ІДЗ-5

Завдання 1. Обчислити границі функцій:

1.а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6x^4-x^3+1}{10x^4+3x-4}$; б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-x-20}{2x^2-9x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-4}{2\sqrt{7-x}-3\sqrt{2-x}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 2x+3\sin 8x}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x-5}\right)^{3x+7}$.

2. а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x^5+2x^3+5}{2x^3-3x^2+7}$; б) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-10x+8}{x^2-3x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+8}{\sqrt{x^2+5}-3}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos7x-\cos3x}{2x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x-7}\right)^{4x+1}$.

3. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{12x^3-x^2+1}{3+2x-4x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{7x^2-4x-11}{x^2+9x+8}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{2+5x}-\sqrt{2-x}}{2x^2+9x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 5x-2\sin 3x}{9x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-1}{5x+1}\right)^{3-4x}$.

4.а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x^3+6x^4}{2+x^2-8x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{6x^2+17x+10}{x^2-3x-10}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3x+8x^2}{\sqrt{5+x}-\sqrt{5-x}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 3x-\cos 2x}{4x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-5}{2x-9}\right)^{1-4x}$.

5. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^2+x+3}{3x^2+7x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+3x-10}{5x^2-8x-4}$; в) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-5}{x^2-4x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5\sin 3x+\sin 2x}{12x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+3}{4x-3}\right)^{2x+1}$.

6. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^3+7x-5}{6x^2-3x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{6x^2+7x-10}{x^2+8x+12}$; в) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-6x}{\sqrt{2+x}-2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x-5\sin 4x}{10x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x+2}\right)^{4-2x}$.

7. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2+x-15x^2}{10x^2+8x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{3x^2-11x-20}{x^2-4x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to8}\dfrac{\sqrt{x+1}-3}{x^2-8x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 3x-\cos 7x}{2x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-5}{2x-3}\right)^{3-4x}$.

8. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^5-2x^3+5}{6x^4-3x^3+2}$; б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+4x+3}{3x^2+12x+9}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x^2+12x}{\sqrt{7+3x}-\sqrt{7-5x}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin 4x+\sin 3x}{8x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+3}{4x-5}\right)^{2x+1}$.

9. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+5x^3-2x^4}{x^3+4x^2-7}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{5x^2-16x+3}{x^2-2x-3}$; в) $\lim\limits_{x\to6}\dfrac{\sqrt{x-2}-2}{6x-x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 5x-4\sin 8x}{3x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x-4}\right)^{5x+1}$.

10. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+x-2}{5x^4-7x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+8x+15}{2x^2+7x+3}$; в) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x^2-3}-1}{x^2-2x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 4x-\cos 5x}{9x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-8}{5x+1}\right)^{2x-1}$.

11. а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-2x+4x^3}{5+x-x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+7x+12}{3x^2+10x-8}$; в) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^3-27}{\sqrt{x^2+7}-4}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 9x+5\sin 2x}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x-6}\right)^{4x+1}$.

12. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+x-2}{8+x-9x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{3x^2+7x+2}{x^2+5x+6}$; в) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{1-\sqrt{5-x}}{x^2-16}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 7x-2\sin 5x}{10x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x+1}{7x-2}\right)^{4x-5}$

13. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4-x^3+7}{4x^2+x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{6-7x-3x^2}{x^2+4x+3}$; в) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{9+x^2}-5}{4x-x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 6x+2\sin 4x}{8x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-7}{4x-8}\right)^{3x-2}$.

14. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-2x+1}{10x^3+7x}$; б) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{4x^2-9x+2}{x^2-7x+10}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2+3x}}{5x^2+8x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 4x-\cos 6x}{5x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-2}{5x+1}\right)^{4x-1}$.

15.а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-x^3+3x^2}{6x^3+2x^2-5}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+5x-24}{5x^2-13x-6}$; в) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{4+x}-\sqrt{14-x}}{2x^2-10x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 7x-\cos 5x}{4x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+8}{3x+5}\right)^{1-2x}$

16. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+x^2-6}{x^4-3x^2+2}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2+8x+7}{3x^2-2x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{3x+1}-\sqrt{1-9x^2}}{6x+5x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 6x+3\sin 5x}{2x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{8x-1}{8x+3}\right)^{3x-2}$.

17. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^3-5x+4}{12x^3+7x-3}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{6x^2-17x-3}{x^2-5x+6}$; в) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2\sqrt{7-x}-3\sqrt{2-x}}{3x^2-12}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin9x-5\sin2x}{3x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-2}{4x+1}\right)^{5x-1}$.

18. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{9x^4+2x^2-2}{5x^5-3x^2+1}$; б) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{10x^2-11x-18}{x^2-3x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{3-\sqrt{x^2+8}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3\sin7x+\sin2x}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2-5x}{3-5x}\right)^{2x+1}$.

19. а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+7x^2+5}{4x^2-2x+3}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{7x^2+10x-8}{x^2+3x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{3x^3-12x}{\sqrt{x^2-3}-1}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos9x-\cos x}{5x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x+9}\right)^{5-2x}$.

20. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^5-4x^3+1}{3+x^2-2x^5}$; б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+x-6}{9x^2+25x-6}$; в) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{\sqrt{2x^2+2}-10}{14-2x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+7\sin9x}{15x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+2}\right)^{3x+1}$.

21. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+x-5}{7+3x-x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-2x-8}{2x^2-7x-4}$; в) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin7x+2\sin3x}{2x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+5}\right)^{2x+1}$.

22. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+3x-1}{2+x-3x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+5x-24}{3x^2-7x-6}$; в) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{3-\sqrt{2x+1}}{x^2-4x}$ г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-\cos5x}{8x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x+1}{5x-1}\right)^{3x-2}$.

23. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-5x^2+7}{4x^2+2x-3}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{5+3x-2x^2}{x^2+4x+3}$ в) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{2x-x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin4x+\sin x}{3x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-5}{4x+3}\right)^{2x+1}$.

24. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-2x+4}{8x^3+3x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{5x^2+2x-7}{x^2-9x+8}$; в) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{1-x}-2}{x^2+3x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos2x-\cos6x}{2x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-3}{5x-1}\right)^{3x+2}$.

25. а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-x^3+3x}{4x^3+2x^2-1}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-8x+15}{3x^2-7x-6}$; в) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{4-\sqrt{3x+1}}{x^2-5x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin3x+5\sin x}{2x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x+5}\right)^{4x-1}$.

26. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+x-3}{x^5-2x^2+x}$; б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+4x+3}{5x^2+11x-12}$; в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{2-\sqrt{3x+1}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3\sin2x+\sin5x}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x+3}{5x+4}\right)^{2-x}$.

27. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-x+2}{12x^2+5x-8}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+x-12}{5x^2-7x-24}$; в) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2\sqrt{x+3}-\sqrt{2-x}}{5x^2-20}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin4x-3\sin5x}{2x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-7}{4x-5}\right)^{2x-1}$.

28. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-2}{9x^5-x^2+3}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{8x^2+7x-18}{x^2-5x-14}$; в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-x}{2-\sqrt{x^2+3}}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3\sin2x+\sin7x}{4x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-2}{5x+1}\right)^{3-2x}$.

29. а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+x^2+1}{5+2x-4x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{3x^2-10x-8}{x^2-3x-4}$; в) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{3x+x^2}{\sqrt{x^2-5}-2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos8x-\cos2x}{3x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+9}{2x+6}\right)^{5x+7}$.

30. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5-x^2+3}{1+2x-5x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+3x-18}{7x^2-20x-3}$; в) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{15-3x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+4\sin3x}{6x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x+7}\right)^{2x+5}$.

31. а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x+2x^3}{2+5x-x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+2x-8}{3x^2+11x-4}$; в) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x^2-18}{\sqrt{x+1}-2}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin8x+2\sin3x}{5x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+1}\right)^{3x+1}$.

32. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+x-2}{8+x-9x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{3x^2+7x+2}{x^2+5x+6}$; в) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{1-\sqrt{5-x}}{x^2-16}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin7x-2\sin5x}{10x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x+7}{5x-2}\right)^{4x-3}$.

