ІДЗ-8

Завдання 1. Знайти та зобразити на координатній площині Oxy область визначення функції:

1. $z = \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2} + \lg y$.

2. $z = 3\sqrt{x} + \ln(x^2 + y^2 - 4y)$.

3. $z = \sqrt{\dfrac{x-1}{y}} + \ln(9 - x^2 - y^2)$.

4. $z = 8\sqrt{x}\ln(18 - 2x^2 - 9y^2)$.

5. $z = \sqrt{\dfrac{y-1}{x}} + \ln(x^2 + y^2 - 4)$.

6. $z = \sqrt{y-1}\ \ln(4x^2 + 25y^2 - 100)$.

7. $z = \sqrt{\dfrac{x}{3-x}} + \ln(16 - x^2 - y^2)$.

8. $z = 4\sqrt{x^2 + y^2 - 2y} + \ln x$.

9. $z = \sqrt{4x - x^2 - y^2} + 2\ln y$.

10. $z = 5\sqrt{4y - x^2 - y^2} + \ln(y - 2)$.

11. $z = \sqrt{5 + 4x - x^2 - y^2} + 2\sin x$.

12. $z = \sqrt{1 - x^2 - y}\ \ln(y - x) + 3x$.

13. $z = \sqrt{y}\ln(3 + 2y - x^2 - y^2) - 5$.

14. $z = 2\sqrt{4 - x^2 - 4y^2} + \ln x + y$.

15. $z = e^x + \sqrt{x+1}\ln(x^2 + y^2 + 2x)$.

16. $z = \dfrac{5}{\sqrt{4 - x^2 - y}} + \lg y$.

17. $z = \sqrt{\dfrac{x-1}{x}} + \ln(x^2 + 4y^2 - 4)$.

18. $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 6x} + \ln(x + 3)$.

19. $z = \sqrt[4]{1 - x}\ \lg(2x - x^2 - y^2)$.

20. $z = 7\sqrt{x} + \ln(x^2 + y^2 - 2y)$.

21. $z = \sqrt{2 - x}\ln(36 - 4x^2 - 9y^2)$.

22. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + 5\arcsin x$.

23. $z = \sqrt{xy} + \ln(x^2 + y^2 - 4)$..

24. $z = 3\sqrt{x^2 + 4y^2 - 4} + \ln(x + 1)$.

25. $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2} + 2\arcsin y$.

26. $z = \sqrt{x - y^2} + \lg(3 - x)$.

27. $z = \sqrt{\dfrac{y}{2-y}} + \log_5(x^2 + y^2 - 16)$.

28. $z = \sqrt{x^2 - y^2 - 1} + \ln y$.

29. $z = \sqrt{\dfrac{x}{1-x}} + \ln(4 - x^2 - y^2)$.

30. $z = \log_3 x + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x}$.

31. $z = \sqrt{x^2 - y^2 - 4} + \ln(y - 1)$.

32. $z = \sqrt{x^2 - y^2} + \lg(x + 1)$.

Завдання 2. Побудувати будь-які дві лінії рівня функції:

1. $z = 2x - 3y$.
2. $z = y - x^2$.
3. $z = x^2 + 3y^2$.
4. $z = \dfrac{x^2}{4} + y^2$.
5. $z = \dfrac{y}{x^2}$.

6. $z = x^2 + y$.
7. $z = x^2 - y$.
8. $z = x^2 - y^2$.
9. $z = x^2 + 2y^2$.
10. $z = 3x + y$.

11. $z = 5x - 2y$.
12. $z = x^2 - 4y^2$.
13. $z = x - y^2$.
14. $z = \dfrac{y}{x^3}$.
15. $z = y\, 2^{-x}$.

16. $z = x^2 + y^2 - 2y$.
17. $z = -4x - 3y$.
18. $z = y\, 3^{-x}$.
19. $z = xy$.
20. $z = \dfrac{x^2}{3} + y^2$.

21. $z = \dfrac{y}{x}$.
22. $z = x^2 + 9y^2$.
23. $z = x - 2y^2$.
24. $z = x^2 + y^2 - 2x$.
25. $z = y - 2x^2$.

26. $z = x^2 + y^2 - 4x$.
27. $z = x + 3y$.
28. $z = x^2 - 2y$.
29. $z = 4x - y$.
30. $z = \dfrac{y}{x - 1}$.

31. $z = \dfrac{y - 1}{x}$.
32. $z = x^2 + y^2 + 2x$.

