**Politechnika Śląska**

**Wydział AEiI**

**Laboratorium**

**z Metod Numerycznych**

Interpolacja.

Data zajęć 14.01.2017r   
Data wykonania 27.01.2017r

mgr inż. Wojciech Łabaj

Sekcja 1 grupa 1

*Skrobol Bartłomiej*

[*bartskr440@student.polsl*](mailto:bartskr440@student.polsl)

Treść zadania:

Napisać program wyznaczający wartość wielomianu interpolacyjnego Newtona w punktach leżących w przedziale <a,b> dla funkcji interpolowanej f(x).

Funkcja interpolowana: f(x) = |cos(x)\*x|

Przyjąć (n + 1) węzłów dla n = 7, 8, 15, 16

a) równoodległych

b) dobranych optymalnie

Przedziały

a) x \in <-3;3>

b) x \in <-6;6>

Wyniki: <-3,3> n=7

Węzłóy równolegle

węzły optymalne

<-3,3> n=8

Węzły równoległe

Węzły optymalne

<-3,3> n=15

Węzły równoległe

Węzły optymalne

<-3,3> n=16

Węzły równoległe

Węzły optymalne

<-6,6> n=7

Węzły równoległe

Węzły optymalne

<-6,6> n=8

Węzły równoległe

Węzły optymalne

<-6,6> n=15

Węzły równoległe

Węzły optymalne

<-6,6> n=16

Węzły równoległe

Węzły optymalne

Wnioski

Zauważyłem że podczas zwiekszania ilosci wezłów interpolacji w przypadku wezłów równooddalonych dostajemy lepsze przyblizenie funkcji interpolowanej w środku przedziału a na końcach coraz gorsze,szczególnie gdy liczba węzłów n jest parzysta. W przypadku wezłów dobranych optymalnie zwiekszanie liczby węzłów wpływa na zmniejszanie się błedu,jednak w kazdym przypadku przyblizenie było lepsze na krańcach przedziału, ponieważ węzły interpolacji zagęszczały się na koncach przedziałów.

Listing

„Interpolation.h”

#pragma once

#include <vector>

#include "mathUtils.h"

#include <algorithm>

const double PI = 3.141592653589793238463;

void parallelNodes(size\_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x);

void czebyszewNodes(size\_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x);

///blad bezwzgledny

double absoluteError(double fx, double Lx);

class NewtonInterpolation

{

public:

NewtonInterpolation(const std::vector<double>& x,const std::vector<double>& y);

NewtonInterpolation(const double\* x, const double\* y, size\_t n);

~NewtonInterpolation();

void setArrays(const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y);

void setArrays(const double\* x, const double\* y, size\_t n);

double compute(double x);

private:

std::vector<double> mX;

std::vector<double> mY;

std::vector<double> mAi;

size\_t mNodes;

///wielomian czynnikowy wi

///stopnia deegre

double factorPolynomialial(size\_t degree, double x);

///iloraz roznicowy ai

///rzedu n

double differentialQuotient(size\_t n);

///tworzy wektor ilorazow

void differentialQuotient();

};

„Interpolation.cpp”

#include "Interpolation.h"

#include <iostream>

void parallelNodes(size\_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x)

{

x.clear();

double h = (upRange - downRange) / nodesAmount;

for (size\_t i = 0; i <= nodesAmount; ++i)

{

x.push\_back(downRange + i\*h);

}

}

void czebyszewNodes(size\_t nodesAmount, double downRange, double upRange, std::vector<double>& x)

{

x.clear();

double temp = 0.0;

double tmp = 0.0;

for (size\_t i = 0; i <= nodesAmount; ++i)

{

tmp = (2 \* (double)i + 1);

tmp /= (2 \* nodesAmount + 2);

tmp \*= PI;

tmp = cos(tmp);

temp = (upRange - downRange) / 2;

temp \*= cos(((2 \* (double)i + 1) / (2 \* nodesAmount + 2))\*PI);

//temp \*= tmp;

temp += (downRange + upRange) / 2;

x.push\_back(temp);

}

}

double absoluteError(double fx, double Lx)

{

return abs(fx - Lx);

}

NewtonInterpolation::NewtonInterpolation(const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y):mX(x),mY(y)

{

mNodes = mX.size()-1;

differentialQuotient();

}

NewtonInterpolation::NewtonInterpolation(const double \* x, const double \* y, size\_t n):mNodes(n-1)

{

for (size\_t i = 0; i < n; ++i)

{

mX.push\_back(x[i]);

mY.push\_back(y[i]);

}

differentialQuotient();

}

NewtonInterpolation::~NewtonInterpolation()

{

}

double NewtonInterpolation::factorPolynomialial(size\_t degree, double x)

{

if (degree == 0)

return 1;

double tmp = 1;

for (int i = 1; i <= degree; ++i)

{

tmp \*=( x - mX[i-1]);

}

//std::cout << "wielomian czynnikowy stopnia " << degree << " " << tmp << std::endl;

return tmp ;

}

double NewtonInterpolation::differentialQuotient(size\_t n )

{

double sum = 0.0;

for (int i = 0; i <= n; ++i)

{

double quotient=1.0;

for (int j = 0; j <= n; ++j)

{

if (i != j)

{

quotient \*= (mX[i] - mX[j]);

}

}

sum += (mY[i] / quotient);

}

//std::cout << "iloraz roznicowy stopnia " << n << " " << sum << std::endl;

return sum;

}

void NewtonInterpolation::differentialQuotient()