Завдання 2.Обчислити границі, використовуючи еквівалентні нескінченно малі функції:

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos\dfrac{4x}{3}}{\sqrt[3]{(1+2x^2)^5}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\arcsin^2 5x}{\ln(1-3x^2)}$.

2. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{-x^2}-1}{3x\ln(1+5x)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[9]{(1+2x^3)^5}-1}{1-\cos 3x}$.

3. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos\dfrac{3x}{2}}{2\operatorname{arctg}3x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(1+2x^4)^8}-1}{7^{-x^2}-1}$.

4. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{(1+2x^3)^9}-1}{3x^2\arcsin\dfrac{x}{4}}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x(4^{-x^2}-1)}{\ln(1+3x^2)}$.

5. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-5x^3)}{10x\operatorname{tg}2x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(1+6x^2)^7}-1}{2^{x^2}-1}$.

6. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3\operatorname{arctg}2x}{\cos\dfrac{x}{2}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{x^3}}{\sqrt[4]{(1-x^3)^5}-1}$.

7. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x(5^{-x^2}-1)}{\ln(1+9x^2)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x^2}{\sqrt{1+2x^4}-1}$.

8. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-5x^3)}{3x\operatorname{tg}10x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[9]{(1+x^2)^2}-1}{1-\cos 9x}$.

9. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{(1-8x^2)^5}-1}{6x\sin 9x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^{-5x^3}-1}{\operatorname{arctg}2\,x^2}$.

10.а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x^2}{\sqrt{(1+5x^4)^3}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\ln(1+x^2)}{8^{-3x^2}-1}$.

11. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(7^{3x^2}-1)}{4\arcsin 2x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(1+9x^2)^5}-1}{1-\cos 8x}$.

12. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x\sin 4x}{\sqrt[5]{(1+5x^2)^2}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-3x^5}-1}{\ln(1+7x^4)}$.

13. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{\frac{2}{3}x^5}}{x^2\ln(1-3x^2)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[9]{(1+2x^2)^8}-1}{1-\cos 5x}$.

14.а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^2\operatorname{tg}3x}{\sqrt[3]{(1+4x^3)^7}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+8x^4)}{9^{-2x^2}-1}$.

15. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos\dfrac{7}{3}x^2}{\ln(1-7x^4)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{1+3x^4}-1}{2x^2(3^{-x}-1)}$.

16. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[8]{(1-7x^3)^5}-1}{4x\operatorname{tg}5x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8^{x^5}-1}{x\arcsin^2 3x}$.

17. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x4^{-x^2}-x}{5\operatorname{arctg}2x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[9]{(1+x^5)^2}-1}{1-\cos 2x^2}$.

18. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(1+3x^2)^8}-1}{9tg^2x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos\frac{4}{3}x^2}{x(5^{-4x}-1)}$.

19.а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\arcsin 4x^3}{\sqrt[5]{(1-2x^2)^9}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\ln(1+3x)}{e^{5x^2}-1}$.

20. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x^2}{x\ln(1+8x^2)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{(1+2x^2)^9}-1}{arctg^2 3x}$.

21. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{-x^2}-1}{2x\ln(1+5x)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(1+2x^2)^5}-1}{tg\,4x}$.

22. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin 3x}{5\operatorname{arctg}x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[6]{(1+2x^3)^5}-1}{4^{-x^2}-1}$.

23. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{(1+2x^3)^9}-1}{3x^2\arcsin\frac{x}{2}}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{-x^2}-1}{\ln(1+3x)}$.

24. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x^3}{8x\operatorname{tg}5x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(1+5x^3)^7}-1}{9^{x^3}-1}$.

25. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3\operatorname{arctg}3x}{1-\cos\frac{x}{2}}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sqrt[4]{(1-2x)^5}-1}$.

26. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{-x^3}-1}{x\ln(1-2x)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{\sqrt[5]{1+3x^2}-1}$.

27. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x^3)}{4xtg3x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+4x^2}-1}{1-\cos 2x}$.

28. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{(1-5x^2)^7}-1}{2x\sin 3x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-2x^3}-1}{\arcsin 5x^2}$.

29.а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x^2}{\sqrt{(1+2x^4)^5}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\ln(1+3x)}{5^{-2x}-1}$.

30. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(e^{-x^2}-1)}{2\arcsin 3x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(1+9x^2)^2}-1}{1-\cos 4x}$.

31. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5xtg\,2x}{\sqrt[8]{(1+2x^2)^3}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8^{-3x^5}-1}{\ln(1+2x^3)}$.

32. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\frac{5}{3}x^2}-1}{1-\cos 10x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{(1+2x^3)^6}-1}{2x\operatorname{arctg}8x}$.

Завдання3. Дослідити на неперервність функції та побудувати їхсхематичніграфіки:

1. а) $y=\begin{cases}4-x^2, & x<-1,\\ 3, & -1\le x<2,\\ \sqrt{x-1}, & x>2;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x-1}{x+3};$ в) $y=\dfrac{2x^2+x-3}{x-1}.$

. 2.а) $y=\begin{cases}4, & x<-1,\\ 1-3x, & -1\le x\le 1,\\ \ln x, & x>1;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{x+1}{2x-4};$ в) $y=\dfrac{3x^2+7x+2}{x+2}.$

. 3. а) $y=\begin{cases}2^{-x-1}, & x<-1,\\ x+2, & -1\le x<2,\\ 5-x^2, & x\ge 2;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x+1}{2-x};$ в) $y=\dfrac{5x^2-3x-8}{x+1}.$

4.а)$y=\begin{cases}\sin x, & x<0,\\ 2x, & 0\le x\le 3,\\ 9-x^2, & x>3;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x-2}{x-3};$ в) $y=\dfrac{3x^2+5x-2}{x+2}.$

.5. а) $y=\begin{cases}3, & x<-2,\\ x^2-1, & -2\le x\le 0,\\ 2^{-x}, & x>0;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{x-1}{2x+4};$ в) $y=\dfrac{2x^2-7x+3}{x-3}.$

6. а) $y=\begin{cases}x, & x\le 1,\\ (x-2)^2, & 1<x\le 3,\\ \sqrt{x-3}, & x>3;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x+4}{x-2};$ в) $y=\dfrac{3x^2-2x-5}{x+1}.$

7. а)$y=\begin{cases}\cos x, & x\le 0,\\ 1-x^2, & 0<x<2,\\ 3, & x\ge 2;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x-3}{x+2};$ в) $y=\dfrac{5-3x-2x^2}{x-1}.$

8.а) $y=\begin{cases}1-x^2, & x<0,\\ \cos x, & 0\le x\le \pi,\\ 2, & x>\pi;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{x-1}{2x-4};$ в) $y=\dfrac{2x^2+5x-3}{x+3}.$

9. а) $y=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x, & x<0,\\ \sin x, & 0\le x<\pi,\\ -3, & x\ge \pi;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x+6}{x+1};$ в) $y=\dfrac{4+4x-3x^2}{x-2}.$

10. а)$y=\begin{cases}x^2-4, & x<1,\\ \log_3 x, & 1\le x\le 3,\\ 1, & x>3;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{x+1}{2x-6};$ в) $y=\dfrac{2x^2-x-10}{x+2}.$

11.а) $y=\begin{cases}(x+2)^2, & x<-1,\\ 1, & -1\le x<\pi/2,\\ 2\sin x, & x\ge \pi/2;\end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x-2}{3-x};$ в) $y=\dfrac{4x^2-x-5}{x+1}.$

12.а) $y=\begin{cases} 2, & x<-1, \\ x^2-4, & -1\le x<2, \\ \log_2(x-1), & x\ge 2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x-3}{x-2};$ в) $y=\dfrac{2x^2+7x+3}{x+3}.$

13. а) $y=\begin{cases} 2x, & x\le 0, \\ (x-1)^2, & 0<x\le 3, \\ 4, & x>3; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{x-2}{2x-1};$ в) $y=\dfrac{3x^2-4x-7}{x+1}.$

