aligned}$$

Vậy đa thức  $f(x)$  có vô số nghiệm.

b) Ta có

$$\begin{aligned}
 g(x) &= x(x - 5) - x(x + 2) + 7x \\
 &= x^2 - 5x - x^2 - 2x + 7x \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Vậy đa thức  $g(x)$  có vô số nghiệm.

c) Ta có

$$\begin{aligned}
 h(x) &= x(x - 1) + 1 \\
 &= x^2 - x + 1 \\
 &=
 \end{aligned}$$

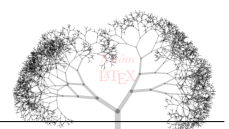
□

**BÀI 17.** Cho hai đa thức  $P(x) = -2x^2 + 3x^4 + x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x$ ;  $Q(x) = 3x^4 + 3x^2 - \frac{1}{4} - 4x^3 - 2x^2.$ 

a) Sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến. Tìm bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của mỗi đa thức.

b) Tính  $P(x) + Q(x)$ ;  $P(x) - Q(x)$ ;  $Q(x) - P(x).$

c) Đặt  $M(x) = P(x) - Q(x)$ . Tính  $M(-2).$





d) Chứng tỏ  $x = 0$  là nghiệm của đa thức  $P(x)$ , nhưng không phải là nghiệm của đa thức  $Q(x)$ .

**Lời giải.**

a) ☒ Ta có  $P(x) = 3x^4 + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}x$ .

Đa thức  $P(x)$  có bậc 4, hệ số cao nhất là 3, hệ số tự do là 0.

☒ Ta có  $Q(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 - \frac{1}{4}$ .

Đa thức  $Q(x)$  có bậc 4, hệ số cao nhất là 3, hệ số tự do là  $-\frac{1}{4}$ .

b) Ta có  $P(x) + Q(x) = \left(3x^4 + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}x\right) + \left(3x^4 - 4x^3 + x^2 - \frac{1}{4}\right) = 6x^4 - 3x^3 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ .

$P(x) - Q(x) = \left(3x^4 + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}x\right) - \left(3x^4 - 4x^3 + x^2 - \frac{1}{4}\right) = 5x^3 - 2x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ .

$Q(x) - P(x) = \left(3x^4 - 4x^3 + x^2 - \frac{1}{4}\right) - \left(3x^4 + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}x\right) = -5x^3 + 2x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ .

c) Từ câu b), ta có  $M(x) = 5x^3 - 2x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \Rightarrow M(-2) = -\frac{189}{4}$ .

d) Ta có  $P(0) = 0$ ,  $Q(0) = -\frac{1}{4} \neq 0$ .

Do đó  $x = 0$  là nghiệm của đa thức  $P(x)$ , nhưng không phải là nghiệm của đa thức  $Q(x)$ .

□

**BÀI 18.** Cho  $f(x) = 9 - x^5 + 4x - 2x^3 + x^2 - 7x^4$ ;  $g(x) = x^5 - 9 + 2x^2 + 7x^4 + 2x^3 - 3x$ .

a) Sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.      b) Tính tổng  $h(x) = f(x) + g(x)$ .

c) Tìm nghiệm của đa thức  $h(x)$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $f(x) = -x^5 - 7x^4 - 2x^3 + x^2 + 4x + 9$ .

$g(x) = x^5 + 7x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3x - 9$ .

b) Ta có  $h(x) = f(x) + g(x) = (-x^5 - 7x^4 - 2x^3 + x^2 + 4x + 9) + (x^5 + 7x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3x - 9)$   
 $= 3x^2 + x = x(3x + 1)$ .

c) Ta có  $h(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$ .

Vậy  $h(x)$  có hai nghiệm  $x = 1$  và  $x = -\frac{1}{3}$ .

□

**BÀI 19.** Cho đa thức  $f(x) = -3x^2 + x - 1 + x^4 - x^3 - x^2 + 3x^4$ ;  $g(x) = x^4 + x^2 - x^3 + x - 5 + 5x^3 - x^2$ .

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính  $f(x) - g(x)$ ;  $f(x) + g(x)$ .

c) Tính  $g(x)$  tại  $x = -1$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $f(x) = 4x^4 - x^3 - 4x^2 + x - 1$ ;  $g(x) = x^4 + 4x^3 + x - 5$ .

b) Ta có  $f(x) - g(x) = (4x^4 - x^3 - 4x^2 + x - 1) - (x^4 + 4x^3 + x - 5) = 3x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 5$ ,

$f(x) + g(x) = (4x^4 - x^3 - 4x^2 + x - 1) + (x^4 + 4x^3 + x - 5) = 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 2x - 5$

c) Ta có  $g(-1) = 1^4 + 4 \cdot 1^3 + 1 - 5 = 1$ .



**BÀI 20.** Cho  $P(x) = x^4 - 5x + 2x^2 + 1$  và  $Q(x) = 5x + 3x^2 + 5 + \frac{1}{2}x^2 + x$ . Tìm  $M(x) = P(x) + Q(x)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(x) = x^4 - 5x + 2x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 - 5x + 1$ ,

$$Q(x) = \frac{7}{2}x^2 + 6x + 5$$

$$\Rightarrow M(x) = P(x) + Q(x) = x^4 + (2x^2 + \frac{7}{2}x^2) + (-5x + 6x) + (1 + 5) = x^4 + \frac{11}{2}x^2 + x + 6.$$

□

**BÀI 21.** Cho 2 đa thức sau  $P(x) = 4x^3 - 7x^2 + 3x - 12$ ;  $Q(x) = -2x^3 + 2x^3 + 12 + 5x^2 - 9x$

- Thu gọn và sắp xếp đa thức  $Q(x)$  theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính  $P(x) + Q(x)$  và  $2P(x) + Q(x)$ .
- Tìm nghiệm của  $P(x) + Q(x)$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $Q(x) = 5x^2 - 9x + 12$ .

b) Ta có

$$\begin{aligned} P(x) + Q(x) &= (4x^3 - 7x^2 + 3x - 12) + (5x^2 - 9x + 12) \\ &= 4x^3 + (-7x^2 + 5x^2) + (3x - 9x) + (-12 + 12) \\ &= 4x^3 - 2x^2 - 6x. \\ P(x) + 2Q(x) &= 2(4x^3 - 7x^2 + 3x - 12) + (5x^2 - 9x + 12) \\ &= 8x^3 + (-14x^2 + 5x^2) + (6x - 9x) + (-24 + 12) \\ &= 8x^3 - 9x^2 - 3x - 12. \end{aligned}$$

c) Đa thức  $P(x) + Q(x) = 4x^3 - 2x^2 - 6x = x(4x^2 - 2x - 6)$ .

$$\text{Ta có } P(x) + Q(x) = 0 \Leftrightarrow x(4x^2 - 2x - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 4x^2 - 2x - 6 = 0. \end{cases}$$

Đa thức  $4x^2 - 2x - 6$  có  $a - b + c = 0$  nên có 2 nghiệm là  $-1$  và  $\frac{3}{2}$ .

Vậy đa thức  $P(x) + Q(x)$  có 3 nghiệm là  $-1, 0, \frac{3}{2}$ .

□

**BÀI 22.** Cho các đa thức  $P(x) = \frac{3}{2}x^4 - \frac{2}{3}x + 3x^2 - \frac{5}{6}x^3$ ;  $Q(x) = x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 2x$ ;  $R(x) = \frac{3}{2}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - 4x$ .

- Xác định đa thức  $T(x) = P(x) + Q(x) - R(x)$ .
- Xác định các nghiệm của đa thức  $F(x)$  biết  $F(x) - R(x) = 3P(x) - 6x^4 + \frac{5}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 6x - 4$ .
- Tìm giá trị của  $T$  tại  $x = -1$ .

**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có } T(x) &= P(x) + Q(x) - R(x) = x^5 + \left(\frac{3}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^4\right) + \left(-\frac{5}{6}x^3 - \frac{2}{3}x^3\right) + \left(3x^2 - \frac{3}{2}x^2\right) + \left(-\frac{2}{3}x + 2x + 4x\right) \\ &= x^5 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{7}{2}x^2 + \frac{16}{3}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có } F(x) &= R(x) + 3P(x) - 6x^4 + \frac{5}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 6x - 4 \\ &= \left(\frac{3}{2}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - 4x\right) + 3\left(\frac{3}{2}x^4 - \frac{2}{3}x + 3x^2 - \frac{5}{6}x^3\right) - 6x^4 + \frac{5}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 6x - 4 \\ &= \left(\frac{3}{2}x^4 + \frac{9}{2}x^4 - 6x^4\right) + \left(-\frac{5}{2}x^3 + \frac{5}{2}x^3\right) + \left(\frac{3}{2}x^2 + 9x^2 - \frac{2}{3}x^2\right) + (-4x - 2x + 6x) - 4 \\ &= \frac{59}{6}x^2 - 4. \end{aligned}$$

$$\text{c) Tại } x = -1 \Rightarrow T(-1) = \frac{35}{6}.$$



□

**BÀI 23.** Cho các đa thức

$$P(x) = \frac{5}{6}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{3}{2}x; \quad Q(x) = \frac{3}{2}x^3 - 2x^2 + \frac{5}{3}x^4 - 4x; \quad R(x) = \frac{5}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^4 - 2x^2 + \frac{3}{2}.$$

a) Rút gọn các đa thức trên.

b) Xác định các đa thức  $T(x)$  biết

a)  $T(x) = P(x) - Q(x) + R(x).$

b)  $T(x) + P(x) = 3Q(x).$

c)  $2P(x) - T(x) = 3P(x) - Q(x).$

d)  $P(x) - T(x) = Q(x) + T(x)$

c) Xác định 1 nghiệm của đa thức  $P(x)$ .

**Lời giải.**

a) Ta có

$$\begin{aligned} P(x) &= \frac{5}{6}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{3}{2}x \\ &= \frac{4}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x. \\ Q(x) &= \frac{5}{3}x^4 + \frac{3}{2}x^3 - 2x^2 - 4x. \\ R(x) &= -\frac{3}{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad T(x) &= P(x) - Q(x) + R(x) = \left(\frac{4}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x\right) - \left(\frac{5}{3}x^4 + \frac{3}{2}x^3 - 2x^2 - 4x\right) + \left(-\frac{3}{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}\right) \\ &= \left(\frac{4}{3}x^4 - \frac{5}{3}x^4 - \frac{3}{2}x^4\right) + \frac{3}{2}x^3 + \left(-\frac{2}{3}x^2 + 2x^2 + \frac{1}{2}x^2\right) + \left(\frac{3}{2}x + 4x\right) + \frac{3}{2} \\ &= \frac{11}{6}x^4 + \frac{3}{2}x^3 + \frac{11}{6}x^2 + \frac{11}{2}x + \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad T(x) &= P(x) - 3Q(x) = \left(\frac{4}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x\right) - 3\left(\frac{5}{3}x^4 + \frac{3}{2}x^3 - 2x^2 - 4x\right) \\ &= \left(\frac{4}{3}x^4 - 5x^4\right) - \frac{9}{2}x^3 + \left(-\frac{2}{3}x^2 + 6x^2\right) + \left(\frac{3}{2}x + 12x\right) \\ &= -\frac{11}{3}x^4 - \frac{9}{2}x^3 + \frac{16}{3}x^2 + \frac{27}{2}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad T(x) &= -P(x) + Q(x) = -\left(\frac{4}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x\right) + \left(\frac{5}{3}x^4 + \frac{3}{2}x^3 - 2x^2 - 4x\right) \\ &= \left(-\frac{4}{3}x^4 + \frac{5}{3}x^4\right) + \frac{3}{2}x^3 + \left(\frac{2}{3}x^2 - 2x^2\right) + \left(\frac{3}{2}x - 4x\right) \\ &= \frac{1}{3}x^4 + \frac{3}{2}x^3 - \frac{4}{3}x^2 - \frac{5}{2}x. \end{aligned}$$

$$\text{(d)} \quad T(x) = \frac{1}{2}(P(x) - Q(x)) = -\frac{1}{2}(-P(x) + Q(x)) = -\frac{1}{6}x^4 - \frac{3}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{4}x.$$

c) Ta có  $P(0) = 0 \Rightarrow x = 0$  là một nghiệm của  $P(x)$ .

□

**BÀI 24.** Cho đa thức  $f(x)$  biết  $xf(x-1) = (x-3)f(x)$ . Chứng tỏ rằng  $x = 0$  và  $x = 2$  là hai nghiệm của đa thức  $f(x)$ .

**Lời giải.**

Với

☑  $x = 0$ , ta có  $0 = 0 \cdot f(-1) = -3 \cdot f(0) \Rightarrow x = 0$  là một nghiệm của đa thức  $f(x)$ .

☑  $x = 3$ , ta có  $3 \cdot f(2) = 0 \cdot f(3) = 0 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow x = 2$  là một nghiệm của đa thức  $f(x)$ .

□

**BÀI 25.** Cho đa thức  $f(x) = x^2 + 4x - 5$ .




- a) Số  $-5$  có phải là nghiệm của đa thức  $f(x)$  không?      b) Viết tập hợp  $S$  tất cả các nghiệm của  $f(x)$ .

**Lời giải.**

- a) Ta có  $f(-5) = (-5)^2 + 4 \cdot (-5) - 5 = 0 \Rightarrow x = -5$  là một nghiệm của đa thức  $f(x)$ .  
 b) Đa thức  $f(x)$  có  $a + b + c = 0 \Rightarrow x = 1$  là một nghiệm của  $f(x)$ .  
 Ta có  $f(x)$  có bậc bằng 2 nên có tối đa 2 nghiệm.  
 Kết hợp với câu a), ta có tập nghiệm  $S$  của  $f(x)$  là  $S = \{0, -5\}$ .

□


 **BÀI 26.** Cho hai đa thức  $f(x) = 5x - 7$ ;  $g(x) = 3x + 1$ .

- a) Tìm nghiệm của  $f(x)$ ;  $g(x)$ .  
 b) Tìm nghiệm của đa thức  $h(x) = f(x) - g(x)$ .  
 c) Từ kết quả câu b) suy ra giá trị nào của  $x$  thì  $f(x) = g(x)$ ?

**Lời giải.**

- a) ☒ Ta có  $x = \frac{7}{5}$  là nghiệm của  $f(x)$  vì  $5 \cdot \frac{7}{5} - 7 = 0$ .  
☒ Ta có  $x = -\frac{1}{3}$  là nghiệm của  $g(x)$  vì  $3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = 0$ .  
 b) Ta có  $h(x) = f(x) - g(x) = (5x - 7) - (3x + 1) = 2x - 8$ .  
 Do  $2 \cdot 4 - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$  một nghiệm của đa thức  $h(x)$ .  
 c) Từ câu b), ta có với  $x = 4$  thì  $h(4) = 0 \Rightarrow f(4) = g(4)$ .  
 Vậy  $x = 4$  là giá trị cần tìm.

□

 **BÀI 27.** Cho đa thức  $f(x) = 2x - x^2 + 2|x + 1|$ .


- a) Thu gọn đa thức  $f(x)$ .      b) Tính giá trị của  $f(x)$  khi  $x = -\frac{3}{2}$ .

**Lời giải.**

- a) Ta có  $f(x) = 2x - x^2 + 2|x + 1| = \begin{cases} 2x - x^2 + 2(x + 1), & \text{nếu } x \geq -1 \\ 2x - x^2 - 2(x + 1), & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$   

$$= \begin{cases} -x^2 + 4x + 2, & \text{nếu } x \geq -1 \\ -x^2 - 2, & \text{nếu } x < -1. \end{cases}$$
  
 b) Tại  $x = -\frac{3}{2} < -1 \Rightarrow f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = -\frac{1}{4}$ .

□

 **BÀI 28.** Cho đa thức  $f(x) = (3x - 1)^2 - (x^2 - 4) - (8x^2 + 2x - 3)$  và  $g(x) = ax^2 + bx - 4$ .

- a) Thu gọn đa thức  $f(x)$ .  
 b) Tìm  $a$  và  $b$  của đa thức  $g(x)$  biết rằng  $g(x) = 0$  tại  $x = 1$  và  $x = 4$ .  
 c) Chứng minh  $g(x) = (1 - x)(x - 4)$ .  
 d) Viết đa thức  $h(x) = f(x) + g(x)$  thành một tích.  
 e) Tìm nghiệm của  $h(x)$  (Tìm đủ các nghiệm).

**Lời giải.**

- a) Ta có  $f(x) = (3x - 1)(3x - 1) - x^2 + 4 - 8x^2 - 2x + 3$   

$$= 9x^2 - 3x - 3x + 1 - x^2 + 4 - 8x^2 - 2x + 3$$
  

$$= (9x^2 - x^2 - 8x^2) + (-3x - 3x - 2x) + (1 + 4 + 3)$$
  

$$= -8x + 8 = 8(1 - x).$$



b) Ta có

$$g(1) = 0 \Rightarrow a + b - 4 = 0 \quad (1)$$

$$g(2) = 0 \Rightarrow 16a + 4b - 4 = 0 \Rightarrow 4a + b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 - 4a \quad (2)$$

Thế (2) vào (1), ta được  $a + 1 - 4a - 4 = 0 \Rightarrow -3a - 3 = 0 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = 5$ .

Vậy  $g(x) = -x^2 + 5x - 4$ .

c) Ta có  $(1-x)(x-4) = x - 4 - x^2 + 4x = -x^2 + 5x - 4$ .

Vậy  $g(x) = (1-x)(x-4)$ .

d) Ta có  $h(x) = f(x) + g(x) = 8(1-x) + (1-x)(x-4)$   
 $= (1-x)(8+x-4)$   
 $= (1-x)(4+x).$

e) Ta có  $h(1) = h(-4) = 0$  và đa thức  $h(x)$  có bậc 2 nên đa thức  $h(x)$  chỉ có 2 nghiệm là  $x = 1$  và  $x = -4$ .

□

**BÀI 29.** Chứng minh rằng đa thức sau không có nghiệm trên tập hợp  $\mathbb{R}$ .

a) Cho  $f(x) = -2x^2 - 3$ .b)  $h(x) = |x+3| + |5-x| + 7$ .

**Lời giải.**

a) Ta có với  $x$  bất kỳ  $-2x^2 - 3 \leq 0 - 3 < -3 < 0$ , do đó  $f(x)$  không có nghiệm.

b) Ta có  $g(x) = |x+3| + |5-x| + 7 \leq 0 + 0 + 7 > 7 > 0$ , với mọi  $x$  bất kỳ. Vậy  $g(x)$  không có nghiệm.

□

**BÀI 30.** Cho hai đa thức  $f(x) = x^2 + 2mx + m^2$  và  $g(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2$ . Hãy tìm  $m$  biết rằng  $f(1) = f(-1)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f(1) = m^2 + 2m + 1$ ,  $m^2 - 2m$ .

Do  $f(1) = f(-1) \Rightarrow m^2 + 2m + 1 = m^2 - 2m \Rightarrow 4m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$ .

□

#### 📁 DẠNG 6. Tìm hệ số chưa biết trong đa thức $P(x)$ biết $P(x_0) = a$ .

Phương pháp:

Bước 1: Thay giá trị  $x = 0$  vào đa thức.

Bước 2: Cho biểu thức số đó bằng  $a$ .

Bước 3: Tính được hệ số chưa biết.

**BÀI 1.** Cho đa thức  $P(x) = mx - 3$ . Xác định  $m$  biết rằng  $P(-1) = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(-1) = 2 \Rightarrow -m - 3 = 2 \Rightarrow m = -5$ .

□

**BÀI 2.** Cho đa thức  $Q(x) = -2x^2 + mx - 7m + 3$ . Xác định  $m$  biết rằng  $Q(x)$  có nghiệm là  $-1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $Q(x)$  có nghiệm là  $-1 \Rightarrow Q(-1) = 0 \Rightarrow -2 - m - 7m + 3 = 0 \Rightarrow -8m = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{8}$ .

□

**BÀI 3.** Tìm hệ số  $a$  của đa thức  $A(x) = ax^2 + 5x - 3$ , biết rằng đa thức có 1 nghiệm bằng  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

$x = \frac{1}{2}$  là nghiệm của  $A(x) \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{a}{4} + \frac{5}{2} - 3 = 0 \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$ .

□

**BÀI 4.** Tìm  $m$ , biết rằng đa thức  $Q(x) = mx^2 + 2mx - 3$  có một nghiệm  $x = -1$ .

**Lời giải.**

$x = -1$  là nghiệm của đa thức  $Q(x) = mx^2 + 2mx - 3 \Rightarrow m - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -3$ .



**BÀI 5.** Cho  $f(x) = (x - 4) - 3(x + 1)$ . Tìm  $x$  sao cho  $f(x) = 4$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f(x) = x - 4 - 3x - 3 = -2x - 7.$$

$$f(x) = 4 \Rightarrow -2x - 7 = 4 \Rightarrow -2x = 11 \Rightarrow x = -\frac{11}{2}.$$

□

**BÀI 6.** Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Biết  $7a + b = 0$ , hỏi  $f(10) \cdot f(-3)$  có thể là số âm không?

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f(10) = 100a + 10b + c, f(-3) = 9a - 3b + c.$$

$$\text{Do đó } f(10) - f(-3) = 91a + 13b = 13(7a + b) = 0 \Rightarrow f(10) = f(-3) \Rightarrow f(10) \cdot f(-3) = f^2(10) \geq 0.$$

Vậy  $f(10) \cdot f(-3)$  không thể là số âm.

□

**BÀI 7.** Tam thức bậc hai là đa thức có dạng  $f(x) = ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các hằng số,  $a \neq 0$ . Hãy xác định các hệ số  $a, b$  biết  $f(1) = 2, f(2) = 2, f(0) = 1$ .

**Lời giải.**

$$\text{Do } f(0) = 1 \Rightarrow c = 1.$$

$$\text{Lại có } f(1) = 2 \Rightarrow a + b + 1 = 2 \Rightarrow b = 1 - a. \text{ và } f(2) = 2 \Rightarrow 4a + 2b + 1 = 2 (*)$$

$$\text{Thế } b = 1 - a \text{ vào } (*), \text{ ta được } 4a + 2(1 - a) + 1 = 2 \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

□

**BÀI 8.** Cho  $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8$  và  $g(x) = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3$ . Trong đó  $a, b, c$  là các hằng số. Xác định  $a, b, c$  để  $f(x) = g(x)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f(x) = g(x) \Rightarrow ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3, \forall x$$

□

$$\Rightarrow ax^3 + 4x^3 - 4x + 8 = x^3 - 4bx^2 - 4x + c - 3, \forall x$$

$$\Rightarrow (a + 3)x^3 + 4bx^2 + 11 - c = 0, \forall x$$

$$\Rightarrow a + 3 = 4b = 11 - c = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \\ c = 11. \end{cases}$$

**BÀI 9.** Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Biết  $f(1) = 4, f(-1) = 8$  và  $a - c = -4$ . Tìm  $a, b, c$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f(1) + f(-1) = 12 \Rightarrow a + b + c + a - b + c = 12 \Rightarrow a + c = 6 (*)$$

$$\text{Ta lại có } a - c = -4 \Rightarrow c = a + 4, \text{ thế vào } (*) \text{ ta được } a + a + 4 = 6 \Rightarrow a = 1.$$

$$\text{Với } a = 1 \Rightarrow c = 5.$$

$$\text{Do } a + b + c = f(1) = 4 \Rightarrow b = 4 - a - c = 4 - 6 = -2.$$

$$\text{Vậy } a = 1, b = -2, c = 5.$$

□

**BÀI 10.** Cho  $f(x) = 2x^2 + ax + 4$  và  $g(x) = x^2 - 5x - b$ . Tìm  $a, b$  biết  $f(1) = g(2), f(-1) = g(5)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f(1) = g(2) \Rightarrow a + 6 = -6 - b \Rightarrow a = -12 - b.$$

$$\text{Lại có } f(-1) = g(5) \Rightarrow 6 - a = -b.$$

(\*)

$$\text{Thế } a = -12 - b \text{ vào } (*), \text{ ta được } 6 - (-12 - b) = -b \Rightarrow 18 + b = -b \Rightarrow 2b = -18 \Rightarrow b = -9.$$

$$\text{Với } b = -9 \Rightarrow a = -12 - (-9) = -3 \text{ Vậy } a = -3, b = -9.$$

□

**BÀI 11.** Cho  $A(x) = ax^2 + bx + 6$ . Tìm  $a, b$  biết  $A(x)$  có hai nghiệm là 1 và 2.

**Lời giải.**

$$\checkmark x = 1 \text{ là nghiệm của } A(x) \text{ nên ta có } a + b + 6 = 0 \Rightarrow b = -6 - a.$$

$$\checkmark x = 2 \text{ là nghiệm của } A(x) \text{ nên ta có } 4a + 2b + 6 = 0 \Rightarrow 2a + b + 3 = 0 (*)$$

$$\text{Thế } b = -6 - a \text{ vào phương trình } 2a + b + 3 = 0, \text{ ta được } 2a - 6 - a + 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = -9.$$

$$\text{Vậy } a = 3, b = -9.$$

□

**BÀI 12.** Cho  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  trong đó  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  và thỏa mãn  $b = 3a + c$ . Chứng minh rằng  $f(1) \cdot f(-2)$  là bình phương của một số nguyên.

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f(1) = a + b + c + d, f(-2) = -8a + 4b - 2c + d,$$

$$\Rightarrow f(1) - f(-2) = 9a - 3b + 3c = 3(3a + c - b) = 0 \Rightarrow f(1) = f(-2).$$

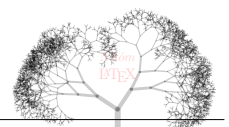
$$\text{Vậy } f(1) \cdot f(-2) = f^2(1) \text{ (đpcm)}$$

□

**BÀI 13.**

a) Cho  $f(x) = 3x - 5$ , biết  $x_1 + x_2 = 10$ . Tính  $f(x_1) + f(x_2)$ .

b) Cho  $f(x) = 2x + 10$ , biết  $x_1 - x_2 = 10$ . Tính  $f(x_1) - f(x_2)$ .



**Lời giải.**

- a) Ta có  $f(x_1) = 3x_1 - 5$ ,  $f(x_2) = 3x_2 - 5$ ,  
 $\Rightarrow f(x_1) + f(x_2) = 3x_1 - 5 + 3x_2 - 5 = 3(x_1 + x_2) - 10 = 3 \cdot 10 - 10 = 20$ .
- b) Ta có  $f(x_1) = 2x_1 + 10$ ,  $f(x_2) = 2x_2 + 10$ ,  
 $\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = (2x_1 + 10) - (2x_2 + 10) = 2(x_1 - x_2) = 2 \cdot 4 = 8$ .

□

**BÀI 14.** Cho  $A(x) = ax^2 + bx + c + 3$ , biết  $A(1) = 2013$  và  $a, b, c$  với tỉ lệ  $3 : 2 : 1$ . Tìm  $a, b, c$ .

**Lời giải.**

Theo bài ra  $a, b, c$  với tỉ lệ  $3 : 2 : 1 \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{1}$ .

Lại có  $A(1) = 2013 \Rightarrow a + b + c = 2013$ .

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{1} = \frac{a+b+c}{3+2+1} = \frac{2013}{6} = 335.5$$

$$\Rightarrow a = 1005, b = 670, c = 335.$$

□

**BÀI 15.** Cho  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ . Biết  $f(2) = 10$ . Tính  $f(8)$ ?

**Lời giải.**

Ta có  $f(4) = f(2 \cdot 2) = f(2) \cdot f(2) = 100 \Rightarrow f(8) = f(4 \cdot 2) = f(4) \cdot f(2) = 100 \cdot 10 = 1000$ .

□

### 3. BÀI TẬP TỔNG ÔN

**BÀI 1.** Cho đơn thức  $A = \frac{19}{5}xy^2(x^3y)(-3x^{13}y^5)^0$ .

- a) Thu gọn đơn thức  $A$ .  
 b) Tìm hệ số và bậc của đơn thức.  
 c) Tính giá trị của đơn thức tại  $x = 1, y = 2$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $A = \frac{19}{5}xy^2 \cdot x^3y \cdot 1 = \frac{19}{5}x^4y^3$ .

b)  $A$  có bậc 7, hệ số là  $\frac{19}{5}$ .

c) Ta có tại  $x = 1, y = 2$  thì  $A = \frac{19}{5} \cdot 1^4 \cdot 2^3 = \frac{152}{5}$ .

□

**BÀI 2.** Cho đơn thức  $P = \left(-\frac{2}{3}x^3y^2\right)^2 \left(\frac{1}{2}x^2y^5\right)$ .

- a) Thu gọn đa thức  $P$  rồi xác định hệ số và phần biến của đơn thức ?  
 b) Tính giá trị của  $P$  tại  $x = -1$  và  $y = 1$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $P = -\frac{4}{9}x^6y^4 \cdot \frac{1}{2}x^2y^5 = -\frac{2}{9}x^8y^9$   
 $P$  có hệ số là  $-\frac{2}{9}$ , phần biến là  $x^8y^9$ .

b) Ta có tại  $x = -1$  và  $y = 1$  thì  $P = -\frac{2}{9} \cdot (-1)^8 \cdot 1^9 = -\frac{2}{9}$ .

□

**BÀI 3.** Cho đa thức  $M(x) = 4x^3 + 2x^4 - x^2 - x^3 + 2x^2 - x^4 + 1 - 3x^3$ .

- a) Sắp xếp đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.



b) Tính  $M(-1)$  và  $M(1)$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $M(x) = (2x^4 - x^4) + (4x^3 - x^3 - 3x^3) + (-x^2 + 2x^2) + 1 = x^4 - x^2 + 1$ .

b) Ta có  $M(-1) = (-1)^4 - (-1)^2 + 1 = 1$ ,  $M(1) = 1^4 - 1^2 + 1 = 1$ .

□

#### 4. 100 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐẠI SỐ TỔNG HỢP

**Câu 1.** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{5}x - 3y$  tại  $x = 5$  và  $y = 3$  là

(A) 0.

(B) -8.

(C) 2.

(D)  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Thế  $x = 5$  và  $y = 3$  vào  $A = \frac{1}{5} \cdot 5 - 3 \cdot 3 = -8$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 2.** Với  $x, y$  là biến biểu thức nào sau đây không phải là đơn thức

(A)  $(-xy^2)z^2$ .

(B)  $(x^2) \cdot (xy) \cdot (-1)$ .

(C)  $\frac{5x^2 + x^2y - 1}{x^2 + xy}$ .

(D)  $\left(-\frac{4}{5}x^4y^2\right) \cdot (-3x^2y^5)$ .

**Lời giải.**

Ta thấy  $\frac{5x^2 + x^2y - 1}{x^2 + xy}$  không phải là đơn thức, vì trong biểu thức có cả phép cộng, trừ và chia các đơn thức.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 3.** Tập hợp nghiệm của đa thức  $P = x^2 - 3x + 2$  là

(A)  $\{1; 2\}$ .

(B)  $\{0; 2\}$ .

(C)  $\{0; 1\}$ .

(D)  $\{-1; 2\}$ .

**Lời giải.**

Cho

$$\begin{aligned} P &= x^2 - 3x + 2 = 0 \\ (x^2 - x) + (-2x + 2) &= 0 \\ (x - 1)(x - 2) &= 0 \\ x &= 1 \text{ hay } x = 2. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp nghiệm của đa thức  $P$  là  $\{1; 2\}$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 4.** Biểu thức đại số biểu thị tích của tổng  $x$  và  $y$  với hiệu của  $x$  và  $y$  là

(A)  $(x + y)(x - y)$ .

(B)  $x + y \cdot x - y$ .

(C)  $(x + y) \cdot x - y$ .

(D)  $x + y \cdot (x - y)$ .

**Lời giải.**

Tổng  $x$  và  $y$  là  $(x + y)$ , hiệu  $x$  và  $y$  là  $(x - y)$ .

Vậy tích của tổng  $x$  và  $y$  với hiệu của  $x$  và  $y$  là  $(x + y)(x - y)$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 5.** Biểu thức đại số biểu thị diện tích hình thang có đáy lớn là  $a$ , đáy nhỏ là  $b$ , đường cao là  $h$  như sau

(A)  $(a + b) \cdot h$ .

(B)  $(a - b) \cdot h$ .

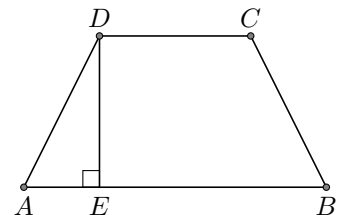
(C)  $\frac{1}{2}(a + b) \cdot h$ .

(D)  $\frac{1}{2}(a - b) \cdot h$ .

**Lời giải.**

Hình thang  $ABCD$  có đáy bé  $CD$ , đáy lớn  $AB$  và đường cao  $DE$ .

Suy ra diện tích hình thang là  $S = \frac{1}{2}(a - b) \cdot h$ .



Chọn đáp án (D)

□

**Câu 6.** Một người đi xe máy với vận tốc 30 km/h trong  $x$  giờ, sau đó tăng vận tốc thêm 5 km/h trong  $y$  giờ. Tổng quãng đường người đó đi được là

(A)  $30 \cdot x + y$ .

(B)  $30 \cdot x + (30 + 5) \cdot y$ .

(C)  $30(x + y) + 35 \cdot y$ .

(D)  $30 \cdot x + 35(x + y)$ .

**Lời giải.**





Trong  $x$  giờ đầu, người đó đi với vận tốc là 30 km/h, nên quãng đường đi được là  $30 \cdot x$  km.

Trong  $y$  giờ sau vận tốc của người đó là 35 km/h, nên quãng đường đi được là  $35 \cdot y$  km.

Vậy tổng quãng đường người đó đi được là  $30 \cdot x + (30 + 5) \cdot y$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 7.** Giá trị của biểu thức  $y = 2x^2 - 5x + 1$  tại  $x = \frac{1}{2}$  là

(A) -1.

(B) 3.

(C) 4.

(D)  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Thế  $x = \frac{1}{2}$  vào  $y = 2 \cdot \frac{1}{4} - 5 \cdot \frac{1}{2} + 1 = -1$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 8.** Giá trị của biểu thức  $B = 2(x - y) + y^2$  tại  $x = 2, y = -1$  là

(A) 10.

(B) 7.

(C) 6.

(D) 5.

**Lời giải.**

Thế  $x = 2, y = -1$  vào  $B = 2(2 + 1) + (-1)^2 = 7$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 9.** Biểu thức  $(x + 7)^2 + 5$  đạt giá trị nhỏ nhất khi

(A)  $x = 5$ .

(B)  $x = -5$ .

(C)  $x = 7$ .

(D)  $x = -7$ .

**Lời giải.**

Vì  $(x + 7)^2 \geq 0$  nên  $(x + 7)^2 + 5 \geq 0 + 5$ .

Suy ra  $(x + 7)^2 + 5$  nhỏ nhất bằng 5 khi  $x + 7 = 0$  suy ra  $x = -7$ .

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 10.** Giá trị của biểu thức  $\frac{4x - 5}{2}$  bằng 0,7 tại  $x$  bằng

(A) 1,3.

(B) 1,32.

(C) 1,35.

(D) 1,6.

**Lời giải.**

Cho

$$\frac{4x - 5}{2} = 0,7$$

$$4x - 5 = 1,4$$

$$4x = 6,4$$

$$x = 6,4 : 4$$

$$x = 1,6.$$

Vậy  $x = 1,6$ .

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 11.** Biểu thức nào sau đây không là đơn thức

(A)  $4x^3y(-3x)$ .

(B)  $1 + x$ .

(C)  $2xy(-x)^3$ .

(D)  $\frac{1}{7}x^2\left(-\frac{1}{3}\right)y^3$ .

**Lời giải.**

Ta thấy  $1 + x$  không phải là đơn thức.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 12.** Phần hệ số của đơn thức  $9x^2\left(-\frac{1}{3}y^3\right)$  là

(A) 9.

(B) -3.

(C) 27.

(D)  $-\frac{1}{3}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $9x^2\left(-\frac{1}{3}y^3\right) = -3x^2y^3$ .

Vậy hệ số của đơn thức là -3.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 13.** Bậc của đơn thức  $3^5x(yz)^2$

(A) 5.

(B) 7.

(C) 10.

(D) 12.

**Lời giải.**

Ta có là  $3^5x(yz)^2 = 3^5xy^2z^2$  suy ra bậc của đơn thức là 5.

Chọn đáp án (A)

□



**Câu 14.** Đơn thức đồng dạng với đơn thức  $4x^2y^2x$  là

(A)  $a^3b^2$ .

(B)  $-x^2y^3$ .

(C)  $\frac{1}{3}x(-xy)^2$ .

(D)  $0 \cdot x^3y^6$ .

**Lời giải.**

☑ Ta có  $4x^2y^2x = 4x^3y^2$ .

☑ Và  $\frac{1}{3}x(-xy)^2 = \frac{1}{3}x^3y^2$ .

Rõ ràng hai đơn thức trên đồng dạng.

Chọn đáp án (C)

**Câu 15.** Đa thức  $2x^3 - x^2y^4 + x^2y - y^5 + x^2y^4 + 3^{10}x$  có bậc là

(A) 5.

(B) 6.

(C) 10.

(D) 11.

**Lời giải.**

Thu gọn đa thức ta được  $2x^3 - x^2y^4 + x^2y - y^5 + x^2y^4 + 3^{10}x = 2x^3 + x^2y - y^5 + 3^{10}x$ .

3 đơn thức trong đa thức thu gọn thì  $y^5$  là có bậc cao nhất, suy ra bậc của đa thức là 5.

Chọn đáp án (A)

**Câu 16.** Giá trị của đa thức  $3ab^2 - 4ab + 2ab^2$  tại  $a = -1$  và  $b = 2017^0$  là

(A) 1.

(B) -1.

(C) 2017.

(D) -2017.

**Lời giải.**

Rút gọn  $3ab^2 - 4ab + 2ab^2 = ab^2$ .

Thế  $a = -1$  và  $b = 2017^0 = 1$  vào biểu thức, ta được  $ab^2 = 1 \cdot (-1)^2 = 1$ .

Chọn đáp án (A)

**Câu 17.** Tích của các đơn thức  $7x^2y^7$ ,  $(-3)x^3y$  và  $-2$  là

(A)  $42x^5y^7$ .

(B)  $42x^6y^8$ .

(C)  $-42x^5y^7$ .

(D)  $42x^5y^8$ .

**Lời giải.**

Ta có  $7x^2y^7 \cdot (-3)x^3y \cdot (-2) = 42x^5y^8$ .

Chọn đáp án (D)

**Câu 18.** Bậc của đơn thức  $(-2x^3)3x^4y$  là

(A) 3.

(B) 5.

(C) 7.

(D) 8.

**Lời giải.**

Ta có  $(-2x^3)3x^4y = -6x^7y$ .

Vậy bậc của đơn thức bằng 8.

Chọn đáp án (D)

**Câu 19.** Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức  $-3x^2y^3$

(A)  $-3x^3y^2$ .

(B)  $\frac{1}{3}(xy)^5$ .

(C)  $\frac{1}{2}x(-2y^2)xy$ .

(D)  $3x^2y^2$ .

**Lời giải.**

Đơn thức  $\frac{1}{2}x(-2y^2)xy = -x^2y^3$  là đơn thức đồng dạng với đơn thức đề bài cho.

Chọn đáp án (C)

**Câu 20.** Tổng của các đơn thức  $3x^2y^3$ ,  $-5x^2y^3$ ,  $x^2y^3$  là

(A)  $-2x^2y^3$ .

(B)  $-x^2y^3$ .

(C)  $x^2y^3$ .

(D)  $x^2y^3$ .

**Lời giải.**

Ta có  $3x^2y^3 - 5x^2y^3 + x^2y^3 = -x^2y^3$ .

Chọn đáp án (B)

**Câu 21.** Đơn thức nào sau đây không đồng dạng với đơn thức  $(-5x^2y^2)(-2xy)$

(A)  $7x^2y(-2xy^2)$ .

(B)  $4x^36y^3$ .

(C)  $2x(-5x^2y^2)$ .

(D)  $8x(-2y^2)x^2y$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(-5x^2y^2)(-2xy) = 10x^3y^3$ .

Và  $4x^36y^3 = 24x^3y^3$  là hai đơn thức đồng dạng.

Chọn đáp án (B)

**Câu 22.** Điền đơn thức thích hợp vào chỗ trống  $-7x^2yz^3 - \dots = -11x^2yz^3$

(A)  $18x^2yz^3$ .

(B)  $-4x^2yz^3$ .

(C)  $4x^2yz^3$ .

(D)  $-18x^2yz^3$ .

**Lời giải.**

Ta thấy  $-7x^2yz^3 - 4x^2yz^3 = -11x^2yz^3$ .

Chọn đáp án (C)



**Câu 23.** Thu gọn đa thức  $P = -2x^2y - 7xy^2 + 3x^2y + 7xy^2$  được kết quả

**A**  $P = x^2y$ .

**B**  $P = -x^2y$ .

**C**  $P = x^2y + 14xy^2$ .

**D**  $P = -5x^2y - 14xy^2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P = -2x^2y - 7xy^2 + 3x^2y + 7xy^2 = x^2y$ .

Chọn đáp án **A**

□

**Câu 24.** Bậc của đa thức  $x^8 - y^7 + x^4y^5 - 2y^7 - x^4y^5$  là

**A** 7.

**B** 8.

**C** 9.

**D** 24.

**Lời giải.**

Ta có  $x^8 - y^7 + x^4y^5 - 2y^7 - x^4y^5 = x^8 - 3y^7$ .

Vậy đa thức có bậc là 8.

Chọn đáp án **B**

□

**Câu 25.** Giá trị của đa thức  $Q = x^2 - 3y + 2z$  tại  $x = -3, y = 0, z = 1$  là

**A** -7.

**B** 2.

**C** 7.

**D** 11.

**Lời giải.**

Thay  $x = -3, y = 0, z = 1$  vào  $Q = (-3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$ .

Chọn đáp án **D**

□

**Câu 26.** Thu gọn đa thức  $x^3 - 2x^2 + 2x^3 + 3x^2 - 6$  ta được đa thức

**A**  $-3x^3 - 3x^2 - 6$ .

**B**  $3x^3 + x^2 - 6$ .

**C**  $3x^3 - 5x^2 - 6$ .

**D**  $x^3 + x^2 - 6$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x^3 - 2x^2 + 2x^3 + 3x^2 - 6 = 3x^3 + x^2 - 6$ .

Chọn đáp án **B**

□

**Câu 27.** Chọn câu trả lời đúng nhất

**A** Mỗi đa thức được coi là một đơn thức.

**B** Mỗi đơn thức được coi là một đa thức.

**C** Cả hai câu trên đều đúng.

**D** Cả hai câu trên đều sai.

**Lời giải.**

Đơn thức là trường hợp đặc biệt của đa thức.

Chọn đáp án **B**

□

**Câu 28.** Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức  $-3xy^2$

**A**  $(-3xy)y$ .

**B**  $-3xy$ .

**C**  $-3x^2y$ .

**D**  $-3(xy)^2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(-3xy)y = -3xy^2$  là đơn thức đồng dạng với đơn thức đề cho.

Chọn đáp án **A**

□

**Câu 29.** Chọn khẳng định đúng. Đa thức  $g(x) = x^2 + 1$

**A** Có nghiệm là -1.

**B** Có nghiệm là 1.

**C** Có hai nghiệm.

**D** Không có nghiệm.

**Lời giải.**

Vì  $g(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0$ , nên đa thức  $g(x) = 0$  không có nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

**Câu 30.** Giá trị biểu thức  $3x^2y + 3y^2x$  tại  $x = -2$  và  $y = -1$  là

**A** -18.

**B** -9.

**C** 12.

**D** 18.

**Lời giải.**

Thế  $x = -2$  và  $y = -1$  vào biểu thức ta được  $3(-2)^2(-1) + 3(-1)^2(-2) = -18$ .

Chọn đáp án **A**

□

**Câu 31.** Cho ba đa thức  $P(x) = x^2 - x^3 + x^4$  và  $Q(x) = -2x^2 + x^3 - x^4 + 1$  và  $R(x) = -x^3 + x^2 + 2x^4$ . Khi đó  $P(x) - Q(x) + R(x)$  là đa thức nào dưới đây

**A**  $3x^4 + 2x^2$ .

**B**  $3x^4$ .

**C**  $-2x^3 + 2x^2$ .

**D**  $4x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 1$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} P(x) - Q(x) + R(x) &= x^2 - x^3 + x^4 - (-2x^2 + x^3 - x^4 + 1) + (-x^3 + x^2 + 2x^4) \\ &= (x^4 + x^4 + 2x^4) + (-x^3 - x^3 - x^3) + (x^2 + 2x^2 + x^2) - 1 \\ &= 4x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

**Câu 32.** Chọn câu sai trong các câu sau

- (A) 0 là đơn thức.  
 (B)  $-\frac{1}{5}x^4y$  là đơn thức bậc 5.  
 (C) 0 là đơn thức không và không có bậc.  
 (D) Một dấu hiệu là giá trị có tần số nhỏ nhất trong bảng tần số.

**Lời giải.**

Vì mỗi số liệu là một giá trị của dấu hiệu, nên đáp án "Một dấu hiệu là giá trị có tần số nhỏ nhất trong bảng tần số" là sai.

Chọn đáp án (D) ☐

**Câu 33.** Cho hai đa thức  $P = 5x^2y + 5x - 3$  và  $Q = xyz - 4x^2y + 5x - \frac{1}{2}$ . Khi đó  $P + Q$  bằng

- (A)  $x^2y + 10x$ . (B)  $xyz - 3\frac{1}{2}$ . (C)  $x^2y + 10x + xyz - 3\frac{1}{2}$ . (D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Ta có  $P + Q = 5x^2y + 5x - 3 + xyz - 4x^2y + 5x - \frac{1}{2} = x^2y + 10x + xyz - \frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 34.** Kết quả của phép tính  $-4x^2y^3 \left(-\frac{3}{4}x\right) 3y^2x$  là

- (A)  $9x^4y^5$ . (B)  $-9x^4y^5$ . (C)  $9x^4y^6$ . (D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Ta có  $-4x^2y^3 \left(-\frac{3}{4}x\right) 3y^2x = 9x^4y^5$ .

Chọn đáp án (A) ☐

**Câu 35.** Nghiệm của đa thức  $P(x) = -4x + 3$  là

- (A)  $\frac{4}{3}$ . (B)  $-\frac{3}{4}$ . (C)  $\frac{3}{4}$ . (D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Cho

$$P(x) = -4x + 3 = 0$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 36.** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{5}x - 1$  tại  $x = -\frac{5}{2}$  là

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Thế  $x = -\frac{5}{2}$  vào biểu thức ta được  $A = \frac{2}{5} \cdot \frac{25}{4} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2} - 1 = 0$ .

Chọn đáp án (D) ☐

**Câu 37.** Đơn thức đồng dạng với  $2x^2y$  là

- (A)  $3xy^2$ . (B)  $0x^2y$ . (C)  $-4x^2y$ . (D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Ta có  $2x^2y$  có phần biến là  $x^2y$  nên suy ra  $-4x^2y$  là đơn thức đồng dạng với nó.

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 38.** Nghiệm của đa thức  $P(x) = x^2 + 4$  là

- (A) 2. (B) -2. (C) -4. (D) Không có nghiệm.

**Lời giải.**

Vì  $x^2 + 4 > 0$  nên  $x^2 + 4 = 0$  không có nghiệm.

Chọn đáp án (D) ☐

**Câu 39.** Thu gọn đơn thức  $P = x^3y - 5xy^3 + 2x^3y + 5xy^3$  bằng

- (A)  $3x^3y - 10xy^3$ . (B)  $3x^3y$ . (C)  $x^3y + 10xy^3$ . (D)  $-x^3y$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P = x^3y - 5xy^3 + 2x^3y + 5xy^3 = 3x^3y$ .

Chọn đáp án (B) ☐



**Câu 40.** Bậc của đa thức  $Q = x^3 - 7x^4y + xy^3 - 11$  là

(A) 4.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 7.

**Lời giải.**

Ta có đơn thức  $7x^4y$  là đơn thức bậc 5, là bậc đơn thức cao nhất của đa thức. Suy ra đa thức có bậc là 5.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 41.** Cho đa thức  $M = x^6 + x^2y^3 - x^5 + xy$  bậc của đa thức  $M$  là

(A) 2.

(B) 5.

(C) 6.

(D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Ta có đơn thức  $x^6$  là đơn thức bậc 6, là bậc đơn thức cao nhất của đa thức. Suy ra đa thức có bậc là 6.

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 42.** Đa thức  $Q = x^2 - 4x + 3$  có nghiệm là

(A)  $-1; 3$ .

(B)  $1; -3$ .

(C)  $-1; -3$ .

(D)  $1; 3$ .

**Lời giải.**

Cho

$$\begin{aligned} Q &= x^2 - 4x + 3 = 0 \\ (x^2 - x) - (3x - 3) &= 0 \\ (x - 1)(x - 3) &= 0 \\ x &= 1 \text{ hay } x = 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 43.** Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức  $5x^2y$  là

(A)  $x^2y^2$ .

(B)  $7x^2y$ .

(C)  $-5xy^3$ .

(D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Ta thấy đơn thức  $7x^2y$  có phần biến giống đơn thức đề cho.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 44.** Giá trị của biểu thức  $M = -2x^2 - 5x + 1$  tại  $x = 2$  là

(A)  $-17$ .

(B)  $-20$ .

(C)  $20$ .

(D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Thế  $x = 2$  vào biểu thức  $M = -2 \cdot 4 - 10 + 1 = -17$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 45.** Số nào sau đây là nghiệm của đa thức  $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ .

(A)  $\frac{3}{2}$ .

(B)  $-\frac{3}{2}$ .

(C)  $\frac{2}{3}$ .

(D)  $-\frac{2}{3}$ .

**Lời giải.**

Cho

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{3}x + 1 = 0 \\ \frac{2}{3}x &= -1 \\ x &= -\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Vậy  $x = -\frac{3}{2}$  là nghiệm của đa thức.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 46.** Đa thức  $x^2 - 3x$  có nghiệm là

(A)  $-\frac{1}{3}$  và  $3$ .

(B)  $2$  và  $1$ .

(C)  $0$  và  $3$ .

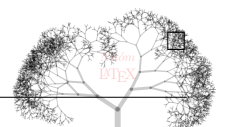
(D)  $-3$  và  $0$ .

**Lời giải.**

Cho

$$\begin{aligned} x^2 - 3x &= 0 \\ x(x - 3) &= 0 \\ x &= 0 \text{ hay } x = 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C)



**Câu 47.** Tích của hai đơn thức  $2x^2yz$  và  $-4xy^2z$  bằng

- (A)  $-8x^3y^3z^2$ . (B)  $-8x^3y^3z$ . (C)  $-6x^2y^2z$ . (D)  $8x^3y^2z^2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $2x^2yz \cdot (-4xy^2z) = -8x^3y^3z$ .

Chọn đáp án (B) ☐

**Câu 48.** Đơn thức  $-\frac{1}{3}y^2z^49x^3y$  có bậc là

- (A) 6. (B) 8. (C) 10. (D) 12.

**Lời giải.**

Ta có  $-\frac{1}{3}y^2z^49x^3y = -3x^3y^3z^4$  có bậc bằng 10.

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 49.** Bậc của đa thức  $x^4 + 5x^5 - x^3 + 2x^2 - 8 - 5x^5$  là

- (A) 0. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

**Lời giải.**

Ta có  $x^4 + 5x^5 - x^3 + 2x^2 - 8 - 5x^5 = x^4 - x^3 + 2x^2 - 8$ , có bậc bằng 4.

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 50.** Kết quả phép tính  $-5x^2y^5 - x^2y^5 + 2x^2y^5$

- (A)  $8x^2y^5$ . (B)  $4x^2y^5$ . (C)  $-4x^2y^5$ . (D)  $-3x^2y^5$ .

**Lời giải.**

Ta có  $-5x^2y^5 - x^2y^5 + 2x^2y^5 = (-5 - 1 + 2)x^2y^5 = -4x^2y^5$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 51.** Cho đa thức  $M = x^6 + x^2y^3 - x^5 + xy$  bậc của đa thức  $M$  là

- (A) 2. (B) 5. (C) 6. (D) Kết quả khác.

**Lời giải.**

Đơn thức có bậc cao nhất trong đa thức là  $x^6$ , suy ra đa thức có bậc là 6.

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 52.** Giá trị  $x = 2$  là nghiệm của đa thức

- (A)  $x(x + 2)$ . (B)  $x^2 - 2$ . (C)  $x - 2$ . (D)  $x + 2$ .

**Lời giải.**

Thế  $x = 2$  vào đa thức  $x - 2 = 2 - 2 = 0$ , suy ra  $x = 2$  là nghiệm của đa thức  $x - 2$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 53.** Đơn thức nào đồng dạng với đơn thức  $7x^2y$

- (A)  $xy^2$ . (B)  $2xy^2$ . (C)  $-5x^2y$ . (D)  $2xy$ .

**Lời giải.**

Ta thấy  $-5x^2y$  là đơn thức có phần biến giống đơn thức đề cho, nên nó là đơn thức đồng dạng với đơn thức đề cho.

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 54.** Biểu thức  $x^2 + 2x + 1$  tại  $x = -1$  có giá trị là

- (A) -3. (B) -1. (C) 0. (D) 3.

**Lời giải.**

Thế  $x = -1$  vào biểu thức  $x^2 + 2x + 1 = (-1)^2 + 2(-1) + 1 = 0$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 55.** Giá trị của biểu thức  $-5x^2y^5 - x^2y^5 + 2x^2y^5$  tại  $x = 2, y = -1$  là

- (A) -28. (B) -16. (C) 16. (D) 28.

**Lời giải.**

Ta có  $-5x^2y^5 - x^2y^5 + 2x^2y^5 = -4x^2y^5$ .

Thế  $x = 2, y = -1$  vào ta được  $-4 \cdot 4 \cdot (-1)^5 = 16$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 56.** Giá trị  $x = 1$  là nghiệm của đa thức nào sau đây

- (A)  $x + 1$ . (B)  $x - 1$ . (C)  $2x + \frac{1}{2}$ . (D)  $x^2 + 1$ .

**Lời giải.**

Thay  $x = 1$  vào biểu thức  $x - 1 = 1 - 1 = 0$ . Suy ra  $x = 1$  là nghiệm của đa thức.

Chọn đáp án (B) ☐



**Câu 57.** Biểu thức nào sau đây không là đơn thức

(A)  $4x^2y$ .

(B)  $7 + xy^2$ .

(C)  $6xy(-x^3)$ .

(D)  $-4xy^2$ .

**Lời giải.**

Ta thấy biểu thức  $7 + xy^2$  không phải là đơn thức.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 58.** Bậc của đơn thức  $5x^3y^2x^2z$  bằng

(A) 3.

(B) 5.

(C) 7.

(D) 8.

**Lời giải.**

Thu gọn đơn thức  $5x^3y^2x^2z = 5x^5y^2z$ .

Tổng số mũ của các biến  $5 + 2 + 1 = 8$ . Vậy đơn thức bằng 8.

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 59.** Bậc của đa thức  $Q = x^3 - 7x^4y + xy^3 - 11$  bằng

(A) 4.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 7.

**Lời giải.**

Đơn thức  $7x^4y$  có bậc là 5, bậc cao nhất trong các đơn thức còn lại, suy ra bậc của đa thức là 5.

Chọn đáp án (B)

□

1. B	2. B	3. A	4. A	5. D	6. B	7. A	8. B	9. D	10. D
11. B	12. B	13. A	14. C	15. A	16. A	17. D	18. D	19. C	20. B
21. B	22. C	23. A	24. B	25. D	26. B	27. B	28. A	29. D	30. A
31. D	32. D	33. C	34. A	35. C	36. D	37. C	38. D	39. B	40. B
41. C	42. D	43. B	44. A	45. B	46. C	47. B	48. C	49. C	50. C
51. C	52. C	53. C	54. C	55. C	56. B	57. B	58. D	59. B	

## A. CƠ SỞ LÝ THUYẾT HÌNH HỌC

**CÂU 1.** Như thế nào là hai góc đối đỉnh? Tính chất của hai góc đối đỉnh?

**Lời giải.**

**Định nghĩa.** Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh góc kia.

**Tính chất.** Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau. □

**CÂU 2.** Đường trung trực của đoạn thẳng là gì? Nêu các tính chất của đường trung trực?

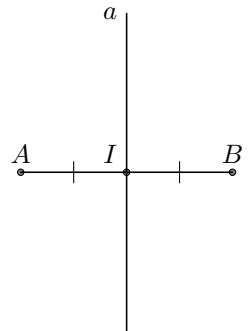
**Lời giải.**

**Định nghĩa.** Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

Hay  $a$  là đường trung trực của  $AB \Leftrightarrow \begin{cases} a \perp AB \text{ tại } I \\ IA = IB. \end{cases}$

**Tính chất.** Ta có

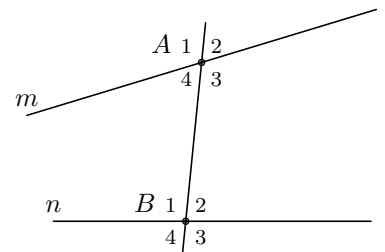
- ☒ Mọi điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng, luôn cách đều 2 đầu mút của đoạn thẳng đó.
- ☒ Mọi điểm cách đều 2 đầu mút của đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó. □



**CÂU 3.** Nêu các cặp góc so le trong, cặp góc đồng vị và cặp góc trong cùng phía tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng trong hình vẽ bên dưới?

