Politechnika Śląska
Wydział AEiI

Laboratorium
z Metod Numerycznych

Interpolacja.

Data zajęć 14.01.2017r
Data wykonania 27.01.2017r

mgr inż. Wojciech Łabaj

Sekcja 1 grupa 1
Skrobol Bartłomiej
bartskr440@student.polsl

Treść zadania:

Napisać program wyznaczający wartość wielomianu interpolacyjnego Newtona w punktach leżących w przedziale <a,b> dla funkcji interpolowanej f(x).
Funkcja interpolowana: f(x) = |cos(x)*x|
Przyjąć (n + 1) węzłów dla n = 7, 8, 15, 16

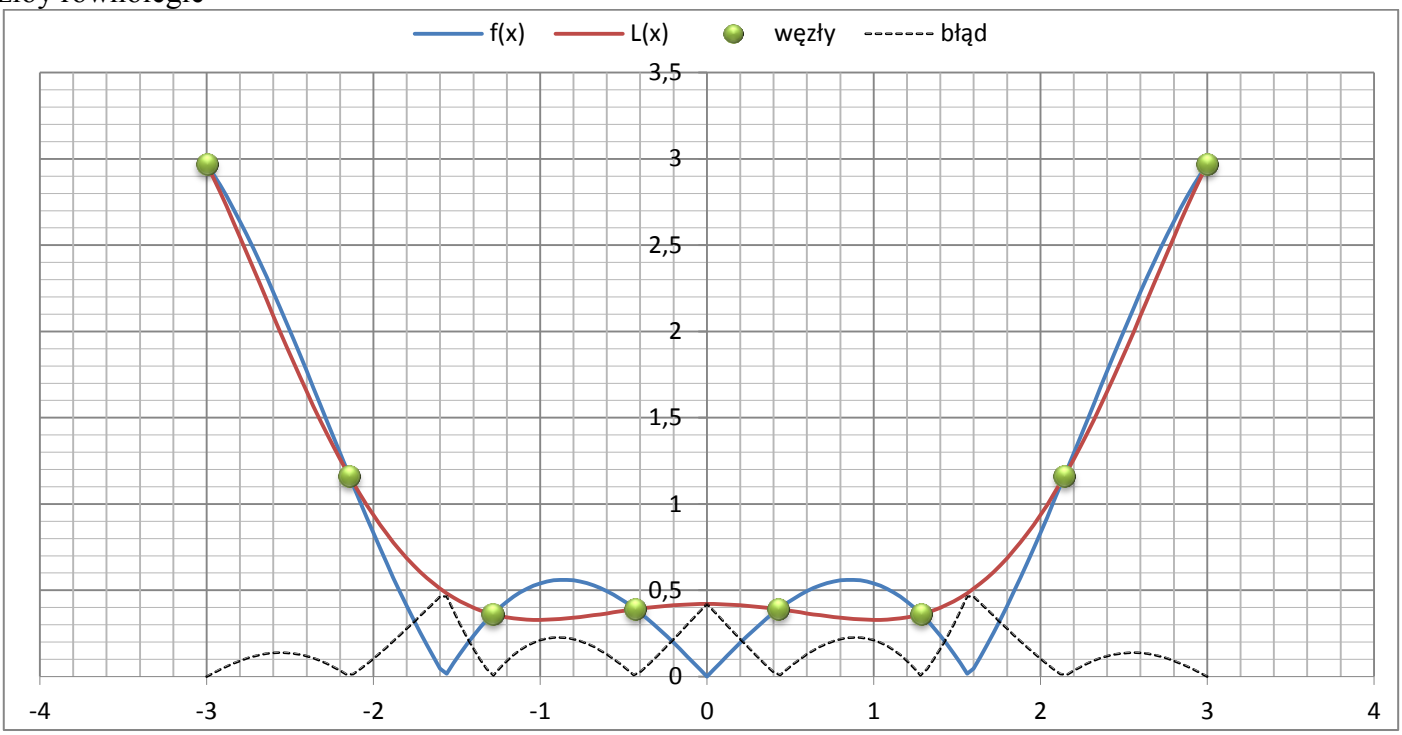
a) równoodległych
b) dobranych optymalnie

