$\log_3(n)$

$T(n) = 4T(n/3) + 2n, T(1) = 10$

Solucionar por
a) Método de expansión.
b) Método árboles
c) Método del maestro.

Dado $T(n) = aT(n/b) + f(n)$, donde $a\geq 1$, $b>1$, se puede acotar asintóticamente como sigue:

1. $T(n)=\Theta(n^{\log_b a})$
   Si $f(n)=O(n^{\log_b a-\varepsilon})$ para algún $\varepsilon>0$
2. $T(n)=\Theta(n^{\log_b a}\lg n)$
   Si $f(n)=\Theta(n^{\log_b a})$ para algún $\varepsilon>0$
3. $T(n)=\Theta(f(n))$
   Si $f(n)=\Omega(n^{\log_b a+\varepsilon})$ para algún $\varepsilon>0$ si $a*f(n/b) \leq c*f(n)$
   para algun $c<1$

$T(n) = 4T(n/3) + 2n$ • $T(n) = 2n + 4T\left(\frac{n}{3}\right)$

$$T(n) = 2n + 4\left(\frac{2n}{3} + 4T\left(\frac{n}{3^2}\right)\right) = 2n + 4\times\frac{2}{3}n + 4^2 T\left(\frac{n}{3^2}\right)$$

$$T(n) = 2n + 4\times\frac{2}{3}n + 4^2\left(\frac{2n}{3^2} + 4T\left(\frac{n}{3^3}\right)\right) = 2n + 4\times\frac{2}{3}n + 4^2\times\frac{2}{3^2}n + 4^3 T\left(\frac{n}{3^3}\right)$$

$$k\left\{\; T(n) = 2n + \underbrace{4\times\frac{2}{3}n + 4^2\times\frac{2}{3^2}n + 4^3\times\frac{2}{3^3}n + \dots + 4^{k-1}\times\frac{2n}{3^{k-1}}}\; + 4^k T\left(\frac{n}{4^k}\right)\right.$$

$$T(n) = 2n + \left(\sum_{i=1}^{k-1} 2n\left(\frac{4}{3}\right)^i\right) + 4^k T\left(\frac{n}{4^k}\right)$$

$$1 = \frac{n}{3^k} \qquad k = \log_3(n)$$

$$T(n) = 2n + \left(\sum_{i=1}^{\log_3(n)-1} 2n\left(\frac{4}{3}\right)^i\right) + 4^{\log_3 n}T(1)$$

$$\sum_{i=0}^{n} ar^i = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1}$$

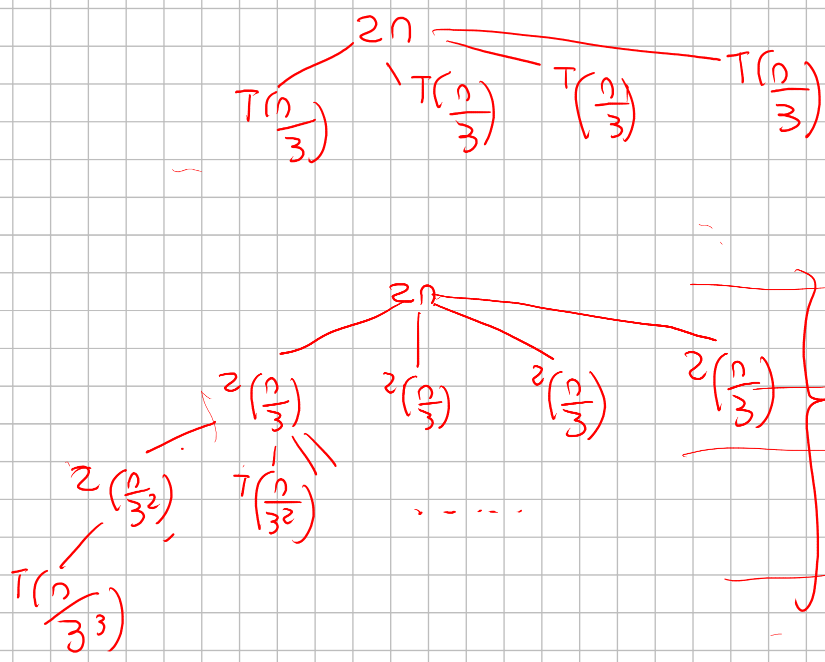
$a = 2n \qquad r = 4$

$$T(n) = 2n + \frac{2n\left(\frac{4}{3}\right)^{\log_3(n)} - 2n}{\frac{4}{3} - 1} - 2n\left(\frac{4}{3}\right)^0 + 4^{\log_3(n)}\,10$$

$$T(n) = \cancel{2n} + \frac{2n\, n^{\log_3\left(\frac{4}{3}\right)} - 2n}{1/3} - \cancel{2n} + 10n^{\log_3(4)}$$

$$T(n) = 6n\times n^{\log_3\left(\frac{4}{3}\right)} - 6n + \underline{10n^{\log_3(4)}}$$

