

# Algorithmen

Jacques Mock Schindler

27.11.2024

Der Begriff *Algorithmus* ist aktuell omnipräsent. Oft hat der Begriff allerdings einen negativen Unterton weil er mit etwas intransparenten und unkontrollierbaren in Verbindung gebracht wird. Aber was ist eigentlich ein *Algorithmus*?

Die [Wikipedia](#) definiert den Begriff folgendermassen:

Ein Algorithmus [...] ist eine eindeutige Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems oder einer Klasse von Problemen. Algorithmen bestehen aus endlich vielen, wohldefinierten Einzelschritten.

Donald E. Knuth beschreibt im ersten Band seines fundamentalen, sieben Bände umfassenden, Werkes "*The Art of Computer Programming*" die Herkunft des Begriffes. Es handelt sich um die mit der Zeit entstellte Form des letzten Teils des Namens von *Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi*<sup>1</sup>, eines persischen Mathematikers aus dem 9. Jahrhundert.

Salopp umformuliert ist ein Algorithmus ein Rezept zum Lösen konkreter Probleme.

## Algorithmen in der Informatik

Wie Algorithmen in der Informatik verwendet werden, soll am Beispiel der Berechnung des grössten gemeinsamen Teilers mit dem [euklidischen Algorithmus](#) gezeigt werden. Der griechische Mathematiker Euklid, nach dem der Algorithmus benannt ist, hat das Verfahren im 3. Jahrhundert v. Chr. beschrieben.

**Algorithmus E** (Euklidischer Algorithmus). Gegeben seien zwei positive natürliche Zahlen  $m$  und  $n$ . Gesucht ist deren grösster gemeinsamer Teiler.

**E1. Rest berechnen.** Teile  $m$  durch  $n$ . Der Rest sei  $r$ . (Es gilt  $0 \leq r < n$ .)

---

<sup>1</sup>Knuth, Donald Ervin; *The Art of Computer Programming (Fundamental Algorithms)*; 3rd ed.; Bd. I.; Reading, Mass: Addison-Wesley, 1997; Seite. 1.

**E2.** Ist der Rest null? Wenn  $r = 0$  endet der Algorithmus und  $n$  ist die Lösung.

**E3.** Reduzieren. Setze  $m \leftarrow n, n \leftarrow r$  und gehe zurück zu Schritt E1.<sup>2</sup>

Der Algorithmus E kann in das folgende Flussdiagramm übersetzt werden.

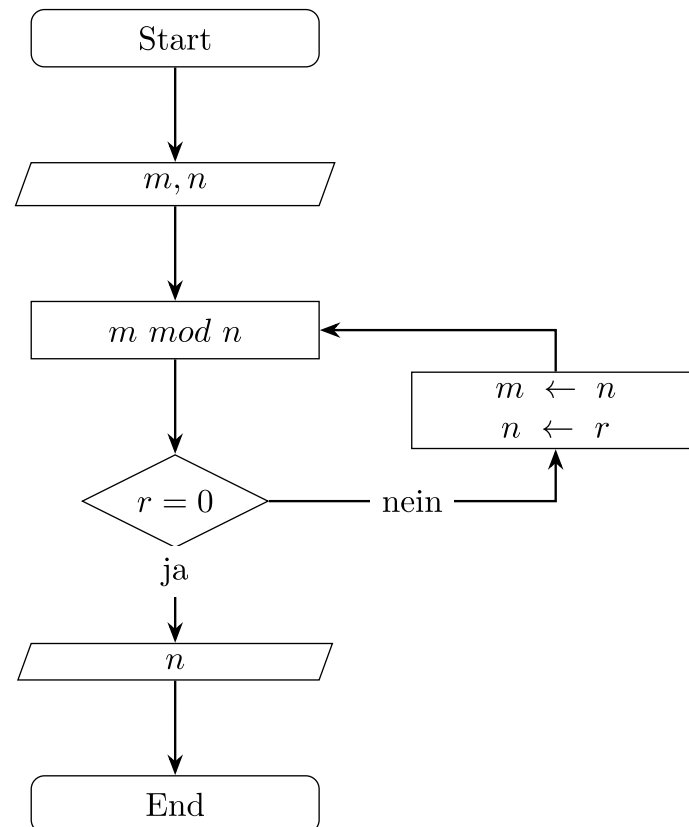


Figure 1: Flussdiagramm Algorithmus E

Die graphische Darstellung von Algorithmus E als Flussdiagramm hilft, eine entsprechende Funktion in Python zu implementieren.

```
def euclid(m : int, n : int) -> int:
    r = m % n
    while r > 0:
        m = n
        n = r
        r = m % n
    return n
```

---

<sup>2</sup>Knuth, aaO., Seite 2 f.

## Exkurs Sichtbarkeit von Variablen

Die Namen von Variablen in Python sind nicht im ganzen Programm sichtbar. Entscheidend ist, wo die Variable definiert werden. Variablen, die innerhalb einer Funktion definiert werden, sind nur innerhalb dieser Funktion sichtbar. Variablen, welche in einem File (Modul) definiert werden, sind grundsätzlich nur in diesem Modul sichtbar.

So ist es möglich, den gleichen Namen für verschiedene Variablen zu vergeben.

## Aufgabe

Berechnen Sie von Hand nach dem Euklidischen Algorithmus den grössten gemeinsamen Teiler für die Zahlen 544 und 119. Erstellen Sie eine Tabelle in welcher Schläufe für Schläufe die Werte für die Variablen  $m$  und  $n$  eingetragen sind.

## Musterlösung

Der grösste gemeinsame Teiler für 544 und 119 ist 17.

Durchlauf	m	n
0	544	119
1	119	68
2	68	51
3	51	17

Eine weiteres Beispiel findet sich in diesem [Jupyter Notebook](#).

Die Musterlösung findet sich [hier](#).

Hier findet sich die Musterlösung der in der Lektion besprochenen vorgehensweise.