Przedziały

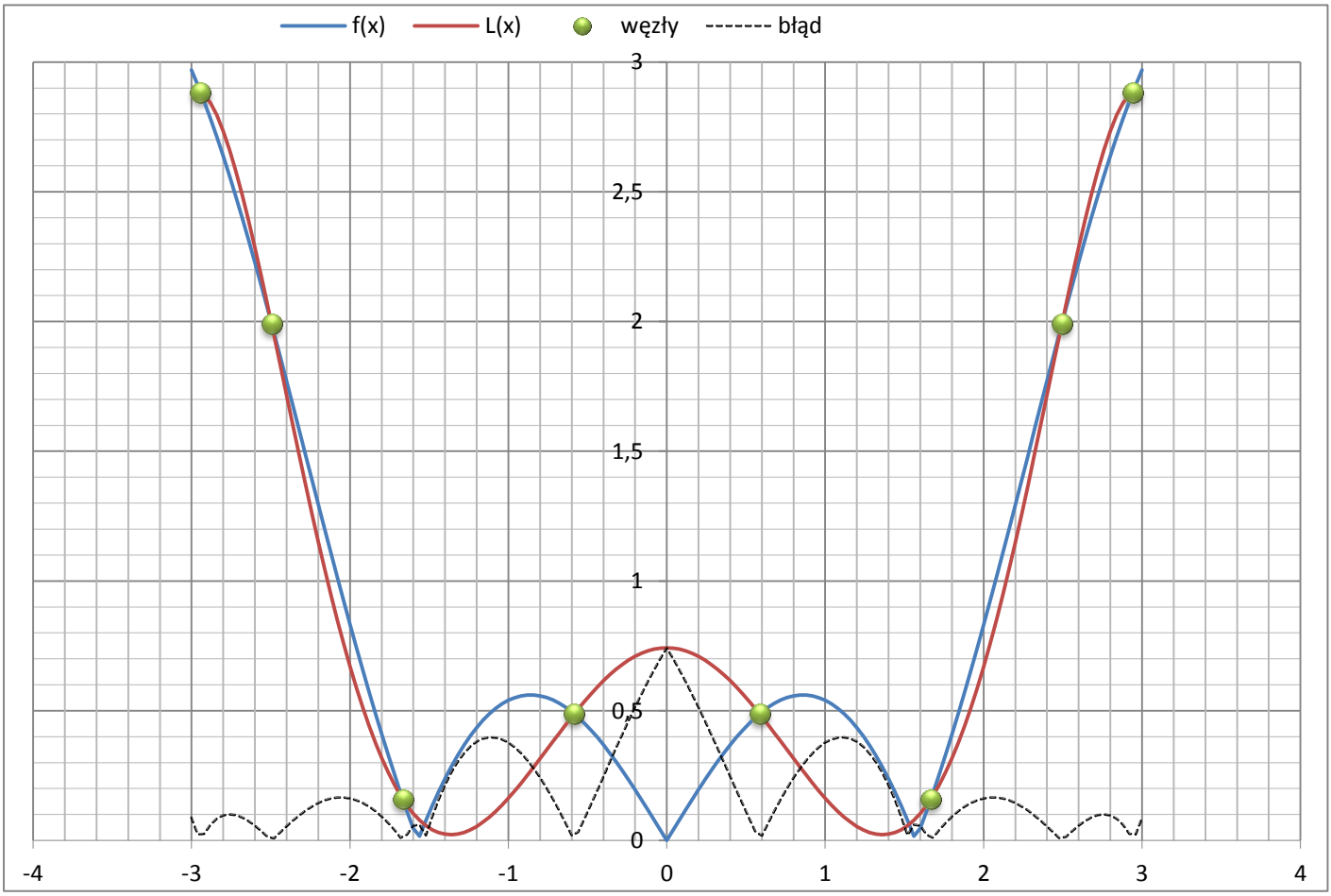
a) $x \in$ <-3;3>
b) $x \in$ <-6;6>

Wyniki: <-3,3> n=7

Węzłóy równolegle

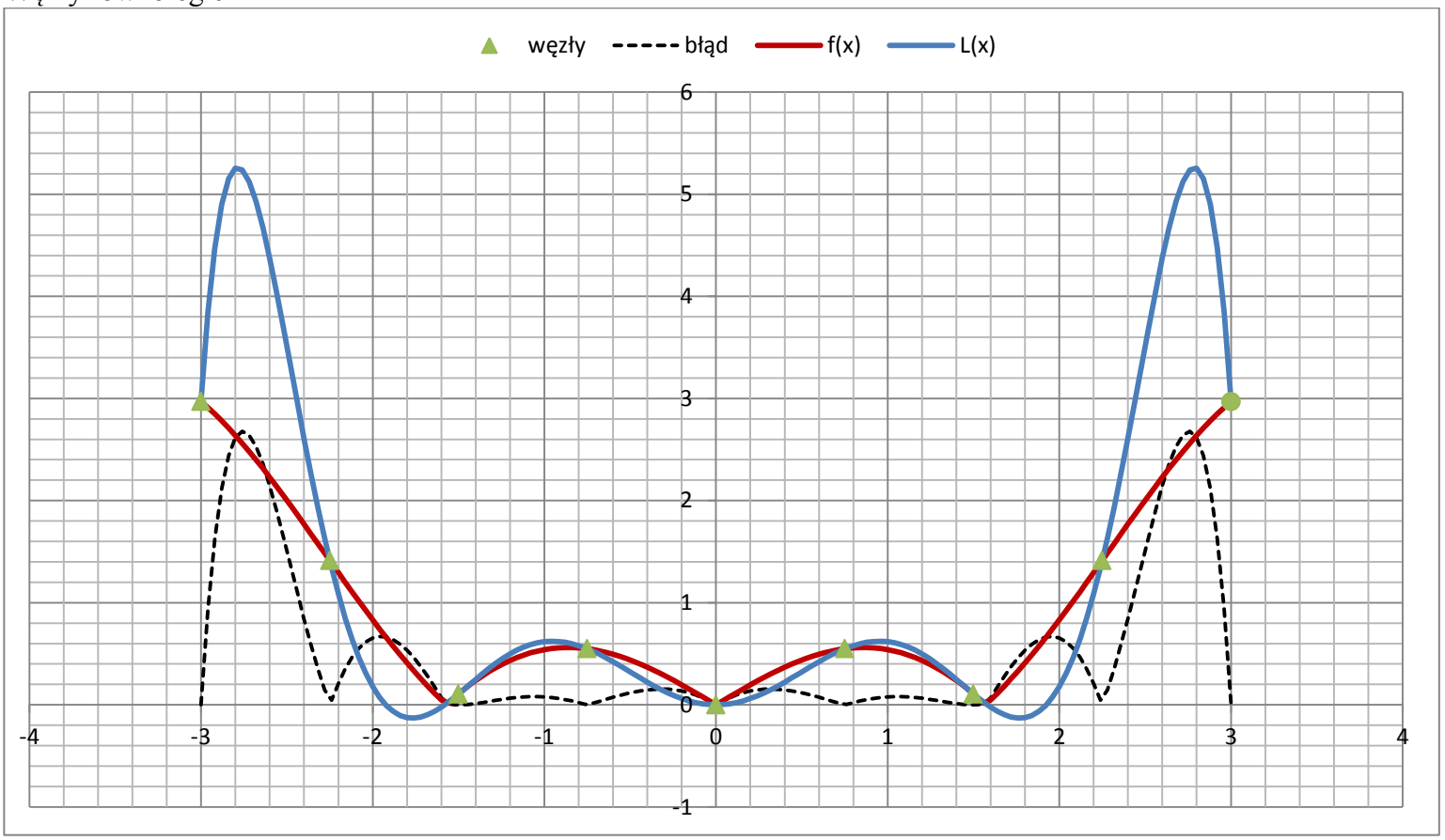


węzły optymalne

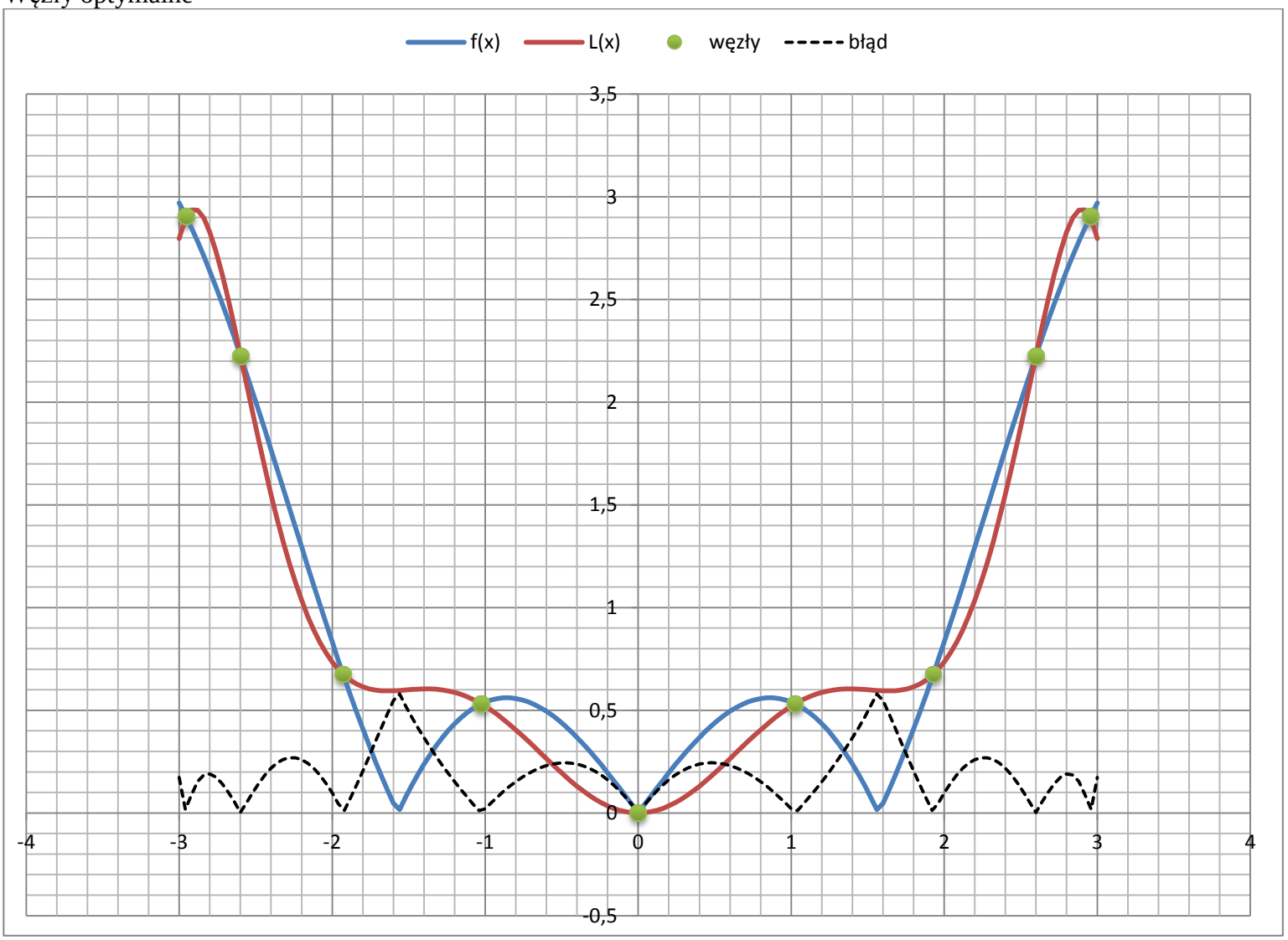


<-3,3> n=8

Węzły równoległe