14.а) $y=\begin{cases} 1-x^2, & x<1, \\ \log_5 x, & 1\le x\le 5, \\ -2, & x>5; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x-2}{x+2};$ в) $y=\dfrac{4x^2-7x+3}{x-1}.$

15. а) $y=\begin{cases} \sqrt{1-x}, & x\le 0, \\ 2^{-x}, & 0<x\le 2, \\ x-3, & x>2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{x-3}{2x+2};$ в) $y=\dfrac{2+5x-3x^2}{x-2}.$

16. а) $y=\begin{cases} 1-x, & x\le -1, \\ x^2+1, & -1<x\le 2, \\ x-4, & x>2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{x+3}{2x-2};$ в) $y=\dfrac{3x^2+8x+5}{x+1}.$

17. а) $y=\begin{cases} \sqrt{-x}, & x\le -1, \\ 2-x^2, & -1<x<2, \\ 4, & x\ge 2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x-6}{x+2};$ в) $y=\dfrac{1+2x-3x^2}{x-1}.$

18. а) $y=\begin{cases} -\sin x, & x<0, \\ x^2, & 0\le x\le 2, \\ 3-x, & x>2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x+2}{x-3};$ в) $y=\dfrac{2-5x-3x^2}{x+2}.$

. 19.а) $y=\begin{cases} \log_2(-x), & x\le -1, \\ x^3, & -1<x\le 1, \\ 2-x, & x>1; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{1-x}{2x+4};$ в) $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{x-2}.$

20. а) $y=\begin{cases} 5, & x\le -2, \\ x-1, & -2<x\le 2, \\ (x-3)^2, & x>2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x+2}{x+1};$ в) $y=\dfrac{2x^2-5x-3}{x-3}.$

21.а) $y=\begin{cases} 2\cos x, & x\le 0, \\ 2-x, & 0<x<3, \\ x-1, & x\ge 3; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x-1}{x+1};$ в) $y=\dfrac{10-3x-x^2}{x-2}.$

22.а) $y=\begin{cases} x^2-1, & x<0, \\ -\cos x, & 0\le x\le \pi, \\ 3, & x>\pi; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{x-1}{2x+2};$ в) $y=\dfrac{2x^2-11x+15}{x-3}.$

23. а) $y=\begin{cases} x^2, & x<0, \\ 2\sin x, & 0\le x<\pi/2, \\ -1, & x\ge \pi/2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x-2}{x+2}$; в) $y=\dfrac{5x^2-9x+4}{x-1}$.

24. а) $y=\begin{cases} x^2-1, & x<1, \\ 2\log_4 x, & 1\le x\le 4, \\ x-2, & x>4; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{4x-4}{x-3}$; в) $y=\dfrac{3x^2+4x+1}{x+1}$.

25. а) $y=\begin{cases} -2, & x<-1, \\ 2x, & -1\le x<3, \\ \sqrt{x-3}, & x\ge 3; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{x-1}{2x+6}$; в) $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}$.

.26. а) $y=\begin{cases} 3, & x<-1, \\ 1-2x, & -1\le x\le 1, \\ 2^{x-1}, & x>1; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{x+1}{2x-8}$; в) $y=\dfrac{4x^2+7x+3}{x+1}$.

. 27. а) $y=\begin{cases} x+3, & x\le -2, \\ x^2-1, & -2<x\le 2, \\ x+1, & x>2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x-3}{2-x}$; в) $y=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+1}$.

28. а) $y=\begin{cases} \sin 2x, & x<0, \\ x^2, & 0\le x\le 2, \\ -3, & x>2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x-3}{2x+2}$; в) $y=\dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$.

.29. а) $y=\begin{cases} x-1, & x<0, \\ x^2, & 0\le x\le 2, \\ 2^x, & x>2; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x+3}{2x-2}$; в) $y=\dfrac{x^2+4x+3}{x+3}$.

30. а) $y=\begin{cases} x+1, & x\le 0, \\ (x-1)^2, & 0<x\le 3, \\ -2, & x>3; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{3x-6}{1-x}$; в) $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$.

