

题解

T1

考虑每个不包含 m 为子串的数以这个数的每一个数位开始和 m 前缀的匹配最大长度都不超过 m 的数位长度。所以设计状态 $dp[i][j]$ 表示后 i 位在没有限制的情况下，当前这个点为结束前缀能够匹配的 m 的前缀的长度，直接数位DP即可。复杂度 $O(\log n \times \log m \times 10 \times 10)$

T2 首先转化一下问题。这个问题等价于有 n 个小朋友坐成一圈，每人有 a_i 个糖果。每人只能给左右两人传递糖果。每人每次传递一个糖果代价为1。求使所有人获得均等糖果的最小代价。首先，最终每个小朋友的糖果数量可以计算出来，等于糖果总数除以 n ，用 ave 表示。

假设标号为 i 的小朋友开始有 A_i 颗糖果， X_i 表示第 i 个小朋友给了第 $i-1$ 个小朋友 X_i 颗糖果，如果 $X_i < 0$ ，说明第 $i-1$ 个小朋友给了第 i 个小朋友 $|X_i|$ 颗糖果， X_1 表示第一个小朋友给第 n 个小朋友的糖果数量。所以最后的答案就是 $ans = |X_1| + |X_2| + |X_3| + \dots + |X_n|$ 。

对于第一个小朋友，他给了第 n 个小朋友 X_1 颗糖果，还剩 $A_1 - X_1$ 颗糖果；但因为第2个小朋友给了他 X_2 颗糖果，所以最后还剩 $A_1 - X_1 + X_2$ 颗糖果。根据题意，最后的糖果数量等于 ave ，即得到了一个方程： $A_1 - X_1 + X_2 = ave$ 。

同理，对于第2个小朋友，有 $A_2 - X_2 + X_3 = ave$ 。最终，我们可以得到 n 个方程，一共有 n 个变量，但是因为从前 $n-1$ 个方程可以推导出最后一个方程，所以实际上只有 $n-1$ 个方程是有用的。

尽管无法直接解出答案，但可以用 X_1 表示出其他的 X_i ，那么本题就变成了单变量的极值问题。

对于第1个小朋友， $A_1 - X_1 + X_2 = ave \rightarrow X_2 = ave - A_1 + X_1 = X_1 - C_1$ (假设 $C_1 = A_1 - ave$ ，下面类似)

对于第2个小朋友， $A_2 - X_2 + X_3 = ave \rightarrow X_3 = ave - A_2 + X_2 = 2ave - A_1 - A_2 + X_1 = X_1 - C_2$

对于第3个小朋友， $A_3 - X_3 + X_4 = ave \rightarrow X_4 = ave - A_3 + X_3 = 3ave - A_1 - A_2 - A_3 + X_1 = X_1 - C_3$

.....

对于第 n 个小朋友， $A_n - X_n + X_1 = ave$ 。

我们希望 X_i 的绝对值之和尽量小，即 $|X_1| + |X_1 - C_1| + |X_1 - C_2| + \dots + |X_1 - C_{n-1}|$ 要尽量小。注意到 $|X_1 - C_i|$ 的几何意义是数轴上的点 X_1 到 C_i 的距离，所以问题变成了：给定数轴上的 n 个点，找出一个到他们的距离之和尽量小的点，而这个点就是这些数中的中位数。

\$T3\$

简要题意：

求将1到 n 的所有整数分为两个集合A和B的方案数，满足每个集合中任意三个不同数字 x, y, z ，有 $xy \neq z$

$n \leq 100000$

对于 $n \leq 100$ 的数据，可以使用搜索搜出答案，具体剪枝的方法有很多，可以考虑大于一半的数可以直接计入贡献，当前已经可以证明接下去加数一定不合法等等。

我们可以感受到 n 太大时很难构造一个合法解，并且由于 n 的一个合法解删去数 n 后是一个 $n-1$ 的合法解，所以若 n 的答案为 0，则大于 n 的答案均为 0，于是当我们搜出 $n=96$ 的答案为 0 后，我们可以断言更大的 n 答案都为 0，我们就解决了此题。