**Lời giải.**

1. Các cặp góc so le trong:  $\widehat{A_3}$  và  $\widehat{B_1}$ ,  $\widehat{A_4}$  và  $\widehat{B_2}$ .
2. Các cặp góc đồng vị:  $\widehat{A_1}$  và  $\widehat{B_1}$ ,  $\widehat{A_2}$  và  $\widehat{B_2}$ ,  $\widehat{A_3}$  và  $\widehat{B_3}$ ,  $\widehat{A_4}$  và  $\widehat{B_4}$ .
3. Các cặp góc trong cùng phía:  $\widehat{A_3}$  và  $\widehat{B_2}$ ,  $\widehat{A_4}$  và  $\widehat{B_1}$ .



**CÂU 4.** Nêu các dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song?

**Lời giải.**

**Ghi nhớ.** Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì

- ☒ Hai góc so le trong bằng nhau.
- ☒ Hai góc đồng vị bằng nhau.
- ☒ Hai góc trong cùng phía bù nhau.

**Các dấu hiệu nhận biết.**

- ☒ Nếu đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a, b$  và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì  $a$  và  $b$  song song với nhau.
- ☒ Nếu đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a, b$  và trong các góc tạo thành có một cặp góc trong cùng phía bù nhau thì  $a$  và  $b$  song song với nhau.

☒ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau:  $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b.$

☒ Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau:  $\begin{cases} a \parallel c \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b.$





**Lưu ý.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

$$\text{kia: } \begin{cases} b \parallel a \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow c \perp a.$$

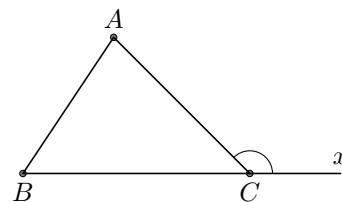
□

**CÂU 5.** Nêu định nghĩa và tính chất góc ngoài của tam giác?

**Lời giải.**

**Định nghĩa.** Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy.

**Tính chất.** Mỗi góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó hay  $\widehat{ACx} = \widehat{A} + \widehat{B}$ .



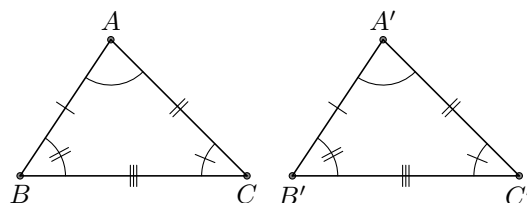
□

**CÂU 6.** Nêu định nghĩa hai tam giác bằng nhau?

**Lời giải.**

**Định nghĩa.** Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

$$\triangle ABC = \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} AB = A'B'; AC = A'C'; BC = B'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'}; \widehat{B} = \widehat{B'}; \widehat{C} = \widehat{C'}; \end{cases}$$



□

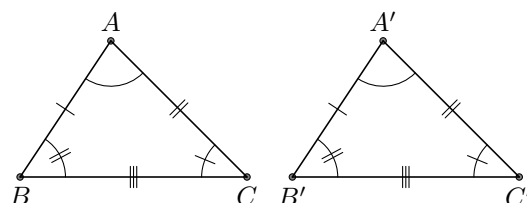
**CÂU 7.** Nêu các trường hợp bằng nhau của hai tam giác?

**Lời giải.**

**Trường hợp 1. cạnh - cạnh - cạnh (c-c-c)** Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Nếu  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có

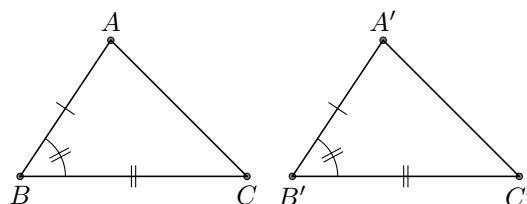
$$\begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' (c - c - c)$$



**Trường hợp 2. Cạnh - góc - cạnh (c - g - c)** Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Nếu  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có

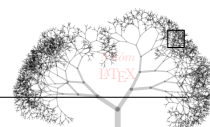
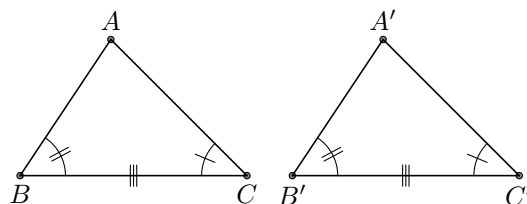
$$\begin{cases} AB = A'B' \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ BC = B'C' \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' (c - g - c).$$



**Trường hợp 3. Góc - cạnh - góc (g - c - g)** Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Nếu  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có

$$\begin{cases} \widehat{B} = \widehat{B'} \\ BC = B'C' \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' (g - c - g).$$



**CÂU 8.** Nêu định nghĩa và tính chất của tam giác cân và tam giác đều?

**Lời giải.**

**Định nghĩa.**

☑ Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

☑ Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

**Tính chất.**

1. Tam giác cân:

☑ Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

☑ Nếu một tam giác có 2 góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

2. Tam giác đều:

☑ Trong một tam giác đều, mỗi góc bằng  $60^\circ$ .

☑ Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

☑ Nếu một tam giác cân có một góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác đó là tam giác đều.

□

**CÂU 9.** Phát biểu định lý Pytago và định lý Pytago đảo?

**Lời giải.**

**Định lý Pytago.** Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông

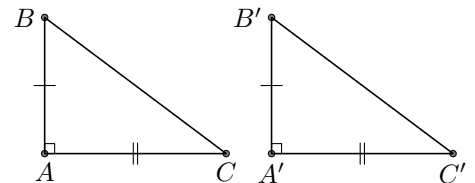
**Định lý Pytago đảo.** Nếu một tam giác có bình phương của 1 cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

□

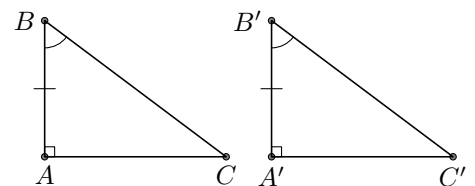
**CÂU 10.** Nêu các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông?

**Lời giải.**

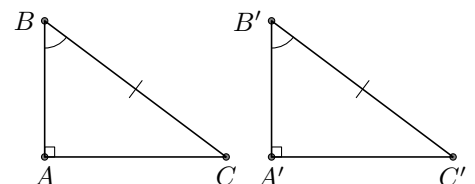
**Trường hợp 1. (cặp cạnh góc vuông)** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



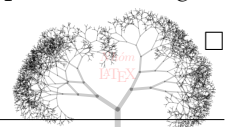
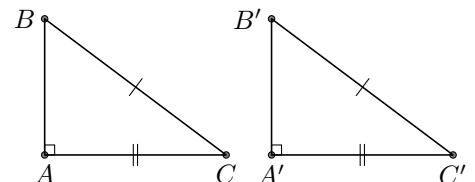
**Trường hợp 2. (cạnh góc vuông – góc nhọn)** Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



**Trường hợp 3. (cạnh huyền - góc nhọn)** Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



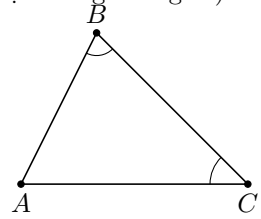
**Trường hợp 4. (cạnh huyền - cạnh góc vuông)** Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



□

**CÂU 11.** Nêu quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác).

- ☑ Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.  
Cho  $\triangle ABC$ , nếu  $AC > AB$  thì  $\widehat{B} > \widehat{C}$ .
- ☑ Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn.  
Cho  $\triangle ABC$ , nếu  $\widehat{B} > \widehat{C}$  thì  $AC > AB$ .

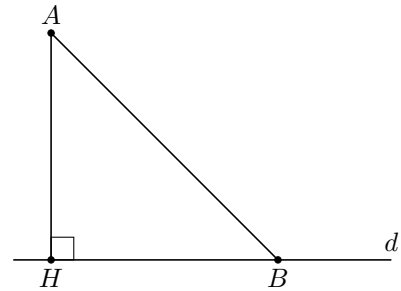


**CÂU 12.** Nêu khái niệm, tính chất trong quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu.

1. Khái niệm đường vuông góc, đường xiên, hình chiếu của đường xiên.

Lấy  $A \notin d$ , kẻ  $AH \perp d$ , lấy  $B \in d$  và  $B \neq H$ . Khi đó

- ☑ Đoạn thẳng  $AH$  gọi là đường vuông góc kẻ từ  $A$  đến đường thẳng  $d$ .
- ☑ Điểm  $H$  được gọi là hình chiếu của  $A$  trên đường thẳng  $d$ .
- ☑ Đoạn thẳng  $AB$  gọi là một đường xiên kẻ từ  $A$  đến đường thẳng  $d$ .
- ☑ Đoạn thẳng  $HB$  gọi là hình chiếu của đường xiên  $AB$  trên đường thẳng  $d$ .



2. Quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc.

Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất.

3. Quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu.

Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, thì

- ☑ Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.
- ☑ Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.

**Nhận xét.** Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau và ngược lại, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.

**CÂU 13.** Nêu bất đẳng thức tam giác.

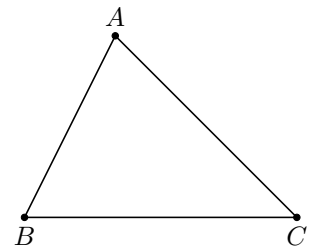
1. Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

$$AB + AC > BC; AB + BC > AC; AC + BC > AB.$$

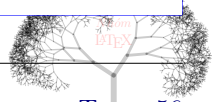
2. Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.

$$AC - BC < AB; AB - BC < AC; AC - AB < BC.$$

**Nhận xét.** Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại. Ví dụ  $AB - AC < BC < AB + AC$ .



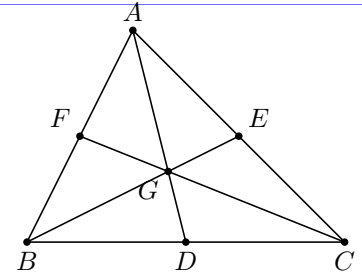
**CÂU 14.** Nêu tính chất của 3 đường trung tuyến.



**Định nghĩa 1.** Đường trung tuyến là đường nối từ một đỉnh đến trung điểm của cạnh đối diện đỉnh đó. Và mỗi tam giác có 3 đường trung tuyến.

**Tính chất 1.** Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (còn gọi là ba đường trung tuyến của một tam giác đồng qui). Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng  $\frac{2}{3}$  đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

$$\frac{GA}{DA} = \frac{GB}{EB} = \frac{DC}{FC} = \frac{2}{3}.$$

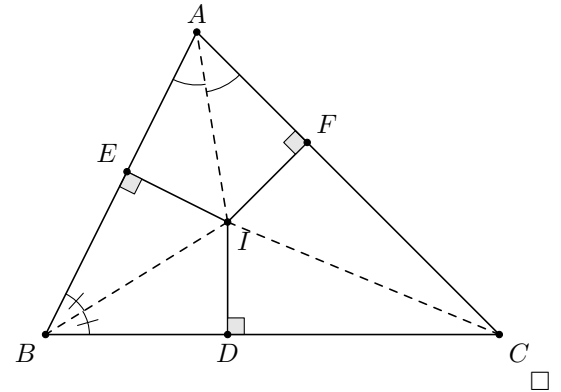


**CÂU 15.** Nêu tính chất ba đường phân giác của tam giác ?

**Lời giải.**

**Định nghĩa 2.** Đường phân giác của một góc là đường chia góc đó thành hai góc nhỏ bằng nhau.

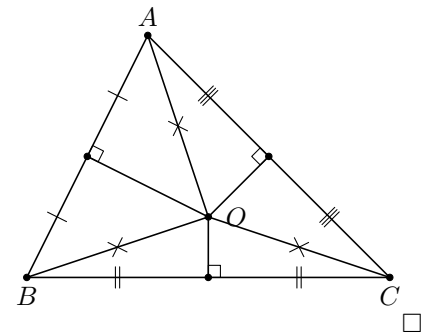
**Tính chất 2.** Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.



**CÂU 16.** Nêu tính chất ba đường trung trực của tam giác ?

**Lời giải.**

**Tính chất 3.** Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

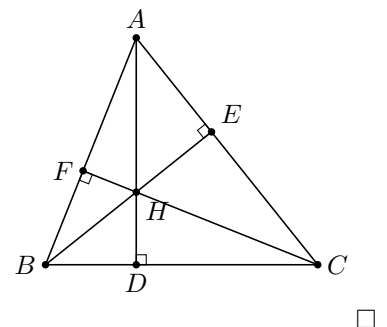


**CÂU 17.** Nêu tính chất ba đường cao của tam giác ?

**Lời giải.**

**Định nghĩa 3.** Đường cao trong tam giác là đường vuông góc với một cạnh và đi qua một đỉnh của tam giác.

**Tính chất 4.** Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm.



## B. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH

### Vấn đề 1.

Chứng minh tam giác cân

1. Chứng minh tam giác có hai cạnh bằng nhau.
2. Chứng minh tam giác có hai góc bằng nhau.
3. Chứng minh tam giác đó có đường trung tuyến vừa là đường cao.
4. Chứng minh tam giác đó có đường cao vừa là đường phân giác ở đỉnh.

### Vấn đề 2.

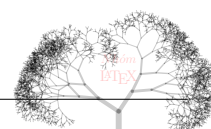
Chứng minh tam giác đều

1. Chứng minh tam giác đó có ba cạnh bằng nhau.
2. Chứng minh tam giác đó có ba góc bằng nhau.
3. Chứng minh tam giác cân có một góc là  $60^\circ$ .

### Vấn đề 3.

Chứng minh hai góc bằng nhau

1. Chứng minh hai góc có cùng số đo.
2. Chứng minh hai góc cùng bằng một góc thứ ba, chứng minh hai góc cùng phụ với một góc, chứng minh hai góc cùng bù với một góc.
3. Chứng minh hai góc cùng bằng tổng, hiệu của hai góc tương ứng bằng nhau.
4. Chứng minh hai góc đó đối đỉnh.
5. Chứng minh hai góc cùng nhọn hoặc cùng tù có cạnh tương ứng song song hoặc vuông góc.
6. Chứng minh hai góc đó là hai góc tương ứng của hai tam giác bằng nhau.
7. Chứng minh hai góc đó là hai góc đáy của một tam giác cân.
8. Chứng minh hai góc đó là hai góc của một tam giác đều.
9. Chứng minh dựa vào định nghĩa tia phân giác của một góc.
10. Chứng minh dựa vào tính chất của hai đường thẳng song song (đồng vị, so le, ...)



## Vấn đề 4.

Các phương pháp chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

1. Chứng minh hai đoạn thẳng có cùng số đo.
2. Chứng minh hai đoạn thẳng cùng bằng một đoạn thẳng thứ ba.
3. Chứng minh hai đoạn thẳng cùng bằng tổng, hiệu, ... của hai đoạn thẳng bằng nhau đôi một.
4. Chứng minh hai đoạn thẳng là hai cạnh tương ứng của hai tam giác bằng nhau.
5. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau được suy ra từ tính chất của tam giác cân, tam giác đều, tam giác vuông, v.v. ...
6. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau dựa vào định nghĩa trung điểm của đoạn thẳng, định nghĩa trung tuyến của tam giác, định nghĩa trung trực của đoạn thẳng, định nghĩa phân giác của một góc.
7. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau dựa vào tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền.
8. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau dựa vào tính chất giao điểm ba đường phân giác trong tam giác, tính chất giao điểm ba đường trung trực trong tam giác.
9. Chứng minh dựa vào định lý Pitago.

## Vấn đề 5.

Các phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song

1. Chứng minh hai góc so le trong bằng nhau.
2. Chứng minh hai góc đồng vị bằng nhau.
3. Chứng minh hai góc trong cùng phía bù nhau.
4. Chứng minh hai góc sole ngoài bằng nhau.
5. Chứng minh hai góc ngoài cùng phía bù nhau.
6. Chứng minh  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với một đường thẳng  $c$  nào đó.
7. Chứng minh  $a$  và  $b$  cùng song song với một đường thẳng  $c$  nào đó.
8. Để chứng minh  $a \parallel b$ . Ta giả sử  $a$  và  $b$  có điểm chung rồi dẫn đến một điều vô lý (chứng minh bằng phản chứng).

## Vấn đề 6.

Các phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc

1. Chứng minh rằng một trong những góc tạo thành bởi hai đường thẳng ấy là góc vuông (định nghĩa).
2. Chứng minh dựa vào tính chất hai tia phân giác của hai góc kề bù.
3. Chứng minh dựa vào tính chất tổng các góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ , đi chứng minh cho tam giác có hai góc phụ nhau suy ra góc thứ ba bằng  $90^\circ$ .
4. Chứng minh dựa vào định lý "đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia".
5. Chứng minh dựa vào định nghĩa ba đường cao của tam giác, định nghĩa đường trung trực của đoạn thẳng.
6. Chứng minh dựa vào tính chất của tam giác cân, tam giác đều.
7. Chứng minh dựa vào tính chất ba đường cao của tam giác.
8. Chứng minh dựa vào định lý Pitago.
9. Chứng minh dựa vào định lý nhận biết một tam giác vuông khi biết tam giác này có trung tuyến thuộc một cạnh bằng nửa cạnh ấy.



## Vấn đề 7.

Các phương pháp chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

1. Chứng minh hai tam giác ấy có hai cạnh góc vuông bằng nhau từng đôi một (c.g.c).
2. Chứng minh hai tam giác ấy có cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau từng đôi một (dẫn tới trường hợp bằng nhau c.g.c).
3. Chứng minh hai tam giác ấy có cạnh huyền và một cạnh góc vuông bằng nhau từng đôi một (định lí).
4. Chứng minh hai tam giác ấy có một cạnh góc vuông và một góc nhọn bằng nhau từng đôi một (dẫn tới trường hợp bằng nhau g.c.g).

## Vấn đề 8.

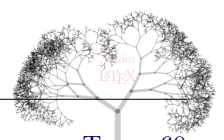
Các phương pháp chứng minh 3 điểm thẳng hàng

1. Sử dụng hai góc kề bù có ba điểm cùng nằm trên hai cạnh là hai tia đối nhau.
2. Chứng minh ba điểm cùng thuộc một tia hoặc cùng thuộc một đường thẳng.
3. Chứng minh trong ba đoạn nối hai trong ba điểm có một đoạn thẳng bằng tổng của hai đoạn thẳng kia.
4. Chứng minh hai đường thẳng đi qua hai trong ba điểm ấy cùng song song với đường thẳng thứ ba.
5. Sử dụng vị trí của hai góc đối đỉnh.
6. Chứng minh hai đường thẳng đi qua hai trong ba điểm ấy cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba.
7. Đường thẳng đi qua hai trong ba điểm có chứa điểm thứ ba.
8. Sử dụng tính chất đường phân giác của một góc, tính chất đường trung trực của đoạn thẳng, tính chất ba đường cao, ... trong tam giác.

## Vấn đề 9.

Các phương pháp chứng minh 3 đường thẳng đồng quy:

1. Tìm giao của hai đường thẳng, sau đó chứng minh đường thẳng thứ ba đi qua giao của hai đường thẳng trên.
2. Chứng minh một điểm thuộc ba đường thẳng.
3. Chứng minh dựa vào tính chất đồng quy trong tam giác: Ba đường thẳng chứa các đường trung tuyến, các đường phân giác, các đường trung trực, các đường cao của tam giác.



# C. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

## □ DẠNG 1. Các bài toán liên quan đến tam giác cân, tam giác đều

**BÀI 1.** Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  có  $\widehat{B} = 75^\circ$ . Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $H$  sao cho  $HB = 2AC$ . Tính  $\widehat{AHC}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $HB$ , suy ra  $MB = MC = AC = \frac{1}{2}HB$ . (1)

Vẽ điểm  $D$  nằm trong  $\triangle HBC$  sao cho  $\triangle DBC$  đều.

Vì  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có  $\widehat{B} = 75^\circ$  nên  $\widehat{C} = 15^\circ$ .

Ta có  $\widehat{DBH} = \widehat{CBH} - \widehat{CBD} = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$ .

Xét  $\triangle MDB$  và  $\triangle ACB$  có

✓  $MB = AC$  (chứng minh trên);

✓  $\widehat{MBD} = \widehat{ACB} = 15^\circ$ ;

✓  $BD = BC$  ( $\triangle BCD$  đều).

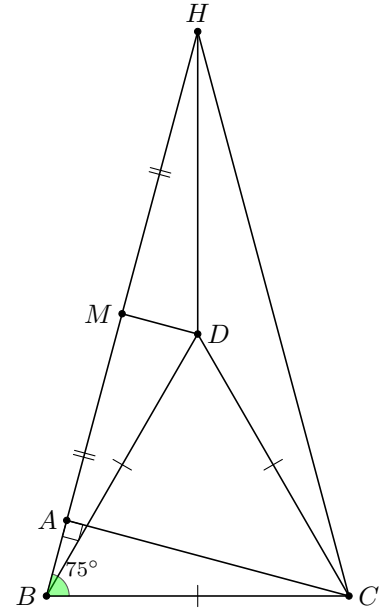
Suy ra  $\triangle MDB = \triangle ACB$  (cạnh - góc - cạnh)

$\Rightarrow \widehat{DMB} = \widehat{BAC} = 90^\circ$  (hai góc tương ứng) hay  $DM \perp HB$ .

Tam giác  $HDB$  có  $DM$  vừa là đường cao ( $DM \perp HB$ ) vừa là đường trung tuyến nên  $\triangle HDB$  cân tại  $D$ , suy ra  $\widehat{DHB} = \widehat{DBH} = 15^\circ$  và  $DH = DB \Rightarrow DH = DC$  (cùng bằng  $DB$ ), suy ra  $\triangle HDC$  cân tại  $D$ .

Lại có  $\widehat{HDC} = 360^\circ - \widehat{HDB} - \widehat{BDC} = 360^\circ - 150^\circ - 60^\circ = 150^\circ$ . Do đó  $\widehat{DHC} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$ .

Vậy  $\widehat{BHC} = \widehat{BHD} + \widehat{DHC} = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$ . □



**BÀI 2.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân ở  $A$ . Điểm  $E$  nằm trong tam giác sao cho  $\widehat{EBC} = \widehat{ECA} = 15^\circ$ . Tính  $\widehat{AEB}$ .

**Lời giải.**

Trên nửa mặt phẳng bờ  $BC$  chứa điểm  $A$ , vẽ điểm  $M$  sao cho  $\triangle MBC$  đều.

Xét  $\triangle AMB$  và  $\triangle AMC$  có

✓  $AM$ : cạnh chung;

✓  $MB = MC$  ( $\triangle MBC$  đều);

✓  $AB = AC$  ( $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$ ).

$\Rightarrow \triangle AMB = \triangle AMC$  (cạnh - cạnh - cạnh)

$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 60^\circ : 2 = 30^\circ$ .

Lại có  $\widehat{ABM} = \widehat{MBC} - \widehat{ABC} = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ .

và  $\widehat{ECB} = \widehat{ACB} - \widehat{ACE} = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$ .

Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle EBC$  có

✓  $BM = BC$  ( $\triangle MBC$  đều);

✓  $\widehat{MBA} = \widehat{CBE} = 15^\circ$ ;

✓  $\widehat{AMB} = \widehat{ECB} = 30^\circ$ .

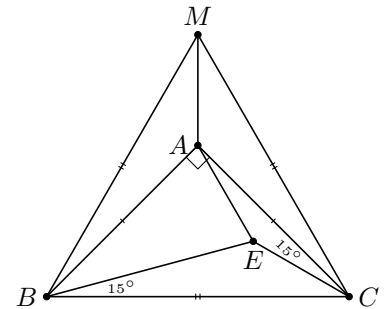
$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle EBC$  (góc - cạnh - góc)

$\Rightarrow BA = BE$  (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow \triangle ABE$  cân tại  $B$  có  $\widehat{ABE} = 60^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 30^\circ$ . Do đó

$$\widehat{AEB} = \widehat{BAE} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ.$$

Vậy  $\widehat{AEB} = 75^\circ$ . □





**BÀI 3.** Cho tam giác  $ABC$  cân có góc ở đỉnh  $\widehat{A} = 20^\circ$ . Các điểm  $M, N$  theo thứ tự trên  $AB, AC$  sao cho  $\widehat{BCM} = 50^\circ$ ,  $\widehat{CBN} = 60^\circ$ . Tính  $\widehat{BNM}$ .

**Lời giải.**

Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $\widehat{CBD} = 20^\circ$ . Khi đó

$$\widehat{BDC} = 180^\circ - 20^\circ - 80^\circ = 80^\circ.$$

Suy ra  $\widehat{BCD} = \widehat{BDC} = 80^\circ$  hay  $\triangle BDC$  cân tại  $B$ , suy ra  $BC = BD$ . (1)

Trong  $\triangle MBC$  có  $\widehat{BMC} = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ$ , suy ra  $\widehat{BMC} = \widehat{BCM} = 50^\circ$ , suy ra  $\triangle BCM$  cân tại  $B \Rightarrow BM = BC$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $BM = BD \Rightarrow \triangle MBD$  cân tại  $B$  có  $\widehat{MBD} = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$  nên  $\triangle MBD$  là tam giác đều.

Lại có  $\widehat{BDN} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$  và  $\widehat{DBN} = 40^\circ$  nên

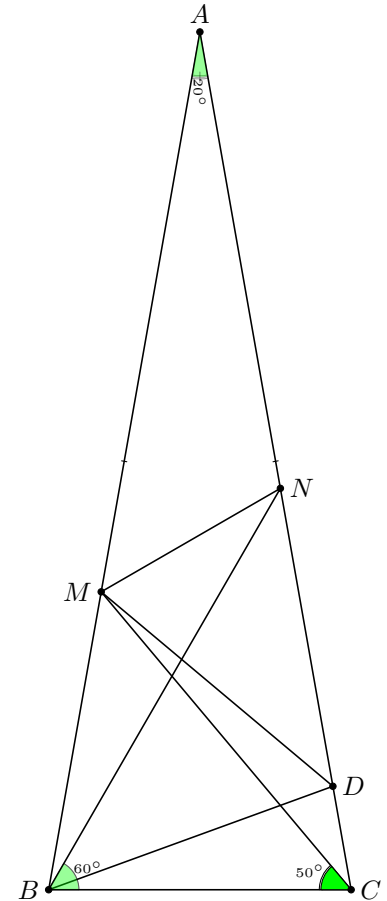
$$\widehat{BND} = 180^\circ - 100^\circ - 40^\circ = 40^\circ \Rightarrow \widehat{DBN} = \widehat{DNB} = 40^\circ.$$

Do đó  $\triangle NBD$  cân tại  $D$ , suy ra  $DN = DB$ .

Mà  $DB = DM$  ( $\triangle MBD$  đều) nên  $DM = DN$  hay  $\triangle DMN$  cân tại  $D$  có  $\widehat{NDM} = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ$ , suy ra

$$\widehat{DNM} = \widehat{DMN} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ.$$

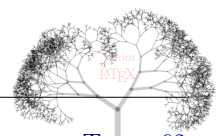
Vậy  $\widehat{MNB} = \widehat{MND} - \widehat{BND} = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$ .



□

**BÀI 4.** Cho  $\triangle ABC$ , vẽ phía ngoài tam giác các tam giác vuông cân đỉnh  $A$  là  $\triangle ADB$  và  $\triangle ACE$ . Gọi  $P, Q, M$  theo thứ tự là trung điểm của  $BD, CE$  và  $BC$ . Tính các góc của  $\triangle PQM$ .

**Lời giải.**



**Tính chất:** Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh của một tam giác thì song song với cạnh thứ ba và đoạn thẳng nối hai trung điểm sẽ bằng một nửa cạnh thứ ba (bạn đọc tự chứng minh).

Xét  $\triangle DAC$  và  $\triangle BAE$  có

✓  $AD = AB$  ( $\triangle DAB$  vuông cân tại  $A$ );

✓  $\widehat{DAC} = \widehat{BAE} = 90^\circ + \widehat{BAC}$ ;

✓  $AC = AE$  ( $\triangle EAC$  vuông cân tại  $A$ ).

Suy ra  $\triangle DAC = \triangle BAE$  (cạnh - góc - cạnh)

$\triangle DC = BE$  (hai cạnh tương ứng).

và  $\widehat{DCA} = \widehat{BAE}$  (hai góc tương ứng).

Gọi  $F$  là giao điểm của  $BE$  và  $DC$ . Trong  $\triangle EFC$ , ta có

$$\begin{aligned}\widehat{FEC} + \widehat{FCE} &= \widehat{FEC} + \widehat{FCA} + \widehat{ACE} = \widehat{FEC} + \widehat{FEA} + \widehat{ACE} \quad (\widehat{FCA} = \widehat{FAE}) \\ &= \widehat{ACE} + (\widehat{FEC} + \widehat{FEA}) = \widehat{ACE} + \widehat{AEC} \\ &= 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \quad (\triangle EAC \text{ vuông cân tại } A).\end{aligned}$$

Suy ra  $\widehat{EFC} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$  hay  $EF \perp FC$  hay  $DC \perp BE$ . (2)

Áp dụng tính chất từ đầu bài. Xét  $\triangle BDC$  có

✓  $P$  là trung điểm của  $BD$  (giả thiết);

✓  $M$  là trung điểm của  $BC$  (giả thiết).

Suy ra  $MP \parallel DC$  và  $MP = \frac{1}{2}DC$ . (3)

Tương tự trong  $\triangle BCE$ , ta cũng có  $MQ \parallel BE$  và  $MQ = \frac{1}{2}BE$ . (4)

Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra  $MP = MQ$  và  $MP \perp MQ$ . Do đó  $\triangle MPQ$  vuông cân tại  $M$ .

Vậy  $\widehat{M} = 90^\circ$ ,  $\widehat{P} = \widehat{Q} = 45^\circ$ . □

**BÀI 5.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AC, AB$  và hai đường thẳng  $BM, CN$  cắt nhau tại  $K$ .

a) Chứng minh  $\triangle BNC = \triangle CMB$ .

b) Chứng minh  $\triangle BKC$  cân tại  $K$ .

**Lời giải.**

1. Ta có  $MB = \frac{1}{2}AB$  (giả thiết) và  $CN = \frac{1}{2}AC$  (giả thiết) và  $AB = AC$  ( $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ) nên  $MB = NC$ .

Xét  $\triangle BNC$  và  $\triangle CMB$  có

✓  $MB = NC$  (chứng minh trên);

✓  $\widehat{MBC} = \widehat{NCB}$  ( $\triangle ABC$  cân tại  $A$ );

✓  $BC$ : cạnh chung.

$\Rightarrow \triangle BNC = \triangle CMB$  (cạnh - góc - cạnh).

2. Ta có  $\widehat{BCN} = \widehat{CBM}$  ( $\triangle BNC = \triangle CMB$ ) hay  $\widehat{BCK} = \widehat{CBK}$  nên  $\triangle BKC$  cân tại  $K$ . □

**BÀI 6.** (\*) Cho  $\triangle ABC$  nhọn có  $AB > AC$  và đường cao  $AH$ . Vẽ  $M, N$  sao cho  $AB, AC$  lần lượt là trung trực của các đoạn thẳng  $HM, HN$ . Chứng minh  $MAN$  là tam giác cân.

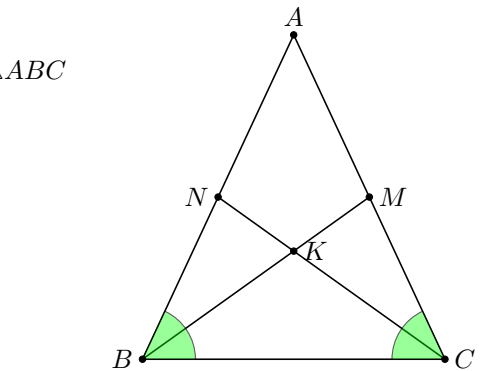
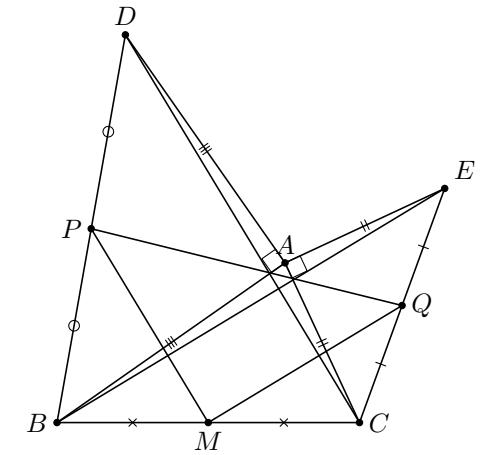
**Lời giải.**

Vì  $AB$  là đường trung trực của  $HM$  nên  $AM = AH$ .

và  $AC$  là đường trung trực của  $NH$  nên  $AN = AH$ .

Từ (1) và (2) suy ra  $AM = AN$  (cùng bằng  $AH$ ).

Vậy  $AMN$  là tam giác cân tại  $A$ .





**BÀI 7.** Cho  $\triangle ABC$  cân ( $AB = AC$ ). Từ trung điểm  $M$  của  $BC$  vẽ  $ME \perp AB$  và  $MF \perp AC$ . Chứng minh

- a)  $\triangle BEM = \triangle CFM$ ;                      b)  $AE = AF$ ;                      c)  $AM$  là phân giác của  $\widehat{EMF}$ .

**Lời giải.**

1. Xét  $\triangle BEM$  và  $\triangle CFM$  có

- ☑  $\widehat{MEB} = \widehat{MFC} = 90^\circ$ ;
- ☑  $\widehat{B} = \widehat{C}$  ( $\triangle ABC$  cân tại  $A$ );
- ☑  $MB = MC$  (giả thiết).

Suy ra  $\triangle BEM = \triangle CFM$  (cạnh huyền - góc nhọn).

2. Ta có  $AE = AB - EB$  và  $AF = AC - FC$ .

Mà  $AB = AC$  (đã nhắc ở trên) và  $EB = FC$  ( $\triangle BEM = \triangle CFM$ ) nên  $AE = AF$ .

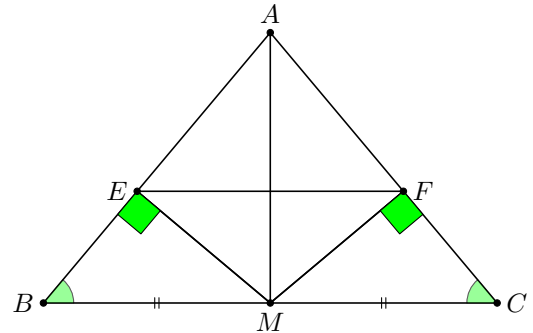
3. Xét  $\triangle AME$  và  $\triangle AMF$  có

- ☑  $ME = MF$  ( $\triangle BEM = \triangle CFM$ );
- ☑  $AM$ : cạnh chung;
- ☑  $AE = AF$  (chứng minh trên).

Suy ra  $\triangle AME = \triangle AMF$  (cạnh - cạnh - cạnh)

$\Rightarrow \widehat{AME} = \widehat{AMF}$  (hai góc tương ứng).

Vậy  $AM$  là phân giác của  $\widehat{EMF}$ .



**BÀI 8.** Cho  $\triangle ABC$  vuông cân đỉnh  $A$ . Lấy điểm  $M$  tùy ý trên cạnh  $AC$ , kẻ tia  $Ax$  vuông góc với  $BM$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $Ax$  với  $BC$  và  $K$  là điểm thuộc tia đối của tia  $HC$  sao cho  $HK \perp HC$ . Kẻ tia  $Ky$  vuông góc với  $BM$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $Ky$  với  $AB$ . Tính góc  $\widehat{AIM}$ .

**Lời giải.**

Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = AL$ .

Nối  $L$  và  $C$ .

Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle ACL$  có

$AB = AC$  (do  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$ );

$\widehat{BAC} = \widehat{LAC} = 90^\circ$ ;

$AL = AM$ ;

$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACL$  (c-g-c).

$\Rightarrow \widehat{ACL} = \widehat{ABM}$  (hai góc tương ứng) mà  $\widehat{ACL} + \widehat{ALC} = 90^\circ$  nên suy ra  $\widehat{ABM} + \widehat{ALC} = 90^\circ$  hay  $BM \perp LC$ .

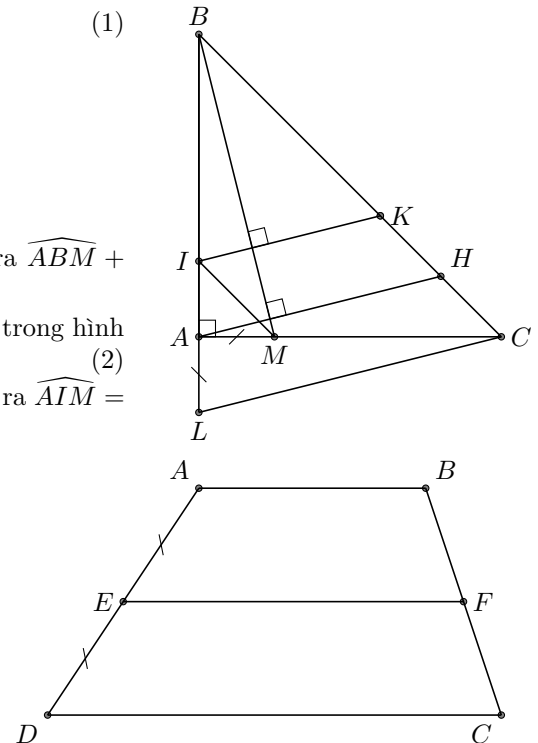
Ta có  $LC \parallel AH \parallel IK$  mà  $CH = HK$  nên theo định lý đường trung bình trong hình thang, ta có  $AI = AL$ .

Từ (1) và (2), suy ra  $AM = AI (= AL)$ , hay  $\triangle AMI$  vuông cân tại  $A$ , suy ra  $\widehat{AIM} = 45^\circ$ .

**Lưu ý: Định lý đường trung bình trong hình thang.**

Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm của cạnh bên thứ hai.

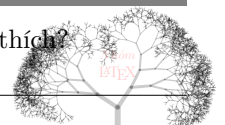
$$\begin{cases} AE = ED \\ EF \parallel AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow BF = FC.$$



## **DẠNG 2. Bài tập về định lý Pytago và tam giác vuông**

**Định lý Pytago:** Trong tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông.

**BÀI 1.** Hãy chỉ ra bộ ba đoạn thẳng nào sau đây có thể là số đo ba cạnh của một tam giác? Có giải thích?



a) 4 cm, 2 cm, 6cm.

b) 4 cm, 3cm, 6cm.

c) 4 cm, 1cm, 6cm.

**Lời giải.**a) Bộ ba này không thể là ba cạnh của một tam giác vì  $4 + 2 = 6$ .b) Bộ ba này có thể là ba cạnh của một tam giác vì  $3 + 4 > 6$  (độ dài đoạn lớn nhất nhỏ hơn tổng độ dài của hai đoạn kia).c) Vì  $4 + 1 < 6$  nên bộ ba này không thể là ba cạnh của một tam giác.

□

**BÀI 2.** Tính chu vi của một tam giác cân biết hai cạnh góc vuông bằng 4 m và 9 m.**Lời giải.**

Cạnh thứ ba của tam giác cân bằng một trong hai cạnh đề đã cho.

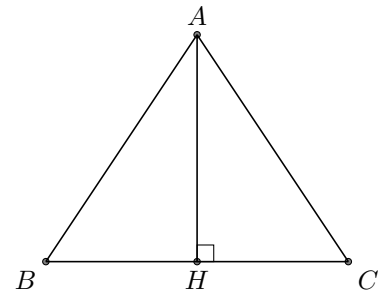
Loại trường hợp cạnh thứ ba bằng 4 vì  $4 + 4 < 9$ .Trường hợp cạnh thứ ba bằng 9 thỏa mãn bất đẳng thức tam giác vì  $4 + 4 < 9$ .Vậy chu vi tam giác  $4 + 9 + 9 = 22$  cm.

□

**BÀI 3.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $AB = 5$  cm,  $BC = 6$  cm. Tính độ dài các đoạn thẳng  $BH$ ,  $AH$ .**Lời giải.**Vì tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ ,  $AH$  là đường cao nên  $H$  là trung điểm  $BC$ .Vậy  $BH = HC = 6 : 2 = 3$  cm.Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông  $ABH$ , ta có

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$$\Rightarrow BH = 4 \text{ cm.}$$



□

**BÀI 4.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 8$  cm,  $AC = 6$  cm.a. Tính  $BC$ .b. Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = 2$  cm; trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AB$ . Chứng minh  $\triangle BEC = \triangle DEC$ .**Lời giải.**a. Vì  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  nên theo định lý Pytago, ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow BC = \sqrt{100} = 10.$$

Vậy  $BC = 10$  cm.b. Vì  $AD$  là tia đối của tia  $AB$  nên  $CA \perp DB$ .Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle ADC$  có $CA$  (cạnh chung);

$$\widehat{CAD} = \widehat{CAB} = 90^\circ;$$

$$AD = AB \text{ (gt);}$$

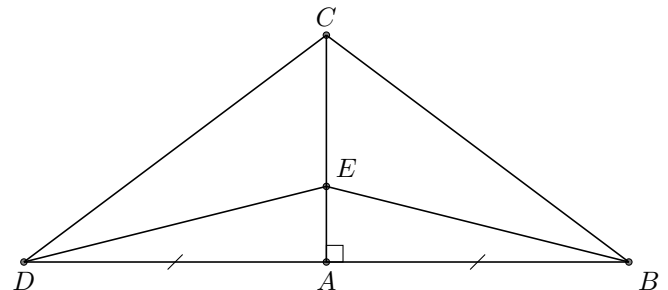
$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ADC \text{ (c-g-c).}$$

Xét  $\triangle DEC$  và  $\triangle BEC$  có $CE$  (cạnh chung);

$$\widehat{DCE} = \widehat{BCE} = 90^\circ \text{ (do } \triangle ABC = \triangle ADC);$$

$$DC = BC \text{ (do } \triangle ABC = \triangle ADC);$$

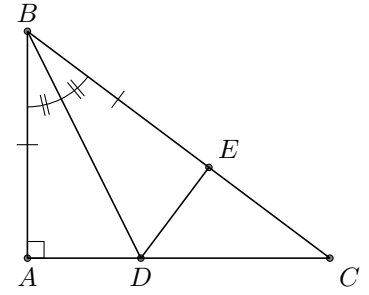
$$\Rightarrow \triangle DEC = \triangle BEC \text{ (c-g-c).}$$



□

**BÀI 5.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ );  $BD$  là phân giác của góc  $B$  ( $D \in AC$ ). Trên tia  $BC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BA = BE$ . Chứng minh  $DE \perp BE$ .**Lời giải.**

Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle EBD$  có  
 $BD$  cạnh chung;  
 $AB = BE$  (gt);  
 $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$  (do  $BD$  là phân giác của góc  $B$ );  
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD$  (c-g-c).  
 $\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BED}$  (hai góc tương ứng).

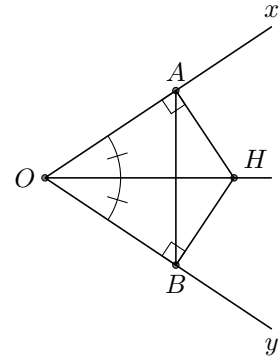


□

**BÀI 6.** Cho góc nhọn  $xOy$ . Điểm  $H$  nằm trên tia phân giác của góc  $xOy$ . Từ  $H$  dựng các đường vuông góc  $HA$ ,  $HB$  xuống hai cạnh  $Ox$  và  $Oy$  ( $A$  thuộc  $Ox$  và  $B$  thuộc  $Oy$ ). Chứng minh  $\triangle HAB$  là tam giác cân.

**Lời giải.**

Xét  $\triangle OAH$  và  $\triangle OBH$  có  
 $OA = OB$  (gt);  
 $\widehat{AOH} = \widehat{BOH}$  (do  $OH$  là tia phân giác góc  $xOy$ );  
 $OH$  là cạnh chung;  
 $\Rightarrow \triangle OAH = \triangle OBH$  (c-g-c).  
 $\Rightarrow AH = BH$  (hai cạnh tương ứng).  
 $\Rightarrow \triangle ABH$  cân tại  $H$ .



□

**BÀI 7.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $C$ , có  $\widehat{A} = 60^\circ$ , tia phân giác của góc  $BAC$  cắt  $BC$  ở  $E$ , kẻ  $EK$  vuông góc với  $AB$  ( $K \in AB$ ), kẻ  $BD$  vuông góc  $AE$  ( $D \in AE$ ). Chứng minh

a.  $AK = KB$ .

b.  $AD = BC$ .

**Lời giải.**

a. Do  $\triangle ABC$  vuông tại  $C$ , có  $\widehat{A} = 60^\circ$  nên  $\widehat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

Vì  $AE$  là tia phân giác góc  $BAC$  nên  $\widehat{CAE} = \widehat{BAE} = \frac{\widehat{CAK}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ .

Trong  $\triangle AEK$ , ta có  $\widehat{AEK} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ .

Trong  $\triangle BEK$ , ta có  $\widehat{BEK} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ .

Xét  $\triangle AEK$  và  $\triangle BEK$  có

$\widehat{AEK} = \widehat{BEK} = 60^\circ$ ;

$EK$  cạnh chung;

$\widehat{AKE} = \widehat{BKE} = 90^\circ$  (gt);

$\Rightarrow \triangle AEK = \triangle BEK$  (g-c-g).

$\Rightarrow AK = KB$  (hai cạnh tương ứng).

b. Do  $\triangle AEK = \triangle BEK$  (chứng minh trên)  $\Rightarrow AE = EB$  (hai cạnh tương ứng).

Trong  $\triangle CAE$  có  $\widehat{CEA} = 60^\circ$ .

Trong  $\triangle EDB$  có  $\widehat{DEB} = \widehat{CEA} = 60^\circ$  (đối đỉnh);  $\widehat{EBD} = 30^\circ$ .

Xét  $\triangle CAE$  và  $\triangle DBE$  có

$\widehat{CAE} = \widehat{EBD} = 30^\circ$ ;

$AE = BE$  (cmt);

$\widehat{AEC} = \widehat{DEB}$  (đối đỉnh).

$\Rightarrow \triangle CAE = \triangle DBE$  (g-c-g).

$\Rightarrow CE = ED$  (hai cạnh tương ứng).

Ta có  $AE = EB$ ;  $CE = ED$  mà  $AD = AE + ED$ ;

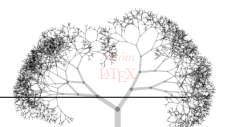
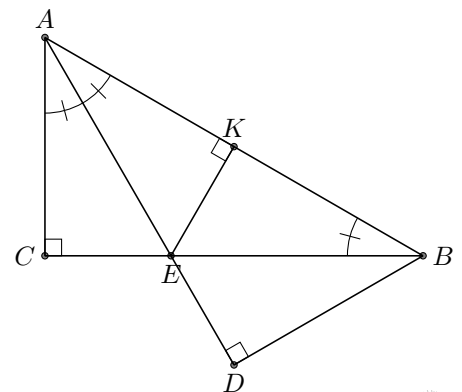
$CB = CE + EB$  nên  $CB = AD$ .

**Cách khác:** Xét hai tam giác vuông là  $\triangle ADB$  và  $\triangle BCA$  có  $\widehat{DAB} =$

$\widehat{ABC} = 30^\circ$  và  $AB$  là cạnh chung nên

$\triangle ADB = \triangle BCA$  (cạnh huyền - góc nhọn)  $\Rightarrow AD = BC$  (hai cạnh tương

ứng).



□

**BÀI 8.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $BD$  là phân giác, kẻ  $DE \perp BC$  ( $E \in BC$ ). Gọi  $F$  là giao điểm của  $AB$  và  $DE$ . Chứng minh rằng

- $DF = DC$ .
- $AE \parallel FC$ .

**Lời giải.**

1.

Xét  $\triangle BAD$  và  $\triangle BED$  có

- ✓  $\widehat{BAD} = \widehat{BED} = 90^\circ$
- ✓  $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$  (Vì  $BD$  là tia phân giác của góc  $ABC$ ).
- ✓  $BD$  là cạnh chung.

Suy ra  $\triangle BAD = \triangle BED$  (cạnh huyền-góc nhọn).

Suy ra  $DA = DE$  (hai cạnh tương ứng).

Xét  $\triangle ADF$  và  $\triangle EDC$  là hai tam giác vuông có

- ✓  $\widehat{DAF} = \widehat{DEC} = 90^\circ$ .
- ✓  $DA = DE$  (chứng minh trên).
- ✓  $\widehat{ADF} = \widehat{EDC}$  (hai góc đối đỉnh).

Suy ra  $\triangle ADF = \triangle EDC$  (cạnh-góc-cạnh). Từ đó suy ra  $DF = DC$ .

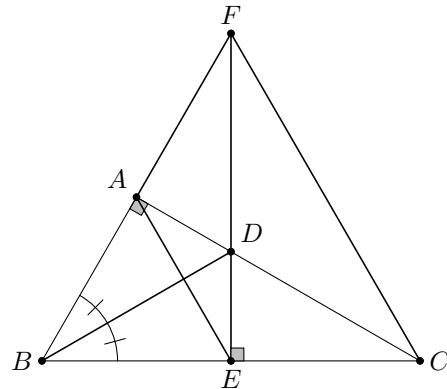
2. Vì  $\triangle BAD = \triangle BED$  nên  $BA = BE$  suy ra  $B$  thuộc đường trung trực của đoạn  $AE$ .

Mặt khác  $DA = DE$  nên  $D$  thuộc đường trung trực của đoạn  $AE$ .

Từ đó suy ra  $BD$  là trung trực của  $AE$  nên  $BD \perp AE$ . (1)

Tương tự ta cũng có  $BC = BF$  và  $DC = DF$  nên  $BD$  là đường trung trực của  $FC$  suy ra  $BD \perp FC$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $AE \parallel FC$ .



□

**BÀI 9.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $\widehat{B} = 60^\circ$ . Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$ , ( $H \in BC$ ).

- Lấy điểm  $D$  thuộc tia đối của tia  $HA$  sao cho  $HD = HA$ . Chứng minh rằng hai tam giác  $AHC$  và  $DHC$  bằng nhau.
- Tính số đo của góc  $BDC$ .

**Lời giải.**

1. Xét tam giác  $AHC$  và tam giác  $DHC$  có

$HC$  là cạnh chung;

$\widehat{AHC} = \widehat{DHC} = 90^\circ$ ;

$HD = HA$  (giả thiết).

Suy ra  $\triangle AHC = \triangle DHC$  (c.g.c).

2. ✓ Xét tam giác  $AHB$  và tam giác  $DHB$  có

$HB$  là cạnh chung;

$\widehat{AHB} = \widehat{BHD} = 90^\circ$ ;

$HD = HA$  (giả thiết).

Suy ra  $\triangle AHB = \triangle DHB$  (c.g.c)

Suy ra  $AB = DB$  (hai cạnh tương ứng).

✓ Xét  $\triangle CAB$  và  $\triangle CDB$  có

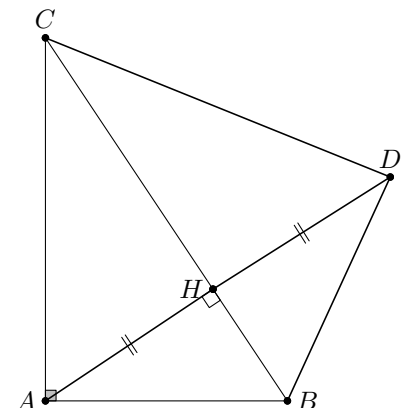
$CA = CD$  (Vì  $\triangle AHC = \triangle DHC$ );

$AB = DB$  (chứng minh trên);

$BC$  cạnh chung.

Suy ra  $\triangle CAB = \triangle CDB$  (c-c-c).

Suy ra  $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$ .



□

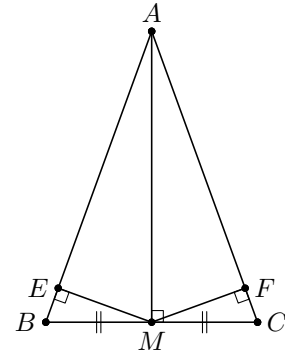
**BÀI 10.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Từ  $M$  kẻ  $ME$  vuông góc với  $AB$  tại  $E$ , kẻ  $MF$  vuông góc với  $AC$  tại  $F$ . Chứng minh  $\triangle BEM = \triangle CFM$ .

**Lời giải.**

Xét tam giác  $BEM$  và tam giác  $CFM$  có

- ☑  $\widehat{BEM} = \widehat{CFM} = 90^\circ$  (do  $ME$  vuông góc  $AB$ ;  $MF$  vuông góc  $AC$ );
- ☑  $MB = MC$  ( $M$  là trung điểm  $BC$ );
- ☑  $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$  (tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ ).

Suy ra  $\triangle BEM = \triangle CFM$  (ch-gn).



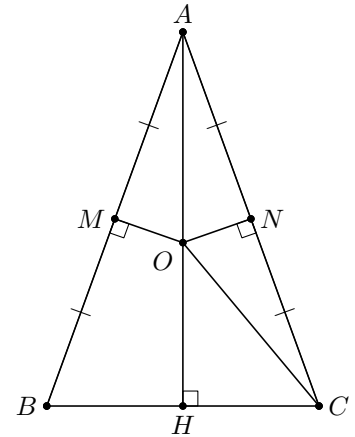
□

**BÀI 11.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm các cạnh  $AB, AC$ . Các đường thẳng vuông góc với  $AB, AC$  tại  $M; N$  cắt nhau tại điểm  $O$ ,  $AO$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Chứng minh

1.  $\triangle AMO = \triangle ANO$ .
2.  $AH$  là phân giác của góc  $A$ .
3.  $HB = HC$  và  $AH \perp BC$ .

**Lời giải.**

1. Xét tam giác  $\triangle AMO$  và tam giác  $\triangle ANO$  có  
 $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ$ ;  
 $AO$  là cạnh chung;  
 $AM = AN$  ( $M, N$  là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ ).  
 Suy ra  $\triangle AMO = \triangle ANO$  (ch-cgv).
2. Vì  $\triangle AMO = \triangle ANO$  nên  $\widehat{MAO} = \widehat{NAO}$ .  
 $\Rightarrow AO$  là tia phân giác của góc  $BAC$ .  
 Hay  $AH$  là tia phân giác của góc  $A$ .
3. Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $AH$  là tia phân giác nên  $AH$  đồng thời là trung trực của tam giác  $ABC$  suy ra  $HB = HC$  và  $AH \perp BC$ .



□

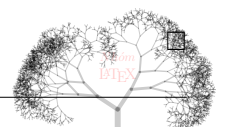
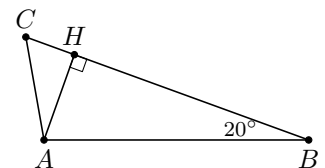
### □ DẠNG 3. Các bài toán quan hệ giữa các số và bất đẳng thức tam giác

**BÀI 1.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 100^\circ$ ;  $\widehat{B} = 20^\circ$ .

1. So sánh các cạnh của  $\triangle ABC$ .
2. Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . So sánh  $HB$  và  $HC$ .

**Lời giải.**

1. Ta có  $\widehat{A} = 100^\circ$ ;  $\widehat{B} = 20^\circ$  suy ra  $\widehat{C} = 60^\circ$ .  
 Do đó  $\widehat{A} > \widehat{C} > \widehat{B} \Rightarrow BC > AB > AC$ .
2. Vì  $AH \perp BC \Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HAB} = 70^\circ$ .  
 Mà  $\widehat{HAB} + \widehat{HAC} = \widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{CAH} = 30^\circ$ .  
 Trong tam giác  $ACH$  có  $\widehat{C} = 60^\circ$  và  $\widehat{CAH} = 30^\circ$  nên suy ra  $HC < AH$ . (1)  
 Trong tam giác  $ABH$  có  $\widehat{B} = 20^\circ$  và  $\widehat{HAB} = 70^\circ$  nên suy ra  $AH < HB$ . (2)  
 Từ (1) và (2) suy ra  $HC < HB$ .



**BÀI 2.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$  và  $\widehat{A} = 57^\circ$ . So sánh các cạnh của tam giác.

**Lời giải.**

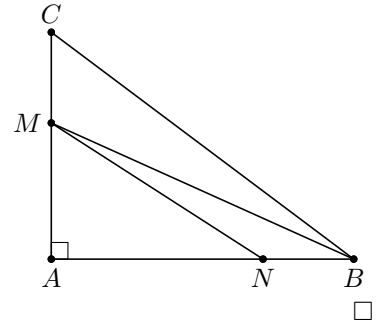
Ta tính được  $\widehat{C} = 33^\circ$ . Vì  $\triangle ABC$  có  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$  nên ta suy ra  $AB < BC < AC$ . □

**BÀI 3.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Lấy điểm  $M$  thuộc cạnh  $AC$ ,  $N$  thuộc  $AB$ .

1. Chứng minh  $BM < BC$ .
2. Chứng minh  $MN < BC$ .

**Lời giải.**

1. Ta có  $AM$  và  $AC$  lần lượt là hình chiếu của  $BM$  và  $BC$ . Mà  $AM < AC$  nên  $BM < BC$ .
2. Ta có  $AN$  và  $AB$  lần lượt là hình chiếu của  $MN$  và  $MB$ . Mà  $AN < AB$  nên  $MN < MB$ .  
Mặt khác, theo câu trên  $BM < BC$  nên suy ra  $MN < BC$ .



**BÀI 4.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 13\text{cm}$ ;  $BC = 10\text{cm}$ ;  $AC = 7\text{cm}$ . Hãy so sánh các góc của  $\triangle ABC$ .