{

mAi.clear();

for (size\_t i = 0; i <= mNodes; ++i)

{

mAi.push\_back(differentialQuotient(i));

}

}

void NewtonInterpolation::setArrays(const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y)

{

mNodes = mX.size() - 1;

mX.clear();

mX = x;

mY.clear();

mY = y;

differentialQuotient();

}

void NewtonInterpolation::setArrays(const double \* x, const double \* y, size\_t size)

{

mX.clear();

mY.clear();

mNodes = size-1;

for (size\_t i = 0; i <size; ++i)

{

mX.push\_back(x[i]);

mY.push\_back(y[i]);

}

differentialQuotient();

}

double NewtonInterpolation::compute(double x)

{

double temp = 0.0;

for (size\_t i = 0; i <= mNodes; ++i)

{

temp += (mAi[i]\*factorPolynomialial(i, x));

}

return temp;

}

double absoluteError(double fx, double Lx)

{

return abs(fx-Lx);

}

„main.cpp”

#include <iostream>

#include <fstream>

#include <sstream>

#include <iomanip>

#include <string>

#include <conio.h>

#include "mathUtils.h"

#include "Interpolation.h"

void reportMini(std::ostream& output, const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y);

void report(std::ostream& output, const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y,const std::vector<double>& Lx,const std::vector<double>& error);

int main()

{

//zadana funkcja

auto fx = [](double x) {return abs(cos(x)\*x); };

int downRange=-3, upRange=3;

size\_t n = 7;

size\_t np = 150;

std::vector<double> x;

std::vector<double> y;

std::vector<double> Ly;

std::vector<double> error;//nazwa robocza

std::stringstream sstream;

std::cout << "Podaj dolny zakres:";

std::cin >> downRange;

std::cout << "Podaj gorny zakres:";

std::cin >> upRange;

std::cout << "Podaj liczbe wezlow:";

std::cin >> n;

sstream << "(" << downRange << "'" << upRange << ")n" << n << ".txt";

std::string fileName = sstream.str();

std::cout << fileName<<"\n";

//std::cout << "Podaj nazwe pliku dla raportu :";

//std::cin >> fileName;

//obliczanie wezlow rownoleglych

parallelNodes(n, downRange, upRange, x);

for (auto obj : x) {

y.push\_back(fx(obj));

}

NewtonInterpolation I(x, y);

std::fstream raportFile(fileName, std::fstream::out);

if (raportFile.is\_open())

{

raportFile << "Wielomian interpolacyjny Newtona w punktach leżących w przedziale <" << downRange << "," << upRange<<">\n";

raportFile << "dla funkcji f(x)=|cos(x)\*x|\n";

raportFile << "Wezly rownolegle n=" << n<<"\n";

raportFile << "Wartosci w wezlach:\n";

reportMini(raportFile, x, y);

}

reportMini(std::cout, x, y);

//obliczanie wartosci funkcji interpolowanej i interpolujacej w rownoleglych wezlach

parallelNodes(np, downRange, upRange, x);

Ly.clear();

y.clear();

error.clear();

for (auto obj : x) {

Ly.push\_back(I.compute(obj));

y.push\_back(fx(obj));

error.push\_back(absoluteError(y.back(), Ly.back()));

}

if(raportFile.is\_open())

report(raportFile, x, y, Ly, error);

//report(std::cout, x, y, Ly, error);

czebyszewNodes(n, downRange, upRange, x);

y.clear();

for (auto obj : x) {

y.push\_back(fx(obj));

}

I.setArrays(x, y);

if (raportFile.is\_open())

{

raportFile << "\nWezly optymalne n=" << n << "\n";

raportFile << "Wartosci w wezlach:\n";

reportMini(raportFile, x, y);

}

reportMini(std::cout, x, y);

//obliczanie wartosci funkcji interpolowanej i interpolujacej w optymalnych wezlach

parallelNodes(np, downRange, upRange, x);

Ly.clear();

y.clear();

error.clear();

for (auto obj : x) {

Ly.push\_back(I.compute(obj));

y.push\_back(fx(obj));

error.push\_back(absoluteError(y.back(), Ly.back()));

}

if (raportFile.is\_open())

report(raportFile, x, y, Ly, error);

//report(std::cout, x, y, Ly, error);

raportFile.close();

std::cout << "\nWcisnij dowolny klawisz..";

\_getch();

return 0;

}

void reportMini(std::ostream & output, const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y)

{

size\_t n = x.size();

for (size\_t i = 0; i < n; ++i)

{

output << "x" << i << ": " << std::left << std::setw(20) << x[i];//<<std::scientific

output << "y" << i << ": " << y[i] << "\n";// << std::scientific

}

}

void report(std::ostream & output, const std::vector<double>& x, const std::vector<double>& y, const std::vector<double>& Lx, const std::vector<double>& error)

{

size\_t n = x.size();

output << "\nWartosci w " << n-1 << " wezlach\n";

output<< std::left << std::setw(6) << "i" ;

output<< std::left << std::setw(8 )<< "x" ;

output<< std::left << std::setw(20) << "f(x)" ;

output<< std::left << std::setw(20) << "L(x)" ;

output << "error\n";

for (size\_t i = 0; i < n; ++i)

{

output<< std::left << std::setw(6) << i;

output<< std::left << std::setw(8) << x[i];//<<std::scientific

output<< std::left << std::setw(20) << y[i] ;// << std::scientific

output<< std::left << std::setw(20) << Lx[i] ;

output<< std::left << std::setw(20) << error[i]<<"\n";

}

}