Computação Numérica | 21180

Período de Realização

Decorre de 18 a 25 de novembro de 2021

Data de Limite de Entrega

25 de novembro de 2021, até às 23h55m de Portugal Continental

Tema

Introdução ao Cálculo Numérico e Resolução Numérica de Equações Não Lineares

Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

Material indicado na plataforma, nomeadamente:
- M. R. Valença, *Análise Numérica*

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma:

1. Questão 1= 2.0 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.6 valores
   (b) 0.7 valores
   (c) 0.7 valores
2. Questão 2= 2.0 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:

(a) 1.0 valores

(b) 1.0 valores

Total: 4.0 valores

Normas a respeitar

A resolução das questões 1a), 1b) e 2a) deve ser puramente analítica, sem recurso ao Octave.

Deve submeter um único ficheiro comprimido .zip que contenha o relatório bem como os ficheiros Octave produzidos para a resolução do E-fólio.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA-21180.zip

O relatório do seu E-fólio deve ser apresentado em formato pdf e não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Os ficheiros Octave devem estar documentados.

Deve submeter o seu e-fólio na plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega, não sendo aceites entregas realizadas de outra forma, como por exemplo por envio de e-mail. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Pedro Antunes

1. **[2.0 val.]** Considere a função $f(x) = \cos(\pi e^x)$.

   (a) **[0.6 val.]** Calcule o polinómio de Taylor de grau 2 de f em torno do ponto $x_0 = 0$.

   (b) **[0.7 val.]** Calcule um limite superior para

   $$\max_{x \in I} |f(x) - p_2(x)|$$

   onde p_2 é o polinómio determinado na alínea anterior e $I = [-0.1, 0.1]$.

   (c) **[0.7 val.]** Use o Octave para representar numa única figura o gráfico de f e de p_2, ambos no intervalo I. A figura deve ter título, grelha e etiqueta no eixo das abcissas.

   Observação - Se não resolveu a) e só nesse caso, na alínea c) considere $p_2(x) = -\frac{101}{100} - \frac{1}{100}x + 5x^2$

2. **[2.0 val.]** Considere a equação

$$\frac{\sin(3x)}{5} - \frac{x^2}{10} - x + 1 = 0 \tag{1}$$

e a sua resolução numérica pelo método do ponto fixo com função iteradora

$$f(x) = \frac{\sin(3x)}{5} - \frac{x^2}{10} + 1.$$

   (a) **[1.0 val.]** Prove que a sucessão

   $$x_{n+1} = f(x_n), n = 0, 1, ...$$

   converge para a única raíz de (1) no intervalo $[-1, 1]$, qualquer que seja $x_0 \in [-1, 1]$.

   (b) **[1.0 val.]** Escreva uma função Octave que implemente o método do ponto fixo com a função iteradora f. Os dados de entrada deverão ser o valor da iterada inicial x_0, o número máximo de iterações N e um parâmetro ϵ que defina um critério de paragem do método logo que para duas iterações consecutivas x_n e x_{n+1} se tenha

   $$|x_{n+1} - x_n| < \epsilon.$$

   O resultado da rotina deve ser um vetor contendo todas as iterações $[x_0\ x_1\ x_2\ ...\ x_p]$, sendo x_p a aproximação para a raíz de (1). Apresente no relatório uma aproximação da raíz de (1) obtida com função Octave desenvolvida, com os dados $x = 0.5$ e $\epsilon = 10^{-7}$.

FIM