**Lời giải.**

Vì  $\triangle ABC$  có  $AC < BC < AB$  nên  $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$ . □

**BÀI 5.** So sánh các cạnh của  $\triangle MNP$ , biết  $\widehat{M} = 65^\circ$ ;  $\widehat{N} = 70^\circ$ .

**Lời giải.**

Vì  $\triangle MNP$  có  $\widehat{M} = 65^\circ$ ;  $\widehat{N} = 70^\circ$  nên tính được  $\widehat{P} = 45^\circ$ .

Vì  $\widehat{P} < \widehat{M} < \widehat{N}$  nên suy ra  $MN < NP < MP$ . □

**BÀI 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $BD$  là phân giác. Chứng minh rằng  $AD < DC$ .

**Lời giải.**

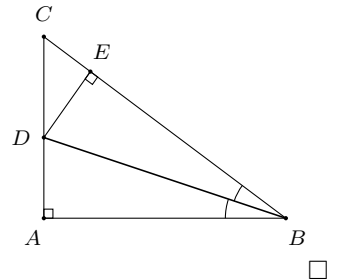
Kẻ  $DE \perp BC$  tại  $E$ .

Xét hai tam giác vuông  $ABD$  và  $EBD$  có  $BD$  là cạnh chung,  $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$  (vì  $BD$  là tia phân của  $\widehat{ABC}$ ).

Vậy  $\triangle ABD = \triangle EBD$ . Suy ra  $AD = DE$ . (1)

Trong tam giác  $CDE$  vuông tại  $E$  có  $DC$  là cạnh huyền,  $DE$  là cạnh góc vuông nên  $DE < DC$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $AD < DC$ . □

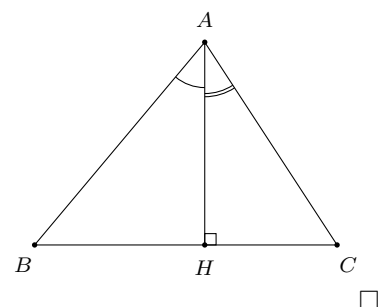


**BÀI 7.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $AB > AC$ , vẽ đường cao  $AH$ .

- a) Chứng minh  $HB > HC$ .
- b) So sánh  $\widehat{BAH}$  và  $\widehat{CAH}$ .

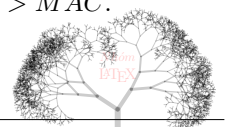
**Lời giải.**

1. Ta có  $AH \perp BC$  nên  $HB$ ,  $HC$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $AB$ ,  $AC$  xuống  $BC$ .  
Theo giả thiết  $AB > AC$  nên  $HB > HC$ .
2. Vì  $AB > AC$  nên  $\widehat{ACB} > \widehat{ABC}$  hay  $\widehat{ACH} > \widehat{ABH}$ . (1)  
Mặt khác,  $\widehat{BAH} + \widehat{ABH} = 90^\circ$  và  $\widehat{CAH} + \widehat{ACH} = 90^\circ$ . (2)  
Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{BAH} > \widehat{CAH}$ .



**BÀI 8.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB < AC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng  $\widehat{MAB} > \widehat{MAC}$ .

**Lời giải.**





Trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm  $N$  sao cho  $MA = MN$ .

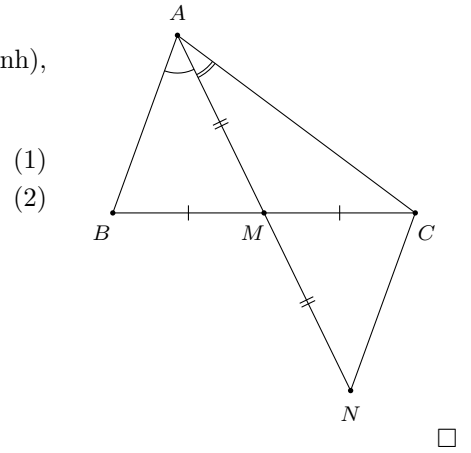
Xét hai tam giác  $MAB$  và  $MNC$  có  $MA = MN$ ,  $\widehat{AMB} = \widehat{NMC}$  (hai góc đối đỉnh),  $MB = MC$ .

Vậy  $\triangle MAB = \triangle MNC$ .

Suy ra  $AB = NC$  và  $\widehat{MAB} = \widehat{MNC}$ .

Mà  $AB < AC$  nên  $NC < AC$ . Suy ra  $\widehat{MAC} < \widehat{MNC}$ .

Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{MAB} > \widehat{MAC}$ .



**BÀI 9.** Cho tam giác  $ABC$  và  $O$  là một điểm nằm trong tam giác.  $BO$  cắt  $AC$  tại  $I$ .

1. So sánh  $OA$  với  $IO + IA$ , từ đó chứng minh  $OA + OB < IA + IB$ .

2. So sánh  $IB$  với  $IC + CB$ , từ đó chứng minh  $IA + IB < CA + CB$ .

3. Chứng minh  $OA + OB < CA + CB$ .

**Lời giải.**

1. Trong tam giác  $IAO$  ta có  $OA < IO + IA$ .

Từ  $OA < IO + IA$  suy ra

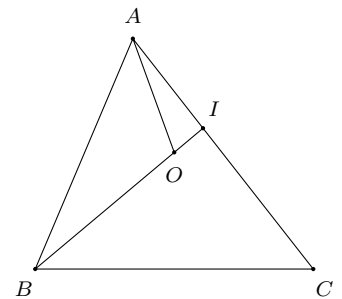
$$OA + OB < IO + IA + OB \Rightarrow OA + OB < IA + (IO + OB) \Rightarrow OA + OB < IA + IB.$$

2. Trong tam giác  $IBC$  ta có  $IB < IC + CB$ .

Từ  $IB < IC + CB$  suy ra

$$IA + IB < IA + IC + CB \Rightarrow IA + IB < (IA + IC) + CB \Rightarrow IA + IB < CA + CB.$$

3. Vì  $OA + OB < IA + IB$  và  $IA + IB < CA + CB$  nên  $OA + OB < CA + CB$ .



**BÀI 10.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AC > AB$ . Kẻ đường cao  $AH$ . Gọi  $E$  là một điểm nằm giữa  $A$  và  $H$ . So sánh  $HC$  và  $HB$ ;  $EC$  và  $EB$ .

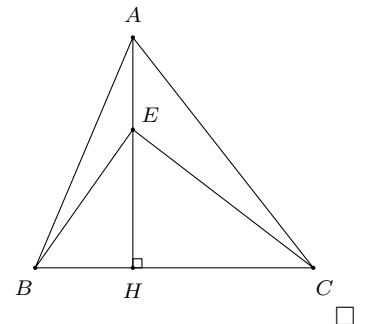
**Lời giải.**

Ta có  $AH \perp BC$  nên  $HB, HC$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $AB, AC$  xuống  $BC$ .

Theo giả thiết  $AC > AB$  nên  $HC > HB$ .

Vì  $E$  thuộc  $AH$  nên  $EH \perp BC$ . Suy ra  $HB, HC$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $EB, EC$  xuống  $BC$ .

Mặt khác  $HC > HB$  (chứng minh trên), cho nên  $EC > EB$ .

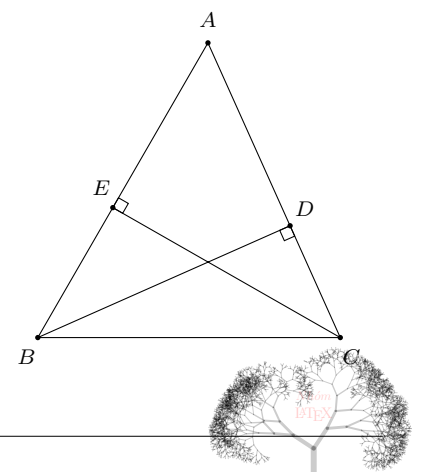


**BÀI 11.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB > AC$ , vẽ  $BD \perp AC$ ;  $CE \perp AB$  ( $D \in AC$ ;  $E \in AB$ ). Chứng minh rằng  $AB - AC > BD - CE$ .

**Lời giải.**

Gọi  $S$  là diện tích của tam giác  $ABC$ . Ta có  $AB > BD$  nên

$$\begin{aligned} 2S &= AC \cdot BD < AC \cdot AB \\ \Rightarrow \frac{2S}{AC \cdot AB} &< 1 \\ \Rightarrow 2S \cdot \frac{AB - AC}{AB \cdot AC} &< AB - AC \\ \Rightarrow 2S \left( \frac{1}{AC} - \frac{1}{AB} \right) &< AB - AC \\ \Rightarrow \frac{2S}{AC} - \frac{2S}{AB} &< AB - AC \\ \Rightarrow BD - CE &< AB - AC \text{ (đpcm).} \end{aligned}$$



□

**BÀI 12.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại đỉnh  $A$ . Từ điểm  $D$  trên cạnh  $AB$  vẽ đường thẳng song song với  $BC$  cắt cạnh  $AC$  tại  $E$ . Chứng minh rằng  $BE > \frac{1}{2}(DE + BC)$ .

**Lời giải.**

Vì  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$  và  $DE \parallel BC$  nên  $AD = AE$  và  $BD = CE$ .

Tam giác  $ADE$  cân tại  $A$  nên  $\widehat{ADE} = \widehat{AED}$ .

Mặt khác  $\widehat{BDE} = 180^\circ - \widehat{ADE}$  và  $\widehat{CED} = 180^\circ - \widehat{AED}$ . Cho nên  $\widehat{BDE} = \widehat{CED}$ .

Xét hai tam giác  $BDE$  và  $CED$  có  $DE$  là cạnh chung,  $\widehat{BDE} = \widehat{CED}$ ,  $BD = CE$ .

Vậy  $\triangle BDE = \triangle CED$ . Suy ra  $BE = CD$ .

Gọi  $I$  là giao điểm của  $BE$  và  $CD$ .

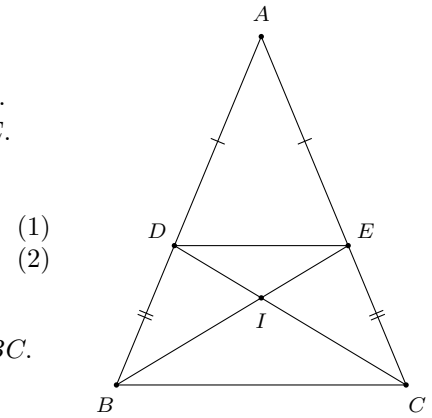
Trong tam giác  $IBC$  ta có  $IB + IC > BC$ .

Trong tam giác  $IDE$  ta có  $ID + IE > DE$ .

Cộng theo từng vế hai bất đẳng thức (1) và (2) ta được

$$IB + IE + IC + ID > BC + DE \Rightarrow BE + CD > DE + BC \Rightarrow 2BE > DE + BC.$$

Do đó,  $BE > \frac{1}{2}(DE + BC)$ .



□

**BÀI 13.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, AB$  và hai đường thẳng  $BM, CN$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh  $BC < 4KM$ .

**Lời giải.**

Vì  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$  nên  $AB = AC$ . Lại có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, AB$  nên  $AM = AN$ .

Xét hai tam giác  $ABM$  và  $ACN$  có  $AM = AN$ ,  $\widehat{MAB} = \widehat{NAC}$ ,  $AB = AC$ .

Vậy  $\triangle ABM = \triangle ACN$ . Suy ra  $BM = CN$ .

Vì  $BM$  và  $CN$  cắt nhau tại  $K$  nên  $K$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ , áp dụng tính chất trọng tâm ta có

$$BK = \frac{2}{3}BM; CK = \frac{2}{3}CN; BM = 3KM.$$

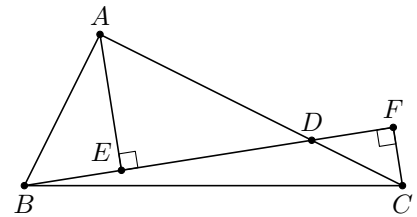
Xét tam giác  $KBC$  ta có

$$BK + KC > BC \Rightarrow \frac{2}{3}(BM + CN) > BC \Rightarrow \frac{4}{3}BM > BC \Rightarrow BC < \frac{4}{3} \cdot 3KM = 4KM.$$

**BÀI 14.** Cho  $\triangle ABC$ , điểm  $D$  nằm giữa  $A$  và  $C$  ( $BD$  không vuông góc với  $AC$ ), gọi  $E$  và  $F$  là chân các đường vuông góc kẻ từ  $A$  và  $C$  đến đường thẳng  $BD$ . So sánh  $AC$  với  $AE + CF$ .

**Lời giải.**

Ta có  $AC = AD + DC$ , mà  $\begin{cases} AD > AE \\ DC > CF \end{cases}$   
suy ra  $AC = AD + DC > AE + CF$ .

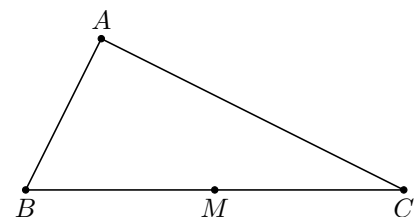


□

**BÀI 15.** Cho  $\triangle ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng  $MB + MC < AB + AC$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\begin{cases} BC < AB + AC \\ BC = MB + MC \end{cases} \Rightarrow MB + MC < AB + AC$ .



□

**BÀI 16.** Cho  $\triangle ABC$ ,  $M$  là điểm nằm trong tam giác. Chứng minh rằng  $MB + MC < AB + AC$ .

**Lời giải.**



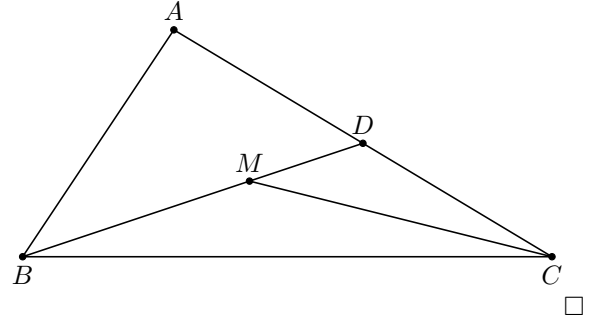
Gọi  $D$  là giao điểm của  $BM$  và  $AC$ .

Vì  $M$  nằm trong tam giác  $ABC$  nên  $D$  thuộc cạnh  $AC$ .

Tam giác  $BAD$  có  $BM + MD < AD + AB$  (1).

Tam giác  $BCD$  có  $MC - MD < CD$  (2).

Cộng hai vế của (1) và (2) tương ứng ta được  $MB + MC < AC + AB$ .



**BÀI 17.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB > AC$ ,  $AD$  là tia phân giác của góc  $\widehat{BAC}$  ( $D \in BC$ ),  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $AD$ . Chứng minh rằng  $MB - MC < AB - AC$ .

**Lời giải.**

Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AC$ .

Vì  $AB > AC$  nên  $E$  thuộc đoạn  $AB$ .

Xét  $\triangle AEM$  và  $\triangle ACM$  có

☑  $\widehat{EAM} = \widehat{MAC}$  (vì  $AD$  là phân giác của góc  $\widehat{BAC}$ ).

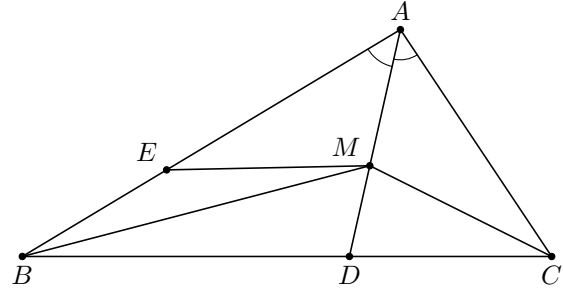
☑  $AM$  chung

☑  $AE = AC$ .

Suy ra  $\triangle AEM = \triangle ACM$ , do đó  $ME = MC$ .

Có  $\begin{cases} AC = AE \Rightarrow AB - AC = AB - AE = EB \\ MB - MC = MB - ME < EB. \end{cases}$

Suy ra  $MB - MC < AB - AC$ .



**BÀI 18.** Cho  $\triangle ABC$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Chứng minh rằng

a) Nếu  $\widehat{A} = 90^\circ$  thì  $AM = \frac{1}{2}BC$ .

b) Nếu  $\widehat{A} > 90^\circ$  thì  $AM < \frac{1}{2}BC$ .

c) Nếu  $\widehat{A} < 90^\circ$  thì  $AM > \frac{1}{2}BC$ .

**Lời giải.**

a)

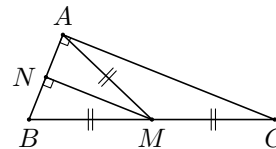
Gọi  $N$  là trung điểm của  $AB$ .

$MN$  là đường trung bình của tam giác  $BAC$  nên  $MN \parallel AC$ .

Ta có  $AB \perp AC$  nên  $MN \perp AB$ .

Suy ra hai tam giác vuông  $AMN$  và  $BMN$  bằng nhau.

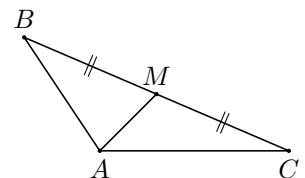
Suy ra  $AM = BM$ . Do đó  $AM = \frac{1}{2}BC$ .



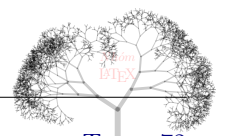
b)

Ta có  $\widehat{BAC} > 90^\circ$  và  $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} < 90^\circ$ .

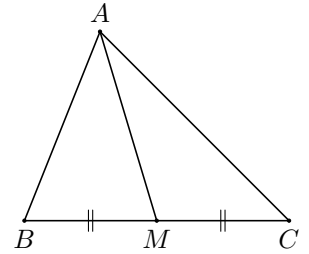
Nên  $BC > 2AM$  hay  $AM < \frac{1}{2}BC$ .



c)



Ta có  $\widehat{BAC} < 90^\circ$  và  $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} > 90^\circ$ .  
Nên  $BC < 2AM$  hay  $AM > \frac{1}{2}BC$ .



□

**BÀI 19.** Trong các trường hợp sau, trường hợp nào là độ dài ba cạnh của một tam giác?

a) 5 cm; 10 cm; 12 cm.

b) 1 m; 2 m; 3,3 m.

c) 1,2 m; 1 m; 2,2 m.

**Lời giải.**

1) 5 cm; 10 cm; 12 cm. Đây là độ dài ba cạnh của một tam giác. Vì ta có 
$$\begin{cases} 5 + 10 > 12 \\ 5 + 12 > 10 \\ 10 + 12 > 5. \end{cases}$$

2) 1 m; 2 m; 3,3 m. Đây không phải là độ dài ba cạnh của một tam giác. Vì  $1 + 2 < 3,3$ .

3) 1,2 m; 1 m; 2,2 m. Đây không phải là độ dài ba cạnh của một tam giác. Vì  $1,2 + 1 = 2,2$ .

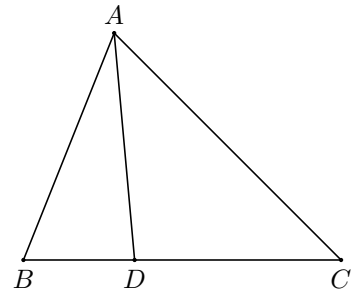
□

**BÀI 20.** Cho  $\triangle ABC$  điểm  $D$  nằm giữa  $B$  và  $C$ . Chứng minh rằng  $AD$  nhỏ hơn nửa chu vi  $\triangle ABC$ .

**Lời giải.**

Ta có 
$$\begin{cases} AD < AB + BD \\ AD < AC + DC \end{cases}$$
, suy ra  $2AD < AB + AC + BC$  hay  $AD < \frac{(AB + AC + BC)}{2}$ .

Vậy  $AD$  nhỏ hơn nửa chu vi  $\triangle ABC$ .



□

**BÀI 21.** Độ dài hai cạnh của một tam giác là 7 cm, 2 cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của nó (tính theo cm) là một số tự nhiên lẻ.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  là độ dài cạnh còn lại, với  $x$  là số tự nhiên lẻ.

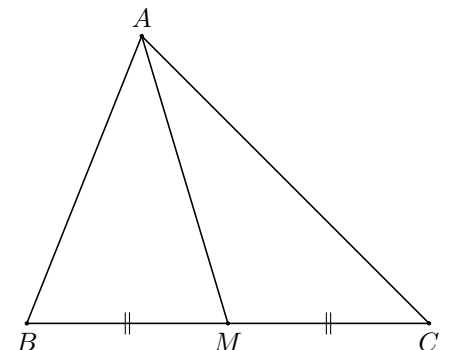
Ta có 
$$\begin{cases} 7 + 2 > x \\ 7 + x > 2 \\ 2 + x > 7. \end{cases}$$
 Suy ra  $5 < x < 9$ . Do đó  $x = 7\text{cm}$ .

□

**BÀI 22.** Cho  $\triangle ABC$  trung tuyến  $AM$  và góc  $\widehat{B} > \widehat{C}$ . Hãy so sánh hai góc  $\widehat{AMB}$  và  $\widehat{AMC}$ .

**Lời giải.**

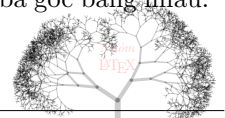
Do  $\widehat{B} > \widehat{C}$  nên  $AC > AB$ . Do đó  $\widehat{AMB} < \widehat{AMC}$ .



□

**BÀI 23.** Tính số đo các góc của  $\triangle ABC$  biết đường cao  $AH$ , trung tuyến  $AD$  chia góc  $\widehat{BAC}$  thành ba góc bằng nhau.

**Lời giải.**



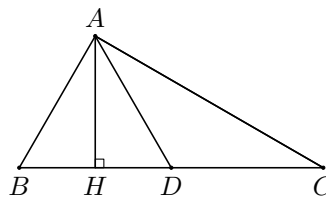
Tam giác  $ABD$  có  $AH$  vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên tam giác  $ABD$  là tam giác cân tại  $A$ .

Suy ra  $HB = HD$  và  $\frac{HD}{DC} = \frac{1}{2}$ .

Ta có  $AD$  là đường phân giác của tam giác vuông  $AHD$  nên

$\frac{AH}{AC} = \frac{HD}{DC} = \frac{1}{2}$ , suy ra  $\widehat{C} = 30^\circ$ .

Suy ra  $\widehat{HAC} = 60^\circ$ . Do đó  $\widehat{A} = 90^\circ$  và  $\widehat{B} = 60^\circ$ .



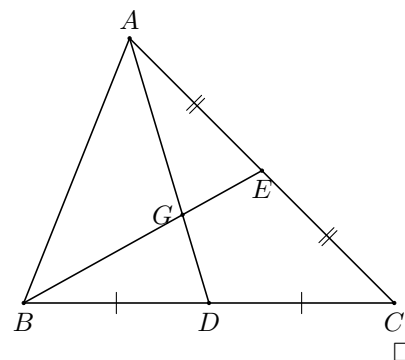
□

#### □ DẠNG 4. Đường trung tuyến trong tam giác

**BÀI 1.** Biết hai đường trung tuyến  $AD$ ,  $BE$  của  $\triangle ABC$  cắt nhau tại  $G$ . Tính các tỉ số  $\frac{AG}{AD}$ ;  $\frac{DG}{AG}$ ;  $\frac{BE}{EG}$ .

**Lời giải.**

$$\frac{AG}{AD} = \frac{2}{3}; \frac{DG}{AG} = \frac{1}{2}; \frac{BE}{EG} = 3.$$



□

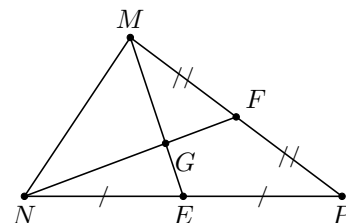
**BÀI 2.**

Cho hình vẽ bên. Điền số thích hợp vào ô trống

- $MG = \dots ME$ .
- $MG = \dots GE$ .
- $GF = \dots NG$ .

**Lời giải.**

- $MG = \frac{2}{3}ME$ .
- $MG = 2GE$ .
- $GF = \frac{1}{2}NG$ .

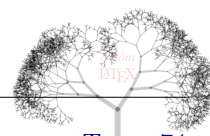


□

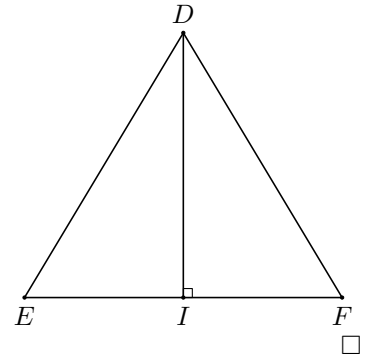
**BÀI 3.** Cho  $\triangle DEF$  cân tại  $D$  có đường trung tuyến  $DI$ .

- Chứng minh  $\triangle DEI = \triangle DFI$ .
- Các góc  $\widehat{DIE}$  và góc  $\widehat{DIF}$  là góc gì?
- $DE = DF = 13\text{cm}$ ,  $EF = 10\text{cm}$ . Tính  $DI$ .

**Lời giải.**



- a) Ta có  $DI$  là cạnh chung;  $EI = FI$  và  $\widehat{EID} = \widehat{FID} = 90^\circ$ .  
Do đó  $\triangle DEI = \triangle DFI$ .
- b) Các góc  $\widehat{DIE}$  và góc  $\widehat{DIF}$  là góc vuông.
- c) Do tam giác  $DEI$  vuông tại  $I$  nên  $DI^2 = DE^2 - EI^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$ .  
Suy ra  $DI = 12\text{cm}$ .



**BÀI 4.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , trung tuyến  $AM$ . Trên tia đối của  $MA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $MD = MA$ .

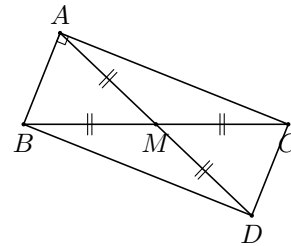
- a) Tính số đo góc  $\widehat{ABD}$ .
- b) Chứng minh  $\widehat{ABC} = \widehat{BAD}$ .
- c) So sánh độ dài  $AM$  và  $BC$ .

**Lời giải.**

- a) Do  $AM$  là đường trung tuyến của tam giác vuông  $ABC$  nên  $AM = BM = MC$ .  
Tam giác  $ABD$  có  $BM = AM = MD$  nên tam giác  $ABD$  là tam giác vuông tại  $B$ .  
Do đó  $\widehat{ABD} = 90^\circ$ .

- b) Ta có  $\triangle ABC$  và  $\triangle BAD$  là hai tam giác vuông có  $AB$  là cạnh chung;  $AD = BC$  nên  $\triangle ABC = \triangle BAD$ .  
Do đó  $\widehat{ABC} = \widehat{BAD}$ .

- c)  $AM = \frac{1}{2}BC$ .

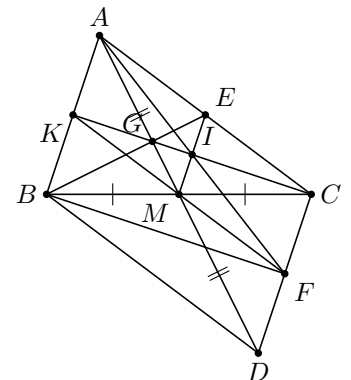


**BÀI 5.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ), đường trung tuyến  $AM$ . Trên tia đối của  $MA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $MD = MA$ .

- a) Chứng minh  $\triangle AMB = \triangle DMC$  và  $AB \parallel CD$ .
- b) Gọi  $F$  là trung điểm  $CD$ , tia  $FM$  cắt  $AB$  tại  $K$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm  $KF$ .
- c) Gọi  $E$  là trung điểm của  $AC$ ,  $BE$  cắt  $AM$  tại  $G$ ,  $I$  là trung điểm  $AF$ . Chứng minh ba điểm  $K, G, I$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

- a) Ta có  $AM = MD$ ;  $BM = MC$  và  $\widehat{AMB} = \widehat{DMC}$ .  
Suy ra  $\triangle AMB = \triangle DMC$ .  
Suy ra  $\widehat{BAM} = \widehat{MDC}$ .  
Do đó  $AB \parallel CD$ .
- b) Do  $F$  là trung điểm  $CD$  và  $AB \parallel CD$  nên  $K$  là trung điểm của  $AB$ .  
 $MK$  và  $MF$  là hai đường trung tuyến của hai tam giác  $MAB$  và  $MCD$  bằng nhau nên  $MK = MF$ . Do đó  $M$  là trung điểm  $KF$ .
- c) Ta có  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ ,  $CK$  là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$  nên  $G$  thuộc  $CK$ .  
 $IE$  là đường trung bình của  $\triangle AFC$  nên  $IE \parallel FC$ .  
 $FC \parallel AK$ , suy ra  $IE \parallel AK$ .  
Do  $E$  là trung điểm của  $AC$  nên  $I$  là trung điểm của  $KC$ .  
Vậy ba điểm  $K, G, I$  thẳng hàng.



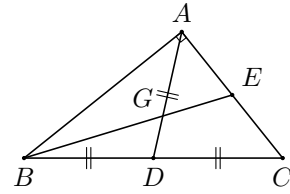
**BÀI 6.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 8\text{ cm}$ ,  $BC = 10\text{ cm}$ , trung tuyến  $AD$  cắt trung tuyến  $BE$  tại  $G$ .

- a) Tính  $AC$ ,  $AE$ .
- b) Tính  $BE$ ,  $BG$ .



**Lời giải.**

- a)  $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 100 - 64 = 36 = 6^2$ , suy ra  $AC = 6$ ;  $AE = 3$ .
- b)  $BE^2 = AB^2 + AE^2 = 64 + 9 = 73 = x^2$ , suy ra  $BE = x$ ;  $BG = \frac{2}{3}x$ .



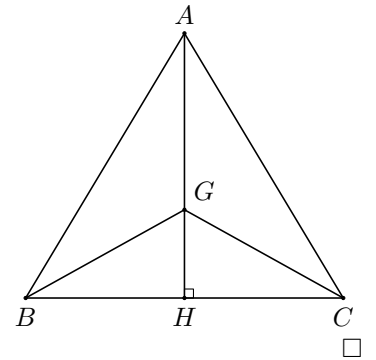
□

**BÀI 7.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  đường cao  $AH$ . Biết  $AB = 5$  cm,  $BC = 6$  cm.

- a) Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng ba điểm  $A, G, H$  thẳng hàng.
- b) Chứng minh  $\widehat{ABG} = \widehat{ACG}$ .

**Lời giải.**

- a)  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có đường cao  $AH$  nên  $AH$  cũng là trung tuyến của  $\triangle ABC$ .  
Do  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $G$  thuộc trung tuyến  $AH$ . Do đó ba điểm  $A, G, H$  thẳng hàng.
- b)  $\triangle GBC$  cân tại  $G$  nên  $GB = GC$ .  
Ta lại có  $AB = AC$  và  $AG$  là cạnh chung nên  $\triangle ABG = \triangle AGC$ .  
Suy ra  $\widehat{ABG} = \widehat{ACG}$ .



□

**BÀI 8.** Giả sử hai đường trung tuyến  $BD$  và  $CE$  của  $\triangle ABC$  có độ dài bằng nhau và cắt nhau tại  $G$ .

- a) Tam giác  $BGC$  là tam giác gì?
- b) So sánh  $\triangle BCD$  và  $\triangle CBE$ .
- c) Tam giác  $ABC$  là tam giác gì?

**Lời giải.**

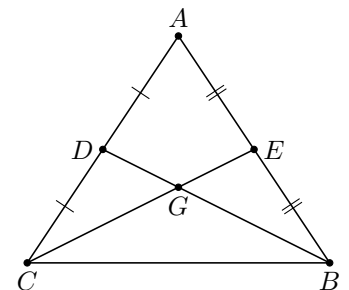
- ☑ Theo tính chất trọng tâm thì  $BG = \frac{2}{3}BD$ ;  $CG = \frac{2}{3}CE$   
mà  $BD = CE$  (gt)  $\Rightarrow BG = CG \Rightarrow \triangle BGC$  là tam giác cân tại  $G$ .

- ☑ Ta có

1. Tam giác  $AGB$  cân tại  $G$  (câu a)  $\Rightarrow \widehat{GCB} = \widehat{GBC}$ ,
2.  $CE = BD$  (gt),
3.  $BC$  chung

$$\Rightarrow \triangle CBE = \triangle BCD.$$

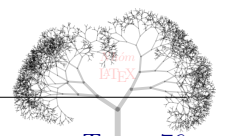
- ☑  $\triangle CBE = \triangle BCD \Rightarrow \widehat{DCB} = \widehat{EBC} \Rightarrow \triangle ABC$  cân tại  $A$ .



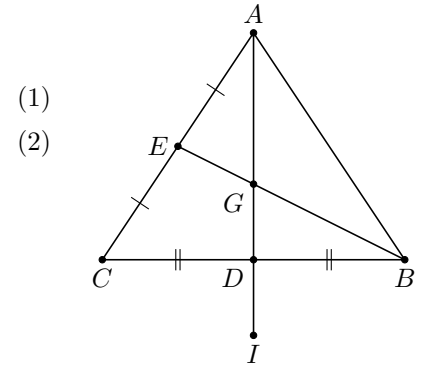
□

**BÀI 9.** Hai đường trung tuyến  $AD$  và  $BE$  của  $\triangle ABC$  cắt nhau tại  $G$ , kéo dài  $GD$  thêm một đoạn  $DI = DG$ . Chứng minh  $G$  là trung điểm của  $AI$ .

**Lời giải.**



Vì  $AD$  và  $BE$  là trung tuyến cắt nhau tại  $G$   
 $\Rightarrow G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$   
 $\Rightarrow AG = \frac{2}{3}AD \Rightarrow AG = 2GD$   
 Ta có  $DI = DG \Rightarrow GI = 2DG$   
 Từ (1) và (2)  $\Rightarrow G$  là trung điểm của  $AI$ .



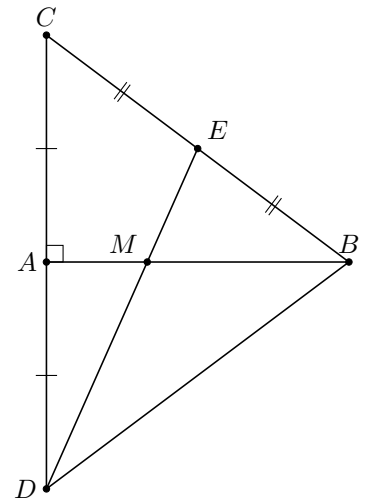
□

**BÀI 10.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 8$  cm,  $BC = 10$  cm, lấy  $M$  trên cạnh  $AB$  sao cho  $BM = \frac{16}{3}$  cm, lấy điểm  $D$  sao cho  $A$  là trung điểm của  $DC$ .

- Tính  $AD$ .
- Điểm  $M$  là gì của  $\triangle BCD$ .
- Gọi  $E$  là trung điểm  $BC$ . Chứng minh  $D, M, E$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

- $\triangle CAB$  vuông tại  $A \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$   
 mà  $BC = 10, AC = 8 \Rightarrow AC = 6$  cm.  
 Mà  $A$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow AD = AC = 6$  cm.
- Vì  $A$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow BA$  là trung tuyến của tam giác  $BCD$   
 mà  $M \in AB$  có  $BM = \frac{2}{3}BA$  ( $BM = \frac{16}{3}, AB = 8$ )  $\Rightarrow M$  là trọng tâm của  $\triangle BCD$ .
- Vì  $M$  là trọng tâm của  $\triangle BCD$  và  $E$  là trung điểm của  $BC$  nên  $D, M, E$  thẳng hàng.



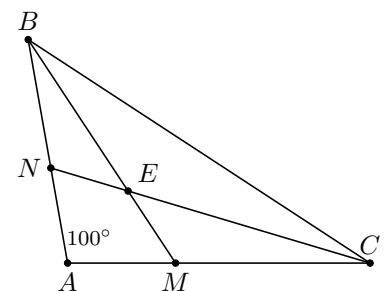
□

### ▢ DẠNG 5. Đường phân giác trong tam giác

**BÀI 1.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 100^\circ$ . Hai đường phân giác  $BM$  và  $CN$  của tam giác cắt nhau tại  $E$ . Tính số đo của góc  $\widehat{BEC}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\widehat{EBC} + \widehat{ECB} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} + \frac{1}{2}\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{ABC} + \widehat{ACB})$   
 mà  $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ .  
 Từ đó  $\widehat{BEC} = 180^\circ - (\widehat{EBC} + \widehat{ECB}) = 100^\circ$ .



□

**BÀI 2.**





Cho hình vẽ bên, tính số đo của góc  $\widehat{BOC}$ .

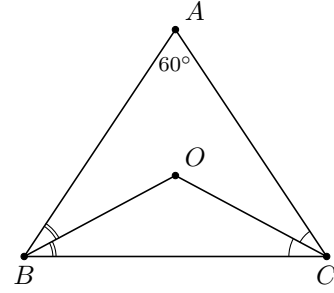
**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \widehat{OBC} + \widehat{OCB} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} + \frac{1}{2}\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{ABC} + \widehat{ACB})$$

$$\text{mà } \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

$$\text{Từ đó } \widehat{BOC} = 180^\circ - (\widehat{OBC} + \widehat{OCB}) = 120^\circ.$$

□



**BÀI 3.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $BM$  là đường phân giác. Vẽ  $MH \perp BC$ ,  $MH$  cắt  $AB$  tại  $E$ . Chứng minh

a)  $\triangle ABM = \triangle HBM$ .

b) So sánh  $AM$  và  $CM$ .

c)  $BM \perp EC$ .

**Lời giải.**

1. Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle HBM$  (vuông tại  $A$  và  $H$ ) có

✓  $BM$  chung,

✓  $\widehat{MBA} = \widehat{MBH}$  ( $BM$  là phân giác  $\widehat{ABH}$ )

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle HBM.$$

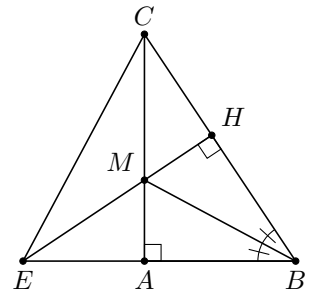
2. Ta có  $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle HBM \Rightarrow AM = MH$ .

Mà  $\triangle CHM$  vuông tại  $H \Rightarrow CM > MH$ .

Vậy  $CM > AM$ .

3. Xét tam giác  $CBE$  có  $EH$  và  $CA$  là đường cao mà  $EH \cap CA = M \Rightarrow M$  là trực tâm của tam giác  $CBE \Rightarrow BM \perp EC$ .

□



**BÀI 4.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  đường cao  $AH$ , đường phân giác  $BD$  và góc  $\widehat{AHD} = 45^\circ$ . Tính góc  $\widehat{ADB}$ .

**Lời giải.**

✓ Xét  $\triangle ABH$  có  $BD$  là đường phân giác trong đỉnh  $B$  và  $HD$  là phân giác ngoài đỉnh  $H$  (vì  $\widehat{AHD} = \frac{1}{2}\widehat{AHC}$ )

$$\Rightarrow AD \text{ cũng là phân giác ngoài đỉnh } A, \text{ từ đó } \widehat{A_1} = \widehat{A_2}. \quad (1)$$

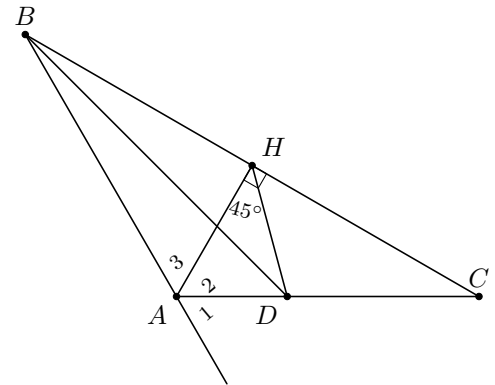
✓  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có đường cao  $AH \Rightarrow AH$  cũng là đường phân giác  $\Rightarrow \widehat{A_2} = \widehat{A_3}$ . (2)

✓ Từ (1), (2) và  $\widehat{A_2} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{A_2} = \widehat{A_2} = \widehat{A_3} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ$ .

$$\checkmark \triangle ABC \text{ cân tại } A \Rightarrow \widehat{ABC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2} = 30^\circ.$$

$$\checkmark \text{ Xét } \triangle ABD \text{ có } \widehat{ADB} = 180^\circ - (\widehat{ABD} + \widehat{BAD}) = 45^\circ.$$

□



**BÀI 5.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $BD$  là phân giác của góc  $B$ ,  $D \in AC$ . Trên tia  $BC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BA = BE$ .

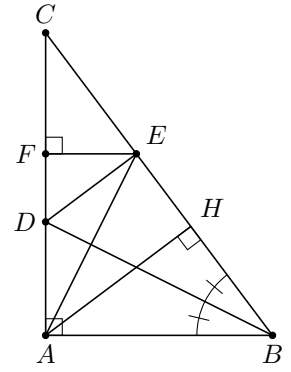
a) Chứng minh  $BD$  là đường trung trực của  $AE$ .

b) Kẻ  $AH \perp BC$ . So sánh  $EH$  và  $EC$ .

**Lời giải.**



- Xét  $\triangle ABE$  có  $BA = BE \Rightarrow \triangle ABE$  là tam giác cân tại  $B$   
mà  $BD$  là phân giác trong đỉnh  $B \Rightarrow BD$  là trung trực của  $AE$ .
- $ABE$  cân tại  $B \Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{AEB}$   
mà  $\widehat{EAB} + \widehat{EAC} = 90^\circ$  và  $\widehat{AEB} + \widehat{EAH} = 90^\circ$  ( $\triangle EHA$  vuông tại  $H$ )  
 $\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{EAC}$ .  
Kẻ  $EF \perp AC$  ( $F \in AC$ ).  
Xét  $\triangle EAH$  và  $\triangle EAF$  (vuông tại  $H$  và  $F$ ) có
  - ☑  $AE$  chung,
  - ☑  $\widehat{EAH} = \widehat{EAC}$ $\Rightarrow \triangle EAH = \triangle EAF \Rightarrow EH = EF$ .  
Mà  $\triangle EFC$  vuông tại  $F \Rightarrow EC > EF$   
từ đó  $EC > EH$ .



□

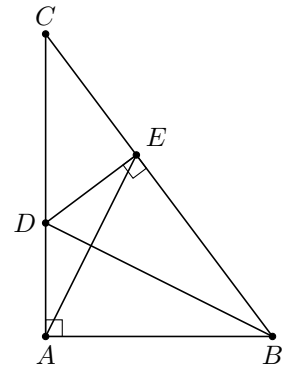
### □ DẠNG 6. Đường trung trực trong tam giác

**BÀI 1.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , phân giác  $BD$ . Kẻ  $DE \perp BC$  ( $E \in BC$ ). Chứng minh

- $\triangle ABD = \triangle EBD$ .
- $BD$  là đường trung trực của  $AE$ .

**Lời giải.**

- Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle EBD$  (vuông tại  $A$  và  $E$ ) có
  - ☑  $BD$  chung,
  - ☑  $\widehat{ABD} = \widehat{DBE}$ $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD$ .
- Xét  $\triangle ABE$  có  $BA = BE$  ( $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD$ )  $\Rightarrow \triangle ABE$  là tam giác cân tại  $B$   
mà  $BD$  là phân giác trong đỉnh  $B \Rightarrow BD$  là trung trực của  $AE$ .

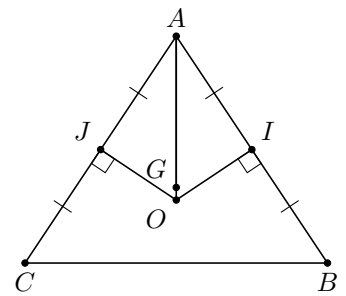


□

**BÀI 2.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$ ,  $O$  là giao điểm của hai đường trung trực của cạnh  $AB$ ,  $AC$ . Chứng minh rằng ba điểm  $A$ ,  $O$ ,  $G$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

- ☑  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$  nên  $AG$  là trung tuyến kẻ từ  $A$   
mà  $\triangle ABC$  cân tại  $A \Rightarrow AG$  là trung trực của  $BC$ . (1)
- ☑  $O$  là giao hai đường trung trực  $AB$ ,  $AC$  mà trong một tam giác, 3 đường trung trực đồng quy  
 $\Rightarrow O$  nằm trên trung trực của  $BC$ . (2)
- ☑ Từ (1), (2)  $\Rightarrow A$ ,  $O$ ,  $G$  thẳng hàng.



□

**BÀI 3.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $BD$  là phân giác,  $DE \perp BC$  ( $E \in BC$ ). Gọi  $F$  là giao điểm của  $AB$  và  $DE$ . Chứng minh rằng  $BD$  là trung trực của  $AE$ .

**Lời giải.**



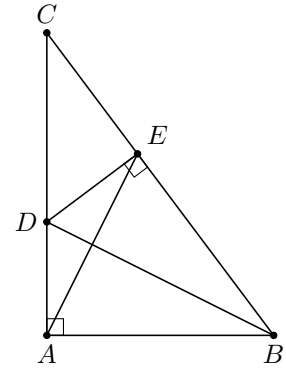
Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle EBD$  (vuông tại  $A$  và  $E$ ) có

☑  $BD$  chung,

☑  $\widehat{ABD} = \widehat{DBE}$

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD$ .

Xét  $\triangle ABE$  có  $BA = BE$  ( $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD$ )  $\Rightarrow \triangle ABE$  là tam giác cân tại  $B$   
mà  $BD$  là phân giác trong đỉnh  $B \Rightarrow BD$  là trung trực của  $AE$ .



□

**BÀI 4.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ , từ  $M$  kẻ  $ME \perp AB$  tại  $E$ ,  $MF \perp AC$  tại  $F$ .

a) Chứng minh  $AM$  là trung trực của  $EF$ .

b) Từ  $B$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $B$ , từ  $C$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $AC$  tại  $C$ , hai đường thẳng này cắt nhau tại  $D$ . Chứng minh rằng 3 điểm  $A, M, D$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

(a)  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  mà  $AM$  là trung tuyến

$\Rightarrow AM$  cũng là phân giác góc  $A$

$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{DAC}$ .

Xét  $\triangle AEM$  và  $\triangle AFM$  (vuông tại  $E$  và  $F$ ) có

☑  $AM$  chung,

☑  $\widehat{EAM} = \widehat{FAM}$

$\Rightarrow \triangle AEM \cong \triangle AFM \Rightarrow ME = MF$  và  $AE = AF$

$\Rightarrow M, A$  nằm trên trung trực của  $EF$

$\Rightarrow AM$  là trung trực của  $EF$ .

(b) Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACD$  (vuông tại  $B$  và  $C$ ) có

☑  $AD$  chung,

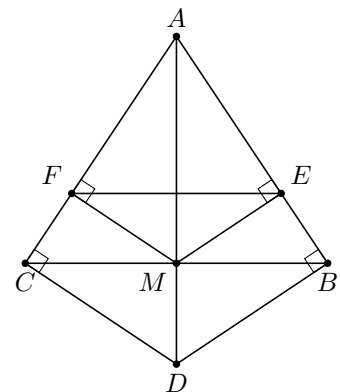
☑  $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$

$\Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow DB = DC$  mà  $AB = AC$

$\Rightarrow D, A$  nằm trên trung trực của  $BC$

$\Rightarrow AD$  là trung trực của  $BC$

$\Rightarrow A, M, D$  thẳng hàng.

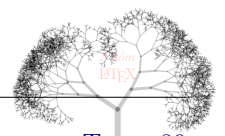


□

## 📁 DẠNG 7. Đường cao trong tam giác

**BÀI 1.** Cho  $\triangle ABC$  ở miền ngoài tam giác vẽ các tam giác đều  $ABE$  và  $ACF$ . Gọi  $H$  là trực tâm của  $\triangle ABE$ ,  $I$  là trung điểm  $BC$ . Tính các góc của  $\triangle FIH$ .

**Lời giải.**



- ☑ Gọi  $K$  sao cho  $\triangle FCK = \triangle FAH$  và  $K$  nằm khác phía với  $H$  qua  $FI$  như hình vẽ.
- ☑ Ta có  $H$  là trực tâm của  $\triangle AEB$  đều  $\Rightarrow H$  là tâm của  $\triangle AEB$
- $$\Rightarrow \widehat{HAB} = \frac{1}{2}\widehat{EAB} = 30^\circ \text{ và } \widehat{HBA} = \frac{1}{2}\widehat{EBA} = 30^\circ.$$

$$\begin{aligned}\widehat{ICA} &= 360^\circ - (\widehat{FCA} + \widehat{FCA} + \widehat{ACB}) \\ &= 360^\circ - (60^\circ + \widehat{FAH} + \widehat{ACB}) \\ &= 300^\circ - \widehat{ACB} - (\widehat{FAC} + \widehat{CAB} + \widehat{HAB}) \\ &= 300^\circ - \widehat{ACB} - (60^\circ + \widehat{CAB} + 30^\circ) \\ &= 210^\circ - (\widehat{ACB} + \widehat{CAB}) \\ &= 210^\circ - (180^\circ - \widehat{ABC}) \\ &= 30^\circ + \widehat{ABC} \\ &= \widehat{HBA} + \widehat{ABC} = \widehat{HBI}.\end{aligned}$$

- ☑ Xét  $\triangle KCI$  và  $\triangle HBI$  có

- $\widehat{ICA} = \widehat{HBI}$ ,
- $CK = HB (= HA)$ ,
- $CI = BI$  ( $I$  là trung điểm của  $BC$ )

$\Rightarrow \triangle KCI = \triangle HBI \Rightarrow IH = IK$  và  $\widehat{CIK} = \widehat{HIB}$   
mà  $B, I, C$  thẳng hàng nên  $H, I, K$  cũng thẳng hàng, vậy  $I$  là trung điểm của  $HK$ .

- ☑ Xét  $\triangle HFK$  có

- $HF = FK$  ( $\triangle FAH = \triangle FCK$ ),
- $\widehat{CFK} = \widehat{AFH} \Rightarrow \widehat{HFK} = \widehat{HFC} + \widehat{CFK} = \widehat{HFC} + \widehat{AFH} = \widehat{AFC} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle HFK$  là tam giác đều mà  $I$  là trung điểm của  $HK$  nên

- $FI \perp HK \Rightarrow \widehat{FIH} = 90^\circ$ .
- $\widehat{IFH} = \frac{1}{2}\widehat{HFK} = 30^\circ$ .
- $\widehat{FHI} = 180^\circ - (\widehat{FIH} + \widehat{IFH}) = 30^\circ$ .

□

## 📁 DẠNG 8. Đường cao trong tam giác

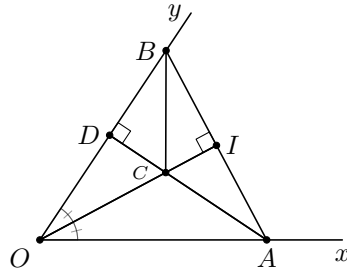
Nội dung dạng

📖 **BÀI 1.** Cho góc nhọn  $xOy$ , trên 2 cạnh  $Ox, Oy$  lần lượt lấy 2 điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = OB$ , tia phân giác của góc  $xOy$  cắt  $AB$  tại  $I$ .

1. Chứng minh  $OI \perp AB$ .
2. Gọi  $D$  là hình chiếu của điểm  $A$  lên  $Oy$ ,  $C$  là giao điểm của  $AD$  với  $OI$ . Chứng minh  $BC \perp Ox$ .

**Lời giải.**





1. **Chứng minh  $OI \perp AB$ .**

Vì  $OA = OB$  nên tam giác  $OAB$  cân tại  $O$

(1)

Mà  $OI$  là tia phân giác của  $\widehat{BOA}$

(2)

Từ (1) và (2) suy ra  $OI$  vừa là đường phân giác, vừa là đường cao của tam giác  $OAB$ .

Do đó,  $OI \perp AB$ .

2. **Gọi  $D$  là hình chiếu của điểm  $A$  lên  $Oy$ ,  $C$  là giao điểm của  $AD$  với  $OI$ . Chứng minh  $BC \perp Ox$ .**

Theo câu trên, ta có  $OI$  là đường cao của  $\triangle OAB$

(3)

Vì  $D$  là hình chiếu của  $A$  lên  $Oy$  nên  $AD \perp OB$ , do đó,  $AD$  là đường cao của  $\triangle OAB$

(4)

Mà  $AD \cap OI = C$

(5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra  $C$  là trực tâm của tam giác  $OAB$ .

Suy ra  $BH$  là đường cao của  $\triangle OAB$  nên  $BC \perp OA$  hay  $BC \perp Ox$ .

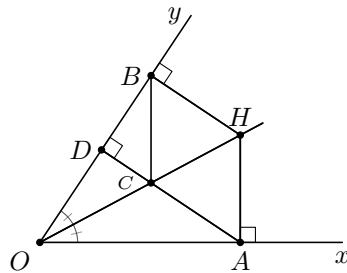
□

**BÀI 2.** Cho góc nhọn  $xOy$ . Điểm  $H$  nằm trên tia phân giác của góc  $\widehat{xOy}$ . Từ  $H$  dựng các đường vuông góc  $HA$ ,  $HB$  xuống hai cạnh  $Ox$  và  $Oy$  ( $A$  thuộc  $Ox$  và  $B$  thuộc  $Oy$ ).

1. Gọi  $D$  là hình chiếu của điểm  $A$  trên  $Oy$ ,  $C$  là giao điểm của  $AD$  với  $OH$ . Chứng minh  $BC \perp Ox$ .

2. Khi góc  $\widehat{xOy}$  bằng  $60^\circ$ , chứng minh  $OA = 2OD$ .

**Lời giải.**



1. **Gọi  $D$  là hình chiếu của điểm  $A$  trên  $Oy$ ,  $C$  là giao điểm của  $AD$  với  $OH$ . Chứng minh  $BC \perp Ox$ .**

Ta có  $\begin{cases} \triangle OAB \text{ cân tại } O \text{ (vì } OA = OB) \\ OH \text{ là tia phân giác của } \widehat{xOy} \end{cases}$

$\Rightarrow OH$  vừa là đường phân giác, vừa là đường cao của tam giác cân  $OAB$ .

(1)

Điểm  $D$  là hình chiếu của  $A$  lên  $Oy$  nên  $AD \perp OB$  hay  $AD$  là đường cao của  $\triangle OAB$ .

(2)

Từ (1) và (2) suy ra  $C$  là trực tâm của  $\triangle OAB$  nên  $BC$  là đường cao của  $\triangle OAB$  hay  $BC \perp OA$ .

2. **Khi góc  $\widehat{xOy}$  bằng  $60^\circ$ , chứng minh  $OA = 2OD$ .**

Ta có  $\begin{cases} \triangle OAB \text{ cân tại } O \\ \widehat{BOA} = 60^\circ \end{cases}$

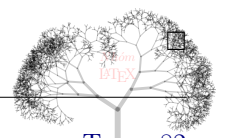
$\Rightarrow \triangle OAB$  là tam giác đều.

(3)

Mà  $DA$  là đường cao của tam giác  $OAB$ .

(4)

Từ (3) và (4) suy ra  $AD$  vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến của  $\triangle OAB$  nên  $D$  là trung điểm  $OB$ , do đó  $OB = 2OD \Rightarrow OA = 2OA$  (vì  $OA = OB$ ).

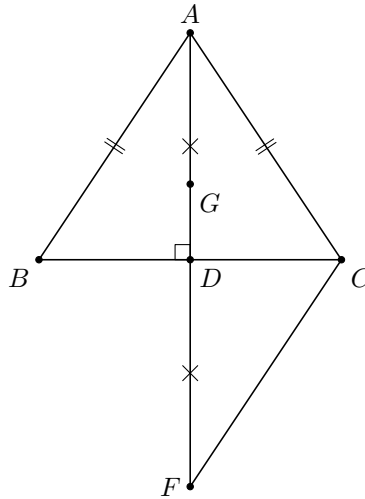


## 1. BÀI TẬP TỔNG ÔN

**BÀI 1.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ , có  $AD$  là đường trung tuyến của  $\triangle ABC$ .

1. Chứng minh  $BD = DC$ .
2. Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ . Chứng minh ba điểm  $A, D, G$  thẳng hàng.
3. Tính  $DG$ , biết  $AB = 13$  cm;  $BC = 10$  cm.
4. Trên tia đối của tia  $DA$  lấy điểm  $F$  sao cho  $DF = DA$ , chứng minh  $CF > BD$ .