T(n) = 4T(n/3) + 2n, T(1) = 10



$4^0 \quad 2n$

$4^1 \quad 2\left(\frac{n}{3}\right)$

$4^2 \quad 2\left(\frac{n}{3^2}\right)$

$4^3 \quad 2\left(\frac{n}{3^3}\right)$

$\vdots$

$4^{k-1} \quad 2\left(\frac{n}{3^{k-1}}\right)$

$4^k \; T(1)$

k) - 1)

k) $1 = \frac{n}{3^k}$ $\quad k = \log_3(n)$ $\quad T(1).\ T(1)$

$$4^0\, 2n \left(\frac{4}{3}\right)^0 + 4^1\, 2n\left(\frac{1}{3}\right)^1 + \dots + 4^{\log_3(n)} \cdot T(1)$$

$$T(n) = \sum_{i=0}^{\log_3(n)-1} 2n\left(\frac{4}{3}\right)^i + 4^{\log_3(n)}$$

Dado T(n) = aT(n/b) + f(n), donde a≥1, b>1, se puede acotar asintóticamente como sigue:

1. $T(n)=\Theta(n^{\log_b a})$

Si $f(n)=O(n^{\log_b a-\varepsilon})$ para algún $\varepsilon>0$

2. $T(n)=\Theta(n^{\log_b a}\lg n)$

Si $f(n)=\Theta(n^{\log_b a})$ para algún $\varepsilon>0$

3. $T(n)=\Theta(f(n))$

Si $f(n)=\Omega(n^{\log_b a+\varepsilon})$ para algún $\varepsilon>0$ si a*f(n/b) ≤c*f(n)

para algun c<1

$T(n) = 4T\left(\frac{n}{3}\right) + 2n$

$n^{\log_b a} = n^{\log_3(4)}$ $\quad 1.26 \quad 0.26$

1) $2n$ es $O(n^{\log_3(4) - \varepsilon})$

$\boxed{\Theta(n^{1.26})}$

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{4}\right) + n + 1, \quad T(1) = 8$$

1) $$T(n) = n + 1 + 4T\left(\frac{n}{4}\right)$$

$$T(n) = n + 1 + 4\left(\frac{n}{4} + 1 + 4T\left(\frac{n}{4}\right)\right)$$

$$T(n) = n + 1 + n + 4 + 4^2 T\left(\frac{n}{4^2}\right)$$

$$T(n) = n + 1 + n + 4 + 4^2\left(\frac{n}{4^2} + 1 + 4T\left(\frac{n}{4^3}\right)\right)$$

$$T(n) = \cancel{n} + 1 + \cancel{n} + 4 + \cancel{n} + 4^2 + 4^3 T\left(\frac{n}{4^3}\right)$$

$$T(n) = kn + 4^0 + 4^1 + 4^2 + \dots 4^{k-1} + 4^k T\left(\frac{n}{4^k}\right)$$

$$T(n) = kn + \left(\sum_{i=0}^{k-1} 4^i\right) + 4^k T\left(\frac{n}{4^k}\right) \qquad 1 = \frac{n}{4^k} \qquad k = \log_4(n)$$

$$T(n) = \log_4(n) \times n + \sum_{i=0}^{\log_4(n)-1} 4^i + 4^{\log_4(n)} \times T(1)$$

$$T(n) = \log_4(n) \times n + \frac{4^{\log_4(n)} - 1}{4 - 1} + 8n$$

$$\boxed{T(n) = \underbrace{\log_4(n) \times n}_{} + \frac{n}{3} - \frac{1}{3} + 8n}$$

Dado $T(n) = aT(n/b) + f(n)$, donde $a \geq 1$, $b > 1$, se puede acotar asintóticamente como sigue:

1. $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

Si $f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon})$ para algún $\varepsilon > 0$

2. $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \lg n)$

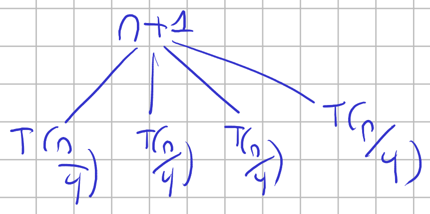
Si $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ para algún $\varepsilon > 0$

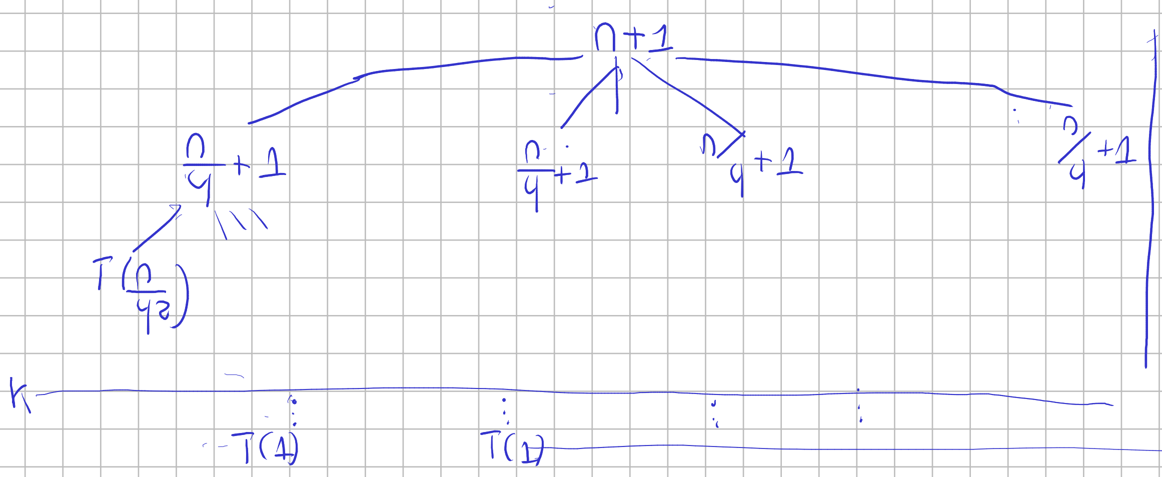
3. $T(n) = \Theta(f(n))$

Si $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$ para algún $\varepsilon > 0$ si $a*f(n/b) \leq c*f(n)$

para algun $c<1$

$T(n) = 4T\left(\frac{n}{4}\right) + n + 1 \qquad T(1) = 8$





$4^0 (n+1) = n + 4^0$

$4^1 \times \left(\frac{n}{4} + 1\right) = n + 4^1$

$4^2 \left(\frac{n}{4^2} + 1\right) = n + 4^2$

$4^{k-1} \left(\frac{n}{4^{k-1}} + 1\right) = n + 4^{k-1}$

$4^k T(1)$

$1 = \frac{n}{4^k} \qquad k = \log_4(n)$

$$T(n) = \log_4(n) \times n + \sum_{i=0}^{\log_4(n)-1} \left(4^i\right) + 4^{\log_4(n)} T(1)$$

$$\boxed{\log_4(n) = \frac{\log_2(n)}{\log_2(4)}}$$

$T(n) = 4T(n/4) + n + 1$

$n^{\log_b a} = n^{\log_4(4)} = n$

1) $n+1$ es $O(n^{1-\epsilon})$ ✗

2) $n+1$ es $\Theta(n)$ ✓

$$\boxed{T(n) = \Theta(n \log(n))}$$

Dado T(n) = aT(n/b) + f(n), donde a≥1, b>1, se puede acotar asintóticamente como sigue:

1. $T(n)=\Theta(n^{\log_b a})$

Si $f(n)=O(n^{\log_b a-\varepsilon})$ para algún $\varepsilon>0$

2. $T(n)=\Theta(n^{\log_b a}\lg n)$

Si $f(n)=\Theta(n^{\log_b a})$ para algún $\varepsilon>0$

3. $T(n)=\Theta(f(n))$

Si $f(n)=\Omega(n^{\log_b a+\varepsilon})$ para algún $\varepsilon>0$ si a*f(n/b) ≤c*f(n)

para algun c<1