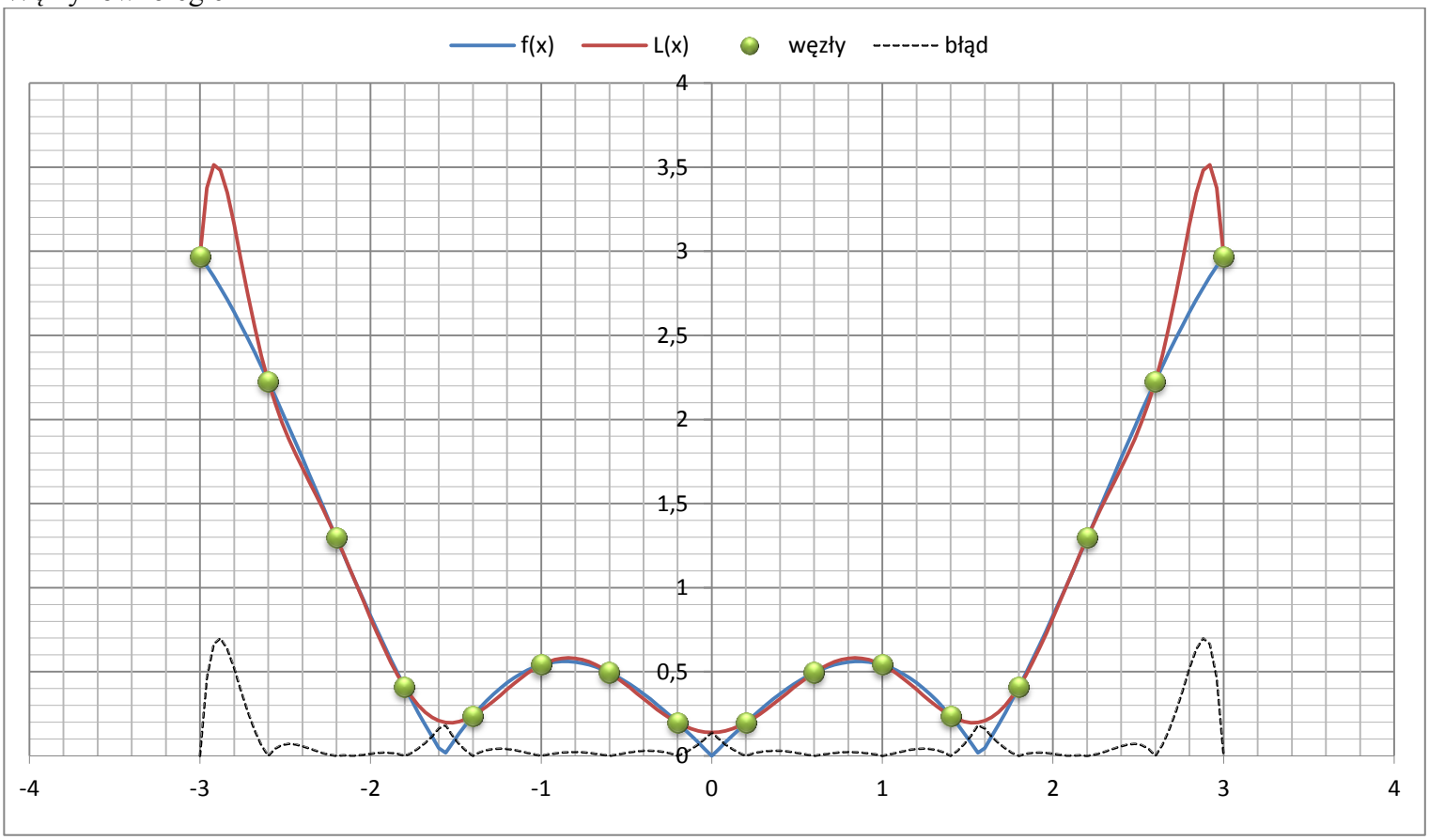


Węzły optymalne

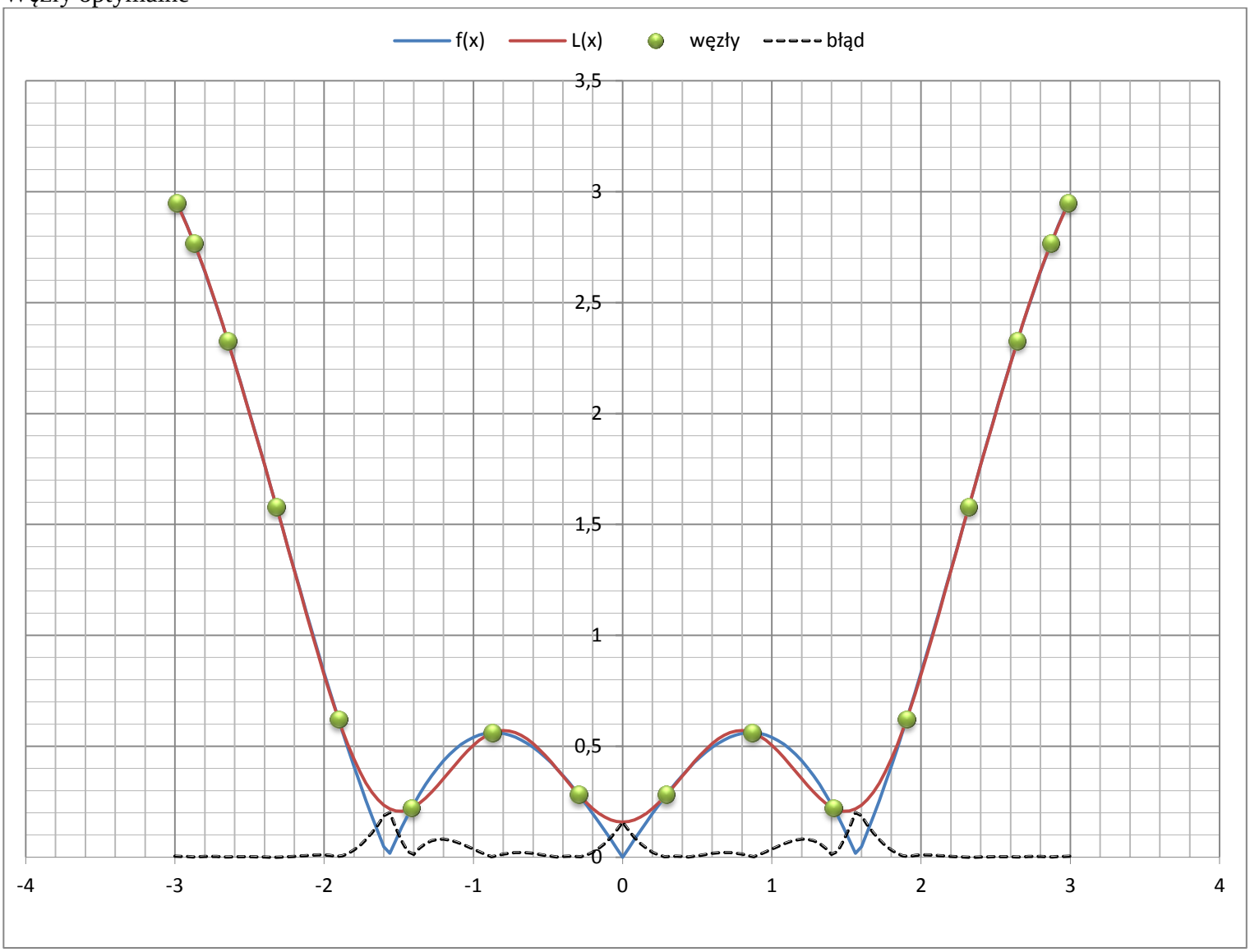


<-3,3> n=15

Węzły równoległe

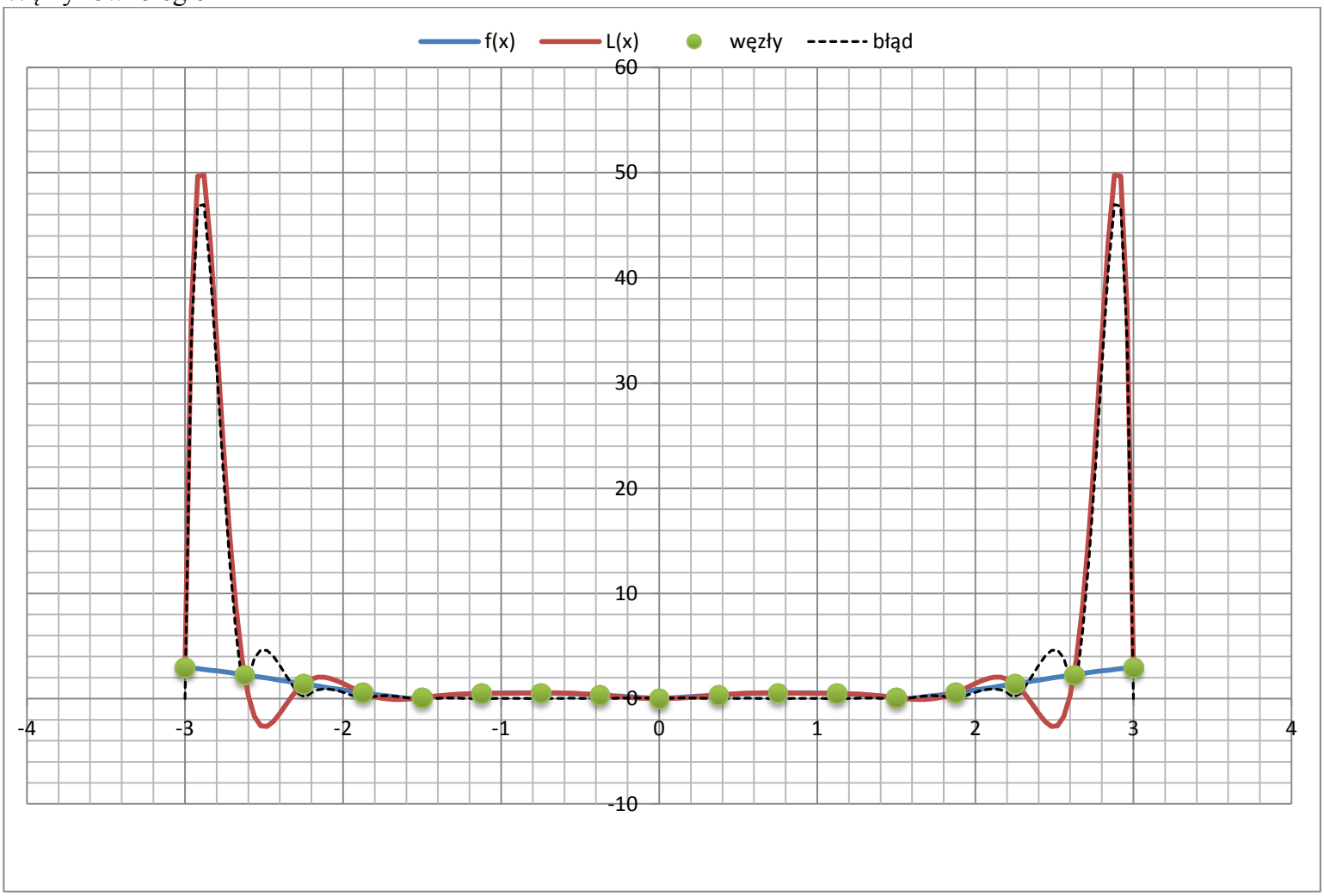


Węzły optymalne

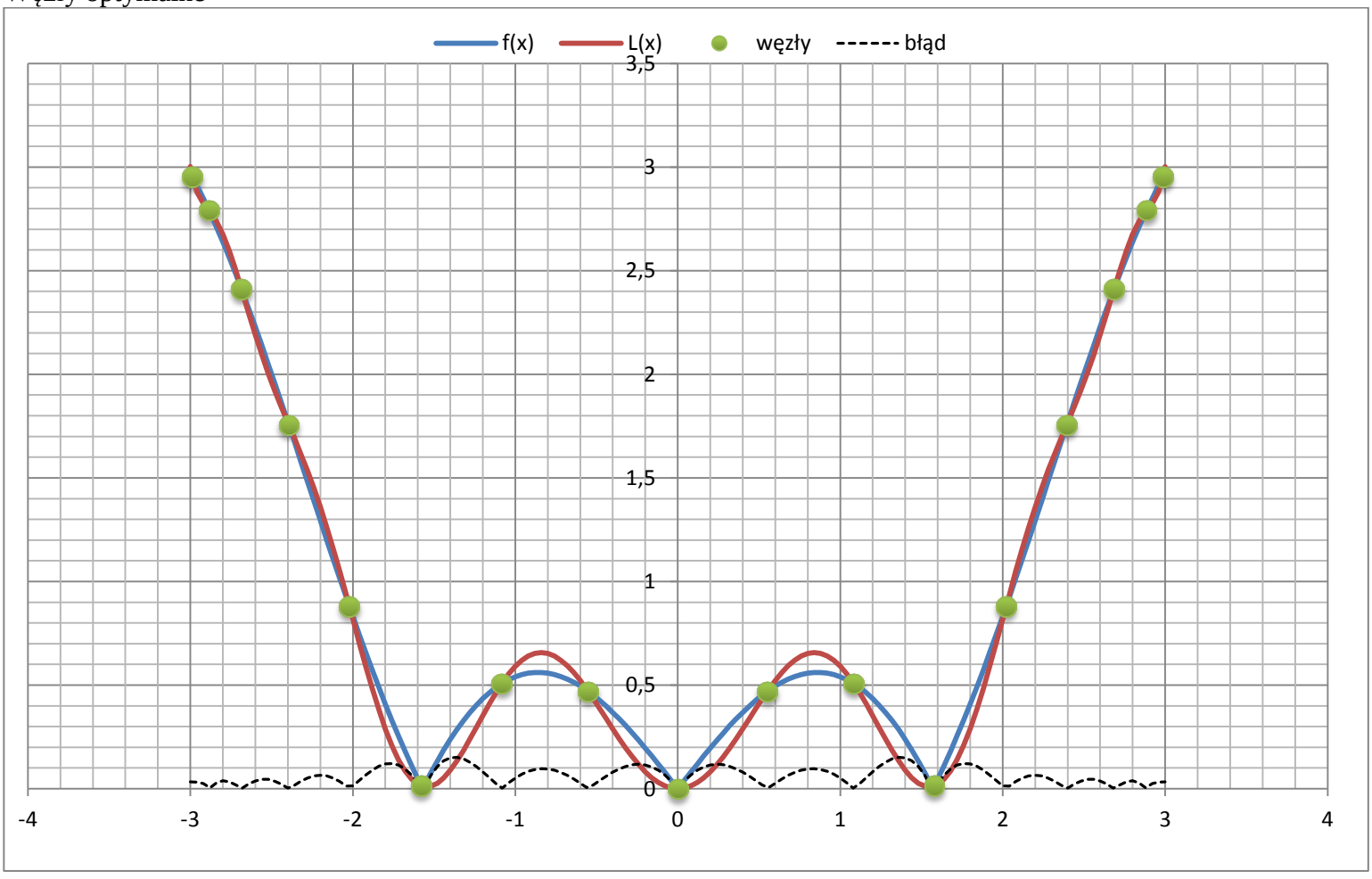


<-3,3> n=16

Węzły równoległe