**Lời giải.**



1. **Chứng minh  $BD = DC$ .**  
 Vì  $AD$  là đường trung tuyến của  $\triangle ABC$  nên  $D$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow DB = DC$ .
2. **Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ . Chứng minh ba điểm  $A, D, G$  thẳng hàng.**  
 Vì  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$  và  $AD$  là đường trung tuyến của  $\triangle ABC$  nên  $G$  nằm trên đường trung tuyến  $AD$ , suy ra  $A, D, G$  thẳng hàng.
3. **Tính  $DG$ , biết  $AB = 13$  cm;  $BC = 10$  cm.**  
 Ta có  $\begin{cases} \triangle ABC \text{ cân tại } A \\ AD \text{ là đường trung tuyến của } \triangle ABC \end{cases}$   
 $\Rightarrow AD$  là đường cao của  $\triangle ABC$  nên  $AD \perp BC$ .  
 Xét tam giác  $ABD$  vuông tại  $D$ , ta có
 
$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \Leftrightarrow AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$= 13^2 - 5^2 = 144.$$

$$\Rightarrow AD = 12.$$
 Áp dụng tính chất trọng tâm tam giác, ta có  $DG = \frac{1}{3}AD = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$ .
4. **Trên tia đối của tia  $DA$  lấy điểm  $F$  sao cho  $DF = DA$ , chứng minh  $CF > BD$ .**  
 Ta có  $\begin{cases} CF > DC \text{ (vì } \triangle FCD \text{ vuông tại } D \text{ nên } CF \text{ là cạnh huyền lớn hơn cạnh góc vuông } CD) \\ CD = BD \end{cases}$   
 $\Rightarrow CF > BD$

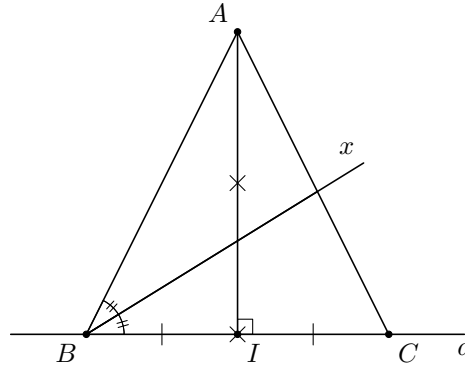
□

**BÀI 2.** Cho điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước. Gọi  $I$  là một điểm trên đường thẳng  $a$  sao cho  $AI$  là đoạn nhỏ nhất trong các đoạn nối điểm  $A$  với một điểm của đường thẳng  $a$ . Trên  $a$  lấy hai điểm  $B$  và  $C$  sao cho  $I$  là trung điểm của đoạn  $BC$  và  $BC = AI$ .

1. Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  cân.
2. Gọi  $Bx$  là tia phân giác của góc  $\widehat{ABC}$ . Chứng minh rằng tia  $Bx$  không vuông góc với đường thẳng  $AC$ .

**Lời giải.**





1. **Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  cân.**

Ta có  $IB = IC$  nên  $AI$  là đường trung tuyến của  $\triangle ABC$ . (1)

Mà  $AI$  là đoạn nhỏ nhất trong các đoạn nối điểm  $A$  với một điểm của đường thẳng  $a$  nên  $IA \perp a$ , suy ra  $AI$  là đường cao của  $\triangle ABC$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . (3)

2. **Gọi  $Bx$  là tia phân giác của góc  $\widehat{ABC}$ . Chứng minh rằng tia  $Bx \not\perp AC$ .**

Giả sử  $Bx \perp AC$  và  $Bx$  cắt  $AC$  tại  $J$ , suy ra  $\triangle BJC$  vuông tại  $J$ .

Ta có  $Bx$  vừa là đường phân giác, vừa là đường cao của  $\triangle ABC$ , suy ra,  $\triangle ABC$  cân tại  $B$ . (4)

Từ (3) và (4) suy ra  $\triangle ABC$  là tam giác đều.

Suy ra  $AI = BJ \Rightarrow BC = BJ$  (điều này vô lý vì cạnh huyền  $BC$  bằng cạnh góc vuông  $BJ$ ).

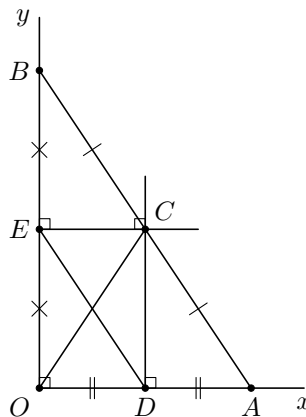
Vậy  $Bx \not\perp AC$ .

□

**BÀI 3.** Cho góc vuông  $\widehat{xOy}$ , điểm  $A$  thuộc tia  $Ox$ , điểm  $B$  thuộc tia  $Oy$ . Đường trung trực của đoạn thẳng  $OA$  cắt  $Ox$  ở  $D$ , đường trung trực của đoạn thẳng  $OB$  cắt  $Oy$  ở  $E$ . Gọi  $C$  là giao điểm của hai đường trung trực đó. Chứng minh rằng

- $CE = OD$ .
- $CE \perp CD$ .
- $CA = CB$ .
- $CA \parallel DE$ .
- Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

**Lời giải.**



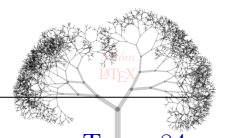
1.  $CE = OD$ .

Ta có  $\begin{cases} CD \perp OA \\ OB \perp OA \end{cases} \Rightarrow CD \parallel OB \Rightarrow \widehat{DCO} = \widehat{EOC}$  (hai góc so le trong).

Lại có  $\begin{cases} EC \perp OB \\ OD \perp OB \end{cases} \Rightarrow EC \parallel OA \Rightarrow \widehat{ECO} = \widehat{COD}$  (hai góc so le trong).

Xét hai tam giác  $EOC$  và  $DCO$  ta có  $\begin{cases} \widehat{DCO} = \widehat{EOC} \\ OC \text{ là cạnh chung} \\ \widehat{ECO} = \widehat{COD} \end{cases} \Rightarrow \triangle EOC = \triangle DCO$  (góc - cạnh - góc).

Suy ra  $CE = DO$ .



2.  $CE \perp CD$ .

Ta có  $\triangle EOC = \triangle DCO$  nên  $\begin{cases} EC = OD \\ EO = CD. \end{cases}$

Xét hai tam giác  $EOD$  và  $DCE$ , ta có  $\begin{cases} EC = OD \\ EO = CD \\ ED \text{ cạnh chung} \end{cases} \Rightarrow \triangle EOD = \triangle DCE$  (cạnh - cạnh - cạnh).

Mà  $\triangle EOD$  vuông tại  $O$  nên  $\triangle DCE$  vuông tại  $C \Rightarrow CE \perp CD$ .

3.  $CA = CB$ .

Xét hai tam giác vuông  $BEC$  và  $CDA$ , ta có  $\begin{cases} BE = EO = CD \\ EC = OD = AD \end{cases} \Rightarrow \triangle BEC = \triangle CDA$  (cạnh - cạnh).  
 $\Rightarrow BC = AC$ .

4.  $CA \parallel DE$ .

Xét hai tam giác vuông  $ECD$  và  $ADC$ , ta có  $\begin{cases} CD \text{ cạnh chung} \\ EC = OD = DA \end{cases} \Rightarrow \triangle ECD = \triangle ADC$  (cạnh - cạnh).  
 $\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{EDC} \Rightarrow ED \parallel AC$  (hai góc so le trong bằng nhau).

5. Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

Xét hai tam giác vuông  $BEC$  và  $DCE$ , ta có  $\begin{cases} EC \text{ cạnh chung} \\ CD = EO = BE \end{cases} \Rightarrow \triangle BEC = \triangle DCE$  (cạnh - cạnh).

$\Rightarrow \widehat{BCE} = \widehat{DEC} \Rightarrow BC \parallel ED$  (hai góc so le trong bằng nhau).

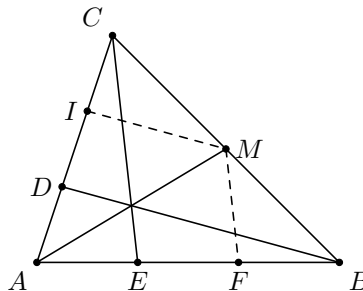
Do đó  $\begin{cases} AC \parallel ED \\ ED \parallel BC \end{cases} \Rightarrow A, C, B \text{ thẳng hàng}.$

□

**BÀI 4.** Cho  $\triangle ABC$  có trung tuyến  $AM$ ; các điểm  $E, D$  thuộc các cạnh  $AB, AC$  sao cho  $AE = \frac{1}{3}AB$  và  $AD = \frac{1}{3}AC$ .

Chứng minh rằng  $AM, BD$  và  $CE$  đồng quy.

**Lời giải.**



Xét tam giác  $BCD$  có  $\begin{cases} I \text{ là trung điểm } CD \\ M \text{ là trung điểm } BC \end{cases} \Rightarrow IM \text{ là đường trung bình của tam giác } BCD \Rightarrow IM \parallel BD$ .

Xét tam giác  $IAM$  có  $\begin{cases} IM \parallel BD \\ D \text{ là trung điểm } IA \end{cases}$ .

$\Rightarrow BD$  là đường trung bình của tam giác  $IAM \Rightarrow BD$  đi qua trung điểm của  $AM$ .

(1)

Chứng minh tương tự, ta có  $CE$  đi qua trung điểm  $AM$ .

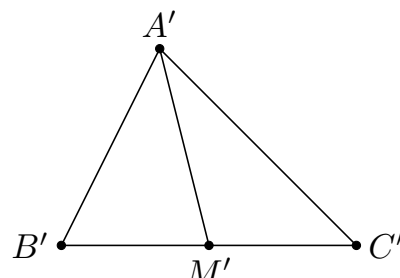
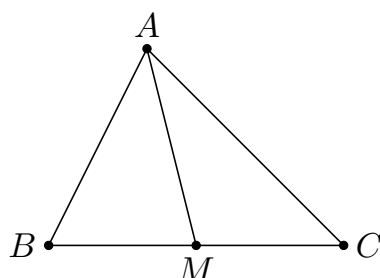
(2)

Từ (1) và (2) suy ra  $CE, AM, BD$  đồng quy (cùng đi qua trung điểm  $AM$ ).

□

**BÀI 5.** Gọi  $AM$  là trung tuyến của  $\triangle ABC$ ,  $A'M'$  là đường trung tuyến của  $\triangle A'B'C'$ . Biết  $AM = A'M'$ ;  $AB = A'B'$ ;  $BC = B'C'$ . Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  bằng nhau.

**Lời giải.**





Ta có  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $BM = \frac{1}{2}BC$ .

$M'$  là trung điểm của  $B'C'$  nên  $B'M' = \frac{1}{2}B'C'$ .

mà  $BC = B'C'$  (gt) suy ra  $BM = B'M'$ .

Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle A'B'M'$  có

$AB = A'B'$  (gt)

$AM = A'M'$  (gt)

$BM = B'M'$  (chứng minh trên)

$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle A'B'M'$  (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{A'B'M'}$  (hai góc tương ứng) hay  $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$ .

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có

$AB = A'B'$  (gt)

$BC = B'C'$  (gt)

$\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$  (chứng minh trên)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C'$  (c.g.c).

□

**BÀI 6.** Cho  $\triangle ABC$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ) có trung tuyến  $AM$ , trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $MD = MA$ .

1. Tính số đo  $\widehat{ABD}$ .

2. Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle BAD$ .

3. So sánh  $AM$  và  $BC$ .

**Lời giải.**

1. **Tính số đo  $\widehat{ABD}$ .**

Xét  $\triangle AMC$  và  $\triangle DMB$  có

$MC = MB$  (gt)

$MA = MD$  (gt)

$\widehat{CMA} = \widehat{BMD}$  (đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle DMB$  (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{CBD}$  (hai góc tương ứng).

Mà  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  nên  $\widehat{ACB} + \widehat{CBA} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{CBD} + \widehat{CBA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABD} = 90^\circ$ .

2. **Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle BAD$ .**

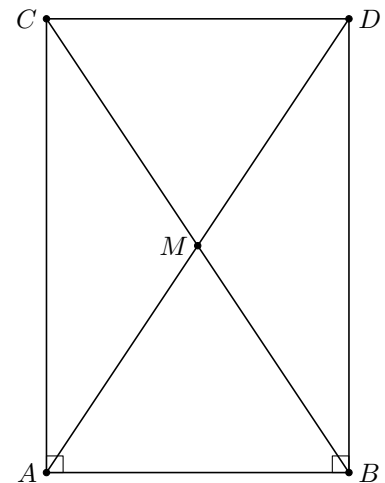
Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle BAD$  có

$AB$  là cạnh chung

$AC = AD$  (vì  $\triangle AMC = \triangle DMB$ )

$\widehat{BAC} = \widehat{ABD} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle BAD$  (c.g.c).



3. **So sánh  $AM$  và  $BC$ .**

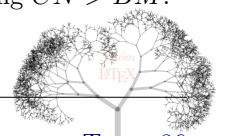
Ta có  $\triangle ABC = \triangle BAD$  (theo câu b) suy ra  $BC = AD$  (hai cạnh tương ứng).

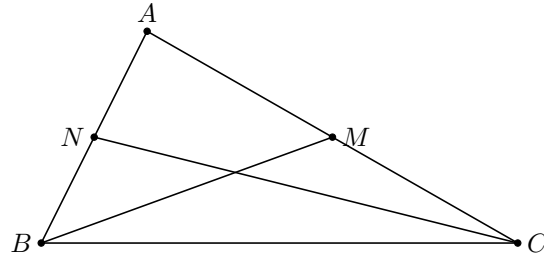
mà  $AM = \frac{1}{2}AD$  (gt) nên  $AM = \frac{1}{2}BC$ .

□

**BÀI 7.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ ;  $BM$  và  $CN$  là hai đường trung tuyến của  $\triangle ABC$ . Chứng minh rằng  $CN > BM$ .

**Lời giải.**





Ta có  $AC > AB \Rightarrow MC > NB \Rightarrow MC - NB > 0$ .

Xét  $\triangle BCN$  có  $BC < CN + NB$ . (1)

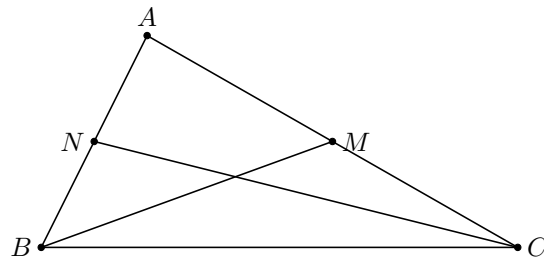
Xét  $\triangle BCM$  có  $BC < BM + MC$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $0 < CN + NB - BM - MC \Rightarrow CN - BM > MC - NB$ .

Mà  $MC - NB > 0$  nên  $CN - MB > 0 \Rightarrow CN > MB$ .  $\square$

**BÀI 8.** Cho  $\triangle ABC$  có  $BM$  và  $CN$  là hai đường trung tuyến và  $CN > BM$ . Chứng minh rằng  $AB < AC$ .

**Lời giải.**



Ta có  $CN > BM \Rightarrow CN - BM > 0$ .

Xét  $\triangle BCM$  có  $BM + MC > BC$ . (1)

Xét  $\triangle BCN$  có  $CN + NB > BC$ . (2)

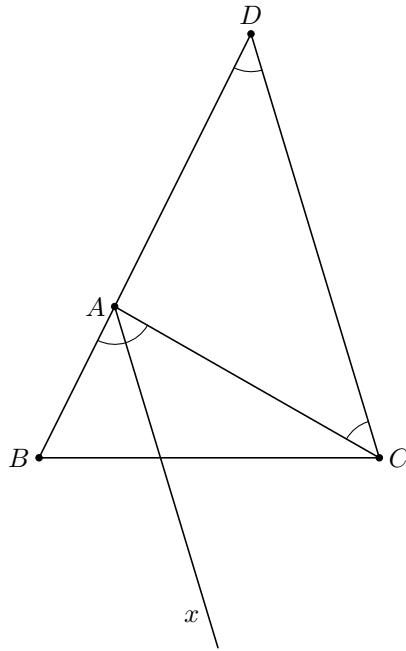
Từ (1) và (2) suy ra  $BM + MC - CN - NB > 0 \Rightarrow MC - NB > CN - BM$ .

Mà  $CN - BM > 0$  nên  $MC - NB > 0 \Rightarrow MC > NB \Rightarrow AC > AB$ .  $\square$

**BÀI 9.** Cho  $\triangle ABC$  kẻ  $Ax$  phân giác  $\widehat{BAC}$ , tại  $C$  kẻ đường thẳng song song với tia  $Ax$  cắt tia đối của tia  $AB$  tại  $D$ . Chứng minh  $\widehat{xAB} = \widehat{ACD} = \widehat{ADC}$ .

**Lời giải.**





Vì  $Ax$  là tia phân giác  $\widehat{BAC}$  nên  $\widehat{xAB} = \widehat{xAC}$ . mà  $Ax \parallel DC$  nên  $\widehat{xAC} = \widehat{ACD}$  (so le trong).

$\Rightarrow \widehat{xAB} = \widehat{ACD}$ .

(1)

$Ax \parallel DC$  nên  $\widehat{xAB} = \widehat{ADC}$  (đồng vị)

(2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{xAB} = \widehat{ACD} = \widehat{ADC}$ .

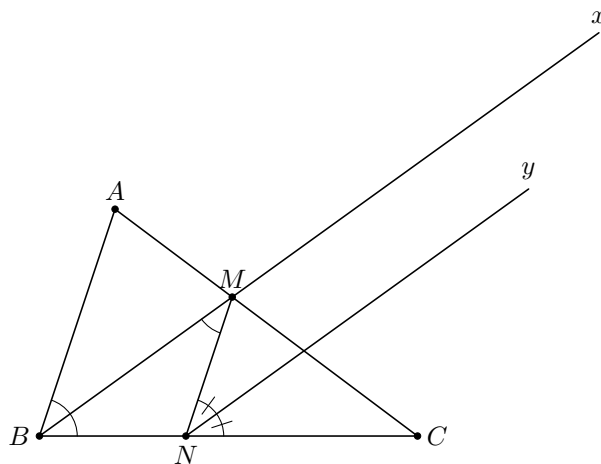
□

**BÀI 10.** Cho  $\triangle ABC$ , kẻ tia phân giác  $Bx$  của góc  $B$ ,  $Bx$  cắt tia  $AC$  tại  $M$ . Từ  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $AB$ , nó cắt  $BC$  tại  $N$ . Từ  $N$  kẻ tia  $Ny \parallel Bx$ . Chứng minh

1.  $\widehat{xBC} = \widehat{BMN}$ .

2. Tia  $Ny$  là tia phân giác của góc  $\widehat{MNC}$ .

**Lời giải.**



1.  $\widehat{xBC} = \widehat{BMN}$ .

Vì  $MN \parallel AB$  nên  $\widehat{xBA} = \widehat{BMN}$ . (so le trong)

mà  $Bx$  là tia phân giác  $\widehat{ABC}$  suy ra  $\widehat{xBA} = \widehat{xBC}$

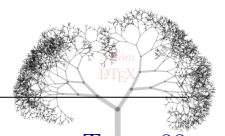
$\Rightarrow \widehat{xBC} = \widehat{BMN}$ .

2. Tia  $Ny$  là tia phân giác của góc  $\widehat{MNC}$ .

Vì  $Ny \parallel Bx$  nên  $\widehat{BMN} = \widehat{MNy}$  (so le trong) và  $\widehat{xBC} = \widehat{yNC}$  (đồng vị).

Mà  $\widehat{xBC} = \widehat{BMN}$  (câu a).

$\Rightarrow \widehat{MNy} = \widehat{yNC}$  suy ra tia  $Ny$  là tia phân giác của góc  $\widehat{MNC}$ .



□

**BÀI 11.** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $I$  là giao điểm của hai tia phân giác hai góc  $\widehat{A}$  và  $\widehat{B}$ . Qua  $I$  vẽ đường thẳng song song với  $BC$  cắt  $AB$  tại  $M$ , cắt  $AC$  tại  $N$ . Chứng minh rằng  $MN = BM + CN$ .

**Lời giải.**

GT	$\triangle ABC, \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ $MN // BC$
KL	$MN = BM + CN$ .

Vì  $I$  là giao điểm của hai phân giác nên  $CI$  cũng là phân giác của góc  $\widehat{C}$ . Suy ra  $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ .

Xét  $\triangle CIN$  có

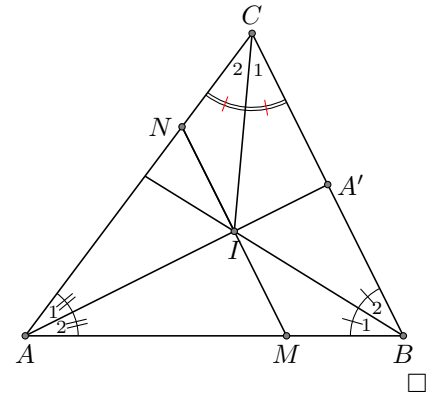
$$\begin{aligned}\widehat{C}_1 &= \widehat{C}_2 \text{ (cmt)} \\ \widehat{C}_1 &= \widehat{CIN} \text{ (so le trong)}\end{aligned}$$

Suy ra  $\widehat{C}_2 = \widehat{CIN} \Leftrightarrow \triangle CIN$  cân tại  $N \Leftrightarrow IN = CN$  (hai cạnh bên).

Tương tự,  $IM = BM$ .

Từ (1) và (2), ta có:  $BM + CN = MI + IN = MN$ .

(1)  
(2)



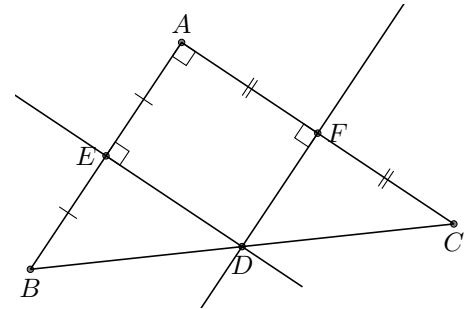
**BÀI 12.** Cho  $\triangle ABC$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ) các đường trung trực của các cạnh  $AB$ ,  $AC$  cắt nhau tại  $D$ . Chứng minh rằng  $D$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .

**Lời giải.**

Vì ba đường trung trực của tam giác đồng quy nên  $D$  thuộc đường trung trực của cạnh  $BC$ .

Dễ dàng chứng minh được  $B, D, C$  thẳng hàng (Câu 2, trang 34).

Mặt khác đường trung trực của cạnh  $BC$  đi qua trung điểm của  $BC$  nên  $D$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .



**BÀI 13.** Cho hai điểm  $A$  và  $D$  nằm trên đường trung trực  $AI$  của đoạn thẳng  $BC$ . Điểm  $D$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $I$ ,  $I$  là điểm nằm trên  $BC$ . Chứng minh

- $\triangle ABD = \triangle ACD$ .
- $AD$  là tia phân giác của góc  $\widehat{BAC}$ .

**Lời giải.**

- Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACD$ , có:

$AD$  chung

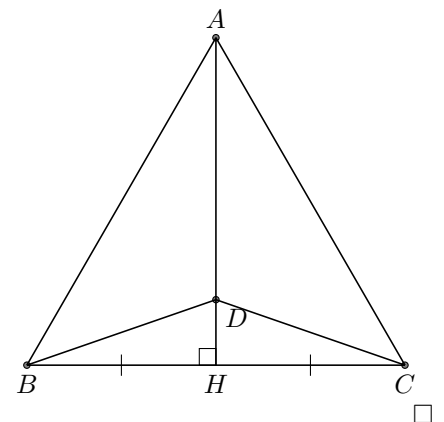
$AB = AC$  ( $A$  nằm trên đường trung trực của  $BC$ ).

$DB = DC$  ( $D$  nằm trên đường trung trực của  $BC$ ).

Vậy  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (c.c.c).

- Ta có  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (chứng minh trên) suy ra  $\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$ .

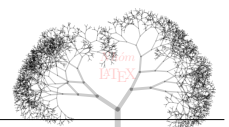
Vậy,  $AD$  là tia phân giác của góc  $\widehat{BAC}$ .



**BÀI 14.** Hai điểm  $M$  và  $N$  nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ ,  $N$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Trên tia đối của tia  $NM$  xác định  $M'$  sao cho  $NN' = NM$ .

- Chứng minh  $AB$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $MM'$ .
- Chứng minh  $M'A = MB = M'B = MA$ .

**Lời giải.**

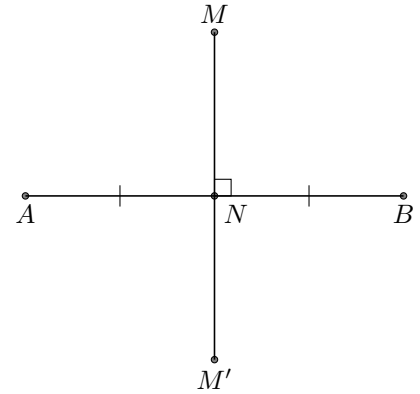


- Vì  $M$  và  $N$  nằm trên đường trung trực của  $AB$  nên  $AB \perp MN \equiv MM'$ . (1)  
Trên tia đối của tia  $NM$  xác định  $M'$  sao cho  $NN' = NM$  nên  $N$  là trung điểm của  $MM'$ . (2)  
Mặt khác  $AB$  đi qua  $N$  (giả thiết). (3)  
Từ (1), (2) và (3) suy ra  $AB$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $MM'$ .

2. Ta có:

$$\begin{aligned} MA &= MB \text{ (} M \text{ nằm trên trung trực của đoạn thẳng } AB\text{)} \\ M'A &= MA \text{ (} A \text{ nằm trên trung trực của đoạn thẳng } MM'\text{)} \\ M'B &= MB \text{ (} A \text{ nằm trên trung trực của đoạn thẳng } MM'\text{)} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra  $M'A = MB = M'B = MA$ .

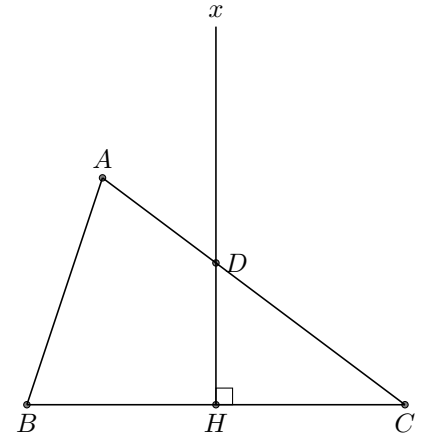


□

**BÀI 15.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Xác định điểm  $D$  trên cạnh  $AC$  sao cho  $DA + DB = AC$ .

**Lời giải.**

- ☑ *Phân tích.* Giả sử đã xác định được điểm  $D$  thỏa mãn  $DA + DB = AC$ .  
Vì  $D$  trên cạnh  $AC$  nên  $DA + DC = AC$ .  
Từ đó suy ra  $DB = DC$ , tức là  $\triangle DBC$  cân tại  $D$ .  
Suy ra  $\widehat{DBC} = \widehat{DCB}$ .  
Hạ đường cao  $DH$  thì  $DH$  là đường trung trực của  $BC$ .
- ☑ *Cách dựng.* Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ , dựng tia  $Hx \perp BC$ . Tia  $Hx$  cắt  $AC$  tại  $D$  thì  $D$  là điểm cần tìm.
- ☑ *Chứng minh.* Vì  $D$  nằm trên đường trung trực của  $BC$  nên  $DB = DC$ .  
Suy  $DA + DB = DA + DC = AC$ .
- ☑ *Biện luận.* Vì  $AB < AC$  nên bài toán có đúng một nghiệm hình.



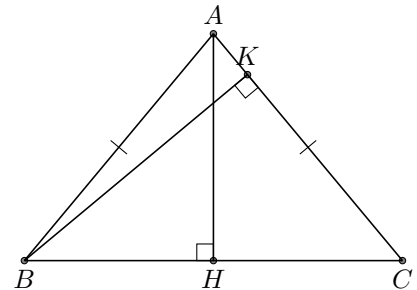
□

**BÀI 16.** 1. Gọi  $AH$  và  $BK$  là các đường cao của  $\triangle ABC$ . Chứng minh rằng  $\widehat{CBK} = \widehat{CAH}$ .

- Cho tam giác cân  $ABC$  ( $AB = AC$ ),  $AH$  và  $BK$  là các đường cao. Chứng minh rằng  $\widehat{CBK} = \widehat{BAH}$ .

**Lời giải.**

- Ta có  $\widehat{CBK} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ .  
Mặt khác,  $\widehat{CAH} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ .  
Từ đó suy ra  $\widehat{CBK} = \widehat{CAH}$ .
- Ta có  $\widehat{CBK} = \widehat{CAH}$  (chứng minh trên).  
Mặt khác,  $AB = AC$  nên  $AH$  là đường phân giác của góc  $A$ . Suy ra  $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ .  
Từ đó ta có:  $\widehat{CBK} = \widehat{BAH}$ .

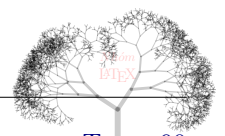


□

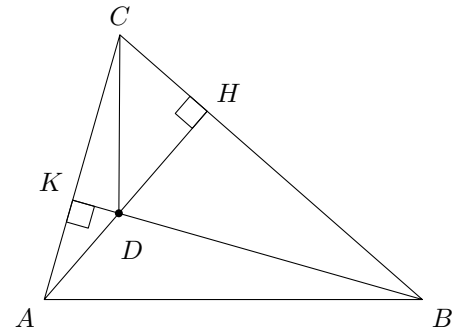
**BÀI 17.** Hai đường cao  $AH$  và  $BK$  của  $\triangle ABC$  nhọn cắt nhau tại  $D$ .

- Tính  $\widehat{HDK}$  khi  $\widehat{C} = 50^\circ$ .
- Chứng minh rằng nếu  $DA = DB$  thì  $\triangle ABC$  là tam giác cân.

**Lời giải.**



- Nối C với D. Xét  $\triangle KDC$  và  $\triangle HBC$  có:  
 $\widehat{K} + \widehat{KCD} + \widehat{KDC} + \widehat{H} + \widehat{HCD} + \widehat{HDC} = 360^\circ$ .  
 $\Rightarrow 90^\circ + 90^\circ + 50^\circ + \widehat{HDK} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{HDK} = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$ .  
 Vậy  $\widehat{HDK} = 130^\circ$
- Nếu  $DA = DB$  và  $\widehat{ADK} = \widehat{BDH}$  (đối đỉnh)  
 $\Rightarrow \triangle KDA = \triangle HDB$  (cạnh huyền góc nhọn)  
 $\Rightarrow KD = HD; DA = DB \Rightarrow KD + DB = HD + AD$  hay  $KB = HA$ .  
 Xét  $\triangle AHC$  và  $\triangle BKC$  có  $\widehat{C}$  chung và  $KB = HA$ .  
 $\Rightarrow \triangle AHC = \triangle BKC$  (cạnh góc vuông, góc nhọn).  
 $\Rightarrow AB = AC$ , hay  $\triangle ABC$  cân tại C.



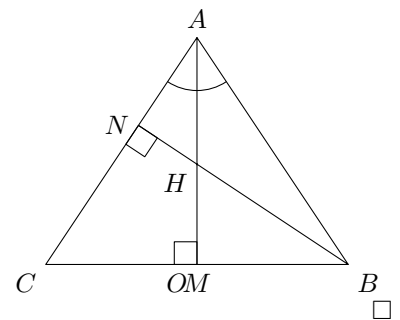
□

**BÀI 18.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A phân giác AM. Kẻ đường cao BN cắt AM tại H.

- Khẳng định  $CH \perp AB$  là đúng hay sai?
- Tính số đo các góc  $\widehat{BHM}$  và  $\widehat{MHN}$  biết  $\widehat{C} = 39^\circ$ .

**Lời giải.**

- Khẳng định  $CH \perp AB$  là đúng vì 3 đường cao cắt nhau tại một điểm.  
Do  $\triangle ABC$  cân nên  $CH \perp CB$
- Tính số đo  $\widehat{BHM}$  do  $\widehat{C} = 39^\circ$ ; Xét  $\triangle NBC$  có:  $\widehat{CBN} = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$ .  
Xét  $\triangle MBH$  có:  $\widehat{MHB} = 90^\circ - \widehat{MBH} = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$



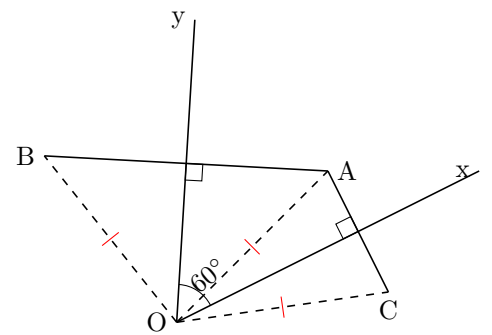
□

**BÀI 19.** Cho góc  $\widehat{xOy} = 60^\circ$ , điểm A nằm trong góc  $\widehat{xOy}$  vẽ điểm B sao cho Ox là đường trung trực của AB, vẽ điểm C sao cho Oy là đường trung trực của AC.

- Khẳng định  $OB = OC$  là đúng hay sai?
- Tính số đo góc  $\widehat{BOC}$ .

**Lời giải.**

- Khẳng định  $OB = OC$  là đúng vì:  
theo tính chất đường trung trực ta có:  
 $OB = OA; OA = OC \Rightarrow OB = OC$
- Theo GT  $\widehat{xOy} = 60^\circ$   
Do điểm O nằm trên đường trung trực của: AB; AC nên:  
 $\widehat{BOy} = \widehat{AOy}; \widehat{AOx} = \widehat{COx}$   
Ta có:  $\widehat{BOC} = \widehat{BOy} + \widehat{AOy} + \widehat{AOx} + \widehat{COx} = 2\widehat{xOy} = 120^\circ$ .  
Vậy  $\widehat{xOy} = 120^\circ$ .

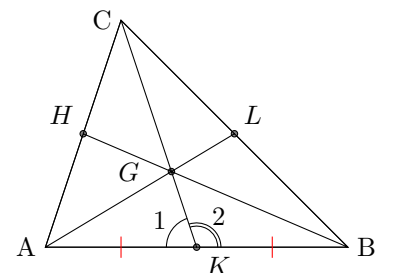


□

**BÀI 20.** Chứng minh rằng trong một tam giác trung tuyến ứng với cạnh lớn hơn thì nhỏ hơn trung tuyến ứng với cạnh nhỏ.

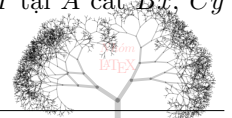
**Lời giải.**

- Giải sử  $AC < BC$ .  
Xét  $\triangle ACK$  và  $\triangle BCK$  có:  $AK = KB$  (theo gt)  $AC < BC$  nên  $\widehat{K1} < \widehat{K2}$  (theo định lý hai tam giác có 2 cặp cạnh bằng nhau).  
Xét  $\triangle AGK$  và  $\triangle BGK$  có:  $AK = BK$  (trung tuyến) mà  $\widehat{K1} < \widehat{K2} \Rightarrow AG < BG$ .  
Hay  $\frac{2}{3}AL < \frac{2}{3}BH \Leftrightarrow AL < BH$  (đpcm)



□

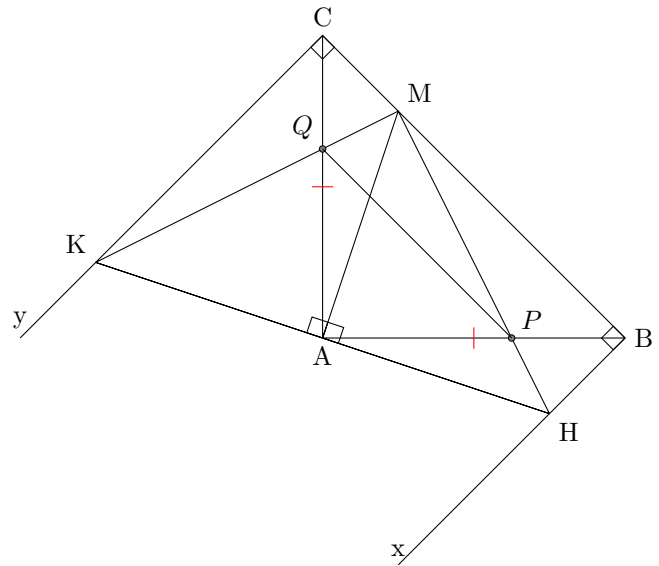
**BÀI 21.** Cho  $\triangle ABC$  vuông cân tại A. Trên cùng một nửa mặt phẳng chứa điểm A, bờ là BC vẽ các tia Bx và Cy cùng vuông góc với BC. Lấy M thuộc cạnh BC (M khác A và B); đường thẳng vuông góc với AM tại A cắt Bx, Cy lần lượt tại H và K.



1. Chứng minh  $BM = CK$ .
2. Chứng minh  $A$  là trung điểm của  $HK$ .
3. Gọi  $P$  là giao điểm của  $AB$  và  $MH$ ,  $Q$  là giao điểm của  $AC$  và  $MK$ . Chứng minh  $PQ$  song song với  $BC$ .

**Lời giải.**

1. Xét  $\triangle AKC$  và  $\triangle AMB$  có:  
 $AC = AB$  (gt)  $\widehat{KAC} = \widehat{MAB}$  (cùng phụ  $\widehat{MAC}$ ).  
 Mặt khác  $\widehat{KCA} = \widehat{MBA}$  (cùng phụ  $\widehat{ACB}$ ) và  $AC = AB$  (gt).  
 Suy ra  $\triangle AKC = \triangle AMB$  (g.c.g)  $\Rightarrow KC = BM$  (đpcm)
2. Xét  $\triangle AMC$  và  $\triangle AHB$  có:  
 $AB = AC$  (gt)  $\widehat{MAC} = \widehat{HAB}$  (cùng phụ  $\widehat{MAB}$ ).  
 $\widehat{MCA} = \widehat{HBA}$  (cùng phụ  $\widehat{ABC}$ )  
 $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle AHB$  (g.c.g);  $AM = HA$  (1).  
 Theo câu a) ta có:  $AK = AM$  (2).  
 Từ (1) và (2)  $\Rightarrow KA = HA$  hay  $A$  là trung điểm của  $HK$ . (đpcm)
3. Xét  $\triangle AMQ$  và  $\triangle AHP$  có:  
 $AM = AH$  (câu b)  $\widehat{MAC} = \widehat{HAB}$  (cùng phụ  $\widehat{MAB}$ )  
 $\widehat{QMA} = \widehat{PHA} = 45^\circ$ .  
 Suy ra  $\triangle AMQ = \triangle AHP$ , hay  $\triangle APQ$  cân tại  $A$ .  
 Suy ra  $\widehat{APQ} = \widehat{ABC} = 45^\circ$ . Nên  $PQ \parallel BC$ . (đpcm)



□

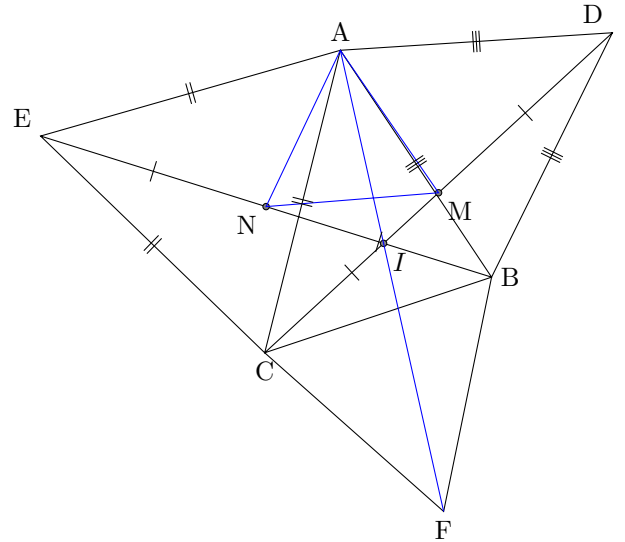
**BÀI 22.** Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ). Vẽ về phía ngoài  $\triangle ABC$  các tam giác đều  $ABD$  và  $ACE$ . Gọi  $I$  là giao của  $CD$  và  $BE$ ,  $K$  là giao của  $AB$  và  $DC$ .

1. Chứng minh rằng  $\triangle ADC = \triangle ABE$ .
2. Chứng minh rằng  $\widehat{DIB} = 60^\circ$ .
3. Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $CD$  và  $BE$ . Chứng minh rằng  $\triangle AMN$  đều.
4. Chứng minh rằng  $IA$  là phân giác của góc  $\widehat{DIE}$ .

**Lời giải.**



- Xét  $\triangle ADC$  và  $\triangle ABE$  có:  $AD = AB$ ;  $AE = AC$  (gt)  
Hơn nữa  $\triangle ACE$ ;  $\triangle ABD$  đều; và  $\widehat{EAB} = \widehat{DAC}$  vì cùng bằng  $60^\circ + \widehat{BAC}$ .  
Vậy  $\triangle ADC = \triangle ABE$  (c.g.c)
- Theo câu a ta có:  $\widehat{ADC} = \widehat{ABE}$ .  
Xét  $\triangle BDI$  có:  $\widehat{DBI} + \widehat{DIB} + \widehat{BDI} = 180^\circ$ .  
Hay  $\widehat{DBM} + \widehat{IBM} + \widehat{DIB} + \widehat{BDI} = 180^\circ$ .  
Suy ra  $120^\circ + \widehat{DIB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DIB} = 60^\circ$  (đpcm)
- Theo câu a) ta có:  $EB = CD$  hay  $\frac{EB}{2} = \frac{CD}{2}$ .  
Suy ra  $NB = MD$ .  
Xét  $\triangle AMD$  và  $\triangle ANB$  có:  
 $NB = MD$  và  $AB = AD$ ;  $\widehat{ABN} = \widehat{ADM}$  (theo câu a).  
Vậy  $\triangle AMD = \triangle ANB$  (c.g.c)  $\Rightarrow AN = AM$  (1).  
 $\Rightarrow \widehat{NAB} = \widehat{MAD} \Rightarrow \widehat{NAB} + \widehat{MAB} = \widehat{MAD} + \widehat{MAB} = \widehat{NAM} = 60^\circ$  (2).  
Từ (1) và (2). Suy ra  $\triangle AMN$  đều. (đpcm)
- Vẽ ra phía ngoài  $\triangle ABC$  thêm  $\triangle FBC$  đều.  
Giả sử  $EB$  cắt  $AF$  tại  $I$ , ta chứng minh  $A, I, F$  thẳng hàng.  
Thật vậy ta có:  $\triangle EBC = \triangle FAC$  vì  $CE = CA$ .  
 $\widehat{ECA} + \widehat{BCA} = \widehat{ACB} + \widehat{FCACF} = \widehat{CB}$ .  
Nên  $\widehat{BEC} = \widehat{CAF} \Rightarrow \widehat{ECA} = \widehat{EIA} = 60^\circ$ .  
Vậy  $\widehat{EIC} = \widehat{EIA} = \widehat{FIC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{FIA} = 180^\circ$ .  
Hay ba điểm  $A, I, F$  thẳng hàng;  $EB, CD, AF$  đồng quy.  
Suy ra  $\widehat{EIA} = \widehat{AID} = 60^\circ$  hay  $IA$  là tia phân giác của  $\widehat{DIE}$ . (đpcm)



□

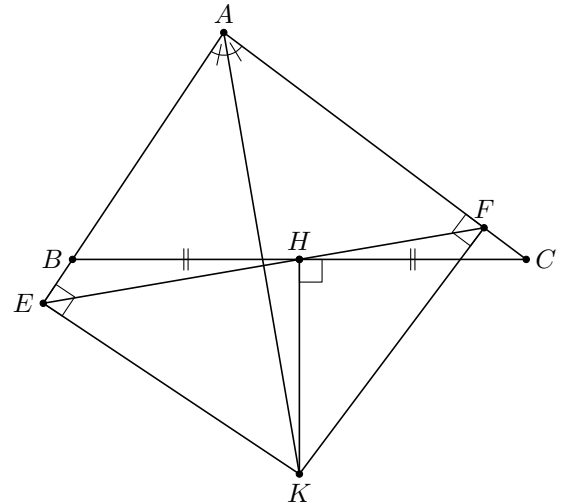
**BÀI 23.** Cho  $\widehat{xAy} = 60^\circ$  có tia phân giác  $Az$ . Từ điểm  $B$  trên  $Ax$  kẻ  $BH$  vuông góc với  $Ay$  tại  $H$ , kẻ  $BK$  vuông góc với  $Az$  và  $Bt$  song song với  $Ay$ ,  $Bt$  cắt  $Az$  tại  $C$ . Từ  $C$  kẻ  $CM$  vuông góc với  $Ay$  tại  $M$ . Chứng minh:

- $K$  là trung điểm của  $AC$ .
- $\triangle KMC$  là tam giác đều.
- Cho  $BK = 2\text{cm}$ . Tính các cạnh  $\triangle AKM$





- a. Xét  $\triangle KAE$  vuông tại  $E$  và  $\triangle KAF$  vuông tại  $F$  có:  
 $\widehat{EAK} = \widehat{FAK}$  ( $Ax$  là tia phân giác)  
 $AK$  là cạnh chung  
 $\Rightarrow \triangle KAE = \triangle KAF$  (cạnh huyền-góc nhọn)  
 $\Rightarrow OE = OF$  và  $AE = AF$   
 Xét  $\triangle BHK$  vuông tại  $H$  và  $\triangle CHK$  vuông tại  $H$  có:  
 $BH = HC$  ( $KH$  là trung trực  $BC$ )  
 $KH$  là cạnh chung  
 $\Rightarrow \triangle BHK = \triangle CHK$  (2 cạnh góc vuông)  
 $\Rightarrow KB = KC$  (2 cạnh tương ứng)  
 Xét  $\triangle BKE$  và  $\triangle CKF$  có:  
 $\widehat{BEK} = \widehat{CFK} = 90^\circ$   
 $KB = KC$   
 $KE = KF$   
 $\Rightarrow \triangle BKE = \triangle CKF$  (cạnh huyền- cạnh góc vuông)  
 $\Rightarrow BE = CF$



- b. Kẻ  $BD \parallel AC$  ( $D \in EF$ )  
 $\Rightarrow \widehat{BDM} = \widehat{MFC}$ ,  $\widehat{MBD} = \widehat{MCF}$  (so le trong)  
 Vì  $\triangle AEF$  cân tại  $A$   
 $\Rightarrow \begin{cases} \widehat{BDE} = \widehat{AFE} \\ \widehat{BED} = \widehat{AFE} \end{cases} \Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{BED}$   
 $\Rightarrow \triangle BED$  cân  $\Rightarrow BE = BD = CF$   
 Xét  $\triangle MBD$  và  $\triangle MCF$  ta có:  $\widehat{MBD} = \widehat{MCF}$   
 $BD = CF$   
 $\widehat{BDM} = \widehat{CFM}$   
 $\Rightarrow \triangle MBD = \triangle MCF$  (c-g-c)  
 $\Rightarrow MB = MC$   
 $\Rightarrow M$  là trung điểm của  $BC$ .

**BÀI 25.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Trên cạnh  $BC$  lần lượt lấy hai điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $BM = MN = NC$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

- a. Chứng minh  $AM = AN$  và  $AH \perp BC$ .
- b. Tính độ dài đoạn thẳng  $AM$  khi  $AB = 5cm$ ,  $BC = 6cm$ .
- c. Chứng minh  $\widehat{MAN} > \widehat{BAM} = \widehat{CAN}$ .

a. Vì  $\triangle ABC$  cân tại  $A$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle ACN$  có:

$$\widehat{AB} = \widehat{AC}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

$$BM = CN$$

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACN (\text{c.g.c})$$

$$\Rightarrow AM = AN (\text{2 cạnh tương ứng})$$

Vì  $H$  là trung điểm của  $BC$  nên  $BH = HC$

Xét  $\triangle ABH$  và  $\triangle ACH$  có:

$$AB = AC$$

$$BH = HC$$

$AH$  là cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle ACH (\text{c.c.c})$$

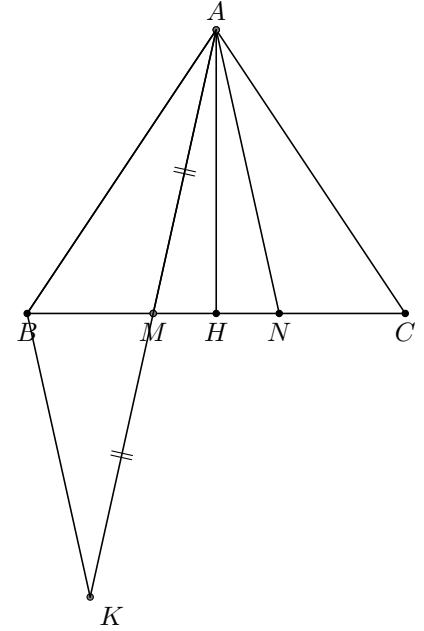
$$\Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{AHC} (\text{2 góc tương ứng})$$

Ta lại có  $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^\circ$  (2 góc kề bù)

$$\Rightarrow 2\widehat{AHB} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AH \perp BC.$$



b. Xét  $\triangle AMH$  vuông tại  $H$  và  $\triangle ANH$  vuông tại  $H$  có:

$$AM = AN$$

Cạnh chung  $AH$ .

Suy ra  $\triangle AMH = \triangle ANH$  (cạnh huyền-cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow MH = NH (\text{2 cạnh tương ứng})$$

$\Rightarrow H$  là trung điểm của  $MN$

$$\text{Ta có } HB = HC = \frac{BC}{2} = 3\text{cm}$$

Xét  $\triangle ABH$  vuông tại  $H$  có:

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 (\text{Định lý Pytago})$$

$$\Rightarrow AH^2 = AB^2 - HB^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\Rightarrow AH = 4\text{cm}$$

Ta lại có:  $BM = MN = NC$  (gt)

$$\text{Mà } BM + MN + NC = BC$$

$$\Rightarrow 3.BM = 6 \Rightarrow BM = 2$$

$$\Rightarrow BM = MN = NC = 2\text{cm}$$

$$\Rightarrow HM = HN = 1\text{cm}$$

Xét  $\triangle AMH$  vuông tại  $H$  có:

$$AM^2 = AH^2 + HM^2 (\text{Định lý Pytago})$$

$$\Rightarrow AM^2 = 4^2 + 1^2 = 17$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{17}.$$

c. Trên tia đối của  $MA$  lấy  $K$  sao cho  $AM = MK$

Xét  $\triangle AMN$  và  $\triangle KMB$  có:

$$\widehat{AM} = \widehat{MK}$$

$$\widehat{AMN} = \widehat{BMK}$$

$$MB = NB$$

$$\Rightarrow \triangle AMN = \triangle KMB (\text{c.g.c})$$

$$\Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{MKB} (\text{2 góc tương ứng})$$

$$\Rightarrow AN = BK = AM$$

$$\text{Mà } AB > AM \Leftrightarrow AB > BK$$

$$\Leftrightarrow \widehat{BKA} > \widehat{BAK}$$

$$\Leftrightarrow \widehat{MAN} > \widehat{BAM} > \widehat{CAN}.$$

□

**BÀI 26.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ .

a.  $\triangle ABC$  là tam giác gì? Vì sao?

b. Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BA = BD$ . Từ  $D$  kẻ  $Dx$  vuông góc với  $BC$  và cắt  $AC$  tại  $H$ . Chứng minh  $BH$  là tia phân giác góc  $\widehat{ABC}$ .

c. Vẽ trung tuyến  $AM$ . Chứng minh  $\triangle AMC$  cân.

**Lời giải.**



- a. Ta có:  $BC^2 = 5^2 = 25$   
 $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$   
 Ta thấy  $BC^2 = AB^2 + AC^2$   
 Theo định lý Pytago đảo  $\Rightarrow \triangle ABC$  vuông tại  $A$ .

- b. Xét  $\triangle BAH$  vuông tại  $A$  và  $\triangle BDH$  vuông tại  $H$   
 $BH$  cạnh chung  
 $BA = BD$  (gt)  
 $\Rightarrow \triangle BAH = \triangle BDH$  (cạnh huyền-cạnh góc vuông)  
 $\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{DBH}$

Ta lại có  $BH$  nằm giữa  $BA$  và  $BD$

Vậy  $BH$  là tia phân giác của góc  $ABC$ .

- c. Trên tia đối của tia  $MA$ , lấy điểm  $N$  sao cho  $MA = MN$

Xét  $\triangle AMB$  và  $\triangle CMN$  có:

$MB = MC$  ( $M$  là trung điểm  $BC$ )

$\widehat{BMA} = \widehat{CMN}$

$\Rightarrow \triangle AMB = \triangle CMN$  (c-g-c)

$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{MCN}$

Vì  $\widehat{ABM} = \widehat{MCN} \Rightarrow AB \parallel NC$

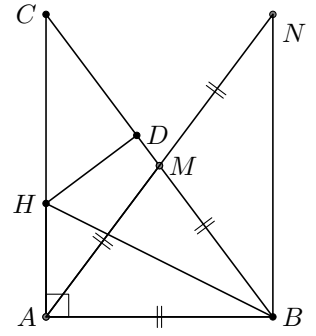
$\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{ACN} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ACN} = 90^\circ$

$\Rightarrow AN = BC$

Mà  $AM = \frac{1}{2}AN \Rightarrow AM = MN$

$\Rightarrow \triangle AMN$  cân tại  $M$ .



**BÀI 27.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có đường phân giác  $BD$ . Kẻ  $DE$  vuông góc với  $BC$  ( $E \in BC$ ). Gọi  $F$  là giao điểm của  $BA$  và  $DE$ . Chứng minh:

- a.  $BD$  là đường trung trực của  $AE$ .  
 b.  $DF = DC$ .  
 c.  $AD < DC$ .

**Lời giải.**

- a. Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $A$  và  $\triangle EBD$  vuông tại  $E$  có:  
 $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$  ( $BD$  là tia phân giác)  
 $BD$  là cạnh chung  
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD$  (cạnh huyền-góc nhọn)  
 $\Rightarrow AB = EB$  (hai cạnh tương ứng)  $\Rightarrow B$  thuộc đường trung trực của  $AE$   
 $\Rightarrow AD = ED$  (hai cạnh tương ứng)  $\Rightarrow D$  thuộc đường trung trực của  $AE$   
 $\Rightarrow BD$  là đường trung trực của  $AE$

- b. Xét  $\triangle AFD$  vuông tại  $A$  và  $\triangle ECD$  vuông tại  $C$  có:

$AD = ED$  ( $\triangle ABD = \triangle EBD$ )

$\widehat{ADF} = \widehat{EDC}$  (2 góc đối đỉnh)

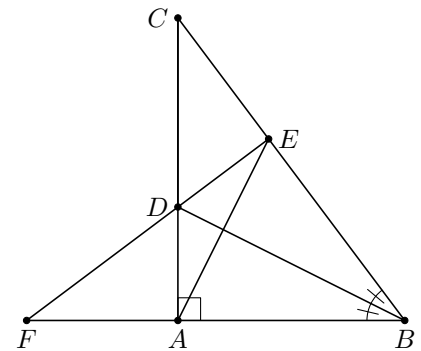
$\Rightarrow \triangle ADF = \triangle EDC$  (g-c-g)

$\Rightarrow DF = DC$  (2 cạnh tương ứng)

- c. Xét  $\triangle AFD$  vuông tại  $A$  có:  $AD < FD$  (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác)

Mà  $DF = DC$  (chứng minh trên)

$\Rightarrow AD < DC$



**BÀI 28.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Trên tia đối của các tia  $BC$  và  $CB$  lấy thứ tự hai điểm  $D$  và  $E$  sao cho  $BD = CE$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng:

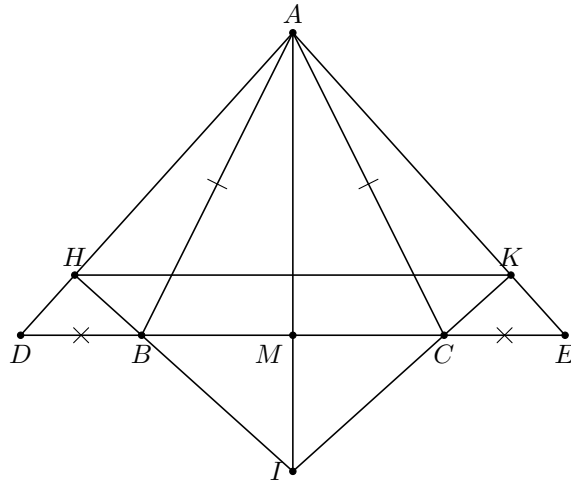
- a.  $\triangle ADE$  cân.  
 b.  $AM$  là tia phân giác của góc  $DAE$ .  
 c.  $BH = CK$ , với  $H$  và  $K$  theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ  $B, C$  đến  $AD, AE$ .



d. Ba đường thẳng  $AM, BH$  và  $CK$  gặp nhau tại một điểm.

**Lời giải.**

- a. Ta có  $BD + BC = CE + BC \Rightarrow DC = BE$   
 Vì  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  nên  $AB = AC$ ,  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$   
 Hay  $\widehat{ACD} = \widehat{ABE}$   
 Xét  $\triangle ADC$  và  $\triangle AEB$  có:  
 $\widehat{AC} = \widehat{AB}$   
 $\widehat{ACD} = \widehat{ABE}$   
 $DC = BE$   
 $\Rightarrow \triangle ADC = \triangle AEB$  (c.g.c)  
 $\Rightarrow AD = AE$   
 Suy ra  $\triangle ADE$  cân tại  $A$ .  $\Rightarrow \widehat{DBA} = \widehat{ACE}$ .
- b. Ta có  $BM + BD = MC + ME \Rightarrow DM = EM$   
 Xét  $\triangle AMD$  và  $\triangle AME$  có:  
 $\widehat{DM} = \widehat{EM}$   
 $\widehat{ADM} = \widehat{AEM}$  ( $\triangle ADE$  cân tại  $A$ )  
 $AD = AE$   
 $\Rightarrow \triangle AMD = \triangle AME$   
 $\Rightarrow \widehat{MAD} = \widehat{EAM}$   
 Mà  $AM$  nằm giữa  $AD$  và  $AE$   
 $\Rightarrow AM$  là tia phân giác của  $\widehat{DAE}$ .
- c. Xét  $\triangle DBH$  và  $\triangle ECK$  có:  
 $\widehat{DB} = \widehat{CE}$   
 $\widehat{BHD} = \widehat{CKE}$   
 $\widehat{HDB} = \widehat{KEC}$   
 $\Rightarrow \triangle DBH = \triangle ECK$  (cạnh huyền góc nhọn)  
 $\Rightarrow BH = CK$ .
- d. Gọi  $G = BH \cap CK$   
 Vì  $BH$  và  $CK$  là đường cao của  $\triangle ABC$  nên  $G$  là trực tâm của tam giác  $ABC$   
 Vì  $AM$  là trung tuyến của tam giác  $ABC$  cân nên  $AM$  cũng là đường cao.  
 nên  $AM$  cũng đi qua  $G$ . Vậy  $AM, BH, CK$  cùng đi qua một điểm.