Завдання 3. Обчислити границю:

1. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^2 y}{\operatorname{tg}(3x^2 + y^2)}$.

2. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sqrt[5]{1 - x^2 y} - 1}{x^2 + 3y^2}$.

3. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\arcsin(xy^3)}{5x^2 + y^2}$.

4. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 - xy^3)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$.

5. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sqrt[4]{1 - 3x^2 y} - 1}{7x^2 + y^2}$.

6. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\ln(1 + xy^2)}{2x^2 + y^2}$.

7. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{3^{x^2 y} - 1}{x^2 + 9y^2}$.

8. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^2 y^2)^{\frac{1}{3x^2 + y^2}}$.

9. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + 5x^3 y^2)^{\frac{1}{x^4 + y^4}}$.

10. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\operatorname{arctg}(xy^2)}{x^2 + 4y^2}$.

11. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sqrt[8]{1 - 4x^2 y} - 1}{x^2 + 7y^2}$.

12. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\ln(1 - 5x^2 y^3)}{x^4 + y^4}$.

13. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{e^{x^2 y} - 1}{x^2 + 3y^2}$.

14. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 - xy^2)^{\frac{1}{x^2 + 2y^2}}$.

15. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^2 y)^{\frac{1}{x^2 + 5y^2}}$.

16. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^2 y^2}{\sin(2x^2 + y^2)}$.

17. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sqrt[3]{1 + x^2 y^2} - 1}{x^2 + 5y^2}$.

18. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + 3xy^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$.

19. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{5^{x^2 y^3} - 1}{x^4 + 2y^4}$.

20. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sqrt[6]{1 - 3x^2 y} - 1}{x^2 + 4y^2}$.

21. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\operatorname{arctg}(xy^2)}{x^2 + 4y^2}$.

22. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\arcsin(xy^3)}{4x^2 + y^2}$.

23. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^2 y}{2^{x^2 + y^2} - 1}$.

24. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + 2y^3)^{\frac{1}{x^2 + 4y^2}}$.

25. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sin(x^2 y^2)}{x^2 + 2y^2}$.

26. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\ln(1 + xy^2)}{\operatorname{tg}(3x^2 + y^2)}$.

27. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{3^{xy^3} - 1}{\sin(x^2 + 5y^2)}$.

28. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sqrt[5]{1 + x^2 y} - 1}{\ln(1 + x^2 + y^2)}$.

29. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\operatorname{tg}(x^3 y)}{e^{x^2 + 2y^2} - 1}$.

30. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + 2x^2 y)^{\frac{1}{x^2 + 3y^2}}$.

31. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\ln(1 + x^3 y^2)}{\sin(3x^4 + y^4)}$.

32. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + xy^2)^{\frac{5}{2x^2 + y^2}}$.

Завдання 4. Знайти точки розриву функції:

1. $z = \dfrac{x^2 + 1}{9xy^4 - x^3}$.

2. $z = \dfrac{e^x}{2x^2 y - 3y^2}$.

3. $z = \dfrac{3 + y}{\ln(x^2 + y^2 - 2x + 1)}$.

4. $z = \dfrac{2x^2 + 3}{\sqrt[9]{x^2 + y^2 - 4y}}$.

5. $z = \dfrac{5 + y^2}{x^3 y - 2x^3}$.

6. $z = \dfrac{2}{3 - 3x^2 + y^2}$.

7. $z = \dfrac{\sin x + 2}{x^2 y - 9y + y^3}$.

8. $z = \dfrac{x + y}{\ln(5 - x^2 - y^2)}$.

9. $z = \dfrac{3^{x+y}}{\ln(x^2 + 2y^2)}$.

10. $z = \dfrac{x^2 + 3}{x^2 y - 4y^3}$.

11. $z = \dfrac{x^2 + y^2 + 1}{\sqrt[3]{x^2 + y^2 - 2y}}$.

12. $z = \dfrac{x^2 + 9}{\ln(x^2 + 3y^2)}$.

13. $z = \dfrac{8}{x^3 - 4xy + xy^2}$.

14. $z = \dfrac{5^{x-y}}{x \lg(1 - x^2 - 2y^2)}$.

15. $z = \dfrac{1}{\ln(2x - x^2 - y^2)}$.

16. $z = \dfrac{3x + 5}{x - 2xy + xy^2}$.

