题解

河

题目来源agc015_e

考虑染一个河流x的效果。不妨设另一条线的k比它大。它能直接染所有b比它小的线。对于$b_i > b_x, k_i > k_x$的河流i，它一定是被间接染色的。这样的线不会被$k < k_x$的河影响，所以i只会被之前那些线染色。显然，当且仅当$k_i < k_j$（j是之前被染色的一条河流）时成立。

考虑按斜率排序。一条边能染色的部分就是向右到最后一条$b <$它的边,向左到最后一条$b >$它的边.问题变为求一些区间的并为全集的方案数，dp并前缀和优化即可。由于没有完全包含的区间所以非常简单。

铁路

考虑有根树，将一个铁路分成两部分，下行和上行，lca算在上行部分。只用考虑上行相交和下行与上行相交的情况。

上行相交本质统计子树中深度相同的路线个数，线段树合并/启发式合并处理即可，注意不要算重。

上行与下行相交的部分不太好统计。考虑树链剖分。剖完之后考虑每条链上的相交情况。问题转变为链上问题。考虑函数图像，就是y=x+c与y=-x+c的交点问题，树状数组维护即可。

桥

将贡献分担到各段，答案为$\sum |a_k - x_i| + b_i|x_i - x_{i+1}|$，$a_k$为进/出某个桥的点。$x_i$为每个桥的坐标。$b_i$为经过两相邻桥的人数。显然$x_i$的取值为a，可以轻松得出一个$O(mn^2)$的DP。单调队列优化即可得到$O(mn)$的做法。

考虑进一步发掘。显然前面的求和是凸的。

设$f_i(x)$表示前i个桥的贡献函数。显然，$f_1(x)$没有后面的项，一定是凸的。

$f_{i+1}(x) = g_i(x) + \min\{f_i(k) + b|k - x|\}$.

凸函数+凸函数还是凸函数，不用考虑g。考虑后面的部分。

设$x_1, x_2, f_i'(x_1) = -b, f_i'(x_2) = b$,则有

$$\min\{f_i(k) + b|k - x|\} = \begin{cases} f_i(x1) + b(x1 - x) & (x \in (-\infty, x1)) \\ f_i(x) & (x \in [x1, x2]) \\ f_i(x1) + b(x2 - x) & (x \in (x2, \infty)) \end{cases}$$

还是凸的

只需要维护区间set一次函数，区间加一次函数，查找斜率k即可。