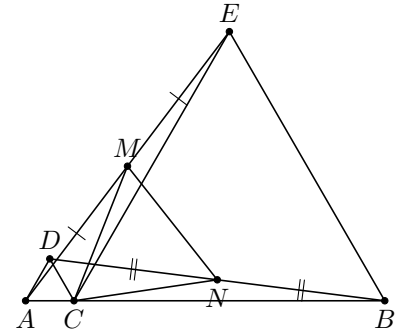
□

**BÀI 29.** Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $C$  nằm giữa  $A$  và  $B$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$  vẽ hai tam giác đều  $ACD$  và  $BEC$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AE$  và  $BD$ . Chứng minh rằng:

- a.  $AE = BD$ .
- b.  $\triangle MCN$  là tam giác đều.

**Lời giải.**

- a. Ta có  $\widehat{ACD} = 60^\circ$  ( $\triangle ACD$  đều).  
 $\widehat{ACE} = \widehat{ACD} + \widehat{DCE} \Rightarrow \widehat{ACE} = 60^\circ + \widehat{DCE}$   
 $\widehat{BCE} = 60^\circ$   
 $\widehat{DCB} = \widehat{DCE} + \widehat{BCE} = 60^\circ + \widehat{DCE}$   
 Do đó  $\widehat{ACE} = \widehat{DCB} = 60^\circ + \widehat{DCE}$   
 Xét  $\triangle ACE$  và  $\triangle DCB$  có:  
 $CE = CB$  (tính chất tam giác đều)  
 $AC = DC$  (tính chất tam giác đều)  
 $\widehat{ACE} = \widehat{DCB}$  (chứng minh trên)  
 $\Rightarrow \triangle ACE = \triangle DCB$  (c.g.c)  
 $\Rightarrow AE = BD$  (2 cạnh tương ứng)



- b. Vì  $M$  là trung điểm của  $AE$   
 $\Rightarrow AM = ME = \frac{1}{2}AE$  (1)  
 Vì  $N$  là trung điểm của  $BD$   
 $\Rightarrow BN = ND = \frac{1}{2}BD$  (2)  
 Theo câu a ta có  $AE = BD$  (3)  
 Từ (1),(2),(3) ta có:  $ME = BN$   
 Theo câu a  $\triangle ACE = \triangle DCB$   
 $\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{DBC}$  (cặp góc tương ứng)  
 Xét  $\triangle CME$  và  $\triangle CNB$  có:  
 $ME = NB$  (chứng minh trên)  
 $\widehat{MEC} = \widehat{NBC}$  (chứng minh trên)  
 $CE = CB$  (tính chất tam giác đều)  
 $\Rightarrow \triangle CME = \triangle CNB$  (c.g.c)  
 $\Rightarrow MC = NC$  (4)  
 và  $\widehat{MCE} = \widehat{NCB}$   
 Ta có:  $\widehat{MCN} = \widehat{MCE} + \widehat{NCE}$   
 mà  $\widehat{MCE} = \widehat{NCB}$   
 $\Rightarrow \widehat{MCN} = \widehat{NCB} + \widehat{NCE} = \widehat{BCE}$   
 Mà  $\widehat{BCE} = 60^\circ$  (tính chất tam giác đều)  
 $\Rightarrow \widehat{MCN} = 60^\circ$   
 Từ (4) và (5) suy ra  $\triangle MNC$  là tam giác đều.

□

**BÀI 30.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ,  $AM$  là trung tuyến.

- a. Chứng minh  $\triangle AMB = \triangle AMC$ . Suy ra góc  $\widehat{AMB} = 90^\circ$ .
- b. Cho  $AB = 15cm, BC = 18cm$ . Tính  $AM$ .
- c. Gọi  $I$  là điểm nằm trong  $\triangle ABC$  và cách đều ba cạnh của  $\triangle ABC$ . Chứng minh ba điểm  $A, I, M$  thẳng hàng.

**Lời giải.**



a. Xét  $\triangle AMB$  và  $\triangle AMC$  có:

$AM$  chung

$AB = AC$  ( $\triangle ABC$  cân tại  $A$ )

$MB = MC$  ( $M$  là trung điểm  $BC$ )

$\Rightarrow \triangle AMB = \triangle AMC$  (c.c.c)  $\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}$

Mà  $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$  (2 góc kề bù)

$\Rightarrow 2\widehat{AMB} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{AMB} = 90^\circ$ .

b. Vì  $M$  là trung điểm  $BC$  nên  $BM = CM = \frac{BC}{2} = 9cm$

Xét  $\triangle AMB$  vuông tại  $M$  có:

$AB^2 = AM^2 + MB^2 \Rightarrow AM^2 = AB^2 - MB^2 = 144$

$\Rightarrow AM = 12cm$ .

c. Vì  $\triangle AMB = \triangle AMC$  nên

$\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$

$\Rightarrow AM$  là tia phân giác góc  $\widehat{BAC}$

Xét  $\triangle BIM$  vuông tại  $M$  và  $\triangle CIM$  vuông tại  $M$  có:

$IM$  chung

$\widehat{BIM} = \widehat{CIM}$  ( $\triangle AMB = \triangle AMC$ )

$BM = CM$

$\Rightarrow \triangle BIM = \triangle CIM$  (2 cạnh góc vuông)

$\Rightarrow BI = CI$

Xét  $\triangle AIB$  và  $\triangle AIC$  có:

$AI$  chung

$IB = IC$  (cmt)

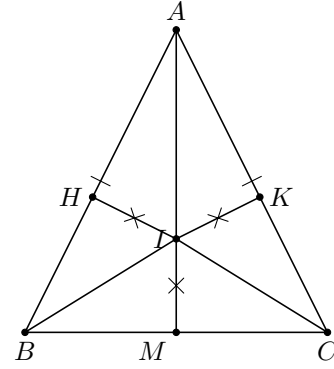
$AB = AC$  ( $\triangle ABC$  cân)

$\Rightarrow \triangle AIB = \triangle AIC$  (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{CAI}$

$\Rightarrow I$  thuộc phân giác của  $AM$  của  $\widehat{BAC}$

$\Rightarrow A, I, M$  thẳng hàng.



□

**BÀI 31.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ). Trên tia đối của tia  $AC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AB$ . Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AC$ .

a. Chứng minh  $BC = DE$ .

b.  $\triangle ABD$  vuông cân và  $BD \parallel CE$ .

c. Kẻ đường cao  $AH$  của  $\triangle ABC$ , tia  $AH$  cắt cạnh  $DE$  tại  $M$ . Từ  $A$  kẻ đường vuông góc  $CM$  tại  $K$ , đường thẳng này cắt  $BC$  tại  $N$ . Chứng minh:  $NM \parallel AB$ .

d. Chứng minh  $AM = \frac{1}{2}DE$ .

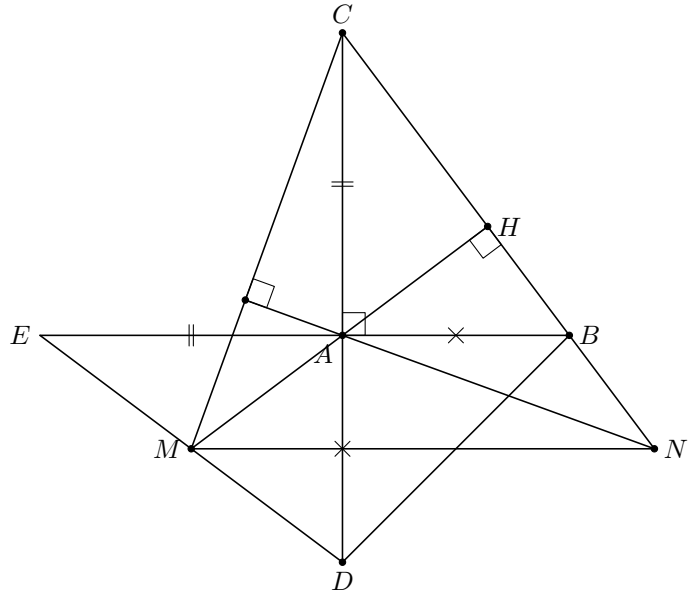
**Lời giải.**

- a. Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle AED$  có:  
 $\widehat{BAC} = \widehat{DAC} = 90^\circ$  (đối đỉnh)  
 $AB = AD$   
 $AE = AC$   
 $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle AED$  (c.g.c)  
 $\Rightarrow BC = DE$ .

- b. Xét  $\triangle ABD$  có:  
 $\widehat{BAC} = 90^\circ$  ( $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ )  
 $\Rightarrow AD \perp AE$   
 $\Rightarrow \widehat{BAD} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \triangle ABD$  vuông tại  $A$   
 Ta lại có:  $AB = AD$  (gt)  
 $\Rightarrow \triangle ABD$  vuông cân tại  $A$ .  
 $\Rightarrow \widehat{BDC} = 45^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BCE} = 45^\circ$   
 Mà  $\widehat{BDC}, \widehat{BCE}$  ở vị trí so le trong  
 $\Rightarrow BD \parallel CE$ .

- c. Xét  $\triangle MNC$  có:  
 $NK \perp MC \Rightarrow NK$  là đường cao thứ nhất.  
 $MH \perp NC \Rightarrow MH$  là đường cao thứ hai.  
 Mà  $NK$  cắt  $MH$  tại  $A$   
 $\Rightarrow A$  là trực tâm  $\triangle MNC$   
 $\Rightarrow CA$  là đường cao thứ ba.  
 Mà  $AB \perp AC \Rightarrow MN \parallel AB$ .

- d. Xét  $\triangle AMC$ , ta có:  
 $\widehat{MAE} = \widehat{BAH}$  (đối đỉnh)  
 $\widehat{MEA} = \widehat{BAC}$  ( $\triangle ABC = \triangle AED$ )  
 $\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MEA}$  (cùng phụ với  $\widehat{ABC}$ )  
 $\Rightarrow \triangle AMC$  cân tại  $M$   
 $\Rightarrow AM = ME$  (1) Xét  $\triangle AMI$  vuông tại  $I$  và  $\triangle DMI$  vuông tại  $I$  có:  
 $IM$  là cạnh chung.  
 $\widehat{IMA} = \widehat{IME}$  (so le trong)  
 $\widehat{DMI} = \widehat{MEA}$  (đồng vị)  
 Mà  $\widehat{MAE} = \widehat{MEA}$   
 $\Rightarrow \widehat{IMA} = \widehat{IMD}$   
 $\Rightarrow \triangle AMI = \triangle DMI$  (cạnh góc vuông-góc nhọn kề)  
 $\Rightarrow MA = MD$  (2)  
 Từ (1) và (2), suy ra:  $MA = ME = MD$   
 Ta lại có:  $ME = MD = \frac{DE}{2} \Rightarrow MA = \frac{DE}{2}$



□

**BÀI 32.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , phân giác góc  $B$  cắt  $AC$  tại  $I$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = BA$ .

- a. Chứng minh  $\triangle ABI = \triangle EBI$  và suy ra  $\widehat{BEI} = 90^\circ$ .
- b. Hai tia  $BA$  và  $EI$  cắt nhau tại  $D$ . Chứng minh  $\triangle AID = \triangle EIC$  và suy ra  $\triangle IDC$  cân.
- c. Chứng minh  $AE \parallel DC$ .

**Lời giải.**





a. Xét  $\triangle AIB$  và  $\triangle EIB$  có:

$$EB = AB(\text{gt})$$

$$\widehat{EBI} = \widehat{ABI} \text{ (BI là tia phân giác)}$$

$IB$  cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle AIB = \triangle EIB \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{IAB} = \widehat{IEB}$$

$$\text{Mà } \widehat{IAB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{IEB} = 90^\circ. \Rightarrow IA = IE$$

b. Vì  $\widehat{IEB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{IEC} = 90^\circ$

$$\text{Vì } \widehat{IDB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{IDA} = 90^\circ$$

Xét  $\triangle IDA$  vuông tại  $A$  và  $\triangle IEC$  vuông tại  $E$  có:

$$IA = IE \text{ (}\triangle IAB = \triangle IEB\text{)}$$

$$\widehat{DIA} = \widehat{CIE}$$

$$\Rightarrow \triangle IDA = \triangle IEC \text{ (cạnh góc vuông-góc nhọn kề)}$$

$$\Rightarrow ID = IC \Rightarrow \triangle ICD \text{ cân tại } I.$$

c. Vì  $\triangle IEC = \triangle IAD$

$$\Rightarrow DA = EC$$

$$\Rightarrow EC = BD$$

$$\Rightarrow \triangle BCD \text{ cân tại } B$$

$$\Rightarrow \widehat{BDC} = \frac{180^\circ - \widehat{B}}{2}$$

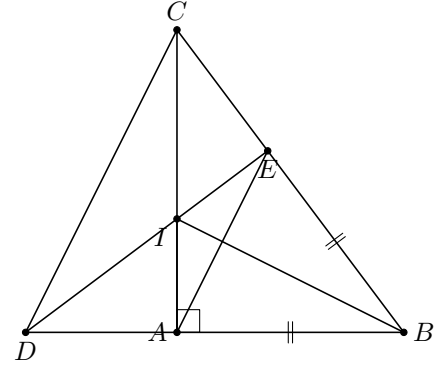
Vì  $\triangle ABE$  cân tại  $B$  nên

$$\widehat{BAE} = \frac{180^\circ - \widehat{B}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{BDC}$$

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị

$$\Rightarrow DC \parallel AE.$$



□

**BÀI 33.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Vẽ đường cao  $AH$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BD = BA$ .

a. Chứng minh  $\widehat{BAD} = \widehat{ADB}$ .

b. Chứng minh  $AD$  là tia phân giác của góc  $\widehat{HAC}$ .

c. Vẽ  $DK \perp AC$  ( $K \in AC$ ). Chứng minh  $AK = AH$ .

d. Chứng minh  $AB + AC < BC + 2AH$ .

**Lời giải.**

a. Ta có  $BA = BD$

$$\Rightarrow \triangle BAD \text{ cân tại } B$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BDA}$$

b. Tam giác  $HAD$  vuông tại  $H$  có:

$$\widehat{HAD} + \widehat{BDA} = 90^\circ$$

$$\text{Ta có: } \widehat{KAD} + \widehat{BAD} = 90^\circ$$

(2 góc phụ nhau)

$$\text{mà } \widehat{BAD} = \widehat{BDA} \text{ (Theo câu a)}$$

$$\Rightarrow \widehat{HAD} = \widehat{KAD}$$

$$\Rightarrow AD \text{ là tia phân giác góc } \widehat{HAK}.$$

c. Xét  $\triangle HAD$  vuông tại  $H$  và  $\triangle KAD$  vuông tại  $K$  có:

$$\widehat{HAD} = \widehat{KAD} \text{ (AD là tia phân giác của } \widehat{HAK}\text{)}$$

$AK$  là cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle HAD = \triangle KAD \text{ (cạnh huyền-góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow AH = AK \text{ (2 cạnh tương ứng).}$$

d. Áp dụng bất đẳng thức trong  $\triangle AHB$  ta có:

$$AH + HB > AB(1)$$

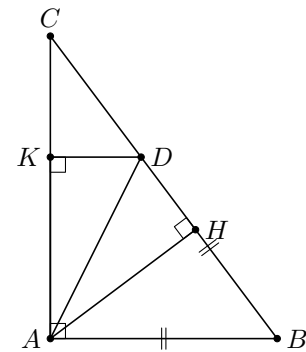
Áp dụng bất đẳng thức trong  $\triangle AHC$  ta có:

$$AH + HC > AC(2)$$

Cộng (1) và (2) về theo vế:

$$AH + HB + AH + HC > AB + AC$$

$$\text{Hay } BC + 2AH > AB + AC.$$



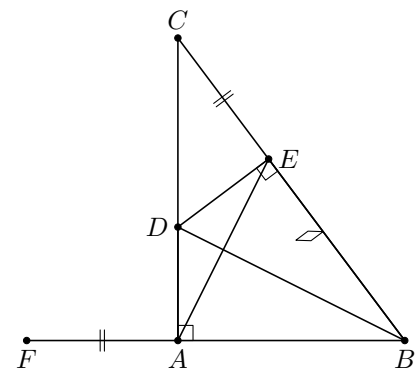


**BÀI 34.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường phân giác  $BD$ . Kẻ  $DE \perp BC$  ( $E \in BC$ ). Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $F$  sao cho  $AF = CE$

- $\triangle ABD = \triangle EBD$ .
- $BD$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AE$ .
- $AD > DC$ .
- $\widehat{ADF} = \widehat{EDC}$  và  $E, D, F$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

- Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $A$  và  $\triangle EBD$  vuông tại  $E$ , ta có:  
 $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$   
 $BD$  là cạnh chung  
 $\triangle ABD = \triangle EBD$  (cạnh huyền-góc nhọn)  
 $\Rightarrow AB = BE$  và  $AD = DE$  (2 cạnh tương ứng)
- Ta có:  $AB = BE$   
 $AD = DE$   
 $\Rightarrow BD$  là đường trung trực của  $AE$  (định lý đảo).
- Ta có  $DC > DE$  (quan hệ giữa góc và cạnh trong tam giác)  
Mà  $DE = DA \Rightarrow DC > DA$   
Vậy  $DC > DA$ .
- Xét  $\triangle ADF$  vuông tại  $A$  và  $\triangle CDE$  vuông tại  $E$  có:  
 $AD = DE$  (chứng minh trên)  
 $AF = EC$  (gt)  
 $\Rightarrow \triangle ADF = \triangle CDE$  (c.g.c)  
 $\Rightarrow \widehat{ADF} = \widehat{CDE}$  (2 góc tương ứng)  
Ta lại có  $\widehat{ADE} + \widehat{CDE} = 180^\circ$  (2 góc kề bù)  
Mà  $\widehat{CDE} = \widehat{ADF}$  nên:  
 $\widehat{ADE} + \widehat{ADF} = 180^\circ$   
 $\Rightarrow A, D, F$  thẳng hàng.



**BÀI 35.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ). Kẻ  $BD \perp AC$  ( $D \in AC$ ),  $CE \perp AB$  ( $E \in AB$ ),  $BD$  và  $CE$  cắt nhau tại  $H$ .

- Chứng minh  $BD = CE$ .
- Chứng minh  $\triangle BHC$  cân.
- Chứng minh  $AH$  là đường trung trực của  $BC$ .
- Trên tia  $BD$  lấy điểm  $K$  sao cho  $D$  là trung điểm của  $BK$ . So sánh  $\widehat{ECB}$  và  $\widehat{DKC}$ .

**Lời giải.**



- a. Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $D$  và  $\triangle ACE$  vuông tại  $E$  có:

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

Góc  $A$  chung

$$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACE \text{ (cạnh huyền-góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow BD = CE.$$

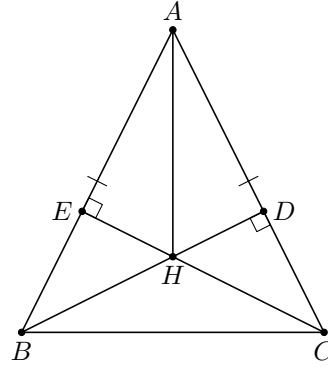
- b. Ta có  $\triangle ABD = \triangle ACE$  có:

$$\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$$

$$\text{Mà } \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

$$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{ECB}$$

Nên  $\triangle BHC$  cân.



- c. Xét  $\triangle ABC$  có:

$$CE \perp AB$$

$$BD \perp AC$$

Mà  $DB$  và  $CE$  cắt nhau tại  $H$

$$\Rightarrow H \text{ là trực tâm } \triangle ABC$$

$$\Rightarrow AH \perp BC$$

$$\text{Mà } AB = AC$$

$$\Rightarrow AH \text{ là trung trực của } BC.$$

- d. Xét  $\triangle BDC$  vuông tại  $D$  và  $\triangle KDC$  vuông tại  $D$  có:

$DC$  chung

$$BD = DK$$

$$\Rightarrow \triangle BDC = \triangle KDC \text{ (2 cạnh góc vuông)}$$

$$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DKC}$$

$$\text{Mà } \widehat{DBC} = \widehat{ECB}$$

$$\Rightarrow \widehat{DKC} = \widehat{ECB}.$$

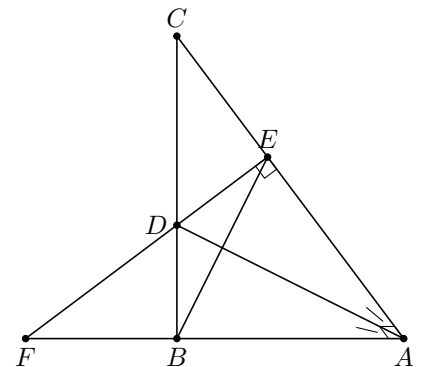
□

**BÀI 36.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 3cm$ ,  $AC = 5cm$ ,  $BC = 4cm$ .

- Chứng tỏ  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ .
- Vẽ phân giác  $AD$  ( $D \in BC$ ). Từ  $D$  vẽ  $DE \perp AC$  ( $E \in AC$ ). Chứng minh  $DB = DE$ .
- $ED$  cắt  $AB$  tại  $F$ . Chứng minh  $\triangle BDF = \triangle EDC$  rồi suy ra  $DF > DE$ .
- Chứng minh  $AB + BC > DE + AC$ .

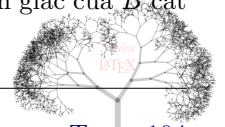
**Lời giải.**

- Ta có  $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 25$   
Theo định lý Pytago đảo  $\Rightarrow \triangle ABC$  vuông tại  $B$ .
- Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $D$  và  $\triangle AED$  vuông tại  $D$  có:  
 $\widehat{BAD} = \widehat{DAE}$   
 $AD$  là cạnh chung  
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle AED$  (cạnh huyền-góc nhọn)  
 $\Rightarrow DB = DE$ .
- Xét  $\triangle BDF$  vuông tại  $B$  và  $\triangle EDC$  vuông tại  $E$  có:  
 $\widehat{BDF} = \widehat{EDC}$  (2 góc đối đỉnh)  
 $BD = DE$
- Xét  $\triangle ADF$  vuông tại  $A$  và  $\triangle EDC$  vuông tại  $E$  có:  
 $\Rightarrow \triangle BDF = \triangle EDC$  (cạnh góc vuông-góc nhọn kề)  
 $\Rightarrow DF = DC$ .  
Mà  $DC > DE$  (quan hệ giữa góc và cạnh trong tam giác)  
 $\Rightarrow DF > DE$ .
- Ta có  $BD < BC \Rightarrow DE < BC = 4cm$   
Ta lại có:  $AB + BC = 8cm$   
 $DE + AC < 8cm$   
 $\Rightarrow AB + BC > DE + AC$ .



□

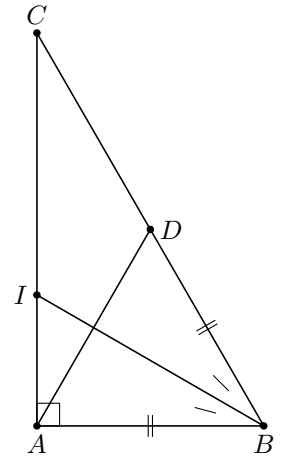
**BÀI 37.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{B} = 60^\circ$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BA = BD$ . Tia phân giác của  $\widehat{B}$  cắt  $AC$  tại  $I$ .



- Chứng minh  $\triangle BAD$  đều.
- Chứng minh  $\triangle IBC$  cân.
- Chứng minh  $D$  là trung điểm của  $BC$ .
- Cho  $AB = 6\text{cm}$ . Tính  $BC, AC$ .

**Lời giải.**

- Ta có:  $BA = BD$   
 $\Rightarrow \triangle BAD$  cân tại  $B$   
 Mà  $\widehat{ABD} = 60^\circ$   
 $\Rightarrow \triangle BAD$  đều.
- Vì  $BI$  là tia phân giác góc  $\widehat{B}$   
 $\Rightarrow \widehat{IBC} = \widehat{IBA} = 30^\circ$   
 Ta có  $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ$   
 Xét  $\triangle IBC$  có:  
 $\widehat{IBC} = \widehat{ICB}$   
 $\Rightarrow \triangle IBC$  cân tại  $I$ .
- Vì  $\triangle BAD$  đều nên  $BA = AD = DB$  và  $\widehat{BAD} = 60^\circ$   
 Ta có  $\widehat{BAD} + \widehat{DAC} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{DAC} = 30^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DCA}$   
 $\Rightarrow \triangle DAC$  cân tại  $D$ .  
 $\Rightarrow AD = DC, BD = DC$   
 $\Rightarrow D$  là trung điểm của  $BC$ .
- Vì  $\triangle BAD$  đều  
 $\Rightarrow BA = AD = BD$   
 $\Rightarrow BD = 6\text{cm}$ , mà  $D$  là trung điểm của  $BC$   
 $\Rightarrow BD = DC = 6\text{cm}$   
 $\Rightarrow BC = 12\text{cm}$   
 Vì  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Theo định lý Pytago, ta có:  
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = 108 \Rightarrow AC = \sqrt{108}$ .



□

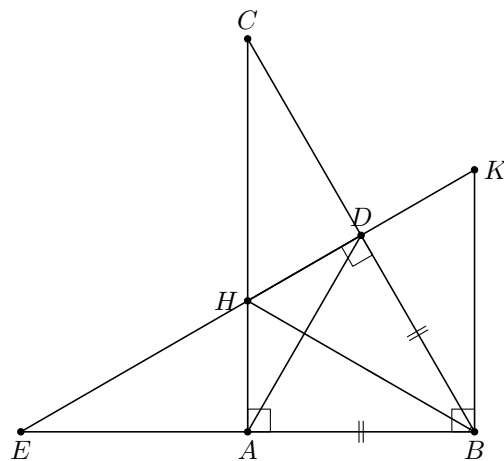
**BÀI 38.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  và có  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ .

- So sánh  $AB$  và  $AC$ ?
- Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BD = AB$ . Qua  $D$  dựng đường thẳng vuông góc với  $BC$  cắt tia đối tia  $AB$  tại  $E$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle DBE$ ?
- Gọi  $H$  là giao điểm của  $ED$  và  $AC$ . Chứng minh tia  $BH$  là tia phân giác của  $\widehat{ABC}$ ?
- Qua  $B$  dựng đường vuông góc với  $AB$  cắt đường thẳng  $ED$  tại  $K$ . Chứng minh  $\triangle HBK$  đều?

**Lời giải.**



- a. Xét  $\triangle ABC$  có:  
 $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ$   
 Ta có  $\widehat{ABC} > \widehat{ACB} \Rightarrow AB < AC$  (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác).
- b. Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  và  $\triangle DBE$  vuông tại  $E$  có:  
 $BD = AB$  (gt)  
 $\widehat{B}$  chung  
 $\triangle ABC = \triangle DBE$  (cạnh góc vuông-góc nhọn kề).
- c. Xét  $\triangle ABH$  vuông tại  $A$  và  $\triangle DBH$  vuông tại  $B$  có:  
 $AB = BD$  (gt)  
 $BH$  là cạnh chung  
 $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle DBH$  (cạnh huyền- cạnh góc vuông)  
 $\widehat{ABH} = \widehat{DBH}$  (2 góc tương ứng)  
 $\Rightarrow BH$  là tia phân giác  $\widehat{ABC}$ .
- d. Vì  $AB \perp AC$  và  $AB \perp BK$  (gt)  
 $\Rightarrow AC \parallel BK$   
 $\Rightarrow \widehat{HKB} = \widehat{CHK} = 60^\circ$  (1)  
 Ta có:  $\widehat{ABH} + \widehat{HBK} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{HBK} = 60^\circ$  (2)  
 Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{HBK} = \widehat{HKB} = \widehat{KHB} = 60^\circ$   
 $\Rightarrow \triangle HBK$  đều.



□

**BÀI 39.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  ( $\widehat{A} < 90^\circ$ ). Kẻ  $BD \perp AC$  ( $D \in AC$ ),  $CE \perp AB$  ( $E \in AB$ ),  $BD$  và  $CE$  cắt nhau tại  $H$ .

- a.  $\triangle ABD = \triangle ACE$ .
- b. Chứng minh  $\triangle BHC$  cân.
- c. Chứng minh  $ED \parallel BC$ .
- d.  $AH$  và  $BC$  cắt nhau tại  $K$ , trên tia  $HK$  lấy điểm  $M$  sao cho  $K$  là trung điểm của  $HM$ . Chứng minh  $\triangle ACM$  vuông.

- a. Xét  $\triangle BDC$  vuông tại  $D$  và  $\triangle CEB$  vuông tại  $E$   
 $BC$  chung  
 $\widehat{DCB} = \widehat{EBC}$   
 $\Rightarrow \triangle BDC = \triangle CEB$  (cạnh huyền-góc nhọn)  
 $\Rightarrow BD = CE$ .

- b. Vì  $\triangle BDC = \triangle CEB$  nên:  
 $\widehat{DBC} = \widehat{ECB}$   
 Ta lại có:  $\widehat{EBC} = \widehat{DCB}$  (gt)  
 $\Rightarrow \widehat{CBE} - \widehat{DBC} = \widehat{DCB} - \widehat{ECB}$   
 $\widehat{HCB} = \widehat{HBC}$   
 $\Rightarrow HB = HC \Rightarrow \triangle HBC$  cân tại  $H$ .

- c. Xét  $\triangle BAD$  vuông tại  $D$  và  $\triangle ACE$  vuông tại  $E$  có:  
 $AB = AC$   
 $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$   
 $\Rightarrow \triangle BAD = \triangle ACE$  (cạnh huyền-góc nhọn)  
 $\Rightarrow AD = AE$  (hai cạnh tương ứng)  
 $\Rightarrow \triangle ADE$  cân tại  $A$   
 $\Rightarrow \widehat{AED} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2}$   
 Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$   
 $\Rightarrow \widehat{ABC} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2}$   
 $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AED}$   
 Mà  $\widehat{AED}, \widehat{ABC}$  là hai góc ở vị trí đồng vị nên  
 $ED \parallel BC$

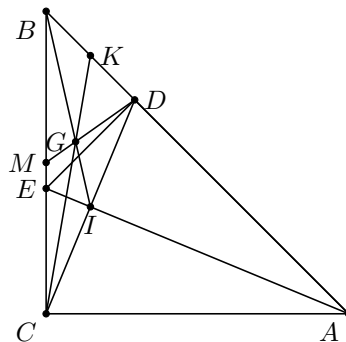
- d.  $\triangle KCB$  cân do  $DC$  vừa là đường cao, vừa trung trực.  
 Ta lại có  $\triangle KCB$  cân nên  $\widehat{CKD} = \widehat{DBC}$   
 Mà  $\widehat{DBC} = \widehat{ECB} \Rightarrow \widehat{CKD} = \widehat{KCB}$

□

**BÀI 40.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AC$ . Kẻ qua  $D$  đường thẳng vuông góc với  $AB$  cắt  $BC$  tại  $E$ .  $AE$  cắt  $CD$  tại  $I$ .

- a) Chứng minh  $AE$  là phân giác góc  $AB$ .  
 b) Chứng minh  $AD$  là trung trực của  $CD$ .  
 c) So sánh  $CD$  và  $BC$ .  
 d)  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $DM$  cắt  $BI$  tại  $G$ ,  $CG$  cắt  $DB$  tại  $K$ . Chứng minh  $K$  là trung điểm của  $DB$ .

**Lời giải.**



- a) Xét tam giác vuông  $ECA$  và  $EDA$  có  
 Cạnh  $EA$  chung.  
 $CA = DA$  (gt)  
 $\widehat{ECA} = \widehat{EDA}$  (Cạnh huyền, cạnh góc vuông).  
 Suy ra  $\widehat{CAE} = \widehat{DAE}$  (Hai cạnh tương ứng).  
 Hay  $AE$  là phân giác góc  $CAB$ .



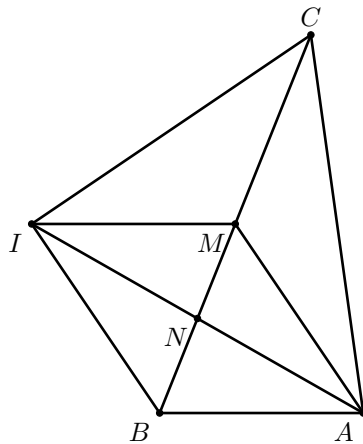
- b) Theo câu a,  $\triangle ECA = \triangle EDA \Rightarrow EC = ED$ .  
Ta có  $EC = ED$ ;  $AC = AD$  nên  $AE$  là trung trực của  $CD$ .
- c) Kẻ  $CH$  vuông góc  $AB$ .  
Ta luôn có  $D$  nằm giữa  $B$  và  $H$  nên  $HD < HB$ .  
Vậy thì  $CD < CB$  (Quan hệ đường xiên hình chiếu).
- d) Ta có  $I$  là trung điểm của  $CD$ ;  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $DM, BI$  là các đường trung tuyến của tam giác  $BCD$ .  
Vậy  $G$  là trọng tâm hay  $CK$  cũng có trung tuyến.  
Vậy  $K$  là trung điểm  $BD$ .

□

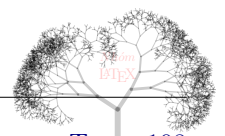
**BÀI 41.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 2AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $N$  là trung điểm của  $BM$ . Trên tia đối của tia  $NA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AN = EN$ . Chứng minh:

- a)  $\triangle NAB = \triangle NEM$ .
- b)  $\triangle MAB$  là tam giác cân.
- c)  $M$  là trọng tâm của  $\triangle AEC$ .
- d)  $AB > \frac{2}{3}AN$

**Lời giải.**



- a) Xét tam giác  $NAB$  và tam giác  $NEM$  có  
 $NA = NE$  (gt)  
 $\angle ANB = \angle ENM$  (đối đỉnh)  
 $BN = NM$  ( $N$  là trung điểm  $BM$ )  
Vậy  $\triangle NAB = \triangle NEM$  (c.g.c).
- b) Ta có  $M$  là trung điểm  $BC$  (gt).  
 $\Rightarrow BM = MC = \frac{1}{2}BC$  (1)  
Lại có :  $BC = 2AB$  (gt).  
 $\Rightarrow AB = \frac{1}{2}BC$  (2).  
Từ (1) và (2)  $\Rightarrow BM = MC = AB$  hay  $BM = AB$ .  
Vậy tam giác  $\triangle ABM$  cân tại  $B$ .
- c) Ta có :  $\triangle ANB = \triangle ENM$  (chứng minh câu a)  
 $\Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{EMN}$  (góc tương ứng).  
Mà chúng ở vị trí so le trong  $\Rightarrow AB \parallel ME$ .  
Gọi giao điểm của  $EM$  và  $AC$  là  $I \Rightarrow IE \parallel AB$  ( $I$  thuộc  $AC$  do cách dựng)  $\Rightarrow MI \parallel AB$ .  
Xét tam giác  $\triangle ABC$  có  $IM \parallel AB$  (chứng minh trên)  
Suy ra  $\frac{MC}{BM} = \frac{CI}{IA}$ .  
Mà  $MC = BM$  (gt)  $\Rightarrow CI = CA \Rightarrow EI$  là trung tuyến tam giác  $AEC$ .  
Mà  $CN$  cũng là trung tuyến tam giác  $AEC$  ( $AN = NE$ ).  
 $CN$  giao  $EI$  tại  $M \Rightarrow M$  là trọng tâm tam giác  $AEC$ .



d) Ta có  $M$  là trọng tâm tam giác  $AEC$  (chứng minh trên).

$\Rightarrow MA = MC$  (tính chất trọng tâm tam giác)

$\Rightarrow MA = AB = MB \Rightarrow \triangle ABM$  đều  $\Rightarrow \widehat{BAM} = 60^\circ$ .

Ta có :  $AN$  là trung tuyến tam giác  $ABN$  ( $N$  là trung điểm  $NB$ )

$\Rightarrow AN$  cũng là đường cao và là đường phân giác.

$\Rightarrow \widehat{ANB} = 90^\circ$  và góc  $\widehat{BAN} = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30^\circ$ .

Xét tam giác  $ABN$  có  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{N} \Rightarrow BN < AN < AB$  (quan hệ giữa cạnh và góc đối diện) .

Hay  $AB > AN \Rightarrow AB > \frac{2}{3}AN$ .

□

## 2. 100 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐẠI SỐ TỔNG HỢP

**Câu 1.** Phát biểu nào sau là **sai**

(A) Trong một tam giác vuông, cạnh huyền là cạnh lớn nhất.

(B) Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc nhọn.

(C) Trong một tam giác, đối diện với cạnh lớn nhất là góc tù.

(D) Trong tam giác đều, trọng tâm cách đều ba cạnh.

**Lời giải.**

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 2.** Tam giác  $ABC$  có  $AB = 4cm$ ,  $AC = 2cm$ . Biết độ dài  $BC$  là một số nguyên chẵn. Vậy  $BC$  bằng

(A)  $2cm$ .

(B)  $4cm$ .

(C)  $6cm$ .

(D)  $8cm$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 3.** Bộ ba độ dài đoạn thẳng có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác là

(A)  $5cm$ ;  $3cm$ ;  $2cm$ .

(B)  $4cm$ ;  $5cm$ ;  $6cm$ .

(C)  $7cm$ ;  $4cm$ ;  $3cm$ .

(D)  $12cm$ ;  $8cm$ ;  $4cm$ .

**Lời giải.**

Vì  $6 < 4 + 5$  nên bộ ba số  $4cm$ ;  $5cm$ ;  $6cm$  có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 4.** Cho  $\triangle ABC$ ,  $AB > AC > BC$ . Ta có

(A)  $\widehat{C} > \widehat{B} > \widehat{A}$ .

(B)  $\widehat{B} > \widehat{C} > \widehat{A}$ .

(C)  $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$ .

(D)  $\widehat{A} > \widehat{C} > \widehat{B}$ .

**Lời giải.**

Vì  $AB > AC > BC$  nên  $\widehat{C} > \widehat{B} > \widehat{A}$  (quan hệ giữa cạnh và góc đối diện).

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 5.** Cho  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  với  $AM$  là đường trung tuyến thì

(A)  $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ .

(B)  $\frac{AG}{GM} = \frac{2}{3}$ .

(C)  $\frac{AM}{AG} = \frac{2}{3}$ .

(D)  $\frac{GM}{AM} = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải.**

Theo tính chất trọng tâm thì  $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 6.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 80^\circ$ , các đường phân giác  $BD$ ,  $CE$  cắt nhau tại  $I$ . Góc  $\widehat{BIC}$  có số đo là

(A)  $80^\circ$ .

(B)  $100^\circ$ .

(C)  $120^\circ$ .

(D)  $130^\circ$ .

**Lời giải.**

$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ .

$\Rightarrow \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{ACB}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$ .

$\Rightarrow \widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ .

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 7.** Gọi  $I$  là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác. Kết luận nào sau đây là đúng?

(A)  $I$  cách đều ba cạnh của tam giác..

(B)  $I$  cách đều ba đỉnh của tam giác. .

(C)  $I$  là trọng tâm của tam giác. .

(D)  $I$  cách đều hai cạnh của tam giác..

**Lời giải.**





I cách đều ba cạnh của tam giác.

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 8.** Bộ ba số nào sau đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

(A) 5cm; 4cm; 1cm.

(B) 9cm; 6cm; 2cm.

(C) 3cm; 4cm; 5cm.

(D) 3cm; 4cm; 7cm.

**Lời giải.**

Vì  $5 < 3 + 4$  nên bộ ba số 3cm; 4cm; 5cm có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 9.** Cho  $\triangle MNP$  vuông tại  $M$ , khi đó

(A)  $MN > NP$ .

(B)  $MN > MP$ .

(C)  $MP > MN$ .

(D)  $NP > MN$ .

**Lời giải.**

Cạnh huyền  $NP$  là lớn nhất trong tam giác vuông.

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 10.** Cho các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào là bất đẳng thức tam giác

(A)  $AB - BC > AC$ .

(B)  $AB + AC > BC$ .

(C)  $AB + AC < BC$ .

(D)  $BC < AB$ .

**Lời giải.**

$AB + AC > BC$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 11.** Cho tam giác cân có độ dài hai cạnh là 4cm và 9cm. Chu vi của tam giác cân đó là

(A) 17cm.

(B) 13cm.

(C) 22cm.

(D) 8,5cm.

**Lời giải.**

Cạnh còn lại là 4cm. Nên chu vi của tam giác là  $4 + 4 + 9 = 17cm$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 12.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < BC < CA$ , thế thì

(A)  $\hat{A} < \hat{C}$ .

(B)  $\hat{B} < 60^\circ$ .

(C)  $\hat{B} = 60^\circ$ .

(D)  $\hat{C} < 60^\circ$ .

**Lời giải.**

Theo tính chất cạnh và góc đối diện nên ta có  $\hat{A} < \hat{C}$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 13.** Tam giác cân có một góc bằng  $60^\circ$  là tam giác gì?

(A) Tam giác vuông.

(B) Tam giác cân.

(C) Tam giác đều.

(D) Tam giác vuông cân.

**Lời giải.**

Tam giác cân có một góc bằng  $60^\circ$  là tam giác đều.

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 14.** Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là 3cm; 4cm thì độ dài cạnh huyền sẽ là

(A) 5cm.

(B) 3cm.

(C) 4cm.

(D) 2cm.

**Lời giải.**

Theo định lý Pitago ta có  $5^2 = 3^2 + 4^2$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 15.** Tam giác  $\triangle ABC$  có  $AB < BC < AC$  thì

(A)  $\hat{C} < \hat{A} < \hat{B}$ .

(B)  $\hat{B} < \hat{A} < \hat{C}$ .

(C)  $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$ .

(D)  $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$ .

**Lời giải.**

Theo tính chất cạnh và góc đối diện nên ta có  $\hat{C} < \hat{A} < \hat{B}$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 16.**

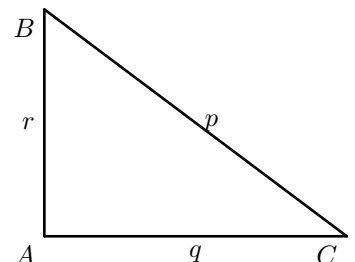
Cho tam giác  $ABC$  vuông như hình vẽ. Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A)  $q^2 + r^2 = p^2$ .

(B)  $p^2 + r^2 = q^2$ .

(C)  $q^2 + p^2 = r^2$ .

(D)  $r^2 = q^2 - p^2$ .



**Lời giải.**

Theo định lý Pitago ta có  $q^2 + r^2 = p^2$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 17.** Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $AB = 5\text{cm}$ ;  $BC = 8\text{cm}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác đó thì độ dài của  $AG$  sẽ là

(A)  $AG = 1\text{cm}$ .

(B)  $AG = 2\text{cm}$ .

(C)  $AG = 3\text{cm}$ .

(D)  $AG = 4\text{cm}$ .

**Lời giải.**

Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $AB = 5\text{cm}$ ;  $BC = 8\text{cm}$  suy ra  $AC = 5\text{cm}$ .

Theo định lý Pitago ta có  $AM = 3\text{cm}$ .

Vậy  $AG = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2\text{cm}$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 18.** Tam giác có độ dài ba cạnh là bộ ba nào trong các bộ ba sau đây là tam giác vuông

(A)  $4\text{cm}; 5\text{cm}; 6\text{cm}$ .

(B)  $5\text{cm}; 6\text{cm}; 7\text{cm}$ .

(C)  $3\text{cm}; 4\text{cm}; 5\text{cm}$ .

(D)  $6\text{cm}; 7\text{cm}; 8\text{cm}$ .

**Lời giải.**

Tam giác có độ dài ba cạnh là  $3\text{cm}; 4\text{cm}; 5\text{cm}$  là tam giác vuông vì  $5^2 = 3^2 + 4^2$ .

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 19.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AC = 7\text{cm}$ . Ta có

(A)  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$ .

(B)  $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$ .

(C)  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ .

(D)  $\widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{A}$ .

**Lời giải.**

Theo tính chất cạnh và góc đối diện ta có  $AC > BC > AB$  nên  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$ .

Chọn đáp án (A)

□

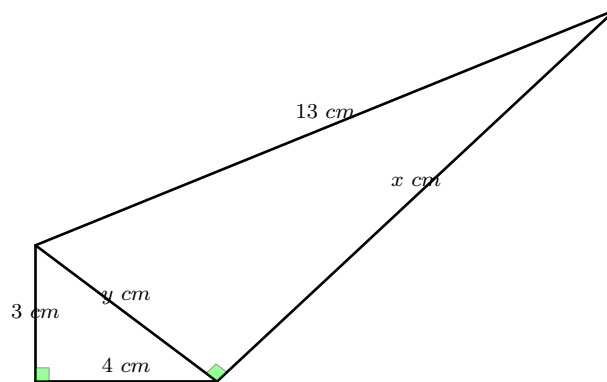
**Câu 20.** Giá trị nào của  $x$  ứng với hình vẽ sau

(A)  $10\text{cm}$ .

(B)  $11\text{cm}$ .

(C)  $12\text{cm}$ .

(D)  $13\text{cm}$ .



**Lời giải.**

Ta có  $y^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow y = 5\text{cm}$ . Suy ra  $x^2 = 13^2 - 5^2 = 12^2 \Rightarrow x = 12\text{cm}$ .

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 21.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ . Ta có

(A)  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$ .

(B)  $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$ .

(C)  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ .

(D)  $\widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{A}$ .

**Lời giải.**

Theo tính chất cạnh và góc đối diện ta có  $AB < AC < BC$  suy ra  $\widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{A}$ .

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 22.** Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $\widehat{A} = 40^\circ$  thì góc ngoài đỉnh  $C$  bằng

(A)  $40^\circ$ .

(B)  $90^\circ$ .

(C)  $100^\circ$ .

(D)  $110^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\widehat{A} = 40^\circ$  suy ra  $\widehat{C} = 70^\circ$ . Do đó góc ngoài đỉnh  $C$  bằng  $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ .

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 23.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$  thì  $BC$  bằng

(A)  $5\text{cm}$ .

(B)  $6\text{cm}$ .

(C)  $7\text{cm}$ .

(D)  $8\text{cm}$ .

**Lời giải.**

Theo định lý Pitago ta có  $BC^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow BC = 5\text{cm}$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 24.** Tam giác  $ABC$  có các góc  $A : B : C$  tỉ lệ với  $1 : 2 : 3$  thì số đo các góc của tam giác là

(A)  $\widehat{A} = 30^\circ$ ,  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $\widehat{C} = 90^\circ$ .

(B)  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $\widehat{B} = 50^\circ$ ,  $\widehat{C} = 70^\circ$ .

(C)  $\widehat{A} = 30^\circ$ ,  $\widehat{B} = 80^\circ$ ,  $\widehat{C} = 70^\circ$ .

(D)  $\widehat{A} = 30^\circ$ ,  $\widehat{B} = 70^\circ$ ,  $\widehat{C} = 80^\circ$ .

**Lời giải.**



Ta có  $B = 2A$ ;  $C = 3A$  mà  $A + B + C = 180^\circ$ . Suy ra  $6A = 180^\circ \Rightarrow A = 30^\circ$ .  
 Vậy  $\widehat{A} = 30^\circ$ ,  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $\widehat{C} = 90^\circ$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 25.** Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài các cạnh là: (cùng đơn vị đo)

(A) 9; 15; 12.

(B) 7; 5; 6.

(C) 5; 5; 8.

(D) 7; 8; 9.

**Lời giải.**

Theo định lý Pitago ta có  $15^2 = 9^2 + 12^2$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 26.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $BC = 17cm$ ,  $AB = 15cm$  thì  $AC$  bằng

(A)  $9cm$ .

(B)  $8cm$ .

(C)  $10cm$ .

(D) Đáp án khác.

**Lời giải.**

Theo định lý Pitago ta có  $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 17^2 - 15^2 = 64 = 8^2 \Rightarrow AC = 8cm$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 27.** Cho  $G$  là trọng tâm của  $\triangle DEF$  vẽ đường trung tuyến  $DH$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng

(A)  $\frac{DG}{DH} = \frac{1}{2}$ .

(B)  $\frac{DG}{GH} = 3$ .

(C)  $\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$ .

(D)  $\frac{GH}{DG} = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải.**

Theo tính chất đường trung tuyến thì  $\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 28.** Tam giác  $MNP$  có  $\widehat{M} = 70^\circ$ ,  $\widehat{N} = 50^\circ$ . Khi đó

(A)  $MN > MP > NP$ .

(B)  $MP > NP > MN$ .

(C)  $NP > MP > MN$ .

(D)  $NP > MN > MP$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\widehat{M} = 70^\circ$ ,  $\widehat{N} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{P} = 60^\circ$ .

Theo tính chất cạnh và góc đối diện ta có  $\widehat{N} < \widehat{P} < \widehat{M}$  suy ra  $NP > MN > MP$ .

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 29.** Cho tam giác  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ , vẽ  $BH \perp AC$  ( $H \in AC$ ), biết  $\widehat{A} = 50^\circ$ . Tính góc  $\widehat{HBC}$ .

(A)  $15^\circ$ .

(B)  $20^\circ$ .

(C)  $25^\circ$ .

(D)  $30^\circ$ .

**Lời giải.**

Trong  $\triangle BHA$  vuông tại  $H$  ta có

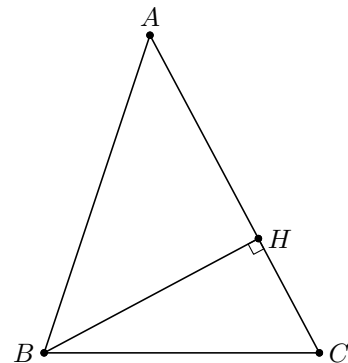
$\widehat{ABH} = 90^\circ - \widehat{BAC} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ .

Vậy  $\widehat{ABH} = 40^\circ$ .

Trong  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  ta có

$\widehat{HBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABH} = 65^\circ - 40^\circ = 15^\circ$ .

Vậy  $\widehat{HBC} = 15^\circ$ .



Chọn đáp án (A)

□

**Câu 30.** Cho tam giác  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  thỏa  $AD = AB$ . Câu nào **sai**?

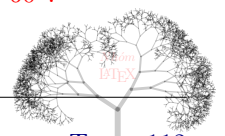
(A)  $\widehat{BCD} = \widehat{ABC} + \widehat{ADC}$ .

(B)  $\widehat{BCD} = 90^\circ$ .

(C)  $\widehat{DAC} = 2\widehat{ACB}$ .

(D)  $\widehat{BCD} = 60^\circ$ .

**Lời giải.**

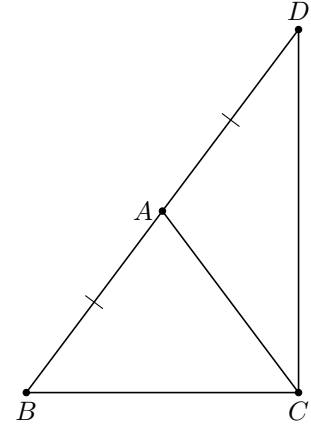


Ta có  $AD = AC \Rightarrow \triangle ACD$  cân tại  $A \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{D}$ .

$\triangle ABC$  cân tại  $A \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{ACB}$ .

Trong  $\triangle BCD$  có  $\widehat{B} + \widehat{ACB} + \widehat{ACD} + \widehat{D} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ACB} + \widehat{ACD} = 90^\circ$  suy ra  $\widehat{BCD} = 90^\circ \Rightarrow \triangle BCD$  vuông tại  $C$ .



Chọn đáp án **(D)**

**Câu 31.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = AC = 5$  cm. Vẽ  $AH \perp BC$  tại  $H$ . Phát biểu nào sau đây sai?

**(A)**  $\triangle AHB = \triangle AHC$ .

**(B)**  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

**(C)**  $BC = 5$  cm.

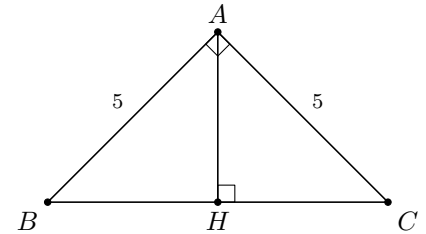
**(D)**  $\widehat{BAH} = 45^\circ$ .

**Lời giải.**

Giả sử  $BC = 5$  cm thì  $AB = AC = BC = 5$  cm

$\Rightarrow \triangle ABC$  đều  $\Rightarrow \widehat{A} = 60^\circ$  (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy giả sử là sai và ta có  $BC \neq 5$  cm.



Chọn đáp án **(C)**

**Câu 32.** Cho tam giác vuông có một cạnh góc vuông bằng 2 cm. Cạnh huyền bằng 1,5 lần cạnh góc vuông. Độ dài cạnh góc vuông còn lại là

**(A)**  $2\sqrt{5}$ .

**(B)**  $\sqrt{5}$ .

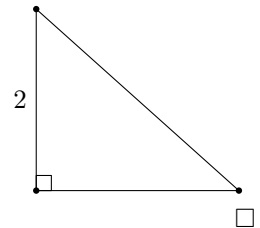
**(C)**  $3\sqrt{5}$ .

**(D)** Một kết quả khác.

**Lời giải.**

Cạnh huyền là  $1,5 \cdot 2 = 3$  (cm).

Do trong tam giác vuông, tổng bình phương hai cạnh góc vuông bằng bình phương cạnh huyền nên cạnh góc vuông còn lại là  $\sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$  (cm).



Chọn đáp án **(B)**

**Câu 33.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Cho biết  $AB = 18$  cm,  $AC = 24$  cm. Kết quả nào sau đây là chu vi của  $\triangle ABC$ ?

**(A)** 80 cm.

**(B)** 92 cm.

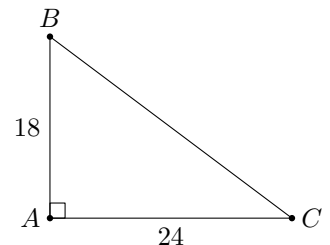
**(C)** 72 cm.

**(D)** 82 cm.

**Lời giải.**

Do  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  nên  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 30$  (cm)

Suy ra chu vi của  $\triangle ABC$  là  $AB + BC + CA = 72$  (cm).



Chọn đáp án **(C)**

**Câu 34.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $\widehat{B} = 50^\circ$ . Câu nào sau đây sai?

**(A)**  $AC < AB$ .

**(B)**  $AB < BC$ .

**(C)**  $BC < AC + AB$ .

**(D)**  $AC > BC$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\widehat{B} > \widehat{A} \Rightarrow AC < BC$  (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện).

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 35.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 10$  cm,  $AC = 8$  cm,  $BC = 6$  cm. So sánh nào sau đây đúng?

**(A)**  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ .

**(B)**  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ .

**(C)**  $\widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{A}$ .

**(D)**  $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$ .



**Lời giải.**

Ta có  $BC < AC < AB \Rightarrow \widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$  (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện).

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 36.** Bộ ba nào không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

**(A)** 3 cm, 4 cm, 5 cm.

**(B)** 6 cm, 9 cm, 12 cm.

**(C)** 2 cm, 4 cm, 6 cm.

**(D)** 5 cm, 8 cm, 10 cm.

**Lời giải.**

Do  $2 + 4 = 6$  nên bộ ba 2 cm, 4 cm, 6 cm không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chọn đáp án **(C)**

**Câu 37.** Cho  $AB = 6$  cm,  $M$  nằm trên trung trực của  $AB$ ,  $MA = 5$  cm,  $I$  là trung điểm  $AB$ . Kết quả nào sau đây là sai?

**(A)**  $MB = 5$  cm.

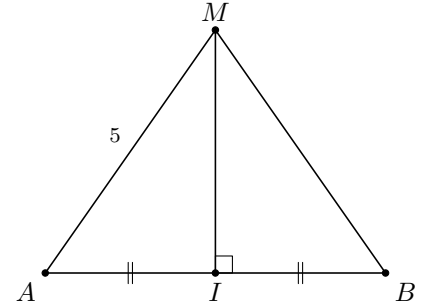
**(B)**  $MI = 4$  cm.

**(C)**  $\widehat{AMI} = \widehat{BMT}$ .

**(D)**  $MI = MA = MB$ .

**Lời giải.**

Ta có  $MA > MI$  (mối quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc).



Chọn đáp án **(D)**

**Câu 38.** Cho  $\triangle ABC$  có hai trung tuyến  $BM$  và  $CN$  cắt nhau tại  $G$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

**(A)**  $GN = GM$ .

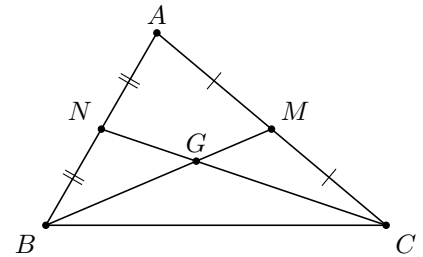
**(B)**  $GM = \frac{1}{3}GB$ .

**(C)**  $GN = \frac{1}{2}GC$ .

**(D)**  $GB = GC$ .

**Lời giải.**

Theo bài ra ta có  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC \Rightarrow GN = \frac{1}{2}GC$ .