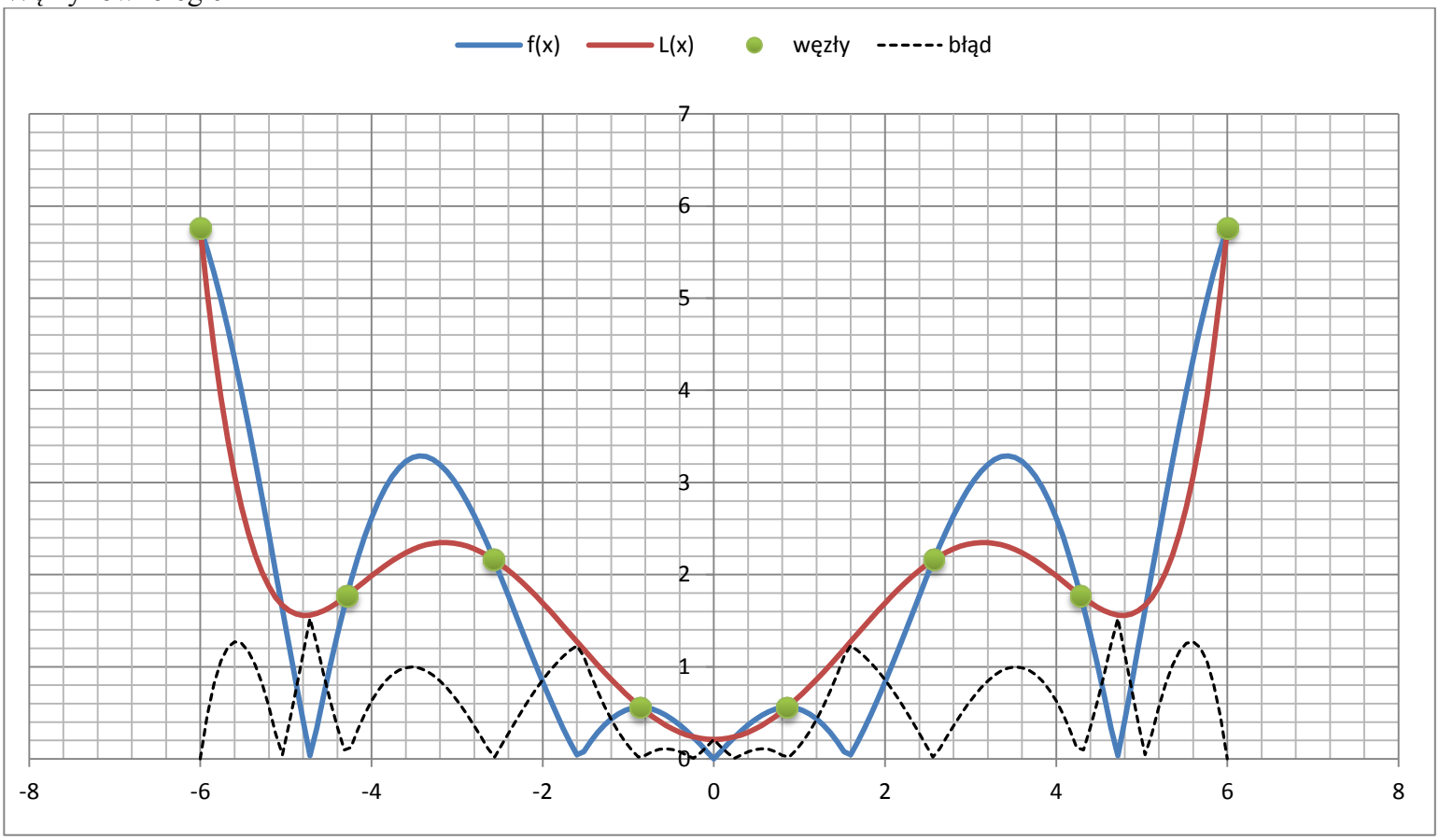


Węzły optymalne

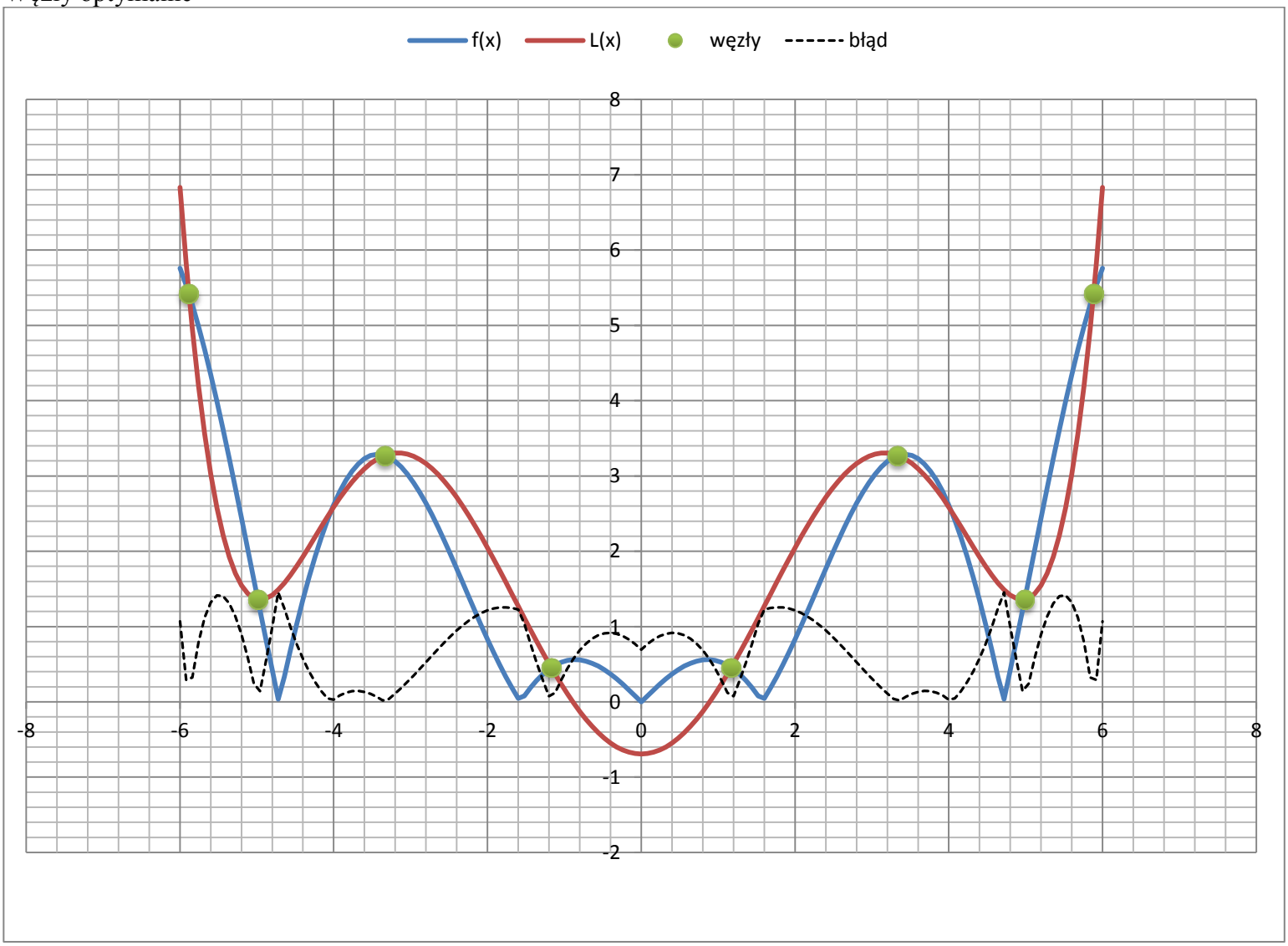


<-6,6> n=7

Węzły równoległe

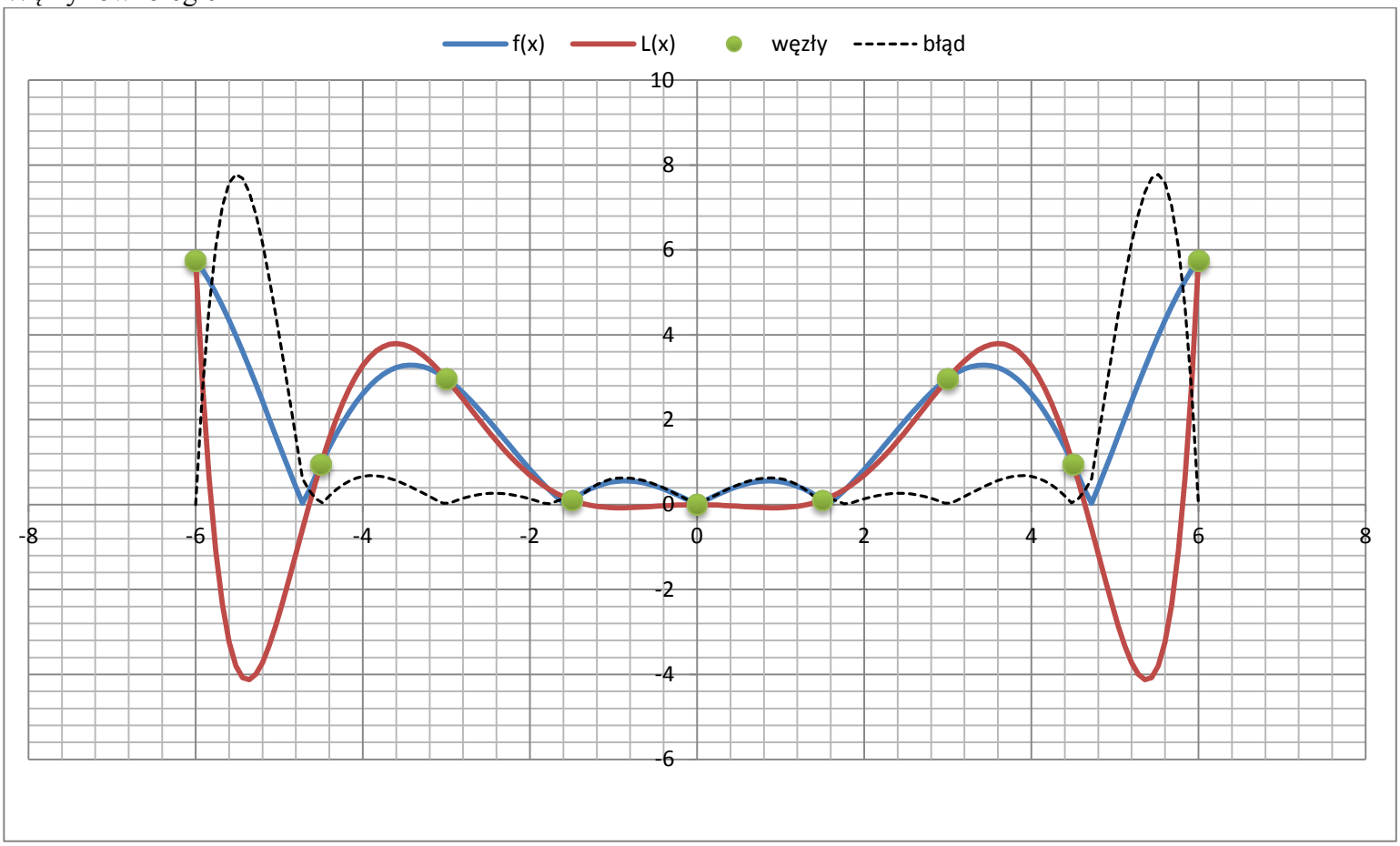


Węzły optymalne

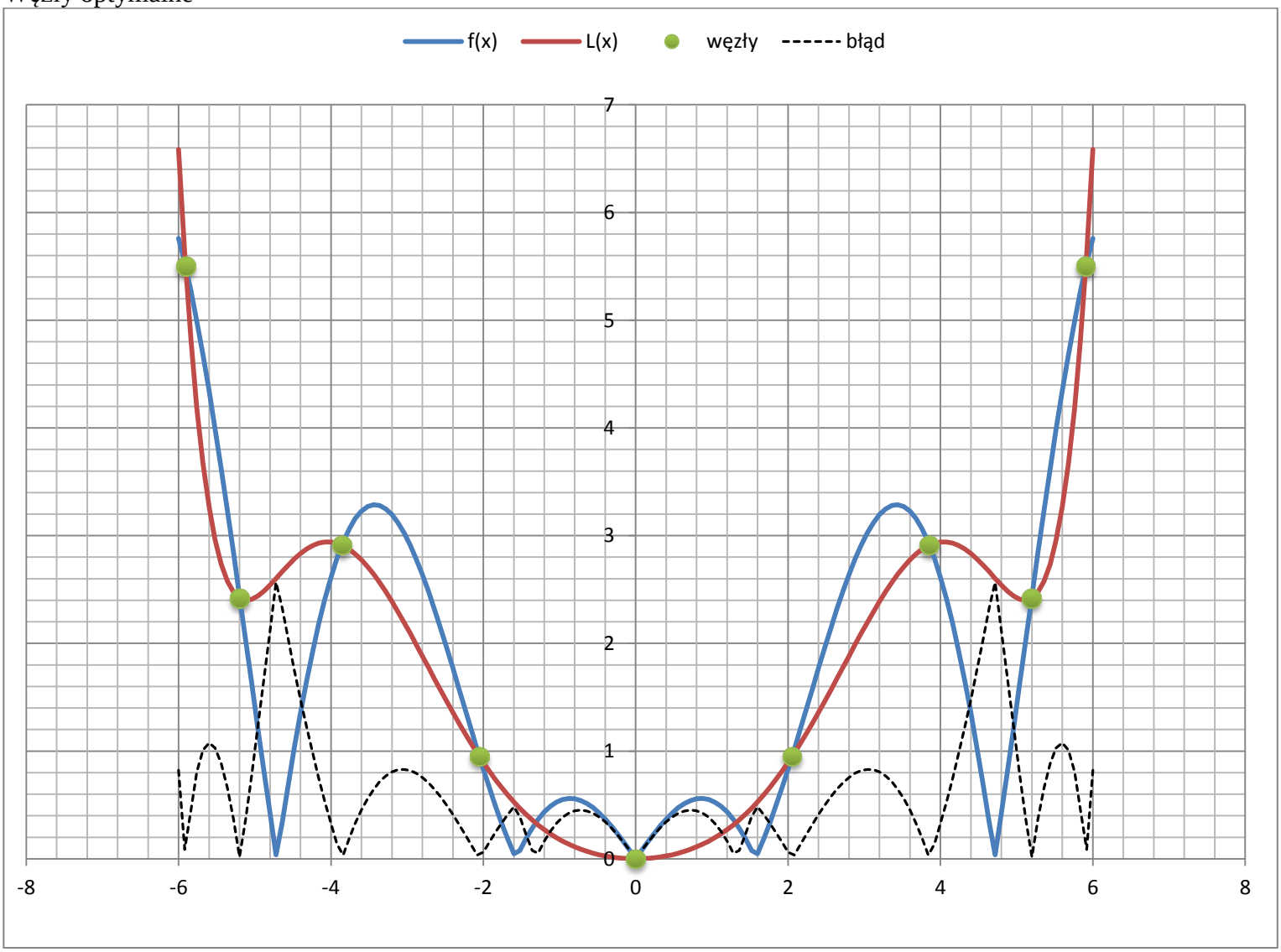


<-6,6> n=8

Węzły równoległe

