Day1 题解

题解是 jhr 写的，所以前两题就不针对部分分分析了

First(Thaddeus)

第一题当然是送分的。

构造方法之一就是在一号节点上挂若干长度为 1,2,3 的链，长度 1 和长度 2/3 的链可以贡献 1 的答案，两根长度 2/3 的链贡献 2 的答案，长度 3 的链单独贡献 1 的答案。500 个节点按这种方法实际构造答案上界为 5w7 左右，十分宽裕。

Second(Thaddeus)

第二题也不难。

首先显然是要把后缀的 lcp 转换成 sa 上的 rmq。这样就转变成了给序列分配权值，点之间贡献就是区间最小值。

对于一个区间内部的答案，显然和区间所有数字的和成正比。

我们考虑分治，按 height 最小(设为 h)的位置分开，那么左右之间的贡献比都是 h。设左边分配总和 x，和为 1 的时候答案为 a，右边为 1-x，和为 1 的时候答案为 b。则新的答案就是 max(a*x+h*(1-x),h*x+b*(1-x))，max 里面是一个单增函数和一个单减函数，相等的时候取最小值。

Third(whjhr)

第三题依旧不难（我是为了给大家良好的心情，才不承认是老年退役选手出不出来难题呢）。

Case0：

暴力枚举所有子序列，去重。。。复杂度$O(2^n * q * 去重)$。

没专门给这个分了。。。不过可以过 Case1。。。

Case1：$q = 0$ 4%

打开文件，今天有没有选手这个都没拿到啊。

Case2：$n, m, q \leq 200$ 8%

对于每次询问考虑 dp[i][j]，表示前 i 个字符，组成的结尾为 j 的本质不同子序列有多少。复杂度$O(nmq)$。

Case3：$n, q \leq 2000$ 8%

改变一下 dp 方式设 f[i]表示前 i 个字符，本质不同子序列。g[i]表示以 i 结尾新增了多少本质不同子序列。

g[i]=f[i-1]-∑g[j]|a[j]==a[i]

f[i]=f[i-1]+g[i]

∑可以存储下来。复杂度$O(nq)$。

Case4：$n, q \leq 50000$ $m \leq 20$ 20%

重新考虑 Case2 的 dp，发现每个位置的转移是固定的，并且不带 min/max 之类的，所以可以利用矩阵转移，预处理出转移矩阵的前缀和后缀和即可。复杂度$O((n + q) * m^3)$

Case5：$n, q \leq 100000$ $m \leq 40$ 28%

研究转移矩阵性质，发现转移矩阵只有 2m-1 位有值，所以转移只要考虑这些位即可，复杂度$O((n+q)*m^2)$

Case6：$n,q \le 200000$ $m \le 200$ 32%

考虑转移矩阵乘上去以后的变化，研究后发现：

右乘转移矩阵，等价于某一列加等于其他所有列，我们只需要额外维护一列表示所有列之和即可。

左乘转移矩阵，等价于其他所有行加等于某一行，我们若把这一行也加上自己那么就是整个矩阵的变化了，所以我们只需要维护一个 tag，再把多加的部分减去即可。

两部分的复杂度$O((n+q)*m)$。