Chọn đáp án **(C)**

**Câu 39.** Cho  $\triangle ABC$  cân. Biết  $AB = AC = 10$  cm,  $BC = 12$  cm.  $M$  là trung điểm  $BC$ . Độ dài trung tuyến  $AM$  là

**(A)** 22 cm.

**(B)** 4 cm.

**(C)** 8 cm.

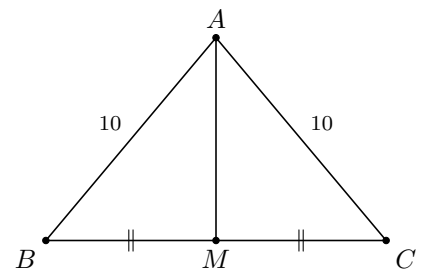
**(D)** 6 cm.

**Lời giải.**

Ta có  $\triangle ABC$  cân và  $M$  là trung điểm  $BC$

$\Rightarrow AM \perp BC$ . Xét  $\triangle ABM$  vuông tại  $M$  có

$$AM^2 = AB^2 - BM^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4} \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 - \frac{BC^2}{4}} = 8 \text{ (cm)}.$$



Chọn đáp án **(C)**

**Câu 40.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ,  $\widehat{A} = 80^\circ$ . Phân giác của góc  $B$  và góc  $C$  cắt nhau tại  $I$ . Số đo của góc  $BIC$  là

**(A)**  $40^\circ$ .

**(B)**  $20^\circ$ .

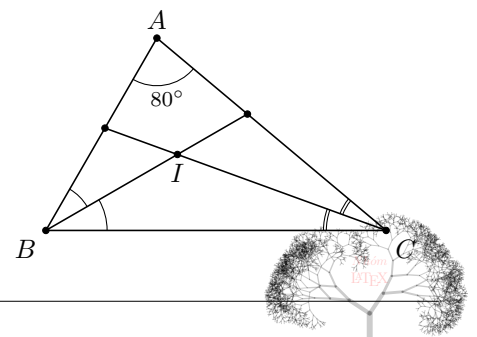
**(C)**  $50^\circ$ .

**(D)**  $130^\circ$ .

**Lời giải.**

Xét  $\triangle BIC$  có

$$\begin{aligned} \widehat{BIC} &= 180^\circ - \widehat{IBC} - \widehat{ICB} = 180^\circ - \frac{\widehat{ABC}}{2} - \frac{\widehat{ACB}}{2} \\ &= 90^\circ + \frac{180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{ACB}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2} = 130^\circ. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

**Câu 41.** Cho  $\triangle ABC$  có  $CN$ ,  $BM$  là các đường trung tuyến, góc  $ANC$  và góc  $CMB$  là góc tù. Ta có

- (A)**  $AB < AC < CB$ . **(B)**  $BC < AB < BC$ . **(C)**  $AC < BC < AB$ . **(D)**  $AB < BC < AC$ .

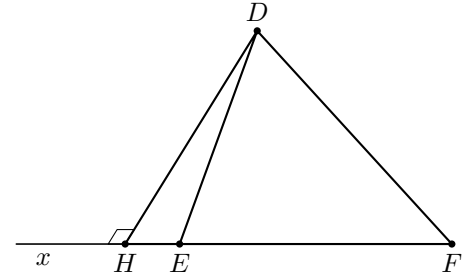
**Lời giải.**

**Ta chứng minh bổ đề sau:** Cho  $\triangle DEF$  có  $\widehat{E}$ ,  $\widehat{F}$  là các góc nhọn, khi đó hình chiếu của  $D$  lên đường thẳng  $EF$  sẽ nằm trên đoạn thẳng  $EF$ .

**Chứng minh:** Gọi  $H$  là hình chiếu của  $D$  lên đường thẳng  $EF$  và giả sử  $H$  không thuộc đoạn  $EF$ . Khi đó, không mất tính tổng quát ta có thể giả thiết  $H$  nằm trên tia  $Ex$  là tia đối của tia  $EF$  ( $H \neq E$ ).

Ta có  $\widehat{DHx}$  là góc ngoài của  $\triangle DHE \Rightarrow \widehat{DHx} > \widehat{DEH}$ . Mà  $\widehat{DEF}$  là góc nhọn nên  $\widehat{DEH}$  là góc tù, suy ra  $90^\circ = \widehat{DHx} > \widehat{DEH} > 90^\circ$  (vô lí).

Vậy giả sử là sai và ta có điều phải chứng minh.



Trở lại bài toán, ta có góc  $\widehat{ANC}$  và  $\widehat{BMC}$  là góc tù

$\Rightarrow \widehat{BAM}$  và  $\widehat{BMA}$  là góc nhọn

$\Rightarrow$  hình chiếu  $K$  từ  $B$  lên  $AM$  nằm trên đoạn thẳng  $AM$ .

Do đó  $CH > CM = AM > AH$ . Theo định lí Py - ta - go, ta có

$$BC^2 = BH^2 + CH^2 > BH^2 + AH^2 = AB^2 \Rightarrow BC > AB.$$

Hoàn toàn tương tự, ta cũng chứng minh được  $AC > BC$ .

Vậy  $AB < BC < AC$ .

Chọn đáp án **(D)**

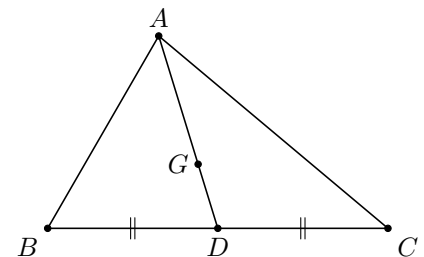
□

**Câu 42.** Cho  $\triangle ABC$  với  $AD$  là trung tuyến,  $G$  là trọng tâm,  $AD = 12$  cm. Khi đó độ dài đoạn  $GD$  bằng

- (A)** 8 cm. **(B)** 9 cm. **(C)** 6 cm. **(D)** 4 cm.

**Lời giải.**

Do  $G$  là trọng tâm và  $AD$  là trung tuyến của  $\triangle ABC$  nên  $GD = \frac{1}{3}AD = 4$  (cm).



Chọn đáp án **(D)**

□

**Câu 43.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 75^\circ$ ,  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $\widehat{C} = 45^\circ$ . Cách viết nào sau đây đúng?

- (A)**  $AB < BC < AC$ . **(B)**  $BC < AC < AB$ . **(C)**  $AB < AC < BC$ . **(D)**  $AC < BC < AB$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C} \Rightarrow AB < AC < BC$  (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện).

Chọn đáp án **(C)**

□

**Câu 44.** Cho  $\triangle RQS$ , biết rằng  $RQ = 6$  cm,  $QS = 7$  cm,  $RS = 5$  cm.

- (A)**  $\widehat{Q} < \widehat{S} < \widehat{R}$ . **(B)**  $\widehat{R} < \widehat{S} < \widehat{Q}$ . **(C)**  $\widehat{S} < \widehat{R} < \widehat{Q}$ . **(D)**  $\widehat{R} > \widehat{Q} > \widehat{S}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $RS < RQ < QS \Rightarrow \widehat{Q} < \widehat{S} < \widehat{R}$  (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện).

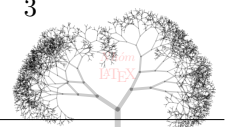
Chọn đáp án **(A)**

□

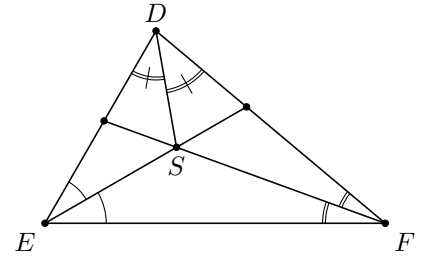
**Câu 45.** Cho  $\triangle DEF$  có  $D = 80^\circ$  các đường phân giác  $EM$  và  $FN$  cắt nhau tại  $S$  ta có

- (A)**  $\widehat{EDS} = 40^\circ$ . **(B)**  $\widehat{EDS} = 160^\circ$ . **(C)**  $SD = SE = SF$ . **(D)**  $SE = \frac{2}{3}EM$ .

**Lời giải.**



Theo bài ra ta có  $DS$  là tia phân giác của  $\widehat{D} \Rightarrow \widehat{EDS} = \frac{\widehat{D}}{2} = 40^\circ$ .



Chọn đáp án (A)

□

**Câu 46.**  $\triangle ABC$  cân  $AC = 4$  cm,  $BC = 9$  cm. Chu vi  $\triangle ABC$  là

- (A) Không tính được. (B) 22 cm. (C) 17 cm. (D) 20 cm.

**Lời giải.**

Do  $\triangle ABC$  cân nên ta phải có  $AB = AC = 4$  cm hoặc  $AB = BC = 9$  cm

☑ Nếu  $AB = AC = 4$  cm thì  $AB + AC = 8 < 9 = BC$  (mâu thuẫn với bất đẳng thức tam giác).

☑ Nếu  $AB = BC = 9$  cm thì chu vi  $\triangle ABC$  là  $AB + BC + CA = 22$  (cm).

Vậy chu vi  $\triangle ABC$  là 22 cm.

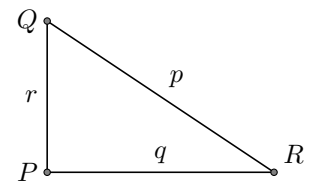
Chọn đáp án (B)

□

**Câu 47.**

Cho  $\triangle PQR$  vuông (theo hình vẽ). Mệnh đề nào **đúng**?

- (A)  $r^2 = q^2 - p^2$ . (B)  $p^2 + q^2 = r^2$ . (C)  $q^2 = p^2 - r^2$ . (D)  $q^2 - r^2 = p^2$ .



**Lời giải.**

Theo định lý Pitago ta có  $p^2 = q^2 + r^2 \Rightarrow q^2 = p^2 - r^2$

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 48.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $\widehat{C} = 50^\circ$ . Câu nào sau đây **đúng**?

- (A)  $AB > AC$ . (B)  $AC < BC$ . (C)  $AB > BC$ . (D) Một đáp số khác.

**Lời giải.**

! Trong tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn.

Ta có  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $\widehat{C} = 50^\circ \Leftrightarrow \widehat{A} = 70^\circ$ . Do đó  $AB < AC < BC$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 49.** Với một bộ ba đoạn thẳng có số đo sau đây, bộ ba nào **không thể** là ba cạnh của một tam giác?

- (A) 3cm, 4cm, 5cm. (B) 6cm, 9cm, 12cm. (C) 2cm, 4cm, 6cm. (D) 5cm, 8cm, 10cm.

**Lời giải.**

! Trong tam giác, tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh còn lại, hiệu hai cạnh luôn nhỏ hơn cạnh còn lại.

Kiểm tra tính chất ta có kết quả.

Chọn đáp án (C)

□

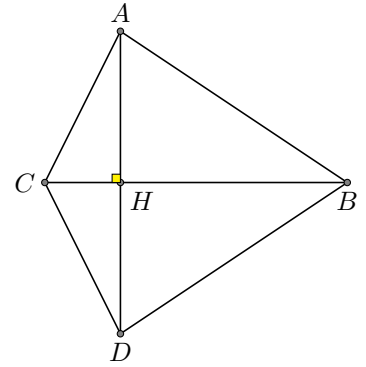
**Câu 50.** Cho tam giác  $\triangle ABC$  có  $\widehat{B} < \widehat{C} < 90^\circ$ . Vẽ  $AH \perp BC (H \in BC)$ . Trên tia đối của tia  $HA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $HD = HA$ . Câu nào sau đây **đúng**?

- (A)  $AC > AB$ . (B)  $DB > DC$ . (C)  $DC > AB$ . (D)  $AC > BD$ .

**Lời giải.**



Dựa vào tính chất cạnh đối diện góc lớn hơn thì lớn hơn.



Chọn đáp án **(B)**

**Câu 51.** Cho tam giác  $\triangle MNP$  có  $\widehat{M} = 110^\circ$ ,  $\widehat{N} = 40^\circ$ . Cạnh nhỏ nhất của  $\triangle NMP$  là

**(A)**  $MN$ .

**(B)**  $MP$ .

**(C)**  $NP$ .

**(D)** Không có cạnh nhỏ nhất.

**Lời giải.**

Dựa vào tính chất cạnh đối diện góc lớn hơn thì lớn hơn. Do đó góc nhỏ nhất  $\widehat{P} = 30^\circ$  nên cạnh  $MN$  là nhỏ nhất.

Chọn đáp án **(A)**

**Câu 52.** Cho tam giác cân, biết hai trong ba cạnh có độ dài là 3 cm và 8 cm. Chu vi của tam giác đó là

**(A)** 11 cm.

**(B)** 14 cm.

**(C)** 16 cm.

**(D)** 19 cm.

**Lời giải.**

Dựa vào tính chất tổng 2 cạnh của một tam giác lớn hơn cạnh còn lại và hiệu hai cạnh của tam giá nhỏ hơn cạnh còn lại. Từ đề bài ta có tam giác cân với cạnh bên là 8 cm và cạnh đáy là 3 cm. Vậy chu vi tam giác là 19 cm.

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 53.**

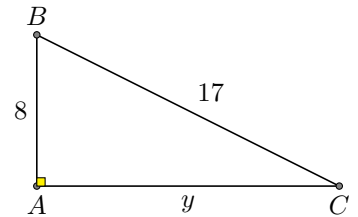
Quan sát hình bên và chọn giá trị đúng của  $y$

**(A)**  $y = 9$ .

**(B)**  $y = 25$ .

**(C)**  $y = 225$ .

**(D)**  $y = 15$ .



**Lời giải.**

Áp dụng định lý Pitago.

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 54.** Đánh dấu "X" vào ô thích hợp

STT	Nội dung	Đúng	Sai
1	Nếu hai tam giác có ba góc bằng nhau từng đôi một thì hai tam giác đó bằng nhau.		
2	Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $AB = DE$ , $BC = EF$ , $\widehat{B} = \widehat{E}$ thì $\triangle ABC = \triangle DEF$ .		
3	Trong một tam giác, có ít nhất là hai góc nhọn.		
4	Nếu góc $\widehat{A}$ là góc ở đáy một tam giác cân thì $\widehat{A} < 90^\circ$		

**Lời giải.**

STT	Nội dung	Đúng	Sai
1	Nếu hai tam giác có ba góc bằng nhau từng đôi một thì hai tam giác đó bằng nhau.		X
2	Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $AB = DE$ , $BC = EF$ , $\widehat{B} = \widehat{E}$ thì $\triangle ABC = \triangle DEF$ .	X	
3	Trong một tam giác, có ít nhất là hai góc nhọn.	X	
4	Nếu góc $\widehat{A}$ là góc ở đáy một tam giác cân thì $\widehat{A} < 90^\circ$	X	

**Câu 55.** Đánh dấu "X" vào ô thích hợp

STT	Nội dung	Đúng	Sai
A	Tam giác vuông có hai góc nhọn.		
B	Tam giác cân có một góc bằng $60^\circ$ là tam giác đều.		
C	Trong một tam giác có ít nhất một góc nhọn.		
D	Nếu một tam giác có một cạnh bằng 12, một cạnh bằng 5 và một cạnh bằng 13 thì tam giác đó là tam giác vuông.		

**Lời giải.**





STT	Nội dung	Đúng	Sai
A	Tam giác vuông có hai góc nhọn.	X	
B	Tam giác cân có một góc bằng $60^\circ$ là tam giác đều.	X	
C	Trong một tam giác có ít nhất một góc nhọn.		X
D	Nếu một tam giác có một cạnh bằng 12, một cạnh bằng 5 và một cạnh bằng 13 thì tam giác đó là tam giác vuông.	X	

**Câu 56.** Cho các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào là ba cạnh của tam giác

- (A)  $AB - BC > AC$ . (B)  $AB + BC > AC$ . (C)  $AB + AC > BC$ . (D)  $BC > AB$ .

**Lời giải.**

Áp dụng tính chất trong một tam giác tổng hai cạnh lớn hơn cạnh còn lại.

Chọn đáp án (B)

**Câu 57.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 70^\circ$ ,  $I$  là giao điểm của ba đường phân giác, khẳng định nào là **đúng**?

- (A)  $\widehat{BIC} = 110^\circ$ . (B)  $\widehat{BIC} = 125^\circ$ . (C)  $\widehat{BIC} = 115^\circ$ . (D)  $\widehat{BIC} = 140^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\widehat{BIC} = \widehat{A} + \frac{B + C}{2} = 70^\circ + \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 125^\circ$ .

**Câu 58.** Trong một tam giác, điểm cách đều ba cạnh của tam giác là

- (A) Giao điểm ba đường trung tuyến. (B) Giao điểm ba đường trung trực. (C) Giao điểm ba đường phân giác. (D) Giao điểm ba đường cao.

**Lời giải.**

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác cách đều 3 cạnh tam giác là giao điểm 3 đường cao.

Chọn đáp án (B)

**Câu 59.** Cho  $\triangle ABC$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$ .  $G$  là trọng tâm của tam giác và  $AM = 12$  cm. Độ dài đoạn thẳng  $AG = ?$

- (A) 8cm. (B) 6cm. (C) 4cm. (D) 3cm.

**Lời giải.**

Áp dụng tính chất trong tâm của tam giác ta có  $AG = \frac{2}{3}AM$  nên  $AG = 8$ cm

Chọn đáp án (A)

**Câu 60.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 50^\circ$ ,  $\widehat{B} = 35^\circ$ . Cạnh lớn nhất của  $\triangle ABC$  là

- (A)  $AB$ . (B)  $BC$ . (C)  $AC$ . (D) Không có.

**Lời giải.**

Trong tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn.

Ta có  $\widehat{A} = 50^\circ$ ,  $\widehat{B} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 95^\circ$ . Vậy  $AB$  là cạnh lớn nhất.

Chọn đáp án (A)

**Câu 61.** Trong  $\triangle ABC$  nếu  $AB = 4$ cm,  $AC = 11$ cm thì độ dài cạnh  $BC$  có thể là

- (A) 5cm. (B) 7cm. (C) 10cm. (D) 16cm.

**Lời giải.**

Trong tam giác, tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh còn lại, hiệu hai cạnh luôn nhỏ hơn cạnh còn lại.

Ta có  $AB = 4$ cm,  $AC = 11$ cm nên cạnh  $BC$  có thể là 10cm.

Chọn đáp án (C)

**Câu 62.** Trong  $\triangle ABC$  có  $AB = 6$ cm,  $BC = 8$ cm,  $AC = 5$ cm. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

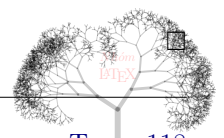
- (A)  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ . (B)  $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$ . (C)  $\widehat{A} < \widehat{C} < \widehat{B}$ . (D)  $\widehat{A} > \widehat{C} > \widehat{B}$ .

**Lời giải.**

Trong tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn.

Ta có  $BC > AB > AC$  nên  $\widehat{A} > \widehat{C} > \widehat{B}$

Chọn đáp án (D)



**Câu 63.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Trên hai cạnh  $AB$  và  $AC$  lần lượt lấy các điểm  $M$  và  $N$ . Đáp án nào sau đây là sai.

- (A)  $BC > AC$ . (B)  $MN > BC$ . (C)  $MN < BC$ . (D)  $BN > BA$ .

**Lời giải.**

$BC$  là cạnh huyền nên là cạnh lớn nhất.

Chọn đáp án (B) ☐

**Câu 64.** Trong các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như nhau, trường hợp nào **không** là độ dài ba cạnh của một tam giác?

- (A) 9m, 4m, 6m. (B) 4m, 5m, 1m. (C) 7m, 7m, 3m. (D) 6m, 6m, 6m.

**Lời giải.**



Trong tam giác, tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh còn lại, hiệu hai cạnh luôn nhỏ hơn cạnh còn lại.

Ta có  $4 + 1 = 5$  nên bộ ba 4m, 5m, 1m **không** là độ dài 3 cạnh của tam giác.

Chọn đáp án (B) ☐

**Câu 65.** Trong  $\triangle ABC$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A)  $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$ . (B)  $\hat{A} < \hat{C} < \hat{B}$ . (C)  $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$ . (D)  $\hat{C} < \hat{A} < \hat{B}$ .

**Lời giải.**



Trong tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn.

Ta có  $AB < AC < BC$  nên  $\hat{C} > \hat{B} > \hat{A}$

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 66.** Cho  $\triangle MNP$  vuông tại  $M$ , khi đó

- (A)  $MN > NP$ . (B)  $MP > MN$ . (C)  $MN > MP$ . (D)  $NP > MN$ .

**Lời giải.**



Trong tam giác vuông, cạnh huyền là cạnh lớn nhất.

Ta có  $\triangle MNP$  vuông tại  $M$  nên  $NP$  là cạnh lớn nhất nên  $NP > MN$ .

Chọn đáp án (D) ☐

**Câu 67.** Các phân giác trong của một tam giác cắt nhau tại một điểm, điểm đó gọi là

- (A) Trọng tâm tam giác. (B) Tâm đường tròn nội tiếp tam giác.  
(C) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. (D) Trực tâm tam giác.

**Lời giải.**

Trong tam giác



1. **Trực tâm** là giao điểm ba đường cao.
2. **Trọng tâm** là giao điểm ba đường trung tuyến.
3. **Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác** là giao điểm ba đường trung trực.
4. **Tâm đường tròn nội tiếp** là giao điểm ba đường phân giác trong.

**Tâm đường tròn nội tiếp** là giao điểm ba đường phân giác trong.

Chọn đáp án (B) ☐

**Câu 68.** Trực tâm của tam giác là giao điểm của

- (A) Ba đường trung tuyến. (B) Ba đường phân giác. (C) Ba đường trung trực. (D) Ba đường cao.

**Lời giải.**

Trong tam giác



1. **Trực tâm** là giao điểm ba đường cao.
2. **Trọng tâm** là giao điểm ba đường trung tuyến.
3. **Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác** là giao điểm ba đường trung trực.

! 4. **Tâm đường tròn nội tiếp** là giao điểm ba đường phân giác trong.

**Trực tâm** là giao điểm ba đường cao.

Chọn đáp án (D) ☐

**Câu 69.** Tam giác cân có độ dài hai cạnh là 5cm, 11cm thì chu vi tam giác đó là

(A) 27cm.

(B) 21cm.

(C) Cả hai đều đúng.

(D) Cả hai đều sai.

**Lời giải.**

! Trong tam giác, tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh còn lại, hiệu hai cạnh nhỏ hơn cạnh còn lại.

Ta có  $5 + 5 < 11$  nên ba cạnh tam giác lần lượt là 5, 11, 11cm. Do đó chu vi tam giác đã cho là 27cm.

Chọn đáp án (A) ☐

**Câu 70.** Cho  $\widehat{xOy} = 60^\circ$ .  $Oz$  là tia phân giác,  $M$  là điểm trên tia  $Oz$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến cạnh  $Oy$  là 5cm. Khoảng cách từ  $M$  đến  $Ox$  là

(A) 10cm.

(B) 5cm.

(C) 30cm.

(D) 12cm.

**Lời giải.**

! Các điểm trên đường phân giác cách đều 2 cạnh tạo thành góc đó.

Ta có  $M$  nằm trên đường phân giác nên cách đều  $Ox$  và  $Oy$ .

Chọn đáp án (B) ☐

**Câu 71.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ ,  $AH$  là đường phân giác. Biết  $AB = 10\text{cm}$ ,  $BC = 16\text{cm}$ .  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ . Kết luận nào sau đây **đúng**.

(A)  $AG = 4\text{cm}$ .

(B)  $GH = 2\text{cm}$ .

(C)  $AH = 6\text{cm}$ .

(D) Cả ba câu trên đều đúng.

**Lời giải.**

! Trong tam giác, khoảng cách từ trọng tâm đến đỉnh bằng  $\frac{2}{3}$  đường trung tuyến, khoảng cách từ trọng tâm đến trung điểm cạnh bằng  $\frac{1}{3}$  đường trung tuyến.

Ta có  $D$  là trọng tâm  $\triangle ABC$  và  $AH = 6\text{cm}$ ,  $AG = 4\text{cm}$ ,  $GH = 2\text{cm}$ .

Chọn đáp án (D) ☐

**Câu 72.** Điền từ

1. Giao điểm của ba đường cao trong tam giác gọi là ...
2. Điểm nằm trên ... của đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.
3. Giao điểm của ba đường trung tuyến trong tam giác gọi là ...
4. Tâm đường tròn ngoại tiếp là ...
5. Tâm đường tròn nội tiếp là ...
6. Điểm cách đều ba cạnh của tam giác là ...
7. Điểm cách đều ba đỉnh của tam giác là ...

**Lời giải.**

1. Giao điểm của ba đường cao trong tam giác gọi là **trực tâm của tam giác**.
2. Điểm nằm trên **trung điểm** của đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.
3. Giao điểm của ba đường trung tuyến trong tam giác gọi là **trọng tâm của tam giác**.
4. Tâm đường tròn ngoại tiếp là **giao điểm ba đường trung trực**.
5. Tâm đường tròn nội tiếp là **giao điểm ba đường phân giác trong**.



6. Điểm cách đều ba cạnh của tam giác là **tâm đường tròn nội tiếp hoặc bàng tiếp của tam giác**.

7. Điểm cách đều ba đỉnh của tam giác là **tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác**.

□

**Câu 73.** Cạnh lớn nhất trong  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 80^\circ$ ,  $\widehat{B} = 40^\circ$  là

(A)  $AB$ .

(B)  $AC$ .

(C)  $BC$ .

(D) Đáp án khác.

**Lời giải.**

Trong tam giác, cạnh đối diện góc lớn nhất là cạnh lớn nhất.

$\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 80^\circ$ ,  $\widehat{B} = 40^\circ$  nên  $\widehat{C} = 60^\circ$ . Vậy cạnh  $BC$  là cạnh lớn nhất.

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 74.**

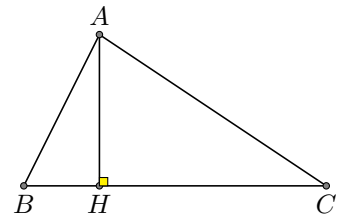
Trong hình bên, biết rằng  $AB < AC$ . Kết luận nào sau đây **đúng**?

(A)  $HB < HC$ .

(B)  $HB > HC$ .

(C)  $HN = HC$ .

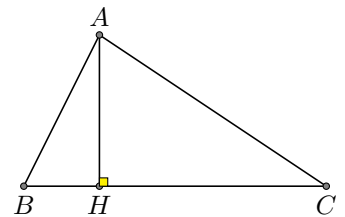
(D) Đáp án khác.



**Lời giải.**

Trong tam giác, cạnh đối diện góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

Ta có  $AB < AC$  nên  $\widehat{C} < \widehat{B}$ . Mặt khác  $\widehat{BAH}$  phụ với góc  $\widehat{B}$  và  $\widehat{CAH}$  phụ với góc  $\widehat{C}$  nên  $\widehat{BAH} < \widehat{CAH}$ , do đó  $HB < HC$



Chọn đáp án (A)

□

**Câu 75.** Độ dài hai cạnh góc vuông liên tiếp lần lượt là 3cm và 4 cm thì độ dài cạnh huyền là

(A) 5cm.

(B) 7cm.

(C) 6cm.

(D) 14cm.

**Lời giải.**

Trong tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông.

Ta có hai cạnh góc vuông liên tiếp lần lượt là 3cm và 4cm thì độ dài cạnh huyền là  $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{cm}$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 76.** Tam giác có một góc  $60^\circ$  thì với điều kiện nào thì trở thành tam giác đều

(A) Hai cạnh bằng nhau.

(B) Ba góc nhọn.

(C) Hai góc nhọn.

(D) Một cạnh đáy.

**Lời giải.**

Áp dụng tính chất tam giác cân có góc  $60^\circ$  là tam giác đều.

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 77.** Nếu  $AM$  là đường trung tuyến và  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$  thì

(A)  $AM = AB$ .

(B)  $AG = \frac{2}{3}AM$ .

(C)  $AG = \frac{3}{4}AB$ .

(D)  $AM = AG$ .

**Lời giải.**

Trong tam giác, khoảng cách từ trọng tâm đến đỉnh bằng  $\frac{2}{3}$  đường trung tuyến, khoảng cách từ trọng tâm đến trung điểm cạnh bằng  $\frac{1}{3}$  đường trung tuyến.

Áp dụng tính chất trọng tâm tam giác ta có  $AG = \frac{2}{3}AM$ .

Chọn đáp án (B)

□



**Câu 78.** Ba độ dài nào dưới đây là độ dài ba cạnh của một tam giác

- (A) 2cm, 4cm, 6cm. (B) 1cm, 3cm, 5cm. (C) 2cm, 3cm, 4cm. (D) 2cm, 3cm, 5cm.

Lời giải.

Trong tam giác, tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh còn lại, hiệu hai cạnh nhỏ hơn cạnh còn lại.

Áp dụng tính chất tổng, hiệu hai cạnh của tam giác ta có bộ số 2cm, 3cm, 4cm là độ dài ba cạnh tam giác.  
Chọn đáp án (C)

**Câu 79.**  $\triangle ABC$  có  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 30^\circ$  thì quan hệ ba cạnh  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  là

- (A)  $BC > AC > AB$ . (B)  $AC > AB > BC$ . (C)  $AB > AC > BC$ . (D)  $BC > AB > AC$ .

Lời giải.

Trong tam giác, cạnh đối diện góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

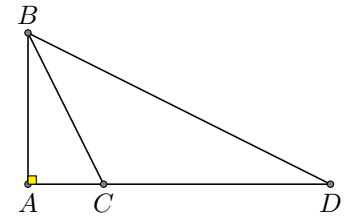
Ta có  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 30^\circ$  nên  $\hat{C} = 60^\circ$ . Từ  $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$  suy ra  $BC > AB > AC$

Chọn đáp án (D)

**Câu 80.**

So sánh  $AB$ ,  $AC$ ,  $BD$  (hình vẽ) ta được

- (A)  $AB < BC < BD$ . (B)  $AB > BC > BD$ .  
(C)  $BC > BD > AB$ . (D)  $BD < BC < AB$ .



Lời giải.

Qua điểm cho trước nằm ngoài đường thẳng, khoảng cách từ điểm đó đến hình chiếu vuông góc là ngắn nhất.

Ta có  $AB$  là đoạn ngắn nhất.

Chọn đáp án (A)

**Câu 81.**  $\triangle ABC$  có  $G$  là trọng tâm,  $AM$  là đường trung tuyến, ta có

- (A)  $AG = \frac{1}{3}AM$ . (B)  $AG = \frac{2}{3}AM$ . (C)  $AG = \frac{1}{2}AM$ . (D)  $AG = \frac{3}{2}AM$ .

Lời giải.

Trong tam giác, khoảng cách từ trọng tâm đến đỉnh bằng  $\frac{2}{3}$  đường trung tuyến, khoảng cách từ trọng tâm đến trung điểm cạnh bằng  $\frac{1}{3}$  đường trung tuyến.

Áp dụng tính chất trọng tâm của tam giác.

Chọn đáp án (B)

**Câu 82.**  $M$  là trung điểm  $BC$  trong  $\triangle ABC$ .  $AM$  được gọi là đường gì của tam giác?

- (A) Đường cao. (B) Đường phân giác. (C) Đường trung tuyến. (D) Đường trung trực.

Lời giải.

Áp dụng định nghĩa đường trung tuyến của tam giác.

Chọn đáp án (C)

**Câu 83.**  $\triangle ABC$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 7\text{cm}$ . Ta có

- (A)  $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ . (B)  $\hat{C} > \hat{B} > \hat{A}$ . (C)  $\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$ . (D)  $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$ .

Lời giải.

Trong tam giác, cạnh đối diện góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

Ta có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 7\text{cm}$  nên  $BC > AC > AB$ . Vậy  $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ .

**Câu 84.** Trong các bộ số sau, bộ ba số nào dưới đây **không thể** là độ dài ba cạnh của một tam giác

- (A) 4cm, 7cm, 10cm. (B) 6cm, 8cm, 6cm. (C) 5cm, 4cm, 2cm. (D) 7cm, 3cm, 2cm.

Lời giải.

Trong tam giác, tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh còn lại, hiệu hai cạnh nhỏ hơn cạnh còn lại.

Áp dụng tính chất tổng, hiệu hai cạnh của tam giác ta có bộ số 7cm, 3cm, 2cm không là độ dài ba cạnh tam giác.  
Chọn đáp án **(D)**

**Câu 85.**  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 80^\circ$ ,  $\widehat{B} = 70^\circ$  thì quan hệ ba cạnh  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  là  
**(A)**  $AB > AC > BC$ . **(B)**  $AC > AB > BC$ . **(C)**  $BC > AC > AB$ . **(D)**  $BC > AB > AC$ .

Lời giải.

! Trong tam giác, cạnh đối diện góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

Ta có  $\widehat{A} = 80^\circ$ ,  $\widehat{B} = 70^\circ$  nên  $\widehat{C} = 30^\circ$ . Từ  $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$  suy ra  $BC > AC > AB$   
 Chọn đáp án **(C)**

**Câu 86.**  $\triangle ABC$  có  $G$  là trọng tâm,  $AM$  là đường trung tuyến, đáp án nào sau đây là sai  
**(A)**  $\frac{AM}{AG} = \frac{3}{2}$ . **(B)**  $\frac{MG}{AG} = \frac{1}{2}$ . **(C)**  $\frac{AM}{MG} = \frac{1}{3}$ . **(D)**  $\frac{AG}{MG} = 2$ .

Lời giải.

! Trong tam giác, khoảng cách từ trọng tâm đến đỉnh bằng  $\frac{2}{3}$  đường trung tuyến, khoảng cách từ trọng tâm đến trung điểm cạnh bằng  $\frac{1}{3}$  đường trung tuyến, khoảng cách từ trọng tâm đến đỉnh gấp 2 khoảng cách từ trọng tâm đến trung điểm của cạnh.

Áp dụng tính chất trọng tâm của tam giác.  
 Chọn đáp án **(A)**

**Câu 87.** Đánh dấu "X" vào ô thích hợp

STT	Câu	Đúng	Sai
A	Trong tam giác vuông, cạnh huyền là cạnh lớn nhất.		
B	Trong tam giác giao điểm ba đường phân giác cách đều ba cạnh của tam giác đó.		
C	Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời cũng là đường trung tuyến ứng với cạnh này.		
D	Trục tâm là giao điểm của ba đường trung trực.		

Lời giải.

STT	Câu	Đúng	Sai
A	Trong tam giác vuông, cạnh huyền là cạnh lớn nhất.	X	
B	Trong tam giác giao điểm ba đường phân giác cách đều ba cạnh của tam giác đó.	X	
C	Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời cũng là đường trung tuyến ứng với cạnh này.	X	
D	Trục tâm là giao điểm của ba đường trung trực.		X

**Câu 88.**  $\triangle ABC$  có  $AB < BC < AC$  thì  
**(A)**  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ . **(B)**  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$ . **(C)**  $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$ . **(D)**  $\widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{A}$ .

Lời giải.

! Trong tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn.

Ta có  $AB < BC < AC$  nên  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$   
 Chọn đáp án **(B)**

**Câu 89.**  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $AB = 5\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác đó thì độ dài của  $AG$  sẽ là  
**(A)**  $AG = 1\text{cm}$ . **(B)**  $AG = 2\text{cm}$ . **(C)**  $AG = 3\text{cm}$ . **(D)**  $AG = 4\text{cm}$ .

Lời giải.

Áp dụng định lý Pitago trong  $\triangle ABM$  vuông tại  $M$ , với  $M$  là trung điểm  $BC$ .  
 Chọn đáp án **(C)**

**Câu 90.** Tam giác có độ dài ba cạnh là bộ ba nào trong các bộ ba sau đây là tam giác vuông  
**(A)** 4cm, 5cm, 6cm. **(B)** 3cm, 4cm, 5cm. **(C)** 4cm, 7cm, 10cm. **(D)** 4cm, 8cm, 12cm.

Lời giải.

Kiểm tra định lý Pitago ta có 3cm, 4cm, 5cm lập thành tam giác vuông.  
 Chọn đáp án **(B)**



**Câu 91.**  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = \widehat{B} = 60^\circ$ .  $\triangle ABC$  là

- (A) Tam giác vuông cân. (B) Tam giác vuông. (C) Tam giác đều. (D) Tam giác cân.

**Lời giải.**

Áp dụng định nghĩa tam giác cân có góc  $60^\circ$  là tam giác đều.

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 92.**  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  và có  $\widehat{A} = 40^\circ$  thì góc ngoài đỉnh  $C$  bằng

- (A)  $40^\circ$ . (B)  $90^\circ$ . (C)  $100^\circ$ . (D)  $110^\circ$ .

**Lời giải.**

Góc ngoài đỉnh  $C$  bằng  $\widehat{A} + \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = 110^\circ$ .

Chọn đáp án (D)

□

**Câu 93.** Ba độ dài nào dưới đây là độ dài ba cạnh của một tam giác?

- (A) 2 cm, 4 cm, 6 cm. (B) 1 cm, 3 cm, 5 cm. (C) 2 cm, 3 cm, 4 cm. (D) 2 cm, 3 cm, 5 cm.

**Lời giải.**

Bộ ba độ dài là ba cạnh của tam giác phải thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

☒ Tổng hai cạnh lớn hơn cạnh còn lại.

☒ Hiệu hai cạnh nhỏ hơn cạnh còn lại.

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 94.**  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $\widehat{B} = 30^\circ$  thì quan hệ giữa ba cạnh  $AB, AC, BC$  là

- (A)  $BC > AC > AB$ . (B)  $AC > AB > BC$ . (C)  $AB > AC > BC$ . (D)  $BC > AB > AC$ .

**Lời giải.**

$BC > AB > AC$ .

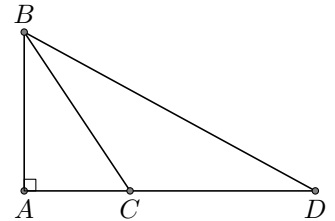
Chọn đáp án (D)

□

**Câu 95.**

Quan sát hình vẽ bên, nhận định nào sau đây đúng?

- (A)  $AB < BC < BD$ . (B)  $AB > BC > BD$ .  
(C)  $BC > BD > AB$ . (D)  $BD < BC < AB$ .



**Lời giải.**

$AB < BC < BD$ .

Chọn đáp án (A)

□

**Câu 96.**  $\triangle ABC$  có  $G$  là trọng tâm,  $AM$  là đường trung tuyến thì

- (A)  $AG = \frac{1}{3}AM$ . (B)  $AG = \frac{2}{3}AM$ . (C)  $AG = \frac{1}{2}AM$ . (D)  $AG = \frac{3}{2}AM$ .

**Lời giải.**

Theo định nghĩa đường trung tuyến thì  $AG = \frac{2}{3}AM$ .

Chọn đáp án (B)

□

**Câu 97.** Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  trong  $\triangle ABC$ . Khi đó  $AM$  là đường gì trong  $\triangle ABC$ ?

- (A) Đường cao. (B) Đường phân giác. (C) Đường trung tuyến. (D) Đường trung trực.

**Lời giải.**

Khi  $M$  là trung điểm của  $BC$  trong  $\triangle ABC$  thì  $AM$  là đường trung tuyến.

Chọn đáp án (C)

□

**Câu 98.**  $\triangle ABC$  có  $AB = 3$  cm,  $AC = 5$  cm,  $BC = 7$  cm thì

- (A)  $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$ . (B)  $\widehat{C} > \widehat{B} > \widehat{A}$ . (C)  $\widehat{B} > \widehat{A} > \widehat{C}$ . (D)  $\widehat{A} > \widehat{C} > \widehat{B}$ .

**Lời giải.**

Vì  $BC > AC > AB$  nên  $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$ .

Chọn đáp án (A)

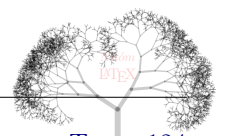
□

**Câu 99.** Trong các bộ ba số sau, bộ ba số nào không thể là ba cạnh của một tam giác?

- (A) 4 cm, 7 cm, 10 cm. (B) 6 cm, 8 cm, 6 cm. (C) 5 cm, 4 cm, 2 cm. (D) 7 cm, 3 cm, 2 cm.

**Lời giải.**

Bộ ba độ dài là ba cạnh của tam giác phải thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:



☒ Tổng hai cạnh lớn hơn cạnh còn lại.

☒ Hiệu hai cạnh nhỏ hơn cạnh còn lại.

nên phương án 7 cm, 3 cm, 2 cm không thỏa mãn vì  $3 + 2 < 7$ .

Chọn đáp án **(D)**

☐

**Câu 100.**  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 80^\circ, \widehat{B} = 70^\circ$  thì

**(A)**  $AB > AC > BC$ .

**(B)**  $AC > AB > BC$ .

**(C)**  $BC > AC > AB$ .

**(D)**  $BC > AB > AC$ .

**Lời giải.**

Vì  $\widehat{A} = 80^\circ, \widehat{B} = 70^\circ$  nên  $\widehat{C} = 50^\circ$ . Do đó  $BC > AC > AB$ .

Chọn đáp án **(C)**

☐

**Câu 101.**  $\triangle ABC$  có đường trung tuyến  $AM$ ,  $G$  là trọng tâm. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**(A)**  $\frac{AM}{AG} = \frac{3}{2}$ .

**(B)**  $\frac{MG}{AG} = \frac{1}{2}$ .

**(C)**  $\frac{AM}{MG} = \frac{1}{3}$ .

**(D)**  $\frac{AG}{MG} = 2$ .

**Lời giải.**

Vì  $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$  nên  $\frac{AM}{MG} = \frac{3}{1} = 3$ . Do đó phương án  $\frac{AM}{MG} = \frac{1}{3}$  sai.

Chọn đáp án **(C)**

☐

**Câu 102.** Đánh dấu “X” vào ô thích hợp.

	Đúng	Sai
A. Trong tam giác vuông, cạnh huyền là cạnh lớn nhất.		
B. Trong tam giác, giao điểm ba đường phân giác cách đều ba cạnh của tam giác đó.		
C. Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời cũng là đường trung tuyến ứng với cạnh này.		
D. Trọng tâm là giao điểm của ba đường trung trực.		

**Lời giải.**

	Đúng	Sai
A. Trong tam giác vuông, cạnh huyền là cạnh lớn nhất.	X	
B. Trong tam giác, giao điểm ba đường phân giác cách đều ba cạnh của tam giác đó.	X	
C. Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời cũng là đường trung tuyến ứng với cạnh này.	X	
D. Trọng tâm là giao điểm của ba đường trung trực.		X

☐

**Câu 103.**  $\triangle ABC$  có  $AB < BC < AC$  thì

**(A)**  $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$ .

**(B)**  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$ .

**(C)**  $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$ .

**(D)**  $\widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{A}$ .

**Lời giải.**

Vì  $AB < BC < AC$  nên  $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$ .

Chọn đáp án **(B)**

☐

**Câu 104.**  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $AB = 5$  cm,  $BC = 8$  cm. Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác đó thì độ dài của  $AG$  là

**(A)** 1 cm.

**(B)** 2 cm.

**(C)** 3 cm.

**(D)** 4 cm.

**Lời giải.**

Ta có  $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$ .

Khi đó  $AG = \frac{2}{3}AM = 2$  cm.

Chọn đáp án **(B)**

☐

**Câu 105.** Bộ ba nào trong các bộ ba sau đây là độ dài ba cạnh của tam giác vuông?

**(A)** 4 cm, 5 cm, 6 cm.

**(B)** 3 cm, 4 cm, 5 cm.

**(C)** 4 cm, 7 cm, 10 cm.

**(D)** 4 cm, 8 cm, 12 cm.

**Lời giải.**

Theo định lí Pitago đảo nên bộ ba 3 cm, 4 cm, 5 cm là độ dài ba cạnh của tam giác vuông.

Chọn đáp án **(B)**

☐

**Câu 106.**  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = \widehat{B} = 60^\circ$ .  $\triangle ABC$  là

**(A)** Tam giác vuông cân.

**(B)** Tam giác vuông.

**(C)** Tam giác đều.

**(D)** Tam giác cân.

**Lời giải.**

Vì  $\widehat{A} = \widehat{B} = 60^\circ$  nên  $\widehat{C} = 60^\circ$ . Do đó  $\triangle ABC$  là tam giác đều.

Chọn đáp án **(C)**

☐





- Câu 107.**  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $\widehat{A} = 40^\circ$  thì góc ngoài tại đỉnh  $C$  bằng  
 (A)  $40^\circ$ . (B)  $90^\circ$ . (C)  $100^\circ$ . (D)  $110^\circ$ .

**Lời giải.**

$\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $\widehat{A} = 40^\circ$  nên  $\widehat{C} = \widehat{B} = 70^\circ$ .  
 Do đó góc ngoài của  $\widehat{C} = 110^\circ$ .

Chọn đáp án (D)

□

- Câu 108.**  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$  có  $AB = 12$  cm;  $AC = 13$  cm thì cạnh  $BC$  bằng  
 (A) 5 cm. (B) 6 cm. (C) 7 cm. (D) 8 cm.

**Lời giải.**

Áp dụng định lý Pitago, ta có  $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 5$  cm.

Chọn đáp án (A)

□

- Câu 109.**  $\triangle ABC$  có các góc  $\widehat{A} : \widehat{B} : \widehat{C}$  tỉ lệ với 1 : 2 : 3 thì số đo các góc của tam giác là  
 (A)  $\widehat{A} = 30^\circ, \widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 90^\circ$ . (B)  $\widehat{A} = 60^\circ, \widehat{B} = 50^\circ, \widehat{C} = 70^\circ$ .  
 (C)  $\widehat{A} = 30^\circ, \widehat{B} = 80^\circ, \widehat{C} = 70^\circ$ . (D)  $\widehat{A} = 30^\circ, \widehat{B} = 70^\circ, \widehat{C} = 80^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\frac{\widehat{A}}{1} : \frac{\widehat{B}}{2} : \frac{\widehat{C}}{3} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}}{1 + 2 + 3} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$ .

Suy ra  $\widehat{A} = 30^\circ, \widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 90^\circ$ .

Chọn đáp án (A)

□

- Câu 110.** Cho  $G$  là trọng tâm của  $\triangle DEF$ , vẽ đường trung tuyến  $DH$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A)  $\frac{DG}{DH} = \frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{DG}{GH} = 3$ . (C)  $\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$ . (D)  $\frac{GH}{DG} = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải.**

Theo tính chất đường trung tuyến thì  $\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án (C)

□

- Câu 111.**  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Nếu  $AM$  là đường trung tuyến thì  
 (A)  $AM \perp BC$ . (B)  $AM = MC$ . (C)  $M$  trùng với đỉnh  $A$ . (D)  $M$  nằm trong  $\triangle ABC$ .

**Lời giải.**

Nếu  $AM$  là đường trung tuyến thì  $AM = MB = MC$ .

Chọn đáp án (B)

□

- Câu 112.** Cho  $\triangle ABC$  với  $I$  là giao điểm của ba đường phân giác. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A) Đường thẳng  $AI$  luôn vuông góc với cạnh  $BC$ .  
 (B) Đường thẳng  $AI$  luôn đi qua trung điểm của cạnh  $AC$ .  
 (C)  $IA = IB = IC$ .

(D) Điểm  $I$  cách đều ba cạnh của tam giác.

**Lời giải.**

Theo tính chất đường phân giác trong tam giác thì  $I$  cách đều ba cạnh của tam giác.

Chọn đáp án (D)

□

- Câu 113.** Điền chữ “Đ” trước khẳng định đúng và chữ “S” trước khẳng định sai.

Từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì	Đ/S
A. Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.	
B. Đường xiên nào có hình chiếu bé hơn thì lớn hơn.	
C. Tam giác cân có một góc bằng $60^\circ$ là tam giác đều	
D. Giao điểm ba đường trung trực của tam giác nằm trong tam giác	

**Lời giải.**

Từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì	Đ/S
A. Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.	Đ
B. Đường xiên nào có hình chiếu bé hơn thì lớn hơn.	S
C. Tam giác cân có một góc bằng $60^\circ$ là tam giác đều.	Đ
D. Giao điểm ba đường trung trực của tam giác nằm trong tam giác.	Đ

□

- Câu 114.** Hãy ghép mỗi dòng ở cột trái với một dòng ở cột phải để được khẳng định đúng



A. Điểm cách đều ba đỉnh một tam giác là	1. giao điểm ba đường trung tuyến của tam giác
B. Điểm cách đều ba cạnh của một tam giác là	2. giao điểm ba đường trung trực của tam giác
C. Điểm cách đều mỗi đỉnh bằng $\frac{2}{3}$ . độ dài mỗi đường là	3. giao điểm ba đường cao của tam giác.
D. Trục tâm của tam giác là	4. giao điểm ba đường phân giác của tam giác.

**Lời giải.**

A-2; B-4; C-1; D-3.

□

**Câu 115.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 70^\circ$ ,  $I$  là giao của ba đường phân giác. Số đo  $\widehat{BIC}$  bằng

(A)  $110^\circ$ .

(B)  $125^\circ$ .

(C)  $115^\circ$ .

(D)  $140^\circ$ .

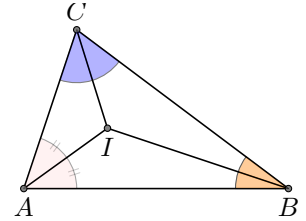
**Lời giải.**

$\triangle ABC$  có  $\widehat{A} = 70^\circ$  nên  $\widehat{B} + \widehat{C} = 110^\circ$ .

Khi đó  $\frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C}) = 55^\circ$ .

Vì  $BI, CI$  là các đường phân giác của  $\triangle ABC$  nên

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - \frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C}) = 125^\circ.$$



Chọn đáp án (B)

□

1. C	2. B	3. B	4. A	5. A	6. D	7. A	8. C	9. D	10. B
11. A	12. A	13. C	14. A	15. A	16. A	17. B	18. C	19. A	20. C
21. D	22. D	23. A	24. A	25. A	26. B	27. C	28. D	29. A	30. D
31. C	32. B	33. C	34. D	35. B	36. C	37. D	38. C	39. C	40. D
41. D	42. D	43. C	44. A	45. A	46. B	47. C	48. B	49. C	50. B
51. A	52. D	53. D	56. B	58. B	59. A	60. A	61. C	62. D	63. B
64. B	65. C	66. D	67. B	68. D	69. A	70. B	71. D	73. C	74. A
75. A	76. A	77. B	78. C	79. D	80. A	81. B	82. C	84. D	85. C
86. A	88. B	89. C	90. B	91. C	92. D	93. C	94. D	95. A	96. B
97. C	98. A	99. D	100. C	101. C	103. B	104. B	105. B	106. C	107. D
108. A	109. A	110. C	111. B	112. D	115. B				



# D. MỘT SỐ ĐỀ LUYỆN GIỮA KÌ II

## Đề số 1

**Câu 1. (2đ)** Một giáo viên theo dõi thời gian giải một bài toán (tính theo phút) của 30 học sinh lớp 7A được ghi lại như sau:

4	7	8	9	6	7	7	8	7	8
7	8	7	6	7	11	4	8	8	7
11	8	4	8	8	11	7	4	8	9

- Dấu hiệu ở đây là gì? Số giá trị khác nhau là bao nhiêu?
- Lập bảng "Tần số"?
- Tính số trung bình cộng của dấu hiệu?

**Lời giải.**

- Dấu hiệu ở đây là thời gian giải một bài toán của mỗi học sinh lớp 7A. Có 6 giá trị khác nhau của dấu hiệu là: 4; 6; 7; 8; 9; 11.
- Bảng "Tần số":

Giá trị(x)	4	6	7	8	9	11	
Tần số (n)	4	2	9	10	2	3	N = 30

- $\bar{X} = \frac{x_1.n_1 + x_2.n_2 + x_3.n_3 + \dots x_k.n_k}{N} = \frac{4.4 + 6.2 + 7.9 + 8.10 + 9.2 + 11.3}{30} = 7,4$
- Mốt của dấu hiệu là  $M_0 = 8$ .

□

**Câu 2. (1đ):** Tính giá trị của biểu thức đại số

- $A = 3x^2 + 2xy + y^2$  tại  $x = \frac{-1}{3}; y = \frac{1}{2}$
- $B = \frac{x-y}{x^2+y^2+1}$  tại  $x = 3; y = -1$

**Lời giải.**

- Thay  $x = \frac{-1}{3}; y = \frac{1}{2}$  vào  $A = 3x^2 + 2xy + y^2$

$$\text{Ta có: } A = 3\left(\frac{-1}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{-1}{3}\right)\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} + \left(\frac{-1}{3}\right) + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

- Thay  $x = 3; y = -1$  vào  $B = \frac{x-y}{x^2+y^2+1}$

$$\text{Ta có: } B = \frac{3 - (-1)}{3^2 + (-1)^2 + 1} = \frac{4}{11}$$

□

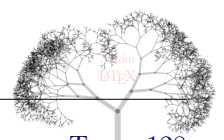
**Câu 3. (2đ):** Cho  $A = \left(\frac{-2}{3}x^4y^2\right)$  và  $B = \left(\frac{1}{2x^3y}\right)^2$

- Tính A.B.
- Xác định hệ số, phần biến của tính A.B.

**Lời giải.**

- Ta có:  $A.B = \left(\frac{-2}{3}x^4y^2\right) \cdot \left(\frac{1}{2x^3y}\right)^2 = \frac{-1}{6x^2}$

- Phần hệ số của tính A.B là:  $\frac{-1}{6}$ , Phần biến của tính A.B là  $\frac{1}{x^2}$ .





 **Câu 4. (1,5đ):** Cho  $P = \frac{1}{4}x^3y - 5xy^2 + 6x^3y - 7 + 12xy^2$

- Thu gọn đa thức P.
- Xác định bậc của P.

**Lời giải.**

- a) Thu gọn đa thức P.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{4}x^3y - 5xy^2 + 6x^3y - 7 + 12xy^2 \\ &= (\frac{1}{4}x^3y + 6x^3y) + (-5xy^2 + 12xy^2) - 7 \\ &= \frac{25}{4}x^3y + 7xy^2 - 7 \end{aligned}$$

- b) Đa thức P có bậc là 4.



**Câu 5. (3,5đ):** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB=9\text{cm}$ ,  $AC=12\text{cm}$ ,  $BC=15$ . Gọi I, K thứ tự là trung điểm của AB và AC. Đường trung trực của hai đoạn thẳng AB và AC cắt nhau tại D.

- a) Chứng tỏ  $\triangle ABC$  vuông tại A.
- b) Chứng minh  $\triangle BDA$  cân.
- c) Chứng minh  $\triangle CDA$  cân.
- d) Chứng minh  $\widehat{IDK} = 90^\circ$ .

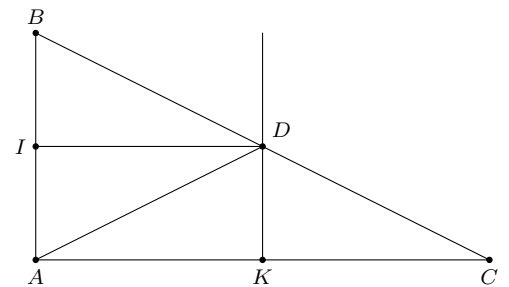
Lời giải.

- a) Chứng tỏ  $\triangle ABC$  vuông tại A.

Ta có:  $12^2 + 9^2 = 225$  và  $15^2 = 225 \Rightarrow BC^2 = AC^2 + AB^2$   
 $\Rightarrow \triangle ABC$  vuông tại A (Theo định lý Py Ta Go)

- b) Chứng minh  $\triangle BDA$  cân.

Ta có: D thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB  
 $\Rightarrow AD = BD \Rightarrow \triangle BDA$  cân tại D (đpcm).



- c) Chứng minh  $\triangle CDA$  cân.

Ta có: D thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AC  
 $\Rightarrow AD = DC \Rightarrow \triangle CDA$  cân tại D (đpcm).

- d) Chứng minh  $\widehat{IDK} = 90^\circ$ .

Ta có:  $AK \parallel ID$  (AC và ID cùng vuông góc với AB)  $\Rightarrow \widehat{DAK} = \widehat{ADI}$  (so le trong)

Ta có: AI//KD (AB và DK cùng vuông góc với AC)  $\Rightarrow \widehat{ADK} = \widehat{DAI}$  (so le trong)

$$\text{mà: } \widehat{DAK} + \widehat{DAI} = 90^0$$

$$\Rightarrow \widehat{IDK} = \widehat{ADI} + \widehat{ADK} = 90^0 \text{ (đpcm)}$$



**ĐỀ SỐ 2**

**Câu 1. (2đ)** Điểm kiểm tra một tiết của 30 học sinh lớp 7A được ghi lại như sau:

8	5	10	6	10	8	6	8	5	10
9	5	7	9	5	9	7	5	6	7
6	6	9	5	7	7	9	6	7	8

- Dấu hiệu ở đây là gì? Số giá trị khác nhau là bao nhiêu?
- Lập bảng "Tần số"?
- Tính số trung bình cộng của dấu hiệu?
- Tìm mốt của dấu hiệu?

**Lời giải.**

- Dấu hiệu là điểm kiểm tra môn toán của mỗi học sinh lớp 7A. Có 6 giá trị khác nhau là các giá trị :5; 6; 7; 8; 9; 10.
- Bảng "Tần số"

Giá trị(x)	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	6	6	6	4	5	3	N = 30

$$c) \bar{X} = \frac{x_1.n_1 + x_2.n_2 + x_3.n_3 + \dots + x_k.n_k}{N} = \frac{5.6 + 6.6 + 7.6 + 8.4 + 9.5 + 10.3}{30} = 7,2$$

- Mốt của dấu hiệu là  $M_0 = 5; 6; 7$ .