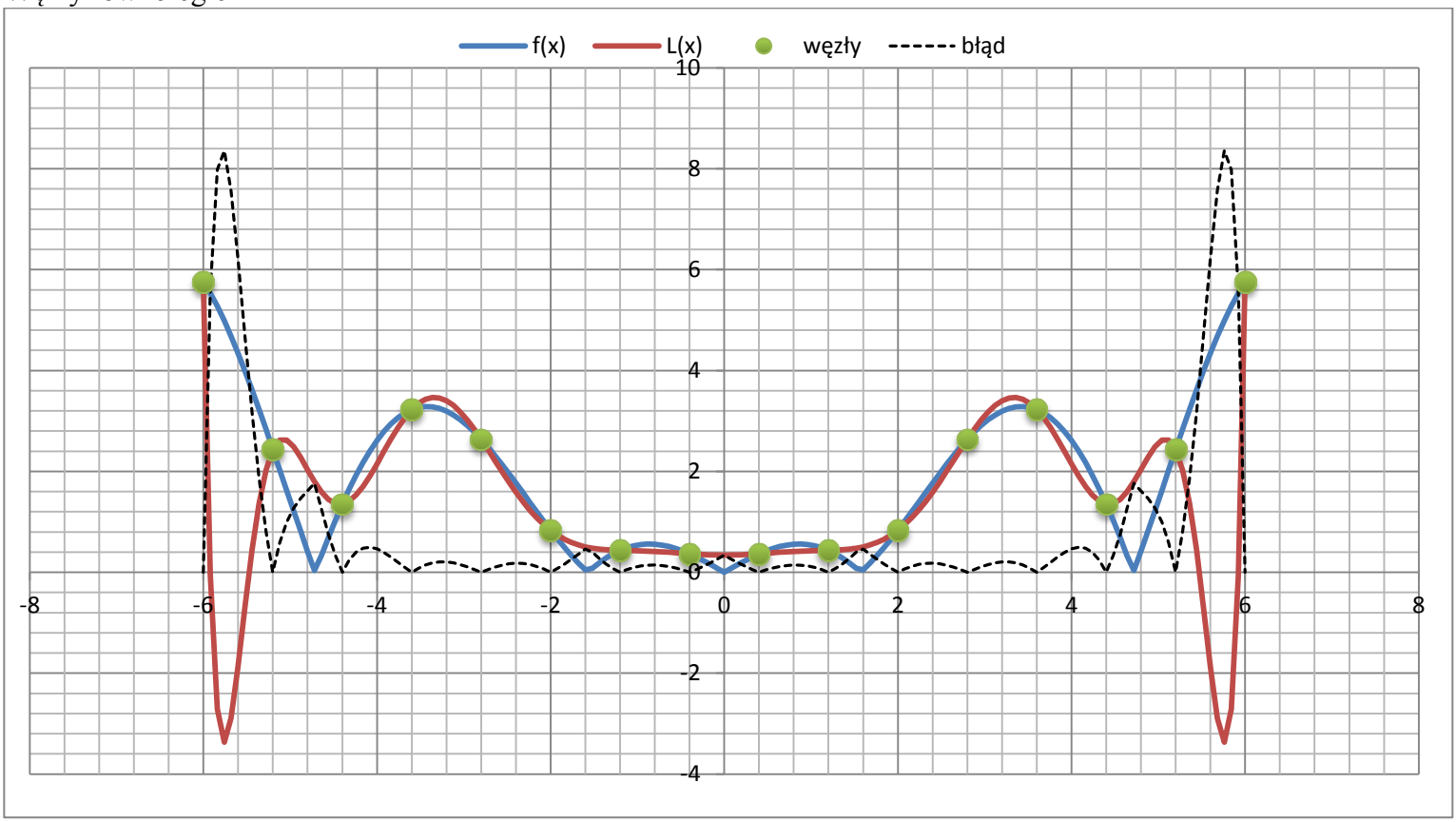


Węzły optymalne

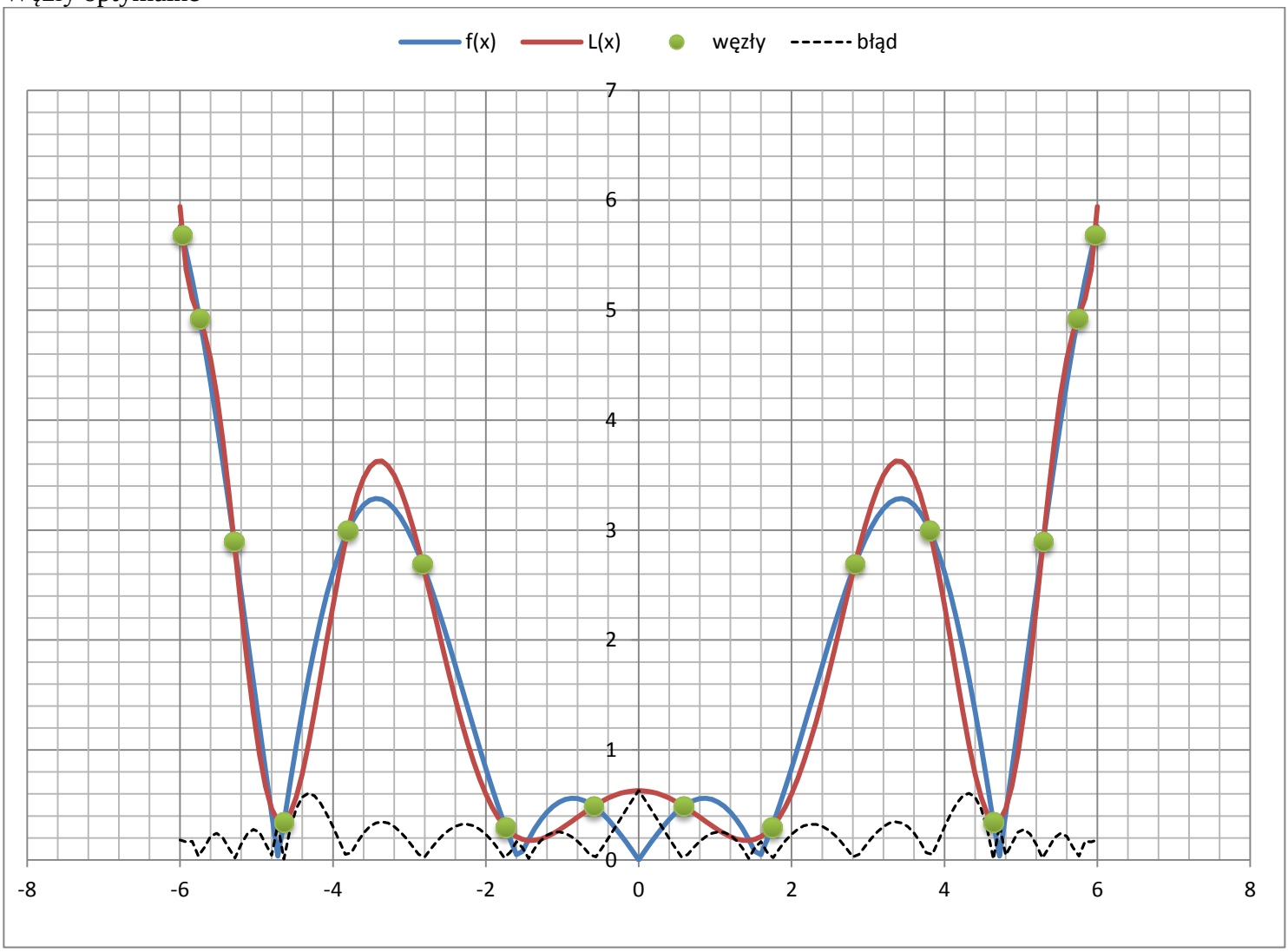


<-6,6> n=15

Węzły równoległe

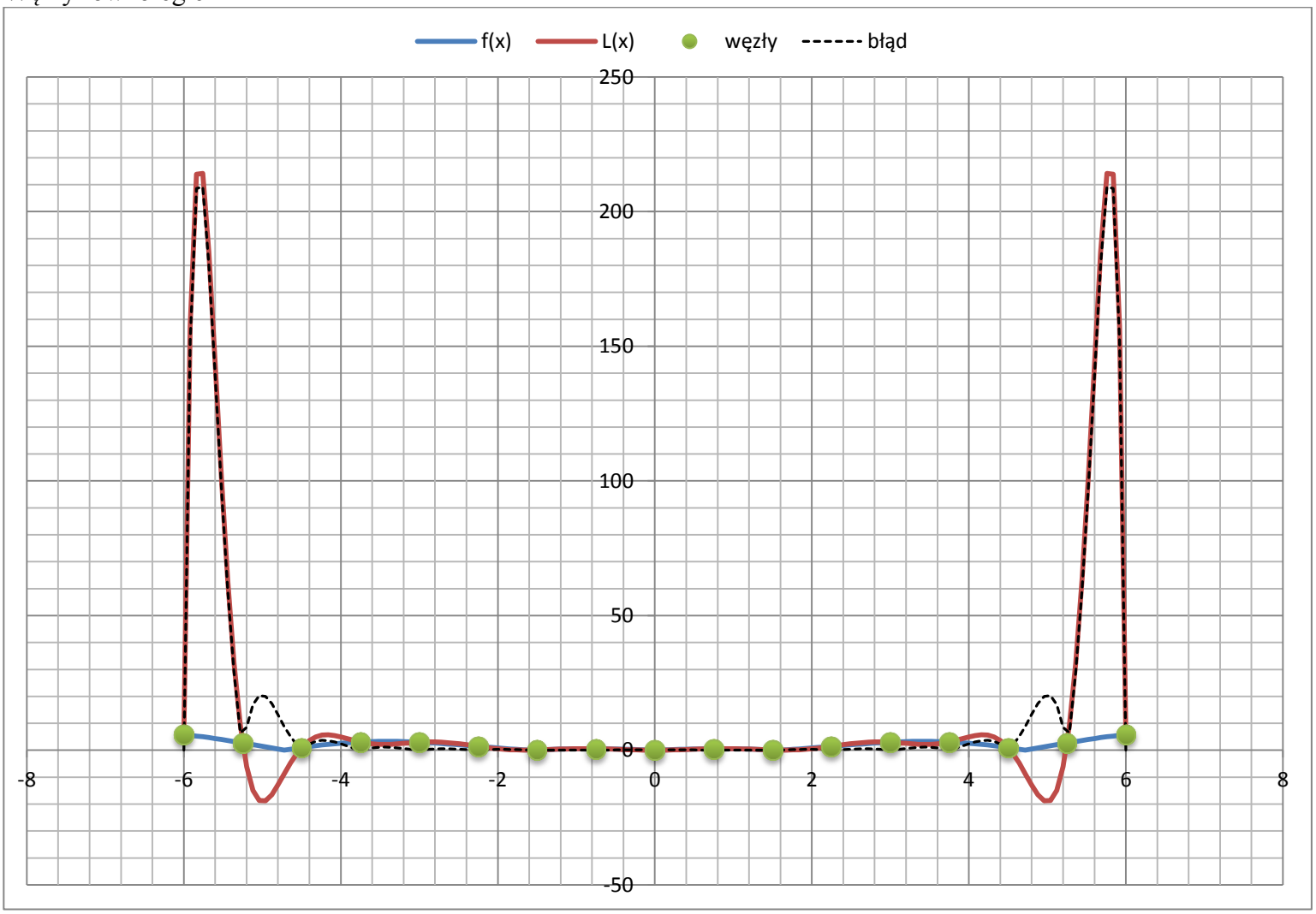


Węzły optymalne

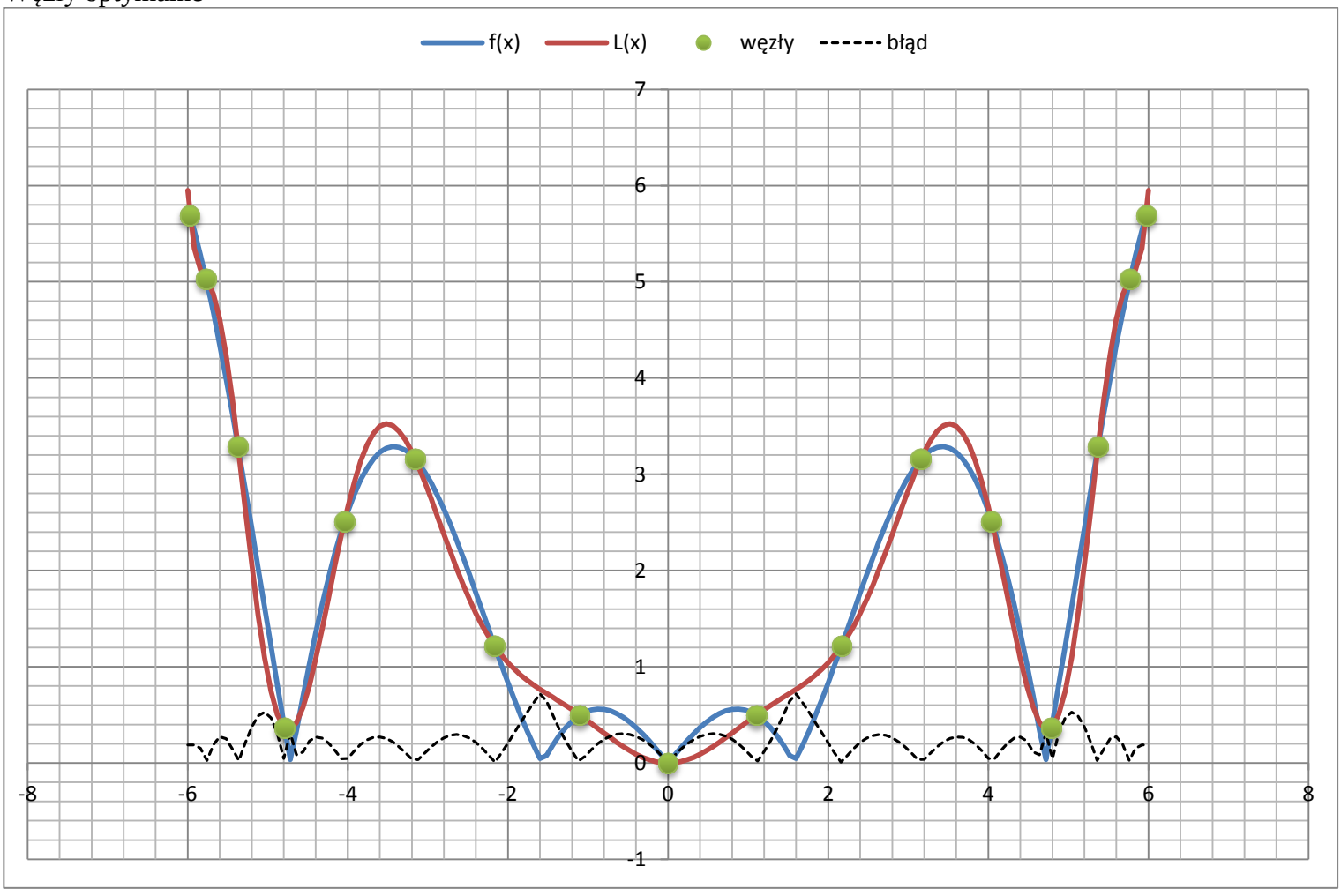


<-6,6> n=16

Węzły równoległe



Węzły optymalne



Wnioski

Zauważyłem że podczas zwiekszania ilosci wezłów interpolacji w przypadku wezłów równooddalonych dostajemy lepsze przyblizenie funkcji interpolowanej w środku przedziału a na końcach coraz gorsze,szczególnie gdy liczba węzłów n jest parzysta. W przypadku wezłów dobranych optymalnie zwiekszanie liczby węzłów wpływa na zmniejszanie się błedu,jednak w kazdym przypadku przyblizenie było lepsze na krańcach przedziału, ponieważ węzły interpolacji zagęszczały się na koncach przedziałów.