31.а) $y=\begin{cases} (x-1)^2, & x<2, \\ 1, & 2\le x<4, \\ \sqrt{x-4}, & x\ge 4; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{x-2}{3-x}$; в) $y=\dfrac{2x^2+3x+1}{x+1}$.

32. а) $y=\begin{cases} x^2-1, & x<1, \\ 2\log x, & 1\le x\le 4, \\ x-2, & x>4; \end{cases}$ б) $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$; в) $y=\dfrac{2x^2+7x+6}{x+2}$.

Завдання 4. Дослідити функцію на неперервність у вказаних точках:

1. $y=2^{\frac{4}{x-3}}+1;\ x_1=-1,\ x_2=3.$ 2. $y=5^{\frac{2}{1-x}}+2;\ x_1=1,\ x_2=3.$

3. $y=4^{\frac{5}{2-x}}-3;\ x_1=-1,\ x_2=2.$ 4. $y=9^{\frac{1}{2-x}}-5;\ x_1=0,\ x_2=2.$

5. $y=3^{\frac{3}{x+1}}-2;\ x_1=-1,\ x_2=0.$ 6. $y=5^{-\frac{2}{x+1}}+2;\ x_1=-1,\ x_2=1.$

7. $y=3^{\frac{2}{1-x}}-1;\ x_1=1,\ x_2=2.$ 8. $y=4^{\frac{2}{3-x}}+1;\ x_1=3,\ x_2=5.$

9. $y=8^{\frac{2}{x-3}}-2;\ x_1=0,\ x_2=3.$ 10. $y=2^{\frac{8}{1-x}}+3;\ x_1=-1,\ x_2=1.$

11. $y=5^{\frac{1}{2-x}}-2;\ x_1=2,\ x_2=3.$ 12. $y=4^{\frac{3}{x+2}}+2;\ x_1=-2,\ x_2=0.$

13. $y=2^{\frac{3}{x-5}}+4;\ x_1=2,\ x_2=5.$ 14. $y=5^{\frac{1}{x-4}}+1;\ x_1=3,\ x_2=4.$

15. $y=8^{\frac{2}{2-x}}+3;\ x_1=0,\ x_2=2.$ 16. $y=9^{\frac{3}{x+2}}+1;\ x_1=-2,\ x_2=0.$

17. $y=2^{\frac{9}{x+3}}-4;\ x_1=-3,\ x_2=0.$ 18. $y=3^{\frac{4}{1-x}}-2;\ x_1=-1,\ x_2=1.$

19. $y=9^{\frac{2}{1-x}}+2;\ x_1=1,\ x_2=5.$ 20. $y=4^{\frac{1}{x+3}}+1;\ x_1=-3,\ x_2=-5.$

21. $y=2^{-\frac{1}{x-3}}+5;\ x_1=3,\ x_2=4.$ 22. $y=5^{\frac{1}{1-x}}-2;\ x_1=1,\ x_2=2.$

23. $y=4^{\frac{1}{2-x}}+1;\ x_1=0,\ x_2=2.$ 24. $y=9^{\frac{1}{2-x}}-3;\ x_1=0,\ x_2=2.$

25. $y=3^{-\frac{2}{x+2}}-5;\ x_1=-2,\ x_2=0.$ 26. $y=5^{-\frac{1}{x+1}}+2;\ x_1=-1,\ x_2=0.$

27. $y=3^{\frac{3}{1-x}}-1;\ x_1=1,\ x_2=4.$ 28. $y=4^{\frac{1}{3-x}}+5;\ x_1=3,\ x_2=5.$

29. $y=8^{\frac{1}{x-3}}+1;\ x_1=0,\ x_2=3.$ 30. $y=2^{\frac{5}{4-x}}-3;\ x_1=-1,\ x_2=4.$

31. $y=5^{\frac{1}{2-x}}-2;\ x_1=2,\ x_2=3.$ 32. $y=3^{-\frac{2}{x+1}}+2;\ x_1=-1,\ x_2=0.$