□

**Câu 2. (1đ):** Tính giá trị của biểu thức đại số

- $A = \frac{1}{2}x^3y + 2x^3 - \sqrt{16}y^2$  tại  $x = -2; y = -3$
- $B = \frac{(2x^5y^7 - 4x^2)(x^2 - y)}{x + y}$  tại  $x = -3; y = 0$

**Lời giải.**

- Thay  $x = -2; y = -3$  vào  $A = \frac{1}{2}x^3y + 2x^3 - \sqrt{16}y^2$   
Ta có:  $A = \frac{1}{2}(-2)^3(-3) + 2.(-2)^3 - 4.(-3)^2 = 12 - 16 - 36 = -40$ .

- Thay  $x = -3; y = 0$  vào  $B = \frac{(2x^5y^7 - 4x^2)(x^2 - y)}{x + y}$   
Ta có:  $B = \frac{[(2(-3)^5.0^7 - 4(-3)^2)][(-3)^2 - 0]}{-3 - 0} = \frac{-36.9}{-3} = 108$ .

□

**Câu 3. (2đ):** Cho  $A = \frac{-3}{5}x^5y^3$  và  $B = \left(\frac{-2}{3}xy\right)^3$

- Tính A.B.
- Xác định hệ số, phần biến của tích A.B.

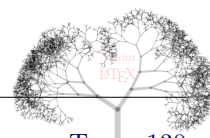
**Lời giải.**

$$a) \text{ Ta có: } A.B = \frac{-3}{5}x^5y^3 \cdot \left(\frac{-2}{3}xy\right)^3 = \frac{-3}{5}x^5y^3 \cdot \frac{-2}{3}x^3y^3 = \frac{8}{45}x^8y^6$$

- Phần hệ số của tích A.B là:  $\frac{8}{45}$ , Phần biến của tích A.B phần biến là  $x^8y^6$ , bậc của AB là 14.

□

**Câu 4. (1,5đ):** Cho  $P = 3x^5y + \frac{1}{3}xy^4 - \frac{3}{4}x^2y^3 - \frac{1}{2}x^5y + 2xy^4 - x^2y^3$





- b) Hãy lập bảng "tần số"?
- c) Tính số trung bình cộng của dấu hiệu?
- d) Tìm một của dấu hiệu?

**Lời giải.**

- a) Dấu hiệu ở đây là thời gian làm một bài tập toán của học sinh lớp 7. Số các giá trị khác nhau là 6, gồm các giá trị: 5; 7; 8; 9; 10; 14.
- b) Lập bảng "tần số":

Thời gian ( $x$ )	5	7	8	9	10	14	
Tần số ( $n$ )	4	3	8	8	5	2	$N = 30$

- c) Tính số trung bình cộng của dấu hiệu:  $\bar{X} = \frac{17}{2} = 8.5(\text{phút})$ .
- d) Tìm một của dấu hiệu:  $M_0 = 8$  hoặc  $M_0 = 9$ .

□

**Câu 2 (1 điểm).** Tính giá trị của biểu thức đại số:

- a)  $A = 3x^3y + 6x^2y^2 + 3xy^3$  tại  $x = \frac{1}{2}$ ,  $y = -\frac{1}{3}$ .
- b)  $B = x^2y^2 + xy + x^3 + y^3$  tại  $x = -1$ ,  $y = 3$ .

**Lời giải.**

- a)  $A = 3\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{8} + \frac{1}{6} - \frac{1}{18} = -\frac{1}{72}$ .
- b)  $B = (-1)^2 \cdot 3^2 + (-1) \cdot 3 + (-1)^3 + (3)^3 = 9 - 3 - 1 + 27 = 32$ .

□

**Câu 3 (1,5 điểm).** Cho  $A = \left(-\frac{3}{4}x^5y^4\right)$  và  $B = \left(-\frac{4}{5}x^2y\right)$ .

- a) Tính  $A.B$ .
- b) Xác định hệ số, phần biến và bậc của tích  $A.B$ .

**Lời giải.**

- a)  $A.B = \left(-\frac{3}{4}x^5y^4\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}x^2y\right) = \frac{3}{5}x^7y^5$ .
- b) Hệ số của  $A.B$  là  $\frac{3}{5}$ ; phần biến của  $A.B$  là  $x^7y^5$ ; bậc của  $A.B$  là 12.

□

**Câu 4 (1,5 điểm).** Cho  $P = 3x^5y + \frac{1}{3}xy^4 + \frac{3}{4}x^2y^3 - \frac{1}{2}x^5y + 2xy^4 - x^2y^3$ .

- a) Thu gọn đa thức  $P$ .
- b) Xác định bậc của đa thức  $P$ .

**Lời giải.**

- a)  $P = \frac{5}{2}x^5y + \frac{7}{3}xy^4 - \frac{1}{4}x^2y^4$ .
- b) Bậc của đa thức  $P$  là 6.

□

**Câu 5 (4 điểm).** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 3$  cm,  $AC = 5$  cm,  $BC = 4$  cm.

- a) Chứng tỏ  $\triangle ABC$  vuông.
- b) Vẽ phân giác  $AD (D \in BC)$ . Từ  $D$  vẽ  $DE \perp AC (E \in AC)$ . Chứng minh rằng  $BD = DE$ .
- c) Biết  $DC = \frac{5}{8}BC$ . Tính độ dài cạnh  $AD$ .
- d)  $ED$  cắt  $AB$  tại  $F$ . Chứng minh  $\triangle BDF = \triangle EDC$ .



**Lời giải.**

a) Vì  $AB^2 + BC^2 = AC^2 = 25(\text{cm})$ , nên theo định lý Pytago,  $\triangle ABC$  vuông tại đỉnh  $B$ .

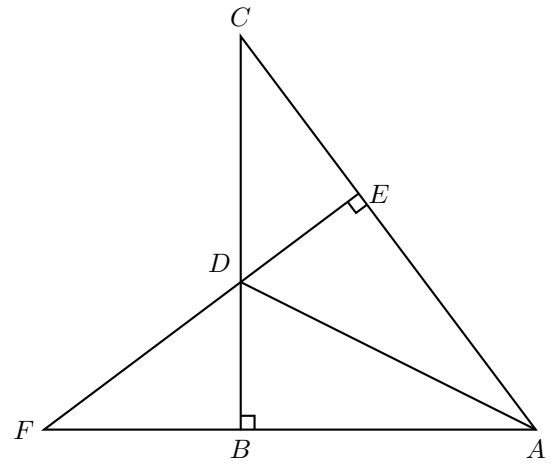
b) Xét  $\triangle BDA$  và  $\triangle EDA$  có:

$$\widehat{B} = \widehat{E} = 90^\circ,$$

cạnh  $AD$  chung,

$$\widehat{BAD} = \widehat{EAD} \text{ (} AD \text{ là đường phân giác)}.$$

Nên  $\triangle BDA = \triangle EDA$  (cạnh huyền và góc nhọn). Từ đó suy ra  $BD = ED$ .



c) Vì  $DC = \frac{5}{8}BC$  nên  $BD = BC - DC = \frac{3}{8}BC = \frac{3}{2}(\text{cm})$ . Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $BDA$  có  $AD^2 = BD^2 + AB^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2 = \frac{45}{4}$ . Vậy  $AD = \frac{3\sqrt{5}}{2}(\text{cm})$ .

d) Xét  $\triangle BDF$  và  $\triangle EDC$  có:

$$\widehat{B} = \widehat{E} = 90^\circ,$$

$$BD = ED \text{ (chứng minh trên)},$$

$$\widehat{BDF} = \widehat{EDC} \text{ (hai góc đối đỉnh)}.$$

Vậy  $\triangle BDF = \triangle EDC$  (cạnh góc vuông và góc nhọn).

□

**ĐỀ SỐ 4**

**Câu 1 (1,5 điểm).** Điểm kiểm tra Toán của lớp 7A được ghi lại trong bảng sau:

3	6	8	8	6	8	7	8	8	9
4	7	6	9	7	10	6	8	8	9
6	10	7	6	9	9	6	10	8	7
7	5	4	5	6	9	8	8	10	9

a) Dấu hiệu cần tìm hiểu ở đây là gì? Số các giá trị khác nhau là bao nhiêu?

b) Hãy lập bảng "tần số"? Tính số trung bình cộng của dấu hiệu?

c) Tìm mốt của dấu hiệu?

**Lời giải.**

a) Dấu hiệu ở đây là điểm kiểm tra Toán của học sinh lớp 7A. Số các giá trị khác nhau là 8, gồm các giá trị: 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10.

b) Bảng "tần số":

Điểm ( $x$ )	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số ( $n$ )	1	2	2	8	6	10	7	4	$N = 40$

Số trung bình cộng của dấu hiệu:  $\bar{X} = \frac{15}{2} = 7.5(\text{điểm})$ .

c) Mốt của dấu hiệu:  $M_0 = 8$ .

□

**Câu 2 (1 điểm).** Tính giá trị của biểu thức đại số:

a) Cho biểu thức  $P(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ . Tính  $P(-2)$  và  $P\left(\frac{1}{2}\right)$ .





- b) Cho biểu thức  $A = 2x - \frac{y(x^2 - 2)}{xy + y}$ . Tính giá trị biểu thức  $A$  tại  $x = 0, y = -1$ .

**Lời giải.**

- a)  $P(-2) = (-2)^4 + 2(-2)^2 + 1 = 16 + 8 + 1 = 25$ ;  
 $P\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{25}{16}$ .  
 b)  $A = 2.0 - \frac{(-1)(0^2 - 2)}{0.(-1) + (-1)} = 2$ .

□

**Câu 3 (1,5 điểm).** Thu gọn, tìm bậc và hệ số, phần biến của mỗi đơn thức sau:

- a)  $A = \left(\frac{3}{5}x^3y^2\right) \cdot \left(\frac{5}{7}x^4y^5\right)$ .  
 b)  $B = -2x^2y(-3xy^2)^3$ .

**Lời giải.**

- a)  $A = \frac{3}{7}x^7y^7$ . Hệ số của  $A$  là  $\frac{3}{7}$ , phần biến của  $A$  là  $x^7y^7$ , bậc của  $A$  là 14.  
 b)  $B = 54x^5y^7$ . Hệ số của  $B$  là 54; phần biến của  $B$  là  $x^5y^7$ ; bậc của  $B$  là 12.

□

**Câu 4 (1,5 điểm).** Cho đa thức  $A = 15x^2y^3 + 7x^2 - 8x^3y^2 - 12x^2 + 11x^3y^2 - 12x^2y^3$ .

- a) Thu gọn đa thức  $A$ .  
 b) Xác định bậc của đa thức  $A$ .

**Lời giải.**

- a)  $A = 3x^2y^3 - 5x^2 + 3x^3y^2$ .  
 b) Bậc của  $A$  là 5.

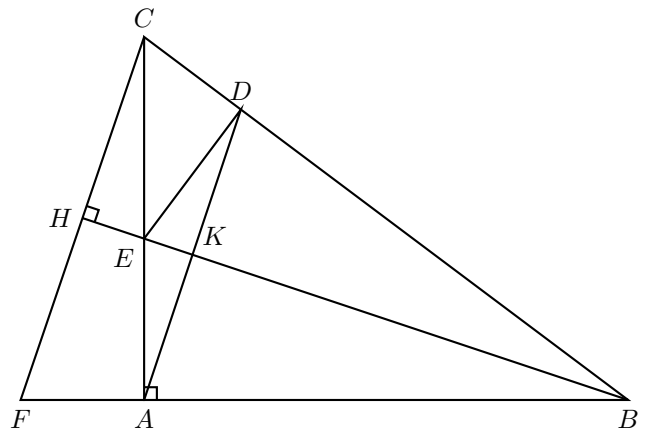
□

**Câu 5 (4 điểm).** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , biết  $AB = 8$  cm,  $AC = 6$  cm. Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BD = BA$ . Tia phân giác của góc  $B$  cắt  $AC$  tại  $E$ . Qua  $C$  vẽ đường thẳng vuông góc với  $BE$  tại  $H$ ,  $CH$  cắt  $AB$  tại  $F$ .

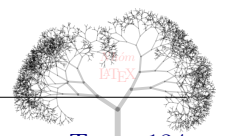
- a) Tính  $BC$ .  
 b) Chứng minh  $\triangle BHC = \triangle BHF$ .  
 c)  $\triangle ABD$  là tam giác gì?  
 d) Chứng minh  $AD \parallel CF$ .

**Lời giải.**

- a) Áp dụng định lý Pytago trong  $\triangle ABC$  vuông, ta có  
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ , nên  $BC = 10$  (cm).  
 b) Xét  $\triangle BHC$  và  $\triangle BHF$  có:  
 $\widehat{BHC} = \widehat{BHF} = 90^\circ$ ,  
 cạnh  $BH$  chung,  
 $\widehat{CBH} = \widehat{FBH}$  ( $BE$  là đường phân giác).  
 Nên  $\triangle BHC = \triangle BHF$  ( cạnh góc vuông và góc nhọn).



- c)  $\triangle ABD$  là tam giác cân tại  $B$  vì  $BD = BA$ .  
 d) Gọi  $K$  là giao điểm của  $BE$  và  $AD$ . Xét  $\triangle KAB$  và  $\triangle KDB$  có:  
 cạnh  $BK$  chung,  
 $AB = BD$ ,



$\widehat{KBA} = \widehat{KBD}$  ( $BE$  là đường phân giác).

Vậy  $\triangle KAB = \triangle KDB$  (c-g-c).

Suy ra  $\widehat{AKB} = \widehat{DKB}$ . Mặt khác,  $\widehat{AKB} + \widehat{DKB} = 180^0$  (hai góc bù nhau). Từ đó  $\widehat{AKB} = \widehat{DKB} = 90^0$ , tức là  $BH \perp AD$ . Vậy  $AD \parallel CF$  vì cùng vuông góc với  $BH$ .

□



# E. MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC CUỐI KÌ II

## ĐỀ SỐ 1

**BÀI 1.** (2 điểm) Điểm kiểm tra học kỳ 1 môn Toán của tất cả các học sinh lớp 7A được ghi trong bảng sau:

9	8	7	8	7	9	10	4	8	7
6	5	7	8	8	7	7	5	6	7
4	3	9	10	6	5	7	6	9	8

- a) Lớp 7A có bao nhiêu học sinh?  
b) Lập bảng tần số và tính số trung bình cộng của dấu hiệu. Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

- a) Số giá trị của dấu hiệu  $N = 30$ , nên số học sinh của lớp 7A là 30.  
b) Ta có:

Các tích ( $x$ )	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số ( $n$ )	1	2	3	4	8	6	4	2	$N = 30$

$$\bar{X} = \frac{3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 2}{30} = \frac{210}{30} = 7.$$

$$M_0 = 7.$$

□

**BÀI 2.** (2 điểm) Thu gọn và xác định bậc của các đơn thức và đa thức sau:

- a)  $\left(-\frac{1}{2}xy^3\right) \cdot (2x^3y)^2$   
b)  $\frac{3}{2}x^3y + 2x^2y^2 - \frac{1}{2}x^3y + 3x^3y - 5x^2y^2$ .

**Lời giải.**

- a)  $\left(-\frac{1}{2}xy^3\right) \cdot (2x^3y)^2 = \left(-\frac{1}{2}xy^3\right) \cdot (4x^6y^2) = -2x^7y^5$   
Bậc của đơn thức là 12  
b)  $\frac{3}{2}x^3y + 2x^2y^2 - \frac{1}{2}x^3y + 3x^3y - 5x^2y^2 = 4x^3y - 3x^2y^2$   
Bậc của đa thức là 4

□

**BÀI 3.** (3 điểm) Cho ba đa thức:

$$A(x) = 5x^3 - 2x - 3x^2; B(x) = 3x^2 + 2x - 1; C(x) = 2x^3 + 3x - 3x^2 + 1$$

- a) Tính  $A(x) + B(x)$ .  
b) Tính  $A(x) - C(x)$ .  
c) Tìm đa thức  $M(x)$  biết  $M(x) - B(x) = C(x)$ .  
d) Chứng tỏ  $x = \frac{1}{3}$  là một nghiệm của đa thức  $B(x)$ .

**Lời giải.**

- a)  $A(x) + B(x) = (5x^3 - 2x - 3x^2) + (3x^2 + 2x - 1) = 5x^3 - 1$ .  
b)  $A(x) - C(x) = (5x^3 - 2x - 3x^2) - (2x^3 + 3x - 3x^2 + 1) = 3x^3 - 5x - 1$ .  
c)  $M(x) = C(x) + B(x) = (3x^2 + 2x - 1) + (2x^3 + 3x - 3x^2 + 1) = 2x^3 + 5x$ .



- d) Thay  $x = \frac{1}{3}$  vào  $B(x)$  ta được:  $3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right) = 3 \cdot \frac{1}{9} + 2 \cdot \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - 1 = 0$ .
- Nên  $x = \frac{1}{3}$  là một nghiệm của đa thức  $B(x)$

□

**BÀI 4.** (3 điểm) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 6$  cm,  $AC = 8$  cm.

- a) Tính  $BC$ .
- b) So sánh hai góc  $\widehat{ABC}$  và  $\widehat{ACB}$ ?
- c) Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $H$  sao cho  $HB = BA$ . Vẽ đường thẳng đi qua  $H$  vuông góc với  $BC$  cắt  $AC$  tại  $D$ . Chứng minh  $\triangle ABD = \triangle HBD$ , từ đó suy ra  $BD$  là tia phân giác của  $\widehat{ABC}$ .
- d) Hai đường thẳng  $BA$  và  $HD$  kéo dài cắt nhau tại  $E$ . Chứng minh  $\triangle CDE$  cân.

**Lời giải.**

- a) Áp dụng định lý Py-ta-go trong  $\triangle ABC$   
ta có  $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$  cm.
- b) Vì  $AC > AB$  nên  $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$ .
- c) Xét hai tam giác vuông  $\triangle ABD$  và  $\triangle HBD$  ta có

☑  $BD$  là cạnh huyền chung

☑  $AB = BH$  (gt)

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle HBD$  (cạnh huyền-cạnh góc vuông)

$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{HBD}$ .

Hay  $BD$  là tia phân giác  $\widehat{ABC}$ .

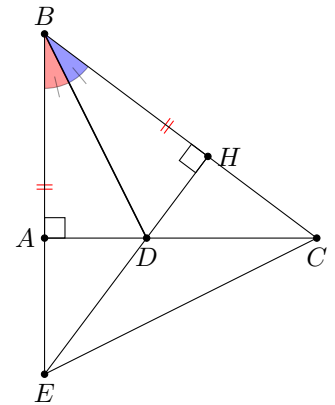
- d) Xét hai tam giác vuông  $\triangle AED$  và  $\triangle HCD$  ta có

☑  $DA = DH$  (vì  $\triangle ABD = \triangle HBD$ )

☑  $\widehat{ADE} = \widehat{HDC}$  (đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle HDC$  (cạnh góc vuông-góc nhọn kề)

$\Rightarrow AE = HC$ , hay  $\triangle CDE$  cân.



□

## ĐỀ SỐ 2

**BÀI 1.** (2 điểm)

- a) Tính giá trị của biểu thức  $-\frac{1}{125}x^3 - \frac{1}{25}xy^2 + \frac{1}{5}x^2y^3$  tại  $x = -5, y = -5$ .
- b) Tìm tích của hai đơn thức sau:  $A(x) = -\frac{2}{27}x^3yz^2$  và  $B(x) = (3xy)^2$ .

**Lời giải.**

- a) Thay  $x = -5, y = -5$  vào biểu thức ta được:

$$-\frac{1}{125}(-5)^3 - \frac{1}{25}(-5)(-5)^2 + \frac{1}{5}(-5)^2(-5)^3 = 1 + 5 - 625 = -619.$$

- b) Ta có  $A(x) \cdot B(x) = \left(-\frac{2}{27}x^3yz^2\right) \cdot (3xy)^2 = -\frac{2}{3}x^5y^4$ .

□

**BÀI 2.** (2 điểm) Cho hai đa thức  $f(x) = 3x^4 - 5x^3 - x^2 + 1007; g(x) = 2x^4 + 3x^3 + x + 1007$ .

- a) Tính  $f(x) - g(x) - 2020$ .



b) Tìm đa thức  $h(x)$  sao cho  $2020 + g(x) - h(x) = f(x)$ .

**Lời giải.**

a)  $f(x) - g(x) - 2020 = (3x^4 - 5x^3 - x^2 + 1007) - (2x^4 + 3x^3 + x + 1007) - 2020 = x^4 - 8x^3 - x^2 - x - 2020$

b) Ta có  $h(x) = 2020 + g(x) - f(x) = 2020 - x^4 + 8x^3 + x^2 + x + 2020 = -x^4 + 8x^3 + x^2 + x + 4040$ .

□

**BÀI 3.** (1 điểm)

a) Chứng tỏ  $x = \frac{1}{2}$  là nghiệm của đa thức  $P(x) = 4x^2 - 4x + 1$ .

b) Chứng tỏ đa thức  $Q(x) = 4x^2 + 1$  không có nghiệm.

**Lời giải.**

a) Thay  $x = \frac{1}{2}$  vào đa thức  $P(x) = 4x^2 - 4x + 1$  ta được:

$$4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$$

nên  $x = \frac{1}{2}$  là nghiệm của  $P(x)$ .

b) Ta có  $4x^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $4x^2 + 1 \geq 1$  hay đa thức  $Q(x)$  vô nghiệm.

□

**BÀI 4.** (2 điểm) Số tiền tiết kiệm (đơn vị nghìn đồng) của 40 học sinh lớp 7A trong một tuần được ghi trong bảng sau:

3	6	4	8	12	7	1	9	10	3
5	7	3	6	10	7	4	9	12	9
7	12	7	10	6	8	4	8	8	6
1	9	8	9	6	10	6	8	7	6

Lập bảng tần số và tính số trung bình cộng.

**Lời giải.**

Giá trị ( $x$ )	1	3	4	5	6	7	8	9	10	12	
Tần số ( $n$ )	2	3	3	1	7	6	6	5	4	3	$N = 40$

Vậy  $\bar{X} = \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 12 \cdot 3}{40} = \frac{281}{40} = 7,025$ .

□

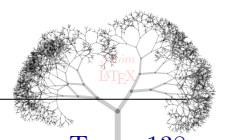
**BÀI 5.** (3 điểm) Cho  $\triangle ABC$  có  $D, E$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, AB$ . Gọi  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$ . Trên tia  $AG$  lấy điểm  $M$  sao cho  $G$  là trung điểm của  $AM$ .

a) Chứng minh  $GD = DM$  và  $\triangle BDM = \triangle CDG$ .

b) Tính độ dài đoạn thẳng  $BM$  theo độ dài đoạn  $CE$ .

c) Chứng minh  $AD < \frac{AB + AC}{2}$ .

**Lời giải.**



- a) ☒ Vì  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$  nên  $GD = \frac{1}{2}GA = \frac{1}{2}GM$   
hay  $D$  là trung điểm của  $GM$   
 $\Rightarrow DG = DM$

- ☒ Xét  $\triangle BDM$  và  $\triangle CDG$   
 $DB = DC$  (gt)  
 $DG = DM$  (cmt)  
 $\widehat{BDM} = \widehat{CDG}$   
 $\Rightarrow \triangle BDM = \triangle CDG$  (c.g.c)

- b) Vì  $\triangle BDM = \triangle CDG$  nên  $BM = CG$   
mà  $CG = \frac{1}{2}CE$  nên  $BM = \frac{1}{2}CE$

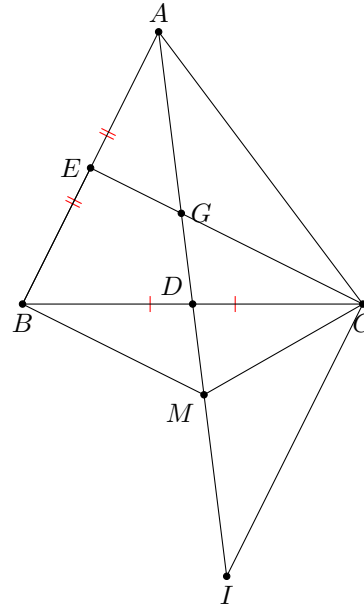
- c) Lấy điểm  $I$  sao cho  $D$  là trung điểm của  $AI$   
Xét  $\triangle CDI$  và  $\triangle BDA$  có

- ☒  $DB = DC$  (gt)  
☒  $DA = DI$  (cách dựng)  
☒  $\widehat{ADB} = \widehat{IDC}$

$$\Rightarrow \triangle CDI = \triangle BDA \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow CI = AB$$

Trong  $\triangle ACI$  có  $AI < AC + CI \Rightarrow 2AD < AC + AB$   
 $\Rightarrow AD < \frac{AB + AC}{2}$ .



### ĐỀ SỐ 3

**Câu 1.** (2 điểm) Điều tra về điểm kiểm tra học kỳ 2 môn toán của học sinh lớp 7A được ghi nhận như sau:

8	7	5	6	6	4	5	2	6	3
7	2	3	7	6	5	5	6	7	8
6	5	8	10	7	6	9	2	10	9

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? Hãy nêu các giá trị khác nhau của dấu hiệu.  
b) Lập bảng tần số, tính điểm trung bình bài kiểm tra của lớp 7A.  
c) Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

- a) Dấu hiệu ở đây là điểm kiểm tra học kỳ 2. Các giá trị khác nhau của dấu hiệu là: 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10.  
b) Lập bảng tần số

Giá trị	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	3	2	1	5	7	5	5	5	2	$N = 30$

Tính điểm trung bình bài kiểm tra của lớp 7A:

$$\bar{x} = \frac{1}{30}(2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 2) = 6.$$

- c) Tìm mốt của dấu hiệu:  $M_0 = 6$ .



**Câu 2.** (2 điểm) Cho đơn thức:  $A = (\frac{1}{3}x^3y)(5x^4yz^3)^2$ .

- Thu gọn  $A$ .
- Xác định hệ số và bậc của  $A$ .
- Tính giá trị của  $A$  tại  $x = 2, y = 1, z = -1$ .

**Lời giải.**

- Ta có:  $A = (\frac{1}{3} \cdot 25)(x^3 \cdot x^8)(y \cdot y^2)(z^6) = \frac{25}{3}x^{11}y^3z^6$
- Xác định hệ số và bậc của  $A$  là  $\frac{25}{3}$  và 20.
- Giá trị của  $A$  tại  $x = 2, y = 1, z = -1$  là:

$$A = \frac{25}{3} \cdot 2^{11} \cdot 1^3 \cdot (-1)^6 = \frac{25}{3} \cdot 2^{11}.$$

□

**Câu 3.** (3 điểm) Cho hai đa thức  $P(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x$  và  $Q(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4}$

- Hãy sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính  $P(x) + Q(x)$  và  $P(x) - Q(x)$ .
- Chứng tỏ rằng  $x = 0$  là nghiệm của đa thức  $P(x)$  nhưng không phải là nghiệm của đa thức  $Q(x)$ .

**Lời giải.**

- Ta có:  $P(x) = x^5 + 7x^4 - 9x^3 - 3x^2 + x^2 - \frac{1}{4}x = x^5 + 7x^4 - 9x^3 - 2x^2 - \frac{1}{4}x$   
và  $Q(x) = -x^5 + 5x^4 - 2x^3 + x^2 + 3x^2 - \frac{1}{4} = -x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - \frac{1}{4}$ .
- Tính  $P(x) + Q(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$   
và  $P(x) - Q(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 + 6x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ .
- Thay  $x = 0$  vào  $P(x)$  ta được  $P(0) = 0$ . Vậy  $x = 0$  là nghiệm của đa thức  $P(x)$ .  
Thay  $x = 0$  vào  $Q(x)$  ta được  $Q(0) = -\frac{1}{4} \neq 0$ . Vậy  $x = 0$  không là nghiệm của đa thức  $Q(x)$ .

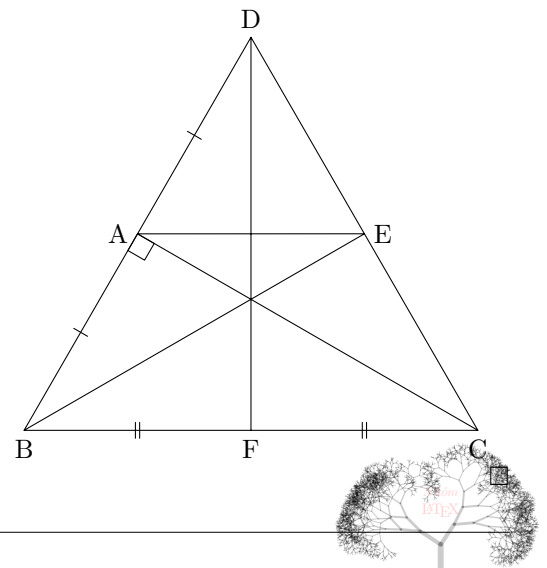
□

**Câu 4.** (4 điểm) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 5cm, AC = 12cm$ .

- Tính  $BC$ ?
- Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AB$ . Chứng minh:  $\triangle ABC = \triangle ADC$ .
- Đường thẳng qua  $A$  song song với  $BC$  cắt  $CD$  tại  $E$ . Chứng minh:  $\triangle EAC$  cân.
- Gọi  $F$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng:  $CA, DF, BE$  đồng quy tại 1 điểm.

**Lời giải.**

- Tính  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$  (cm)
- Xét hai tam giác vuông  $\triangle ABC, \triangle ADC$ . Ta có  $AD = AB$  và  $AC$  là cạnh chung. Vậy  $\triangle ABC = \triangle ADC$ .
- Ta có  $EA \parallel CB \Rightarrow \widehat{EAC} = \widehat{BCA}$  (1)  
Mặt khác  $\triangle ABC = \triangle ADC \Rightarrow DC = BC$  hay  $\triangle DCB$  cân tại  $C$ . Suy ra  $AC$  là đường phân giác của góc  $\widehat{DCB}$  nên  $\widehat{DCA} = \widehat{BCA}$  (2)  
Từ (1), (2) suy ra  $\widehat{EAC} = \widehat{ECA}$ . Vậy  $\triangle EAC$  cân tại  $E$ .
- Ta có  $AC, BE, DF$  là 3 đường trung tuyến của tam giác  $BCD$  nên đồng quy tại 1 điểm.



**ĐỀ SỐ 4**

**Câu 1.** (2 điểm) Điểm kiểm tra môn Văn lớp 7 được ghi lại như sau:

9	8	8	7	7
6	4	6	7	10
8	5	6	9	7
5	7	2	10	9

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? Hãy lập bảng “tần số”.  
b) Tính số trung bình cộng. Tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

- a) Dấu hiệu là điểm kiểm tra Văn.

Bảng tần số

Giá trị	2	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	2	3	5	3	3	2	$N = 20$

- b) Tính số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{1}{20}(2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 2) = 7.$$

Mốt của dấu hiệu:  $M_0 = 6$  và  $M_0 = 8$  và  $M_0 = 9$ .

□

**Câu 2.** (2 điểm) Cho đơn thức:  $M = \left(\frac{-1}{2}x^2y^3\right)^3 \cdot \left(\frac{16}{3}x^3y\right)$ .

- a) Thu gọn  $M$ , sau đó tìm bậc của đơn thức thu được.  
b) Tính giá trị của  $M$  tại  $x = -1$ ,  $y = -1$ .

**Lời giải.**

a) Ta có:  $M = \left(\frac{-1}{8} \cdot \frac{16}{3}\right)(x^6 \cdot x^3)(y^9 \cdot y) = \frac{-2}{3}x^9y^{10}$

Bậc của đơn thức thu gọn là 19.

- b) Tính giá trị của  $M$  tại  $x = -1$ ,  $y = -1$ .

$$M = \frac{-2}{3}(-1)^9(-1)^{10} = \frac{2}{3}.$$

□

**Câu 3.** (3 điểm) Cho hai đa thức  $M(x) = 14x - 15x^2 - 16 + 17x^3$  và  $H(x) = 16x^2 - 17x^3 + 18 - 19x$ .

- a) Tính  $M(x) + H(x)$ .  
b) Tính  $M(x) - H(x)$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $M(x) = 17x^3 - 15x^2 + 14x - 16$

và  $H(x) = -17x^3 + 16x^2 - 19x + 18$ . Khi đó

- a) Tính  $M(x) + H(x) = x^2 - 5x + 2$ .  
b) Tính  $M(x) - H(x) = 34x^3 - 31x^2 + 33x - 34$ .

□

**Câu 4.** (0.5 điểm) Tìm nghiệm của đa thức  $A(x) = x^5 + 5x$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A(x) = x^5 + 5x = x(x^4 + 5) = 0 \Rightarrow x = 0$ .

Vậy nghiệm của đa thức là  $x = 0$ .

□

**Câu 5.** (3 điểm) Cho  $\triangle AMN$  vuông tại  $A$  có  $AM < AN$ .

- a) Cho biết  $AM = 12cm$ ,  $MN = 37cm$ . Tính độ dài cạnh  $AN$  và so sánh các góc trong  $\triangle AMN$ .

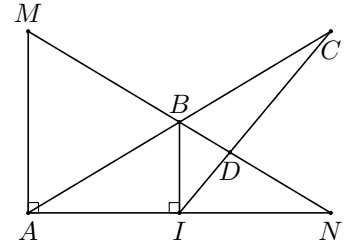




- b) Gọi  $I$  là trung điểm  $AN$ . Từ điểm  $I$  vẽ đường thẳng vuông góc với  $AN$  tại  $I$ , đường thẳng này cắt  $MN$  tại điểm  $B$ . Chứng minh  $\triangle ABI = \triangle NBI$ .
- c) Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $C$  sao cho  $BC = BA$ ;  $CI$  cắt  $MN$  tại  $D$ . Chứng minh:  $MN = 3ND$ .

**Lời giải.**

- a) Tính  $AN = \sqrt{MN^2 - AM^2} = \sqrt{37^2 - 12^2} = 35$ .  
Ta có  $MN > AN > AM \Rightarrow \widehat{A} > \widehat{M} > \widehat{N}$ .
- b) Xét hai tam giác vuông  $\triangle ABI$ ,  $\triangle NBI$ . Ta có  $IN = IA$  và  $IB$  là cạnh chung. Vậy  $\triangle ABI = \triangle NBI$ .
- c) Ta có  $IC$ ,  $NB$  là hai trung tuyến của  $\triangle NAC$  mà  $IC$  cắt  $BN$  tại  $D$  nên  $D$  là trọng tâm của  $\triangle NAC$ . Suy ra  $NB = \frac{3}{2}ND$ .  
Mặt khác  $B$  là trung điểm  $MN$  nên  $MN = 2NB = 2 \cdot \frac{3}{2}ND = 3ND$ . Vậy  $MN = 3ND$ .



□

**ĐỀ SỐ 5**

**Câu 1.** Cho đơn thức  $M = \left(-\frac{3}{5}x^2y^3z\right)^2 \left(\frac{5}{3}x^2y^3\right)$ .

- Thu gọn đơn thức  $M$  rồi xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức;
- Tính giá trị của đơn thức  $M$  tại  $x = 1$ ,  $y = -1$  và  $z = 5$ .

**Lời giải.**

$$1. \text{ Ta có } M = \left(-\frac{3}{5}x^2y^3z\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}x^2y^3\right) = \left(\frac{9}{25}x^4y^6z^2\right) \cdot \left(\frac{5}{3}x^2y^3\right) = \frac{3}{5}x^6y^9z^2.$$

Đơn thức  $M$  có

- ☑ Hệ số là  $\frac{3}{5}$ .
- ☑ Phần biến là  $x^6y^9z^2$ .
- ☑ Có bậc là  $6 + 9 + 2 = 11$ .

$$2. \text{ Thay } x = 1, y = -1 \text{ và } z = 5 \text{ vào đơn thức } M = \frac{3}{5}x^6y^9z^2, \text{ ta có}$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{5} \cdot 1^6 \cdot (-1)^9 \cdot 5 \\ &= -3. \end{aligned}$$

Vậy đơn thức  $M$  có giá trị bằng  $-3$  tại  $x = 1$ ,  $y = -1$  và  $z = 5$ .

□

**Câu 2.** Cho hai đa thức  $A(x) = -5x^3 + 3x^4 + \frac{8}{11} - 7x^2 - 9x$  và  $B(x) = -4x^4 - \frac{2}{11} + 6x^2 + 8x^3 + 10x$ .

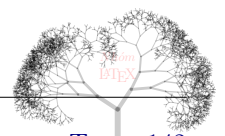
- Hãy sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến;
- Tính  $A(x) + B(x)$  và  $A(x) - B(x)$ .

**Lời giải.**

- Sắp xếp hai đa thức theo lũy thừa giảm dần là

$$\begin{aligned} \text{☑ } A(x) &= 3x^4 - 5x^3 - 7x^2 - 9x + \frac{8}{11}. \\ \text{☑ } B(x) &= -4x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 10x - \frac{2}{11}. \end{aligned}$$

- 



☑ Ta có tổng hai đa thức là

$$\begin{aligned} A(x) &= 3x^4 - 5x^3 - 7x^2 - 9x + \frac{8}{11} \\ B(x) &= -4x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 10x - \frac{2}{11} \\ A(x) + B(x) &= -x^4 + 3x^3 - x^2 + x + \frac{6}{11}. \end{aligned}$$

☑ Hiệu hai đa thức là

$$\begin{aligned} A(x) &= 3x^4 - 5x^3 - 7x^2 - 9x + \frac{8}{11} \\ B(x) &= -4x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 10x - \frac{2}{11} \\ A(x) - B(x) &= 7x^4 - 13x^3 - 13x^2 - 19x + \frac{10}{11}. \end{aligned}$$

□

### 🔗 Câu 3.

1. Cho  $D(x) = 2x^2 + 3x - 35$ . Chứng tỏ  $x = -5$  là nghiệm của đa thức  $D(x)$ .
2. Tìm nghiệm của đa thức  $F(x)$ , biết  $F(x) = -5x - 6$ .
3. Tìm đa thức  $E$  biết  $E - (2x^2 - 5xy^2 + 3y^3) = 5x^2 + 6xy^2 - 8y^3$ .

### Lời giải.

1. Ta có  $D(-5) = 2 \cdot (-5)^2 + 3 \cdot (-5) - 35 = 50 - 15 - 35 = 0$ .  
Vậy  $x = -5$  là nghiệm của đa thức  $D(x)$ .

2. Cho  $F(x) = -5x - 6 = 0$ , suy ra  $-5x = 6 \Rightarrow x = -\frac{6}{5}$ .  
Vậy đa thức  $F(x)$  có nghiệm là  $x = -\frac{6}{5}$ .

3. Ta có

$$\begin{aligned} E - (2x^2 - 5xy^2 + 3y^3) &= 5x^2 + 6xy^2 - 8y^3 \\ E &= 2x^2 - 5xy^2 + 3y^3 + 5x^2 + 6xy^2 - 8y^3 \\ E &= -5y^3 + xy^2 + 7x^2. \end{aligned}$$

□

🔗 **Câu 4.** Cho  $\triangle ABC$  tam giác cân tại  $A$ , có góc  $BAC$  nhọn. Qua  $A$  vẽ tia phân giác của góc  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ .

1. Chứng minh  $\triangle ABD = \triangle ACD$ ;
2. Vẽ đường trung tuyến  $CF$  của  $\triangle ABC$  cắt cạnh  $AD$  tại  $G$ . Chứng minh  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ ;
3. Gọi  $H$  là trung điểm của cạnh  $DC$ . Qua  $H$  vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh  $DC$  cắt cạnh  $AC$  tại  $E$ . Chứng minh  $\triangle DEC$  cân;
4. Chứng minh ba điểm  $B, G, E$  thẳng hàng và  $AD > BD$ .

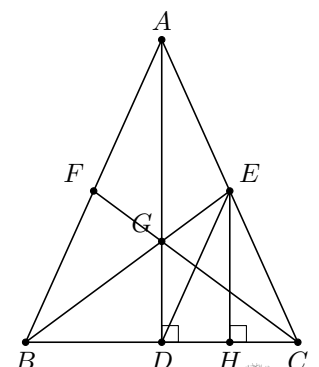
### Lời giải.

- 1.

$$\text{Xét } \triangle ABD \text{ và } \triangle ACD \text{ có } \begin{cases} AD \text{ (cạnh chung)} \\ \widehat{BAD} = \widehat{CAD} \text{ (giả thiết)} \\ AB = AC \text{ (giả thiết)}. \end{cases}$$

Suy ra  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (c.g.c).

2. Vì  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (c.g.c) suy ra  $DB = DC$ . Nên  $AD$  là trung tuyến của  $\triangle ABC$ .  
Xét  $\triangle ABC$  có hai trung tuyến  $AD$  và  $CF$  cắt nhau tại  $G$  nên  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ .



3. Để chứng minh được  $\triangle HDE = \triangle HCE$  (c.g.c) suy ra  $ED = EC \Rightarrow \triangle DCE$  cân tại  $E$ .

4. Ta có  $AD$  là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$  cân nên  $AD \perp BC \Rightarrow \widehat{ADC} = 90^\circ$ .

$$\text{Mặt khác, ta có } \begin{cases} \widehat{EDC} + \widehat{EDA} = 90^\circ \\ \widehat{EAD} + \widehat{ECD} = 90^\circ \\ \widehat{EDC} = \widehat{ECD} \text{ vì } \triangle DCE \text{ (cân).} \end{cases}$$

Suy ra  $\widehat{EDA} = \widehat{EAD}$  nên  $\triangle ADE$  cân, suy ra  $EA = ED = EC$ .

Trong tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm, mà  $BE$  là trung tuyến nên  $G \in BE \Rightarrow$  ba điểm  $B, G, E$  thẳng hàng.

Ta có  $\widehat{A} < 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} > 45^\circ$ .

Từ đó suy ra  $\widehat{B} > 45^\circ > \widehat{BAD}$  nên  $AD > BD$  (cạnh đối diện với góc lớn hơn).

□

### ĐỀ SỐ 6

**Câu 1.** Điểm kiểm tra một tiết môn Toán của học sinh lớp 7 được ghi lại như sau:

9	8	4	10	8	10	7	9	5	8
5	10	9	7	4	7	6	10	8	10
6	8	9	8	7	6	5	4	10	8

1. Dấu hiệu ở đây là gì?

2. Lập bảng tần số, tính số trung bình cộng và tìm mốt của dấu hiệu.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu  $X$  là điểm kiểm tra toán một tiết của học sinh lớp 7.

2. Bảng tần số

Giá trị (x)	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	3	3	3	4	7	4	6	N = 30

$$\text{Số trung bình cộng } \bar{X} = \frac{4 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 7 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 6}{30} = \frac{225}{30} = 7,5.$$

Mốt của dấu hiệu là  $M_0 = 8$ .

□

**Câu 2.** Thu gọn và tìm bậc của mỗi biểu thức sau

$$1. A = -15x^3y \cdot (5x^4yz^3)^2;$$

$$2. B = 3x^5y + \frac{1}{3}xy^4 + \frac{3}{4}x^2y^3 - \frac{1}{2}x^5y + 2xy^4 - x^2y^3.$$

**Lời giải.**

$$1. \text{ Thu gọn } A \text{ ta được } A = -15x^3y \cdot (25x^8y^2z^6) = -375x^{11}y^3z^6.$$

Vậy  $A$  có bậc là  $11 + 2 + 6 = 19$ .

$$2. \text{ Thu gọn đa thức } B \text{ ta được } B = \frac{5}{2}x^5y + \frac{7}{3}xy^4 - \frac{1}{4}x^2y^3.$$

Đa thức  $B$  có bậc là 6.

□

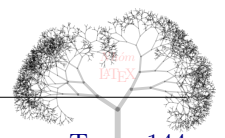
**Câu 3.** Cho hai đa thức  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 0,8x^2 - 1,2x + 5$  và  $g(x) = -\frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{5}x^2 + 3,2x - 5$ .

1. Tính  $f(x) - g(x)$ ;

2. Tính giá trị của đa thức  $f(x) + g(x)$  tại  $x = -2$ ;

3. Tìm nghiệm của đa thức  $f(x) + g(x)$ .

**Lời giải.**



1. Ta có

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= \frac{2}{3}x^3 + 0,8x^2 - 1,2x + 5 - \left(-\frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{5}x^2 + 3,2x - 5\right) \\ &= \frac{2}{3}x^3 + 0,8x^2 - 1,2x + 5 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - 3,2x + 5 \\ &= \frac{4}{3}x^3 + 1,6x^2 - 4,4x + 10. \end{aligned}$$

2. Ta có

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= \frac{2}{3}x^3 + 0,8x^2 - 1,2x + 5 + \left(-\frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{5}x^2 + 3,2x - 5\right) \\ &= \frac{2}{3}x^3 + 0,8x^2 - 1,2x + 5 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{5}x^2 + 3,2x - 5 \\ &= 2x. \end{aligned}$$

Thay  $x = -2$  và đa thức  $h(x) = 2x$  ta có  $h(-2) = -4$ .

3. Cho  $h(x) = 0$  suy ra  $2x = 0 \Rightarrow x = 0$ .

□

**Câu 4.** Cho đa thức  $A(x) = 2x^3 - 4x^2 + ax - 2016$ . Tìm  $a$  để  $x = -1$  là nghiệm của đa thức  $A(x)$ .

**Lời giải.**

Vì  $-1$  là nghiệm của đa thức  $A(x)$  nên

$$A(-1) = 0 \Rightarrow 2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 + a \cdot (-1) - 2016 = 0 \Rightarrow -a = 2022 \Rightarrow a = -2022.$$

□

**Câu 5.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = 6$  cm;  $AC = 8$  cm;  $BD$  là tia phân giác của  $\widehat{ABC}$  ( $D \in AC$ ). Từ  $D$  vẽ  $DH \perp BC$  ( $H \in BC$ ).

1. Chứng minh  $\triangle DAB = \triangle DHB$  suy ra  $DA = DH$ ;
2.  $HD$  cắt  $AB$  tại  $E$ . Chứng minh  $AE = HC$ ;
3. Tính độ dài  $BE$ ;
4. Chứng minh  $2(DH + HC) > EC$ .

**Lời giải.**

1. Chứng minh  $\triangle DAB = \triangle DHB$  suy ra  $DA = DH$ .

Xét  $\triangle BAD$  và  $\triangle BHD$  có

$$\begin{cases} \text{cạnh huyền } BD \text{ chung} \\ \widehat{ABD} = \widehat{HBD} \end{cases} \Rightarrow \triangle BAD = \triangle BHD \text{ (cạnh huyền - góc nhọn).}$$

Suy ra  $DA = DH$ .

2. Xét  $\triangle ADE$  và  $\triangle HDC$  có  $\begin{cases} \widehat{DAE} = \widehat{DHC} = 90^\circ \\ AD = HD \\ \widehat{ADE} = \widehat{HDC} \end{cases} \Rightarrow AE = HC.$

3. Để chứng minh được  $\triangle BHE = \triangle BAC$  (g.c.g)  
suy ra  $BE = BC$ .

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10 \text{ (cm)}. \quad (2)$$

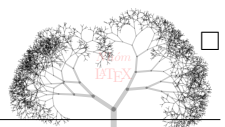
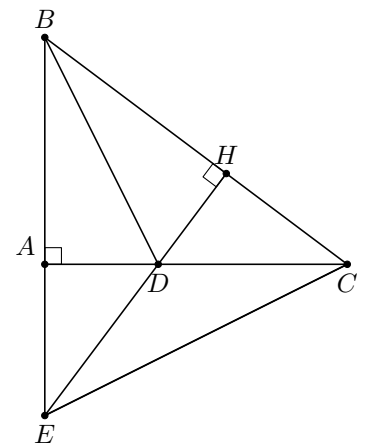
Từ (1) và (2) suy ra  $BE = BC = 10$  (cm).

4. Áp dụng bất đẳng thức trong các tam giác  $ADE$ ,  $\triangle CDH$  và  $\triangle CDE$  ta có

$$AD + AE > DE; \quad DH + HC > DC; \quad DC + DE > EC.$$

Từ đó suy ra  $AD + AE + DH + HC > EC \Rightarrow 2(DH + HC) > CE$  (vì  $AD = DH$ ,  $AE = HC$ ).

□



**ĐỀ SỐ 7**

**Câu 1.** Điểm kiểm tra môn Toán của một số học sinh lớp 7 được ghi lại ở bảng sau

10	7	7	6	5	5	10	8	9	6
8	6	6	8	7	9	5	8	6	8
7	9	8	8	10	8	7	10	6	10

- (a) Lập bảng tần số.  
 (b) Tính Mốt  $M_0$  và trung bình cộng  $\bar{X}$  (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải.**

- (a) Bảng tần số

Giá trị	5	6	7	8	9	10	
Tần số	3	6	5	8	3	5	N=30

- (b) Mốt  $M_0 = 8$ .  
 Trung bình cộng  $\bar{X} = \frac{5.3 + 6.6 + 7.5 + 8.8 + 9.3 + 10.5}{30} \approx 7,6$

□

**Câu 2.** Thu gọn đơn thức  $M$ , xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức.

$$M = \left(-\frac{2}{5}xyz\right) \left(\frac{4}{5}x^3y\right) \left(\frac{7}{8}x^2yz\right).$$

**Lời giải.**

$$\begin{aligned} M &= \left(-\frac{2}{5}yz\right) \left(\frac{4}{5}x^3y\right) \left(\frac{7}{8}x^2yz\right) \\ &= -\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8} \cdot x \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot y \cdot y \cdot y \cdot z \cdot z \\ &= -\frac{7}{25}x^6y^3z^2. \end{aligned}$$

- ☒ Hệ số của đơn thức  $M$  là  $-\frac{7}{25}$ .  
☒ Biến của đơn thức  $M$  là  $x^6y^3z^2$ .  
☒ Bậc của đơn thức  $M$  là 11.

□

**Câu 3.** Cho 2 đa thức sau:  $A(x) = 3 + 5x^2 - 4x^2 - 7x - 2x^3$ ;  $B(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x + x^2 + 6$ .

- (a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.  
 (b) Tính  $A(x) + B(x)$  và  $A(x) - B(x)$ .

**Lời giải.**

(a)

$$\begin{aligned} A(x) &= 3 + 5x^2 - 4x^2 - 7x - 2x^3 \\ &= 3 + x^2 - 7x - 2x^3 \\ &= -2x^3 + x^2 - 7x + 3. \\ B(x) &= 2x^3 + 4x^2 - 5x + x^2 + 6 \\ &= 2x^3 + 4x^2 + x^2 - 5x + 6 \\ &= 2x^3 + 5x^2 - 5x + 6. \end{aligned}$$



(b)

$$\begin{aligned} A(x) + B(x) &= -2x^3 + x^2 - 7x + 3 + 2x^3 + 5x^2 - 5x + 6 \\ &= -2x^3 + 2x^3 + x^2 + 5x^2 - 7x - 5x + 3 + 6 \\ &= 6x^2 - 12x + 9 \\ A(x) - B(x) &= -2x^3 + x^2 - 7x + 3 - (2x^3 + 5x^2 - 5x + 6) \\ &= -2x^3 + x^2 - 7x + 3 - 2x^3 - 5x^2 + 5x - 6 \\ &= -2x^3 - 2x^3 + x^2 - 5x^2 - 7x + 5x + 3 - 6 \\ &= -4x^3 - 4x^2 - 2x - 3. \end{aligned}$$

□

**Câu 4.** Tìm nghiệm của các đa thức sau

(a)  $P(x) = 3x - 9$ .

(b)  $Q(x) = 2x - 5 + (x + 17)$ .

**Lời giải.**

(a) Cho  $P(x) = 0 \Rightarrow 3x - 9 = 0 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ .  
Vậy  $x = 3$  là nghiệm của  $P(x)$ .

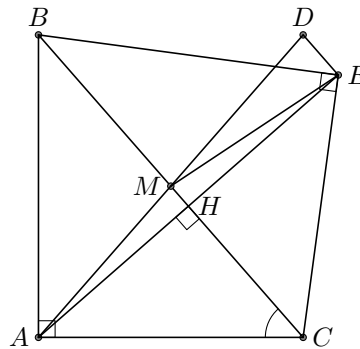
(b)  $Q(x) = 2x - 5 + (x + 17) = 2x - 5 + x + 17 = 3x + 12$ .  
Cho  $Q(x) = 0 \Rightarrow 3x + 12 = 0 \Rightarrow 3x = -12 \Rightarrow x = -4$ .  
Vậy  $x = -4$  là nghiệm của  $Q(x)$ .

□

**Câu 5.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{ACB} = 65^\circ$ . Kẻ  $AH \perp BC$  tại  $H$ , trên tia đối của tia  $HA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $HE = HA$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ , trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $MD = MA$ .

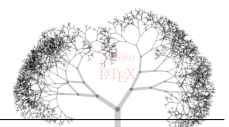
- (a) Tính số đo  $\widehat{ABC}$  và so sánh  $AB$  và  $AC$ .  
(b) Chứng minh  $\triangle ABH = \triangle EBH$ , từ đó suy ra  $\triangle ABE$  cân tại  $B$ .  
(c) Chứng minh  $\triangle BEC$  vuông tại  $E$ .  
(d) Chứng minh  $ED \parallel BC$ .

**Lời giải.**



(a) Xét  $\triangle ABC$  có  $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 180^\circ - (\widehat{BAC} + \widehat{BCA}) = 180^\circ - (65^\circ + 90^\circ) = 25^\circ$ .  
Ta có  $\widehat{BCA} > \widehat{ABC} \Rightarrow AB > AC$ .

(b) Xét  $\triangle ABH$  và  $\triangle EBH$  có  $\begin{cases} BH \text{ là cạnh chung} \\ HA = HE \text{ (gt)} \\ \widehat{BHA} = \widehat{BHE} = 90^\circ. \end{cases}$   
 $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle EBH \text{ (c - g - c)} \Rightarrow AB = BE \Rightarrow \triangle ABE \text{ cân tại } B$



- (c) Xét  $\triangle BAC$  và  $\triangle BEC$  có  $\begin{cases} BC \text{ cạnh chung} \\ AB = BE \text{ ( cmt )} \\ \widehat{ABC} = \widehat{EBC} \text{ ( do } \triangle ABH = \triangle EBH \text{ )} . \end{cases}$
- $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle EBC \text{ ( c - g - c )} \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \triangle BEC$  vuông tại  $E$ .
- (d) Xét  $\triangle BEC$  vuông tại  $E$  có  $EM$  là đường trung tuyến nên  $EM = \frac{BC}{2}$ .
- Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AM$  là đường trung tuyến nên  $AM = \frac{BC}{2}$ .
- Do đó  $EM = AM = \frac{BC}{2}$  mà  $AM = MD$  ( gt ). Suy ra  $AM = EM = MD$ .
- Xét  $\triangle AED$  có  $EM = \frac{AD}{2}$  nên  $\triangle AED$  vuông tại  $E$  hay  $\widehat{DEA} = 90^\circ$ .
- Tóm lại, ta có  $\begin{cases} AE \perp DE \\ AE \perp BC . \end{cases} \Rightarrow DE \parallel BC$ .

□

**Câu 6.** Nhân dịp sinh nhật bạn cùng lớp, hai bạn An và Bình cùng đến nhà sách mua quà tặng bạn. Tổng số tiền ban đầu của hai bạn là 100 nghìn đồng. Số tiền bạn An mua quà lưu niệm tặng bạn bằng 30% tổng số tiền ban đầu của hai bạn. Số tiền bạn Bình mua bút tặng bạn bằng  $\frac{2}{3}$  số tiền bạn An mua quà lưu niệm. Khi đó, số tiền còn lại của hai bạn bằng nhau. Hỏi ban đầu mỗi bạn có bao nhiêu tiền?

**Lời giải.**

Số tiền của bạn An mua quà tặng bạn là  $30\%.100 = 30$  ( nghìn đồng ).

Số tiền của bạn Bình mua bút tặng bạn là  $\frac{2}{3}.30 = 20$  ( nghìn đồng ).

Số tiền còn lại của hai bạn là  $100 - 30 - 20 = 50$  ( nghìn đồng ).

Số tiền còn lại của bạn An bằng số tiền còn lại của bạn Bình là  $\frac{50}{2} = 25$  ( nghìn đồng ).

Số tiền của bạn An ban đầu là  $25 + 30 = 55$  ( nghìn đồng ).

Số tiền của bạn Bình ban đầu là  $25 + 20 = 45$  ( nghìn đồng ).

□

**ĐỀ SỐ 8**

**Câu 1.**

(a) Tính tổng các đơn thức sau rồi tính giá trị của đơn thức thu được tại  $x = -2$ ;  $y = 0,5$  và  $z = 2$

$$\frac{3}{4}xy^2z + \frac{1}{2}xy^2z + \left(-\frac{1}{4}\right)xy^2z.$$

(b) Tính tích các đơn thức sau rồi tìm bậc của đơn thức nhận được

$$\left(-\frac{27}{48}\right)x^5y^2 \cdot \frac{4}{9}xy^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)x^2y$$

**Lời giải.**

(a)  $\frac{3}{4}xy^2z + \frac{1}{2}xy^2z + \left(-\frac{1}{4}\right)xy^2z = xy^2z.$

Thay  $x = -2$ ;  $y = 0,5$  và  $z = 2$  vào đơn thức trên ta có  $(-2) \cdot 0,5^2 \cdot 2 = -1.$

(b)  $\left(-\frac{27}{48}\right)x^5y^2 \cdot \frac{4}{9}xy^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)x^2y = \frac{1}{6} \cdot x^8 \cdot y^6.$

Bậc của đơn thức là 14.