Listing

„Interpolation.h”

```
#pragma once
#include <vector>
#include "mathUtils.h"
#include <algorithm>

const double PI = 3.141592653589793238463;


void parallelNodes(size_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x);
void czebyszewNodes(size_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x);

///blad bezwzgledny
double absoluteError(double fx, double Lx);

class NewtonInterpolation
{
public:
	NewtonInterpolation(const std::vector<double>& x,const std::vector<double>& y);
	NewtonInterpolation(const double* x, const double* y, size_t n);
	~NewtonInterpolation();

	void setArrays(const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y);
	void setArrays(const double* x, const double* y, size_t n);
	double compute(double x);
private:
	std::vector<double> mX;
	std::vector<double> mY;
	std::vector<double> mAi;
	size_t mNodes;
	///wielomian czynnikowy wi
	///stopnia deegre
	double factorPolynomialial(size_t degree, double x);
	///iloraz roznicowy ai
	///rzedu n
	double differentialQuotient(size_t  n);
	///tworzy wektor ilorazow
	void differentialQuotient();

};
```

„Interpolation.cpp”

```cpp
#include "Interpolation.h"
#include <iostream>

void parallelNodes(size_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x)
{
	x.clear();
	double h = (upRange - downRange) / nodesAmount;
	for (size_t i = 0; i <= nodesAmount; ++i)
	{
		x.push_back(downRange + i*h);
	}
}

void czebyszewNodes(size_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x)
{
	x.clear();
	double temp = 0.0;
	double tmp = 0.0;
	for (size_t i = 0; i <= nodesAmount; ++i)
	{
		tmp = (2 * (double)i + 1);
		tmp /= (2 * nodesAmount + 2);
		tmp *= PI;
		tmp = cos(tmp);
		temp = (upRange - downRange) / 2;
		temp *= cos(((2 * (double)i + 1) / (2 * nodesAmount + 2))*PI);
		//temp *= tmp;
		temp += (downRange + upRange) / 2;
		x.push_back(temp);
	}
}

double absoluteError(double fx, double Lx)
{
	return abs(fx - Lx);
}


NewtonInterpolation::NewtonInterpolation(const std::vector<double>& x, const std::vector<double>&
y):mX(x),mY(y)
{
	mNodes = mX.size()-1;
	differentialQuotient();
}

NewtonInterpolation::NewtonInterpolation(const double * x, const double * y, size_t n):mNodes(n-1)
{
	for (size_t i = 0; i < n; ++i)
	{
		mX.push_back(x[i]);
		mY.push_back(y[i]);
	}
	differentialQuotient();
}

NewtonInterpolation::~NewtonInterpolation()
{
}


double NewtonInterpolation::factorPolynomialial(size_t degree, double x)
{
	if (degree == 0)
		return 1;

	double tmp = 1;
	for (int i = 1; i <= degree; ++i)
	{
		tmp *=( x - mX[i-1]);
	}
	//std::cout << "wielomian czynnikowy stopnia " << degree << " " << tmp << std::endl;
	return tmp ;
```

```
}


double NewtonInterpolation::differentialQuotient(size_t n )
{
	double sum = 0.0;
	for (int i = 0; i <= n; ++i)
	{
		double quotient=1.0;

		for (int j = 0; j <= n; ++j)
		{
			if (i != j)
			{
				quotient *= (mX[i] - mX[j]);
			}
		}
		sum += (mY[i] / quotient);
	}
	//std::cout << "iloraz roznicowy stopnia " << n << " " << sum << std::endl;
	return sum;
}

void NewtonInterpolation::differentialQuotient()
{
	mAi.clear();
	for (size_t i = 0; i <= mNodes; ++i)
	{
		mAi.push_back(differentialQuotient(i));
	}
}



void NewtonInterpolation::setArrays(const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y)
{
	mNodes = mX.size() - 1;
	mX.clear();
	mX = x;
	mY.clear();
	mY = y;
	differentialQuotient();
}

void NewtonInterpolation::setArrays(const double * x, const double * y, size_t size)
{
	mX.clear();
	mY.clear();
	mNodes = size-1;
	for (size_t i = 0; i <size; ++i)
	{
		mX.push_back(x[i]);
		mY.push_back(y[i]);
	}
	differentialQuotient();
}

double NewtonInterpolation::compute(double x)
{
	double temp = 0.0;
	for (size_t i = 0; i <= mNodes; ++i)
	{
		temp += (mAi[i]*factorPolynomialial(i, x));
	}

	return temp;
}

double absoluteError(double fx, double Lx)
{
	return abs(fx-Lx);

}
```

„main.cpp”

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <sstream>
#include <iomanip>
#include <string>
#include <conio.h>
#include "mathUtils.h"
#include "Interpolation.h"

void reportMini(std::ostream& output, const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y);

void report(std::ostream& output,  const std::vector<double>&  x, const std::vector<double>& y,const
std::vector<double>& Lx,const std::vector<double>& error);

int main()
{
	//zadana funkcja
	auto fx = [](double x) {return abs(cos(x)*x); };

	int downRange=-3, upRange=3;
	size_t n = 7;
	size_t np = 150;
	std::vector<double> x;
	std::vector<double> y;
	std::vector<double> Ly;
	std::vector<double> error;//nazwa robocza
	std::stringstream sstream;


	std::cout << "Podaj dolny zakres:";
	std::cin >> downRange;
	std::cout << "Podaj gorny zakres:";
	std::cin >> upRange;
	std::cout << "Podaj liczbe wezlow:";
	std::cin >> n;
	sstream << "(" << downRange << "'" << upRange << ")n" << n << ".txt";
	std::string fileName = sstream.str();
	std::cout << fileName<<"\n";
	//std::cout << "Podaj nazwe pliku dla raportu :";
	//std::cin >> fileName;

	//obliczanie wezlow rownoleglych
	parallelNodes(n, downRange, upRange, x);
	for (auto obj : x) {
		y.push_back(fx(obj));
	}
	NewtonInterpolation I(x, y);

	std::fstream raportFile(fileName, std::fstream::out);
	if (raportFile.is_open())
	{
		raportFile << "Wielomian interpolacyjny Newtona w punktach leżących w przedziale <" <<
downRange << "," << upRange<<">\n";
		raportFile << "dla funkcji f(x)=|cos(x)*x|\n";
		raportFile << "Wezly rownolegle n=" << n<<"\n";
		raportFile << "Wartosci w wezlach:\n";
		reportMini(raportFile, x, y);
	}
	reportMini(std::cout, x, y);

	//obliczanie wartosci funkcji interpolowanej i interpolujacej w rownoleglych wezlach
	parallelNodes(np, downRange, upRange, x);
	Ly.clear();
	y.clear();
	error.clear();
	for (auto obj : x) {
		Ly.push_back(I.compute(obj));
		y.push_back(fx(obj));
		error.push_back(absoluteError(y.back(), Ly.back()));
	}
	if(raportFile.is_open())
		report(raportFile, x, y, Ly, error);
```

```
	//report(std::cout, x, y, Ly, error);



	czebyszewNodes(n, downRange, upRange, x);
	y.clear();
	for (auto obj : x) {
		y.push_back(fx(obj));
	}
	I.setArrays(x, y);

	if (raportFile.is_open())
	{
		raportFile << "\nWezly optymalne n=" << n << "\n";
		raportFile << "Wartosci w wezlach:\n";
		reportMini(raportFile, x, y);
	}
	reportMini(std::cout, x, y);

	//obliczanie wartosci funkcji interpolowanej i interpolujacej w optymalnych wezlach
	parallelNodes(np, downRange, upRange, x);
	Ly.clear();
	y.clear();
	error.clear();
	for (auto obj : x) {
		Ly.push_back(I.compute(obj));
		y.push_back(fx(obj));
		error.push_back(absoluteError(y.back(), Ly.back()));
	}
	if (raportFile.is_open())
		report(raportFile, x, y, Ly, error);
	//report(std::cout, x, y, Ly, error);



	raportFile.close();
	std::cout << "\nWcisnij dowolny klawisz..";
	_getch();
	return 0;
}

void reportMini(std::ostream & output, const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y)
{
	size_t n = x.size();

	for (size_t i = 0; i < n; ++i)
	{

		output << "x" << i << ": " << std::left << std::setw(20) << x[i];//<<std::scientific
		output << "y" << i << ": " << y[i] << "\n";// << std::scientific
	}
}

void report(std::ostream & output, const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y, const
std::vector<double>& Lx, const std::vector<double>& error)
{
	size_t n = x.size();
	output << "\nWartosci w " << n-1 << " wezlach\n";
	output<< std::left << std::setw(6) << "i" ;
	output<< std::left << std::setw(8 )<< "x" ;
	output<< std::left << std::setw(20) << "f(x)"  ;
	output<< std::left << std::setw(20) << "L(x)"  ;
	output << "error\n";
	for (size_t i = 0; i < n; ++i)
	{
		output<< std::left << std::setw(6) << i;
		output<< std::left << std::setw(8) << x[i];//<<std::scientific
		output<< std::left << std::setw(20) << y[i] ;// << std::scientific
		output<< std::left << std::setw(20) << Lx[i] ;
		output<< std::left << std::setw(20) << error[i]<<"\n";
	}
}
```