□

**Câu 2.** Cho hai đa thức  $P(x) = -0,5x^4 + 3x^5 - 5x^3 - 2x + 2017$ ;  $Q(x) = 2x^5 - 5x^3 - 2x + 0,5x^4 + 1.$

(a) Tính  $P(x) - Q(x).$

(b) Tìm đa thức  $R(x)$  biết  $P(x) - Q(x) + R(x) = 2016.$

**Lời giải.**

(a)

$$\begin{aligned} P(x) - Q(x) &= -0,5x^4 + 3x^5 - 5x^3 - 2x + 2017 - (2x^5 - 5x^3 - 2x + 0,5x^4 + 1) \\ &= -0,5x^4 + 3x^5 - 5x^3 - 2x + 2017 - 2x^5 + 5x^3 + 2x - 0,5x^4 - 1 \\ &= x^5 - x^4 - 5x^3 + 2016 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} P(x) - Q(x) + R(x) &= 2016 \\ R(x) &= 2016 - (P(x) - Q(x)) \\ R(x) &= 2016 - (x^5 - x^4 - 5x^3 + 2016) \\ R(x) &= 2016 - x^5 + x^4 + 5x^3 - 2016 \\ R(x) &= -x^5 + x^4 + 5x^3 \end{aligned}$$

□

**Câu 3.** Tìm  $x$  biết  $x^3 = x.$

**Lời giải.**

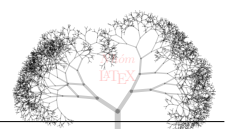
$$x^3 = x \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Vậy  $x = 0$ ;  $x = 1$ ;  $x = -1.$

□

**Câu 4.** Các học sinh lớp 7A đóng góp giúp đỡ cho các bạn có hoàn cảnh khó khăn số tiền như sau (đơn vị nghìn đồng).

10	18	22	15	25	25	30	18
22	22	30	20	45	20	10	20
20	25	18	25	15	50	15	20
25	30	20	45	18	18	20	22
50	15	10	45	20	30	22	30





- (a) Lập bảng tần số và dùng công thức số trung bình cộng  $\overline{X}$  để tính trung bình số tiền một học sinh của lớp 7A đóng góp.
- (b) Số các bạn góp mỗi người 20 nghìn đồng chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm ?
- (a)

Giá trị	10	15	18	20	22	25	30	45	50	
Tần số	3	4	5	8	5	5	5	3	2	N=40

Trung bình số tiền một học sinh lớp 7A đóng góp là

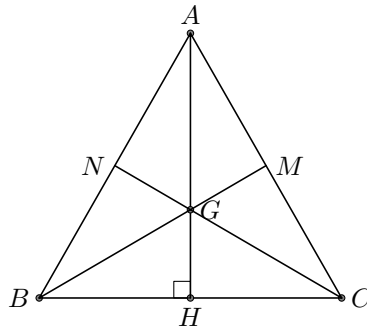
$$\frac{3 \cdot 10 + 15 \cdot 4 + 18 \cdot 5 + 20 \cdot 8 + 22 \cdot 5 + 25 \cdot 5 + 30 \cdot 5 + 45 \cdot 3 + 50 \cdot 2}{40} = 24 \text{ (nghìn đồng)}$$

- (b) Số các bạn góp mỗi người 20 nghìn đồng chiếm  $\frac{8}{40} \cdot 100\% = 20\%$ .

**Câu 5.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $AB = AC = 65$  cm,  $BC = 50$  cm. Kẻ đường trung tuyến  $AH$ .

- (a) Chứng minh  $AH \perp BC$  và tính độ dài  $AH$ .
- (b) Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $AB$ ,  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ . Chứng minh  $BG = CG > 25$  cm, suy ra  $BM > 37,5$  cm.

**Lời giải.**



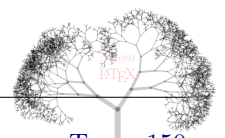
- (a) Xét  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $AH$  là đường trung tuyến nên  $AH$  là đường cao hay  $AH \perp BC$ .  
Do  $H$  là trung điểm của  $BC$  nên  $BH = \frac{BC}{2} = 25$  cm.  
Xét  $\triangle ABH$  vuông tại  $H$ , ta có:  $AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AH^2 = AB^2 - BH^2 = 65^2 - 25^2 = 3600$   
 $\Rightarrow AH = \sqrt{3600} = 60$  cm.
- (b) Xét  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $BM, CM$  là hai đường trung tuyến nên  $BM = CM$ . Mặt khác, do  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$  nên  $BG = \frac{2}{3}BM, CG = \frac{2}{3}CN$ . Từ đó suy ra  $BG = CG$ .  
Xét  $\triangle BGH$  có  $BG > BH$  (cạnh huyền lớn hơn cạnh góc vuông) nên  $BG > 25$  cm, hay  $BG = CG > 25$  cm, suy ra  $BM = \frac{3}{2}BG > \frac{3}{2} \cdot 25 = 37,5$ .

□

**ĐỀ SỐ 9**

**Câu 1 (2 điểm).** Điều tra về điểm kiểm tra HKII của các học sinh lớp 7A, người điều tra có kết quả sau:

7	9	5	5	5	7	6	9	9	4	5	7	8	7
7	6	10	5	9	8	9	10	9	10	10	8	7	7
8	8	10	9	8	7	7	8	8	6	6	8	8	10



1. Lập bảng tần số, tính số trung bình cộng.
2. Tính một của dấu hiệu.

**Lời giải.**

1. Ta có bảng tần số

Giá trị ( $x$ )	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số ( $n$ )	1	5	4	9	10	7	6	$N = 42$

2. Từ bảng tần số ta có một của dấu hiệu là 8.

□

**Câu 2 (1,5 điểm).** Cho đơn thức  $A = 2a^2b(xy^2)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}ab\right)^3 x^3y^2$  ( $a, b$  là các hằng số khác 0).

1. Thu gọn rồi cho biết phần hệ số và phần biến của  $A$ ;
2. Tìm bậc của đơn thức  $A$ .

**Lời giải.**

1. Ta có

$$\begin{aligned}
 A &= 2a^2b(xy^2)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}ab\right)^3 x^3y^2 \\
 &= 2a^2b(x)^2(y^2)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 a^3b^3x^3y^2 \\
 &= 2a^2bx^2y^4 \left(-\frac{1}{8}\right) a^3b^3x^3y^2 \\
 &= 2 \left(-\frac{1}{8}\right) \cdot a^2a^3 \cdot bb^3 \cdot x^2x^3 \cdot y^4y^2 \\
 &= -\frac{1}{4}a^5b^4x^5y^6.
 \end{aligned}$$

Do vậy phần hệ số là  $-\frac{1}{4}a^5b^4$  và phần biến là  $x^5y^6$ .

2. Bậc của đơn thức  $A$  là  $5 + 6 = 11$ .

□

**Câu 3 (2,5 điểm).** Cho hai đa thức:  $P(x) = \frac{1}{4}x^2 + 7x^5 - 4 - x + \frac{1}{2}$  và  $Q(x) = \frac{1}{4}x^2 + x + 2\frac{1}{2} - 7x^5$ .

1. Tính  $M(x) = P(x) + Q(x)$ , rồi tìm nghiệm của đa thức  $M(x)$ ;
2. Tìm đa thức  $N(x)$  sao cho:  $N(x) + Q(x) = P(x)$ .

**Lời giải.**

1. Ta có

$$\begin{aligned}
 M(x) &= P(x) + Q(x) \\
 &= \frac{1}{4}x^2 + 7x^5 - 4 - x + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^2 + x + 2\frac{1}{2} - 7x^5 \\
 &= \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x^2\right) + (7x^5 - 7x^5) + \left(-4 + \frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}\right) + (-x + x) \\
 M(x) &= \frac{1}{2}x^2 - 1.
 \end{aligned}$$

Xét  $M(x) = 0$ . Khi đó ta có

$$\frac{1}{2}x^2 - 1 = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 1$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \text{ hoặc } -\sqrt{2}.$$

Vậy nghiệm của  $M(x)$  là  $\sqrt{2}$  hoặc  $-\sqrt{2}$ .



2. Ta có

$$N(x) + Q(x) = P(x)$$

$$N(x) = P(x) - Q(x)$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + 7x^5 - 4 - x + \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{4}x^2 + x + 2\frac{1}{2} - 7x^5 \right)$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + 7x^5 - 4 - x + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x^2 - x - 2\frac{1}{2} + 7x^5$$

$$= \left( \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^2 \right) + (7x^5 + 7x^5) + \left( -4 + \frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} \right) + (-x - x)$$

$$N(x) = 14x^5 - 2x - 6.$$

$$\text{Vậy } N(x) = 14x^5 - 2x - 6.$$

□

**Câu 4 (0,5 điểm).** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đa thức  $A(x) = x^2 - 5mx + 10m - 4$  có hai nghiệm mà nghiệm này bằng 2 lần nghiệm kia.

**Lời giải.**

Ta xét

$$A(x) = x^2 - 5mx + 10m - 4 = 0$$

$$x^2 - 4 - 5mx + 10 = 0$$

$$x^2 - 2x + 2x - 4 - 5m(x - 2) = 0$$

$$x(x - 2) + 2(x - 2) - 5m(x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2 - 5m) = 0$$

Khi đó, ta thấy  $x = 2$  và  $x = 5m - 2$  là hai nghiệm của  $A(x)$ . Để nghiệm này gấp 2 lần nghiệm kia thì  $5m - 2 = 1$  hay  $m = \frac{3}{5}$  hoặc  $5m - 2 = 4$  hay  $m = \frac{6}{5}$ . Vậy  $m = \frac{3}{5}$  hoặc  $m = \frac{6}{5}$  là giá trị  $m$  cần tìm. □

**Câu 5 (3,5 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , tia phân giác của  $\widehat{ABC}$  cắt  $AC$  tại  $D$ .

- Cho biết  $BC = 10\text{cm}$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AD = 3\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh  $AC, CD$ ;
- Vẽ  $DE$  vuông góc với  $BC$  tại  $E$ . Chứng minh  $\triangle ABD = \triangle BAE$  và  $\triangle BAE$  cân;
- Gọi  $F$  là giao điểm của hai đường thẳng  $AB$  và  $DE$ . So sánh  $DE$  và  $DF$ ;
- Gọi  $H$  là giao điểm của  $BD$  và  $CF$ ;  $K$  là điểm trên tia đối của  $DF$  sao cho  $DK = DF$ ,  $I$  điểm trên đoạn thẳng  $CD$  sao cho  $CI = 2DI$ . Chứng minh rằng ba điểm  $K, H, I$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

- Xét tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ , ta có  
 $AB^2 + AC^2 = BC^2$  (Định lý Pytago)

$$AC^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$AC = 8(\text{cm}).$$

$$\text{Do đó, } CD = AC - AD = 8 - 3 = 5(\text{cm}).$$

- Vì  $DE$  vuông góc với  $BC$  tại  $E$  do vậy

$$\widehat{DBE} = \widehat{DEC} = 90^\circ.$$

Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $A$  và  $\triangle EBD$  vuông tại  $E$  có

$BD$  cạnh chung và  $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$  ( $BD$  là tia phân giác  $\widehat{ABC}$ )

nên  $\triangle ABD = \triangle EBD$  (ch - gn)

suy ra  $BA = BE$  (cặp cạnh tương ứng)

do đó  $\triangle BAE$  cân tại  $B$  (dnhb).

- Vì  $\triangle ABD = \triangle EBD$  (cmt) nên  $AD = DE$  (cặp cạnh tương ứng).

Xét  $\triangle ADF$  vuông tại  $A$  và  $\triangle EDC$  vuông tại  $E$  có

$AD = DE$  (cmt) và  $\widehat{ADF} = \widehat{EDC}$  (đối đỉnh)

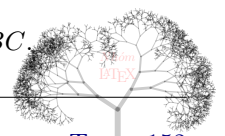
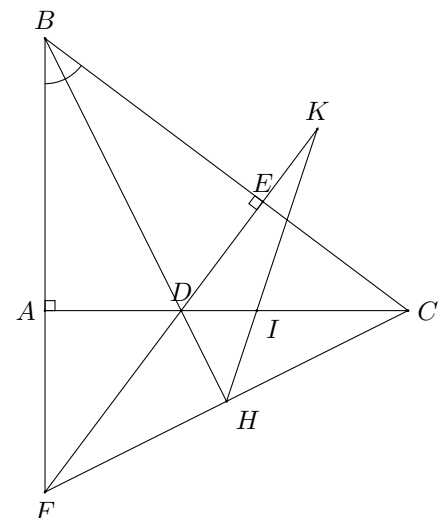
nên  $\triangle ADF = \triangle EDC$  (cgv - gn)

suy ra  $DF = DC$  (cặp cạnh tương ứng).

Xét  $\triangle DEC$  có  $\widehat{DEC} = 90^\circ$  suy ra  $DC > DE$  nên  $DF > DE$ .

- Vì  $\triangle ADF = \triangle EDC$  (cmt) nên  $AF = EC$  (cặp cạnh tương ứng).

Mặt khác ta có  $BA = BE$  do đó  $BA + AF = BE + EC$  (tính chất cộng đoạn thẳng) nên  $BF = BC$ .



Xét  $\triangle FBH$  và  $\triangle CBH$  có

$BH$  cạnh chung;  $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$  ( $BD$  là tia phân giác  $\widehat{ABC}$ );  $BF = BC$  (cmt)

nên  $\triangle FBH = \triangle CBH$  (c-g-c)

suy ra  $FH = CH$  (cặp cạnh tương ứng) do đó  $H$  là trung điểm của  $FC$ .

Xét  $\triangle FCK$  có  $DF = DK$  (gt),  $K$  thuộc tia đối  $DF$  nên  $D$  là trung điểm của  $FK$ .

Mặt khác,  $I$  thuộc  $CD$  có  $CI = 2DI$  hay  $CI = \frac{2}{3}CD$  kết hợp với  $D$  là trung điểm của  $FK$  suy ra  $I$  là trọng tâm  $\triangle FCK$ . Hơn nữa,  $H$  là trung điểm của  $FC$  nên  $K, I, H$  thẳng hàng.

□

**Đề số 10**

**Câu 1 (2 điểm).** Cho các đơn thức  $M = (-3x^2yz^2)^3$  và  $N = -\frac{2}{9}x^2y^6z$ .

1. Tính biểu thức  $T = M \cdot N$ ;
2. Xác định hệ số và bậc của  $T$ ;
3. Tính giá trị của  $N$  tại  $x = 3$ ;  $y = -1$ ;  $z = 2$ .

**Lời giải.**

- a) Ta có  $T = M \cdot N = (-3x^2yz^2)^3 \cdot \left(-\frac{2}{9}x^2y^6z\right) = (-27x^3y^3z^6) \cdot \left(-\frac{2}{9}x^2y^6z\right) = 6x^5y^9z^7$ .
- b) Hệ số của  $T$  là 6 bậc của đơn thức  $T$  là  $5 + 9 + 7 = 21$ .
- c) Khi  $x = 3$ ;  $y = -1$ ;  $z = 2$  ta có  $N = -\frac{2}{9}x^2y^6z = -\frac{2}{9} \cdot 3^2 \cdot (-1)^6 \cdot 2 = -4$ .

□

**Câu 2 (2 điểm).** Cho hai đa thức:  $A(x) = -2x^4 - 2x^3 - 7x - 2$  và  $B(x) = 2x^4 - 2x^2 - 5x - 5$ .

1. Chứng tỏ rằng  $x = -1$  là nghiệm của  $B(x)$  nhưng không là nghiệm của  $A(x)$ ;
2. Tính  $G(x) = A(x) + B(x)$  và  $H(x) = A(x) - B(x)$ .

**Lời giải.**

1. Ta có  
 $A(-1) = -2(-1)^4 - 2(-1)^3 - 7(-1) - 2 = 5 \neq 0$   
 $B(-1) = 2(-1)^4 - 2(-1)^2 - 5(-1) - 5 = 0$   
 Do đó  $x = -1$  là nghiệm của  $B(x)$  nhưng không là nghiệm của  $A(x)$ .
2. Ta có  
 $G(x) = A(x) + B(x)$   
 $= -2x^4 - 2x^3 - 7x - 2 + (2x^4 - 2x^2 - 5x - 5)$   
 $= -2x^4 - 2x^3 - 7x - 2 + 2x^4 - 2x^2 - 5x - 5$   
 $= (-2x^4 + 2x^4) - 2x^3 - 2x^2 + (-7x - 5x) + (-2 - 5)$   
 $G(x) = -2x^3 - 2x^2 - 12x - 7$ .  
 $H(x) = A(x) - B(x)$   
 $= -2x^4 - 2x^3 - 7x - 2 - (2x^4 - 2x^2 - 5x - 5)$   
 $= -2x^4 - 2x^3 - 7x - 2 - 2x^4 + 2x^2 + 5x + 5$   
 $= (-2x^4 - 2x^4) - 2x^3 + 2x^2 + (-7x + 5x) + (-2 + 5)$   
 $H(x) = -4x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3$ .  
 Vậy  $G(x) = -2x^3 - 2x^2 - 12x - 7$  và  $H(x) = -4x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3$ .

□

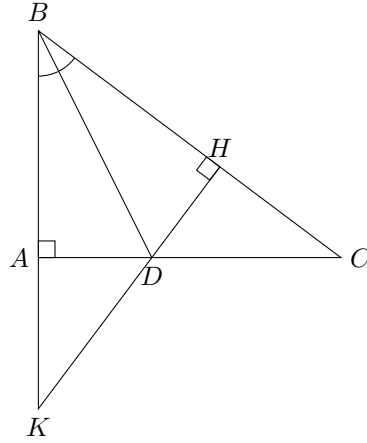
**Câu 3 (3 điểm).** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3\text{cm}$ ;  $AC = 4\text{cm}$ .

1. Tính độ dài cạnh  $BC$ ;
2. Vẽ đường phân giác  $BD$  của góc  $B$  ( $D \in AC$ ). Từ  $D$  vẽ  $DH \perp BC$  ( $H \in BC$ ). Chứng minh  $DH = DA$ ;
3. Tia  $HD$  cắt tia  $BA$  tại  $K$ . Chứng minh  $\triangle ADK = \triangle HDC$ ;



4. Chứng minh  $KD > HD$ .

**Lời giải.**



1. Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông  $ABC$ , ta có  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$ .
2. Xét hai tam giác vuông  $ABD, HBD$  có  $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ , cạnh huyền  $BD$  chung  $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle HBD \Rightarrow DA = DH$ .
3. Xét  $\triangle ADK$  và  $\triangle HDC$  có:  $\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$  (đối đỉnh),  $DA = DH$ ,  $\widehat{DAK} = \widehat{DHC} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADK = \triangle HDC$  ( $g - c - g$ ).
4. Từ câu c, ta có  $DK = DC$ , vì  $DC$  là cạnh huyền của tam giác vuông  $DHC$  nên  $DC > DH \Rightarrow DK > DH$ .

□

**Câu 4 (1 điểm).** Cho biết  $x = 2$  là nghiệm của đa thức  $f(x) = ax + b (a \neq 0)$ . Tính giá trị biểu thức  $\frac{b - 2014a}{a + b}$ .

**Lời giải.**

Vì  $x = 2$  là nghiệm của đa thức  $f(x) = ax + b$  nên  $2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a$ .  $A = \frac{b - 2014a}{a + b}$ .

Điều kiện  $a + b \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ . Khi đó  $A = \frac{b - 2014a}{a + b} = \frac{-2a - 2014a}{a - 2a} = 2016$ .

□

**Câu 5 (2 điểm).** Facebook là một website truy cập miễn phí do công ty Facebook điều hành.

<https://vi.wikipedia.org/wiki/Facebook> - cite\_note-Growth-1. Người dùng có thể tham gia các mạng lưới được tổ chức theo thành phố, nơi làm việc, trường học và khu vực để liên kết và giao tiếp với người khác. Mọi người cũng có thể kết bạn và gửi tin nhắn cho họ, và cập nhật trang hồ sơ cá nhân của mình để thông báo cho bạn bè biết về chúng.

Khảo sát về số giờ sử dụng Facebook trong một ngày của học sinh được ghi lại như sau:

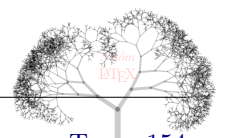
4	2	3	4	2	1	3	4
3	1	2	5	2	0	3	2
2	3	5	2	5	4	1	2
4	4	5	1	3	1	4	1
5	3	3	3	0	7	5	5

1. Dấu hiệu là gì?
2. Lập bảng tần số và tính thời gian sử dụng Facebook trung bình trong một ngày của học sinh;
3. Tìm một của dấu hiệu;
4. Theo thống kê, thời gian sử dụng Facebook trung bình trong một ngày của người Việt Nam là 2,5 giờ và cao hơn thời gian sử dụng Facebook trung bình trong một ngày của thế giới là 13%. Từ những thống kê trên, em có nhận xét gì về việc sử dụng Facebook của học sinh ngày nay?

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu là: thời gian sử dụng Facebook của học sinh trong một ngày.
2. Ta có bảng tần số như sau:

Giá trị ( $x$ )	0	1	2	3	4	5	7	
Tần số ( $n$ )	2	6	8	9	7	7	1	$n = 40$



Thời gian sử dụng Facebook trung bình trong một ngày của học sinh là

$$\frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 7 + 7 \cdot 1}{40} = 2,975 \text{ (giờ)}.$$

c) Thời gian sử dụng Facebook trung bình trong một ngày của thế giới là  $\frac{2,5}{(100\% + 13\%)} \approx 2,21$  (giờ).

Nhận xét: Thời gian sử dụng Facebook trung bình trong một ngày của học sinh lớn hơn thời gian sử dụng Facebook trung bình trong một ngày của thế giới.

□

### ĐỀ SỐ 11

**Câu 1 (2,0 điểm).** Điểm kiểm tra 1 tiết môn Toán của học sinh lớp 7A được ghi lại như sau

8	7	5	6	6	4	5	2	6	3
7	2	3	7	6	5	5	6	7	8
5	5	8	10	7	6	9	2	10	9

- Dấu hiệu ở đây là gì?
- Hãy lập bảng tần số.
- Tìm mốt và tính số trung bình cộng.

**Lời giải.**

- $X$ : Điểm kiểm tra 1 tiết môn Toán của học sinh lớp 7A.
- Bảng tần số

Điểm số	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	3	2	1	6	6	5	3	2	2	$N = 30$

- Tìm mốt và tính số trung bình cộng.

☒  $M_0 = 5, M_0 = 6.$

☒ Ta có:

Các tích $(x \cdot n)$	6	6	4	30	36	35	24	18	20	Tổng: 179
------------------------	---	---	---	----	----	----	----	----	----	-----------

$$\text{Vậy } \bar{X} = \frac{179}{30} \approx 5,97.$$

□

**Câu 2 (2,0 điểm).** Thu gọn và tìm bậc

- Của đơn thức  $N = \left(-\frac{2}{3}x^5yz\right) \cdot \left(\frac{2}{9}x^2yz\right) \cdot \left(-\frac{15}{4}yz^2\right).$
- Của đa thức  $M = x^3 - \frac{1}{2}x + 2x^2 - 3 - 3x^2 + \frac{7}{2}x - x^3 + 1.$

**Lời giải.**

- Của đơn thức  $N = \left(-\frac{2}{3}x^5yz\right) \cdot \left(\frac{2}{9}x^2yz\right) \cdot \left(-\frac{15}{4}yz^2\right).$

☒ Thu gọn ta được  $N = \frac{5}{9}x^7y^3z^4.$

☒ Bậc của đơn thức  $N$  là 14.

- Của đa thức  $M = x^3 - \frac{1}{2}x + 2x^2 - 3 - 3x^2 + \frac{7}{2}x - x^3 + 1.$

☒ Thu gọn ta được  $M = -x^2 + 3x - 2.$

☒ Bậc của đa thức  $M$  là 2.



□

**Câu 3 (2,5 điểm).** Cho hai đa thức

$$P(x) = 5x^5 + 3x - 4x^4 - 2x^3 + 6 + 4x^2; Q(x) = 2x^4 - 2x + 3x^2 - 2x^3 + \frac{1}{4} - x^5.$$

- Sắp xếp mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính  $P(x) + Q(x)$ .
- Tính  $P(x) - Q(x)$ .

**Lời giải.**

- Sắp xếp mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

$$\checkmark P(x) = 5x^5 - 4x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 3x + 6.$$

$$\checkmark Q(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + \frac{1}{4}.$$

- Tính  $P(x) + Q(x) = 4x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 7x^2 + x + \frac{25}{4}$ .
- Tính  $P(x) - Q(x) = 6x^5 - 6x^4 + x^2 + 5x + \frac{23}{4}$ .

□

**Câu 4 (0,5 điểm).** Tìm nghiệm của đa thức  $f(x) = |25 - 2x| - 7$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f(x) = 0 \Rightarrow |25 - 2x| = 7.$$

$$\text{TH1. } 25 - 2x = 7 \Rightarrow x = 9.$$

$$\text{TH2. } 25 - 2x = -7 \Rightarrow x = 16.$$

Vậy  $f(x)$  có hai nghiệm  $x = 9$  và  $x = 16$ .

□

**Câu 5 (3,0 điểm).** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 3$  cm,  $BC = 5$  cm,  $AC = 4$  cm.

- Chứng minh  $\triangle ABC$  là tam giác vuông.
- Trên  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BA = BD$ . Từ  $D$  vẽ  $Dx \perp BC$ ,  $Dx$  cắt  $AC$  tại  $H$ . Chứng minh  $\triangle HBA = \triangle HBD$ , suy ra  $BH$  là tia phân giác của  $\widehat{ABC}$ .
- Tia  $Dx$  cắt  $AB$  tại  $I$ . Chứng minh  $IH + IB > HD + BC$ .
- Gọi  $M$  là trung điểm  $IC$ , chứng minh ba điểm  $B, H, M$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

- Ta có  $AB^2 = 9$ ;  $AC^2 = 16$ ;  $BC^2 = 25$ .

Nhận thấy  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ . Áp dụng định lý Pitago đảo suy ra  $\triangle ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ .

- Xét hai tam giác vuông  $\triangle HBA$  và  $\triangle HBD$ , ta có

$$\begin{cases} AB = BD \text{ (gt)} \\ BH : \text{cạnh chung} \end{cases} \Rightarrow \triangle HBA = \triangle HBD \text{ (ch-cgv)}.$$

Suy ra  $\widehat{ABH} = \widehat{HBD}$  (góc tương ứng). Vậy  $BH$  là tia phân giác của  $\widehat{ABC}$ .

- Ta có

$$\begin{aligned} IH + IB &= IA + AB + IH \\ HD + BC &= BD + DC + HD. \end{aligned}$$

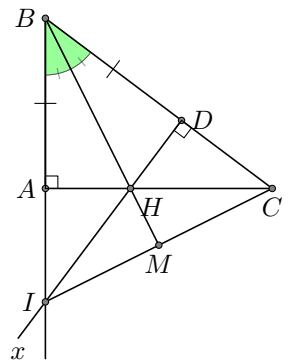
Xét hai tam giác vuông  $\triangle HAI$  và  $\triangle HDC$ , ta có

$$\begin{cases} HA = HD \\ \widehat{AHI} = \widehat{DHC} \end{cases} \Rightarrow \triangle HAI = \triangle HDC \Rightarrow AI = CD.$$

Xét  $\triangle HAI$  vuông tại  $H$  có  $IH > AH$ , mà  $AH = HD$  nên  $IH > HD$ .

Ta có  $IA = CD$ ,  $AB = BD$  và  $IH > HD$  nên

$$IA + AB + IH > CD + BD + HD \Leftrightarrow IH + IB > HD + BC.$$



d) Ta có  $AI = DC \Rightarrow BI = BC \Rightarrow \triangle IBC$  cân.

Vì  $M$  là trung điểm  $BC$  nên  $BM$  là trung tuyến của  $\triangle IBC$ .

$\triangle IBC$  cân tại  $B$  có  $BH$  là phân giác,  $BM$  là trung tuyến nên  $BH \equiv BM$  nên suy ra  $B, H, M$  thẳng hàng.

□

**ĐỀ SỐ 12**

**Câu 1.** (1,5 điểm) Kết quả điểm kiểm tra Toán của tổ 1 và tổ 2 thuộc lớp 7A được ghi lại như sau

Tổ 1	6	7	7	8	7	8	7	6	8	7
Tổ 2	4	10	6	9	10	2	6	5	10	9

- Tính điểm trung bình cộng của mỗi tổ;
- Có nhận xét gì về kết quả điểm kiểm tra Toán của hai tổ trên?

**Lời giải.**

- Điểm trung bình cộng môn Toán của tổ 1 là:  $(6.2 + 7.5 + 8.3) : 10 = 7,1$ .  
Điểm trung bình cộng môn Toán của tổ 2 là:  $(2.1 + 4.1 + 5.1 + 6.2 + 9.2 + 10.3) : 10 = 7,1$ .
- Điểm trung bình môn Toán của tổ 1 và tổ 2 bằng nhau.

□

**Câu 2.** (2 điểm) Cho đơn thức  $A = (-2a^2x^3y)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}by^3\right)^2$  với  $a, b$  là hằng số.

- Thu gọn rồi cho biết phần hệ số và phần biến của  $A$ ;
- Tìm bậc của đơn thức  $A$ .

**Lời giải.**

- Ta có  $A = (-2a^2x^3y)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}by^3\right)^2 = -8a^6x^9y^3 \cdot \frac{1}{4}b^2y^6 = -2a^6b^2x^9y^9$ .  
Phần hệ số của  $A$  là  $-2a^6b^2$ , phần biến của  $A$  là  $x^9y^9$ .
- Bậc của đơn thức  $A$  bằng  $9 + 9 = 18$ .

□

**Câu 3.** (2,5 điểm). Cho hai đa thức  $P(x) = -7x^4 + 11 + 5x - 3x^2$  và  $Q(x) = 3x^2 + 7x^4 + x - 5$ .

- Tính  $M(x) = P(x) + Q(x)$  rồi tìm nghiệm của đa thức  $M(x)$ ;
- Tìm đa thức  $N(x)$  sao cho  $N(x) = P(x) - Q(x)$ .

**Lời giải.**

- Ta có  $M(x) = P(x) + Q(x) = 6x + 6$ .  
 $M(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$   
Vậy  $M(x)$  có nghiệm  $x = -1$ .
- Ta có  $N(x) = P(x) - Q(x) = -14x^4 - 6x^2 + 4x + 16$ .

□

**Câu 4.** (0,5 điểm). Đồ thị hàm số  $y = ax$  ( $a \neq 0$ ) là đường thẳng  $(d)$  đi qua điểm  $A(x_0; y_0)$  mà  $(x_0 + 4)^2 + (y_0 - 2)^2 = 0$ , hãy tìm  $a$  và vẽ  $(d)$  trên mặt phẳng tọa độ.

**Lời giải.**

Ta có  $(x_0 + 4)^2 + (y_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -4 \\ y_0 = 2 \end{cases}$  nên  $A(-4; 2)$ .

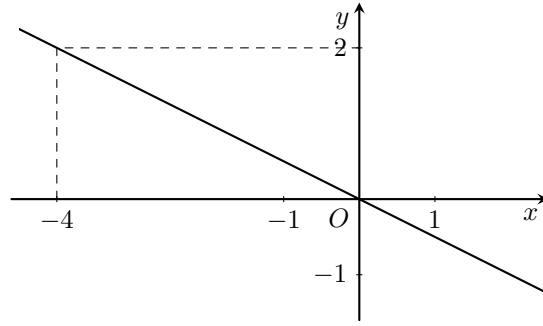
Đồ thị  $(d)$  đi qua  $A(-4; 2) \Leftrightarrow 2 = -4a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$ .

Vậy  $a = -\frac{1}{2}$  nên ta có  $(d)$  là đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x$ .

$(d)$  là đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O(0; 0)$  và điểm  $A(-4; 2)$  nên có đồ thị như hình vẽ sau





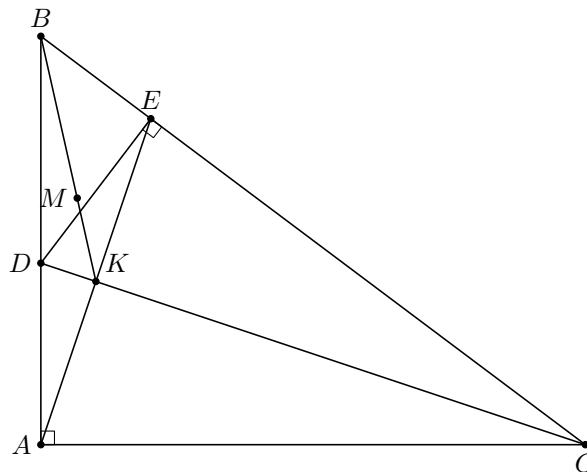


□

**Câu 5.** (3,5 điểm). Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , tia phân giác của góc  $\widehat{ACB}$  cắt  $AB$  tại  $D$ .

- Cho biết  $BC = 15$  cm,  $AC = 12$  cm,  $BD = 5$  cm. Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB$ ,  $CD$ ;
- Vẽ  $DE$  vuông góc với  $BC$  tại  $E$ . Chứng minh rằng  $\triangle ACD = \triangle ECD$  và  $\triangle CAE$  cân;
- Chứng minh rằng  $\triangle DAE$  cân, so sánh  $DA$  và  $DB$ ;
- Gọi  $K$  là giao điểm của  $AE$  và  $CD$ , điểm  $M$  trên đoạn thẳng  $BK$  sao cho  $BM = 2MK$ . Điểm  $M$  là điểm đặc biệt gì của  $\triangle ABE$ ? Giải thích?

**Lời giải.**



- Ta có  $BC = 15$  cm,  $AC = 12$  cm. Theo định lý Pi-ta-go ta có  $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 81$  nên  $AB = 9$  cm. Mà  $BD = 5$  cm nên  $AD = 9 - 5 = 4$  cm. Ta có  $\triangle ACD$  vuông tại  $A$  nên  $CD^2 = AC^2 + AD^2 = 12^2 + 4^2 = 160$  nên  $BC = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$  cm.
- Từ giả thiết ta có  $\triangle ACD$  và  $\triangle ECD$  là hai tam giác vuông, có góc  $\widehat{ECD} = \widehat{DCA}$  (vì  $CD$  là tia phân giác của góc  $C$ ). Mà hai tam giác vuông đó có chung cạnh huyền  $CD$  nên chúng bằng nhau (g-c-g).
- Từ phần chứng minh trên ta có  $\triangle ACD = \triangle ECD$  nên  $DE = DA$  suy ra  $\triangle DAE$  cân đỉnh  $D$ . Ta có  $DA = 4$  cm và  $DB = 5$  cm nên  $DA < DB$ .
- Gọi  $K$  là giao điểm của  $AE$  và  $CD$  mà theo chứng minh trên ta có  $\widehat{EDK} = \widehat{ADK}$  nên  $DK$  là phân giác của góc  $D$  trong tam giác cân  $ADE$ , từ đó suy ra  $K$  là trung điểm của  $AE$ .  $M$  trên đoạn thẳng  $BK$  thỏa mãn  $BM = 2MK$  mà  $BK$  chính là đường trung tuyến của tam giác  $ABE$  nên  $M$  là trọng tâm của  $\triangle ABE$ .

□

**ĐỀ SỐ 13**

**Câu 1.** (2,5 điểm) Cho các đơn thức  $A = (-2x^2yz^3)^4$  và  $B = -\frac{5}{16}x^4y^3z$ .

- Tính biểu thức  $C = A.B$ ;



2. Xác định hệ số và bậc của  $C$ ;
3. Tính giá trị của  $B$  tại  $x = 2, y = -1, z = -2$ .

**Lời giải.**

1. Ta có  $C = A.B = (16x^8y^4z^{12}) \cdot \left(-\frac{5}{16}x^4y^3z\right) = -5x^{12}y^7z^{13}$ .
2. Hệ số của  $C$  là  $-5$ , bậc của  $C$  bằng  $12 + 7 + 13 = 32$ .
3. Tại  $x = 2, y = -1, z = -2$  ta có  $B = -\frac{5}{16}.2^4.(-1)^3.(-2) = -10$ .

□

**Câu 2.** (2,5 điểm) Cho hai đa thức  $P(x) = -5x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 3$  và  $Q(x) = 3x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 7x - 7$ .

1. Tính  $P(x) + Q(x)$ ;
2. Tìm đa thức  $A(x)$  sao cho  $A(x) + Q(x) = P(x)$ .

**Lời giải.**

1. Ta  $P(x) + Q(x) = -2x^4 + 7x^3 - x^2 - 12x - 4$ .
2. Ta có  $A(x) + Q(x) = P(x) \Leftrightarrow A(x) = P(x) - Q(x) = -8x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 2x + 10$ .

□

**Câu 3.** (1 điểm) Cho đa thức  $P(x) = ax^2 + bx + c$ . Chứng minh rằng nếu đa thức có nghiệm là  $-1$  thì  $a - b + c = 0$ .

**Lời giải.**

$P(x) = ax^2 + bx + c$  có nghiệm  $x = -1$  nghĩa là  $a(-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Leftrightarrow a - b + c = 0$ .

Vậy ta có điều phải chứng minh.

□

**Câu 4.** (2 điểm) Số con trong 30 gia đình ở một phường được ghi trong bảng sau

2	2	1	2	2	2	3	2	2	2
2	0	2	2	3	3	0	2	3	2
2	2	1	1	2	3	3	2	2	2

1. Dấu hiệu thống kê là gì?
2. Lập bảng tần số và tính số con trung bình trong mỗi gia đình;
3. Tìm mốt của dấu hiệu;
4. Theo thống kê một gia đình hạnh phúc nếu chỉ có hai con. Từ những thống kê trên, em có nhận xét gì về các gia đình ở phường đã thống kê.

**Lời giải.**

1. Dấu hiệu thống kê là số con trong mỗi gia đình.
2. Bảng tần số

Số con (X)	0	1	2	3	Tổng số
Giá trị(n)	2	3	19	6	N=30

Số con trung bình trong mỗi gia đình là  $\bar{X} = \frac{0.2 + 1.3 + 2.19 + 3.6}{30} = \frac{59}{30} \approx 1,97$  con.

3. Mốt của dấu hiệu bằng 2.
4. Nhận xét: Số con ít nhất là 0 con. Số con nhiều nhất là 3 con. Số con của các gia đình chủ yếu là 2 – 3 con. Theo thống kê một gia đình hạnh phúc nếu chỉ có hai con. Từ những thống kê trên, ta thấy đa số các gia đình ở phường đã thống kê là hạnh phúc.

□

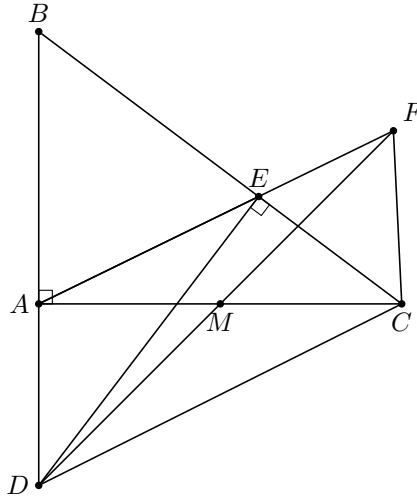
**Câu 5.** (3 điểm). Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 6$  cm,  $AC = 8$  cm.

1. Tính độ dài cạnh  $BC$ ;



- Trên tia  $BA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BD = BC$ . Kẻ  $DE$  vuông góc với  $BC$  tại  $E$ . Chứng minh  $\triangle BAC = \triangle BED$ ;
- Chứng minh rằng  $\triangle BAE$  cân và  $AE \parallel DC$ ;
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Hai đường thẳng  $AE$  và  $MD$  cắt nhau tại  $F$ . Chứng minh:  $CF$  vuông góc với  $AC$ .

**Lời giải.**



- Theo định lý Pi-ta-go ta có  $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$  cm.
- Từ giả thiết ta xét hai tam giác vuông  $\triangle BAC$  và  $\triangle BED$  có góc  $\widehat{B}$  chung,  $BD = BC$ , góc  $\widehat{BED} = \widehat{BAC} = 90^\circ$ . Vậy hai tam giác bằng nhau.
- Theo chứng minh trên ta có  $\triangle BAC = \triangle BED$  nên  $BA = BE$  suy ra  $\triangle BAE$  cân.  
Ta cũng có  $BD = BC$  nên  $\triangle BDC$  cân đỉnh  $B$ .  
Vì  $\triangle BAE$  và  $\triangle BDC$  cân nên suy ra  $\widehat{BAE} = \widehat{BDC}$  suy ra  $AE \parallel DC$  (hai góc đồng vị).
- Theo chứng minh trên ta có  $AE \parallel DC$  nên  $\widehat{AFD} = \widehat{FDC}$  và  $\widehat{FAC} = \widehat{ACD}$ . Mà  $AM = MC$  nên  $\triangle AMF = \triangle CMD$ .  
Từ đó suy ra  $MF = MD$  nên  $\triangle FMC = \triangle DMA$  và có  $\widehat{MFC} = \widehat{MDA}$  nên  $AD \parallel FC$ .  
Mà  $AD \perp AC$  nên  $FC \perp AC$ .

□

**ĐỀ SỐ 14**

**Câu 1.** (2 điểm)

- Tính tổng các đơn thức sau rồi tính giá trị của đơn thức thu được tại  $x = 3$ ;  $y = -4$  và  $z = \frac{1}{2}$ :

$$\frac{2}{3}x^3y^2z + \frac{1}{3}x^3y^2z + \left(-\frac{1}{2}x^3y^2z\right).$$

- Tính tích các đơn thức sau rồi tính giá trị của đơn thức thu được tại  $x = 1$ ;  $y = -1$ :

$$\left(-\frac{5}{27}\right)x^4y^3 \cdot \left(-\frac{9}{25}\right)x^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)xy^3.$$

**Lời giải.**

- Tính tổng các đơn thức

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}x^3y^2z + \frac{1}{3}x^3y^2z + \left(-\frac{1}{2}x^3y^2z\right) \\ &= x^3y^2z \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x^3y^2z. \end{aligned}$$

Giá trị của đơn thức thu được tại  $x = 3$ ;  $y = -4$  và  $z = \frac{1}{2}$  là

$$\frac{1}{2}3^3(-4)^2\frac{1}{2} = 108.$$



2. Tính tích các đơn thức

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{5}{27}\right)x^4y^3 \cdot \left(-\frac{9}{25}\right)x^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)xy^3 \\ &= \left(-\frac{5}{27}\right)\left(-\frac{9}{25}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)x^4x^2xy^3yy^3 \\ &= \left(-\frac{1}{30}\right)x^7y^7. \end{aligned}$$

Giá trị của đơn thức thu được tại  $x = 1$ ;  $y = -1$ :

$$\left(-\frac{1}{30}\right)1^7(-1)^7 = \frac{1}{30}.$$

□

**Câu 2.** (2 điểm) Cho hai đa thức:

$$P(x) = \frac{1}{2}x^5 - 0,75x^4 - 15x^3 + 7x^2 - x - 2017; \quad Q(x) = 0,5x^5 + \frac{1}{4}x^4 - 15x^3 + 3x^2 - x - 4034.$$

1. Tính  $P(x) - Q(x)$
2. Tìm đa thức  $R(x)$  biết  $P(x) - R(x) = Q(x)$ .

**Lời giải.**

1. Tính  $P(x) - Q(x)$

$$\begin{aligned} P(x) - Q(x) &= \frac{1}{2}x^5 - 0,75x^4 - 15x^3 + 7x^2 - x - 2017 - \left(0,5x^5 + \frac{1}{4}x^4 - 15x^3 + 3x^2 - x - 4034\right) \\ &= \frac{1}{2}x^5 - 0,5x^5 - 0,75x^4 - \frac{1}{4}x^4 - 15x^3 + 15x^3 + 7x^2 - 3x^2 - x + x - 2017 + 4034 \\ &= -x^4 + 4x^2 + 2017. \end{aligned}$$

2. Tìm đa thức  $R(x)$

$$\begin{aligned} P(x) - R(x) &= Q(x) \\ R(x) &= P(x) - Q(x) \\ R(x) &= -x^4 + 4x^2 + 2017. \end{aligned}$$

□

**Câu 3.** (1 điểm)

1. Tìm nghiệm của đa thức  $f(x) = -2x + 3$ .
2. Giải thích vì sao đa thức  $g(x) = x^2 + 2017$  không có nghiệm.

**Lời giải.**

1. Nghiệm của đa thức  $f(x) = -2x + 3$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x + 3 &= 0 \\ 2x &= 3 \\ x &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Vậy  $x = \frac{3}{2}$  là nghiệm của  $f(x)$ .

2. Giải thích đa thức  $g(x) = x^2 + 2017$  không có nghiệm

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ x^2 + 2017 &= 0 \\ x^2 &= -2017. \end{aligned}$$

Bình phương của một số luôn không âm nên không tìm được  $x$  để  $g(x) = 0$  nghĩa là đa thức  $g(x)$  không có nghiệm.





**Câu 4.** (2 điểm) Các bạn học sinh lớp 7A rất thích môn Giáo dục Công dân, điểm kiểm tra HKII môn này của các bạn học sinh lớp 7A được ghi nhận như sau:

7,5	8	8	9	8	10	8	8,5
8	7,5	6,5	9	9	7,5	9,5	10
9	9	9,5	7,5	10	9	10	6
10	7	10	8	6,5	9,5	8,5	7,5
8	9	9	9,5	8	7,5	10	8

1. Lập bảng “tần số” và dùng công thức số trung bình cộng  $\bar{X}$  để tính trung bình điểm kiểm tra KHII môn Giáo dục Công dân của một học sinh lớp 7A.
2. Số các bạn có điểm kiểm tra từ 8 điểm trở lên chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

**Lời giải.**

1. Lập bảng “tần số”

Giá trị	Tần số
7,5	6
8	9
9	8
10	7
8,5	2
6,5	2
9,5	4
6	1
7	1

Trung bình điểm kiểm tra KHII môn Giáo dục Công dân của một học sinh lớp 7A.

$$\bar{X} = \frac{7,5 \cdot 6 + 8 \cdot 9 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 7 + 8,5 \cdot 2 + 6,5 \cdot 2 + 9,5 \cdot 4 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 1}{6 + 9 + 8 + 7 + 2 + 2 + 4 + 1 + 1} = \frac{340}{40} = 8,5.$$

2. Tỉ lệ bao nhiêu phần trăm các bạn có điểm kiểm tra từ 8 điểm trở lên

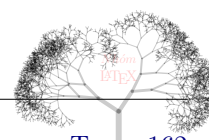
$$\frac{9 + 8 + 7 + 2 + 2 + 4 + 1 + 1}{40} \cdot 100 = \frac{34}{40} \cdot 100 = 85 (\%).$$

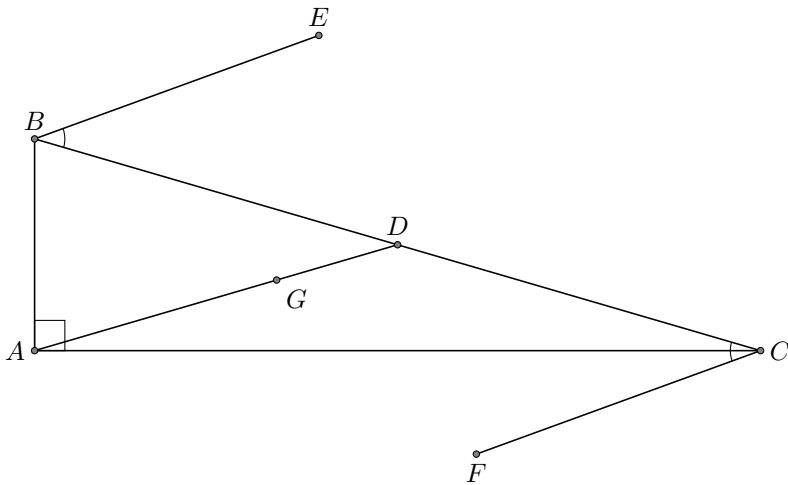


**Câu 5.** (3 điểm) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 7$  cm,  $AC = 24$  cm,  $D$  là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ .

1. Tính độ dài  $BC$  và  $AG$ .
2. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $BC$  không chứa điểm  $A$  vẽ tia  $Bx$ , trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $BC$  chứa điểm  $A$  vẽ tia  $Cy$  sao cho  $\widehat{CBx} = \widehat{BCy}$ . Trên  $Bx$  và  $Cy$  lần lượt lấy hai điểm  $E$  và  $F$  sao cho  $BE = CF$ . Chứng minh  $\triangle BDE = \triangle CDF$  và suy ra  $DE = DF$ .
3. Chứng tỏ  $G$  cũng là trọng tâm của  $\triangle AEF$ .

**Lời giải.**





1. Tính độ dài  $BC$  và  $AG$

Vì  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  nên theo định lý Py-ta-go ta có

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= BC^2 \\ BC^2 &= 7^2 + 24^2 \\ BC^2 &= 625 \\ BC^2 &= 25^2 \\ BC &= 25 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Vì  $AD$  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên ta có

$$AD = \frac{BC}{2} = \frac{25}{2} \text{ (cm)}.$$

Vì  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$  nên theo tính chất trọng tâm ta có

$$AG = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \cdot \frac{25}{2} = \frac{25}{3} \text{ (cm)}.$$

2. Chứng minh  $\triangle BDE = \triangle CDF$  và suy ra  $DE = DF$

Xét  $\triangle BDE$  và  $\triangle CDF$  có

$$\begin{cases} BD = CD \text{ (vì } D \text{ là trung điểm } BC) \\ BE = CF \text{ (giả thuyết)} \\ \widehat{DBE} = \widehat{DCF} \text{ (giả thuyết)} \end{cases} \Rightarrow \triangle BDE = \triangle CDF \text{ (c-g-c)}.$$

Ta có  $DE = DF$  vì  $\triangle BDE = \triangle CDF$ .

3. Chứng minh  $G$  là trọng tâm của  $\triangle AEF$

Chứng minh  $E, D, F$  thẳng hàng

Ta có

$$\begin{cases} \widehat{BDE} = \widehat{CDF} \text{ (vì } \triangle BDE = \triangle CDF) \\ B, D, C \text{ thẳng hàng} \end{cases} \Rightarrow \widehat{BDE} \text{ và } \widehat{CDF} \text{ đối đỉnh} \Rightarrow E, D, F \text{ thẳng hàng}.$$

Xét  $\triangle AEF$  có  $AD$  là trung tuyến (vì  $DE = DF$ ), vì  $AG = \frac{2}{3}AD$  nên  $G$  là trọng tâm  $\triangle AEF$ .

□

**ĐỀ SỐ 15**

**Câu 1.** (2 điểm) Thời gian giải một bài toán (tính theo phút) của 20 học sinh lớp 7A được ghi trong bảng sau

8	7	9	5	6	9	9	7	8	10
5	3	9	9	8	10	7	9	4	10



1. Lập bảng tần số.
2. Tính số phút trung bình giải một bài toán của học sinh lớp 7A.

**Lời giải.**

1. Lập bảng tần số

Giá trị	Tần số
3	1
4	1
5	2
6	1
7	3
8	3
9	6
10	3

2. Tính số phút trung bình giải một bài toán của học sinh lớp 7A.

$$\bar{X} = \frac{3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 6 + 10 \cdot 3}{1 + 1 + 2 + 1 + 3 + 3 + 6 + 3} = \frac{132}{20} = 6,6 \text{ (phút)}.$$

□

**Câu 2.** (1,5 điểm) Cho đơn thức  $M = \frac{1}{3}xy(-3xy^2)^2$ .

1. Thu gọn  $M$  rồi cho biết hệ số và phần biến của đơn thức.
2. Tính giá trị của đơn thức tại  $x = -1$ ;  $y = 2$ .

**Lời giải.**

1. Thu gọn  $M$

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{3}xy(-3xy^2)^2 \\ &= \frac{1}{3}xy \cdot (-3)^2 x^2 (y^2)^2 \\ &= 3x^3 y^5. \end{aligned}$$

$M$  có hệ số là 3 và phần biến là  $x^3 y^5$ .

2. Giá trị của đơn thức tại  $x = -1$ ;  $y = 2$  là  
 $3(-1)^3(2)^5 = 3 \cdot (-1) \cdot (32) = -96$ .

□

**Câu 3.** (2 điểm) Cho hai đa thức:  $A = -3x^3 + 5x^2 - 6x + 1$ ;  $B = x^3 - 5x^2 + 5x + 1$ .

1. Tính  $A + B$ .
2. Tìm đa thức  $C$  sao cho  $B - C = A$ .

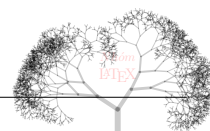
**Lời giải.**

1. Tính  $A + B$ .

$$\begin{aligned} A + B &= -3x^3 + 5x^2 - 6x + 1 + (x^3 - 5x^2 + 5x + 1) \\ &= (-3x^3 + x^3) + (5x^2 - 5x^2) + (-6x + 5x) + (1 + 1) \\ &= -2x^3 - x + 2. \end{aligned}$$

2. Tìm đa thức  $C$

$$\begin{aligned} B - C &= A \\ C &= B - A \\ C &= x^3 - 5x^2 + 5x + 1 - (-3x^3 + 5x^2 - 6x + 1) \\ C &= (x^3 + 3x^3) + (-5x^2 - 5x^2) + (5x + 6x) + (1 - 1) \\ C &= 4x^3 - 10x^2 + 11x. \end{aligned}$$





**Câu 4.** (1 điểm) Tìm nghiệm của các đa thức sau đây

a)  $P(x) = 4x - 8$ .

b)  $Q(x) = 4x - 2(3x - 5) + 2$ .

**Lời giải.**

1. Tìm nghiệm  $P(x)$

Ta có

$$\begin{aligned} P(x) &= 0 \\ 4x - 8 &= 0 \\ 4x &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Vậy  $P(x)$  có nghiệm  $x = 2$ .

2. Tìm nghiệm  $Q(x)$

Ta có

$$\begin{aligned} Q(x) &= 0 \\ 4x - 2(3x - 5) + 2 &= 0 \\ 4x - 6x + 10 &= 0 \\ -2x + 10 &= 0 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

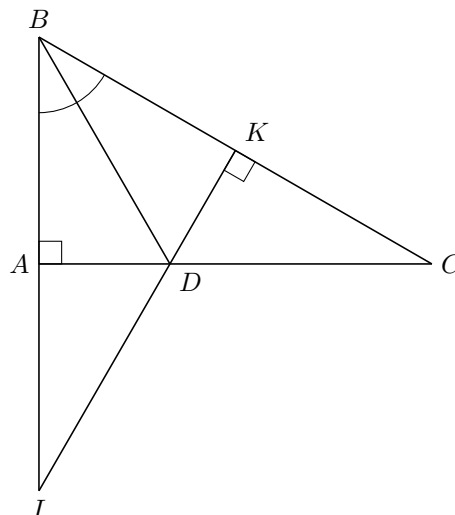
Vậy  $Q(x)$  có nghiệm  $x = 5$ .



**Câu 5.** (3,5 điểm) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $\hat{B} = 60^\circ$ .

- Tính số đo  $\hat{C}$  và so sánh độ dài 3 cạnh của  $\triangle ABC$ .
- Vẽ  $BD$  là phân giác  $\widehat{ABC}$  ( $D \in AC$ ). Qua  $D$  vẽ  $DK \perp BC$  ( $K \in BC$ ). Chứng minh:  $\triangle BAD = \triangle BKD$ .
- Chứng minh:  $\triangle BDC$  cân và  $K$  là trung điểm  $BC$ .
- Tia  $KD$  cắt  $BA$  tại  $I$ . Tính độ dài cạnh  $ID$  biết  $AB = 3$  cm (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải.**

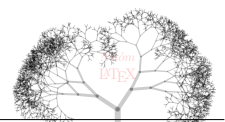


1. Tính số đo  $\hat{C}$  và so sánh độ dài 3 cạnh của  $\triangle ABC$

Ta có

$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \\ \hat{C} &= 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} \\ \hat{C} &= 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ \\ \hat{C} &= 30^\circ \end{aligned}$$

Vì  $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$  nên  $BC > AC > AB$ .





2. Chứng minh  $\triangle BAD = \triangle BKD$

Xét  $\triangle BAD$  có  $\widehat{ABD} = \frac{1}{2}\widehat{ABD} = 30^\circ$  và  $\widehat{BDA} = 180^\circ - \widehat{DBA} - \widehat{BAD} = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$ .

Xét  $\triangle BDK$  có  $\widehat{DBK} = \frac{1}{2}\widehat{ABK} = 30^\circ$  và  $\widehat{BDK} = 180^\circ - \widehat{DBK} - \widehat{BKD} = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$ .

Xét  $\triangle BAD$  và  $\triangle BDK$  có

$$\begin{cases} \widehat{BAD} = \widehat{BKD} = 90^\circ \\ BD \text{ cạnh huyền chung} \\ \widehat{ABD} = \widehat{ABK} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} = 30^\circ \text{ (tính chất phân giác)} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle BAD = \triangle BKD$  (hai tam giác vuông có cạnh huyền và góc nhọn bằng nhau).

3. Chứng minh  $\triangle BDC$  cân và  $K$  là trung điểm  $BC$

Vì  $\triangle DBC$  có  $\widehat{DCB} = 30^\circ$  nên  $\triangle DBC$  cân tại  $D$ .

Xét  $\triangle DKB$  và  $\triangle DKC$  có

$$\begin{cases} \widehat{DKB} = \widehat{DKC} = 90^\circ \\ DB = DC \triangle DBC \text{ cân tại } D \\ \widehat{DBA} = \widehat{DCK} = 30^\circ \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle BAD = \triangle BKD$  (hai tam giác vuông có cạnh huyền và góc nhọn bằng nhau).

$\Rightarrow KB = KC$ .

Vậy  $K$  là trung điểm  $BC$ .

4. Tính  $ID$

□