17. $z = \dfrac{2 + 3y}{x^2 y + 2xy + y}$.

18. $z = \dfrac{2^y + 1}{x \sqrt[5]{x^2 - 4y^2}}$.

19. $z = \dfrac{x}{4x^2 - 3y^2 - 12}$.

20. $z = \dfrac{x^2 + 3y^2 + 2}{x^4 y - y^5}$.

21. $z = \dfrac{3}{\ln(2 - x^2 - y^2)}$.

22. $z = \dfrac{5}{3x^2 + 4y^2 - 12}$.

23. $z = \dfrac{1}{x^3 - 2xy}$.

24. $z = \dfrac{2}{4 - x^2 + 2y^2}$.

25. $z = \dfrac{1}{x^3 y - x^2}$.

26. $z = \dfrac{9}{4 - x^2 - 2y^2}$.

27. $z = \dfrac{7}{x^2 y - 4y^2}$.

28. $z = \dfrac{1}{x^3 y - 9xy}$.

29. $z = \dfrac{2}{\lg(x^2 + 4y^2)}$.

30. $z = \dfrac{2}{x^3 - 9xy^4}$.

31. $z = \dfrac{2}{\lg(x^2 + 4y^2)}$.

32. $z = \dfrac{2}{x^3 - 9xy^4}$.

Завдання 5. Дано функцію $u = f(x, y, z)$ і точки M_1 та M_2. Знайти: 1) похідну функції u в точці M_1 за напрямом від цієї точки до точки M_2; 2) градієнт функції u в точці M_1; 3) повний диференціал функції u в точці M_1.

1. $u = 2x^3 + ye^{-5z}$, $\quad M_1(1;-2; 0)$, $\quad M_2(2; 1;-2)$.

2. $u = xy^3 + x^2z^2$, $\quad M_1(-1;-2; 1)$, $\quad M_2(0;-3; 5)$.

3. $u = x^2y - y^3z + 4z^2$, $\quad M_1(2;-1; 1)$, $\quad M_2(3; 1;-1)$.

4. $u = x^5 + zy^2 - xz$, $\quad M_1(1; 3;-2)$, $\quad M_2(3; 1;-4)$.

5. $u = \ln(1 + x^2y - z^3)$, $\quad M_1(-1; 1; 1)$, $\quad M_2(5; 3; 4)$.

6. $u = x^5 + 3ye^{-2z}$, $\quad M_1(1;-2; 0)$, $\quad M_2(2; 1;-1)$.

7. $u = x^3y + y^2z^4$, $\quad M_1(-1;-2; 1)$, $\quad M_2(1;-3; 2)$.

8. $u = 2x^4 + zy^2 - 5xz^2$, $\quad M_1(1; 3;-1)$, $\quad M_2(3; 1;-4)$.

9. $u = \ln(5 + x^2 + yz^4)$, $\quad M_1(-1; 1; 1)$, $\quad M_2(2; 3;-1)$.

10. $u = e^{-x^2y} + xz^2$, $\quad M_1(-3; 0; 2)$, $\quad M_2(2; 1; 1)$.

11. $u = x^2y + e^{2y}z^3$, $\quad M_1(-1; 0; 2)$, $\quad M_2(1;-2; 3)$.

12. $u = \sqrt{x^3y^2 + yz^2}$, $\quad M_1(2; 1;-1)$, $\quad M_2(3;-2; 1)$.

13. $u = 5xz^3 - y^2z + x^2$, $\quad M_1(2; 1;-1)$, $\quad M_2(1;-3; 0)$.

14. $u = \ln(x^2y^3 + e^{xz})$, $\quad M_1(-1; 1; 0)$, $\quad M_2(1;-1; 1)$.

15. $u = x^2e^{-4y} + 3xz^3$, $\quad M_1(-1; 0; 2)$, $\quad M_2(2; 1; 1)$.

16. $u = e^{2x-y} - x^3z^2$, $\quad M_1(1; 2; -2)$, $\quad M_2(3; 0; 1)$.

17. $u = e^{3x^2-z} + y^2z$, $\quad M_1(1;-1; 3)$, $\quad M_2(3; 0; 1)$.

18. $u = x^2y^3z + 2yz^2$, $\quad M_1(1;-1;-2)$, $\quad M_2(2;-3; 0)$.

19. $u = x^2y - y^3z + 5z^2$, $\quad M_1(2;-1; 1)$, $\quad M_2(3; 1;-1)$.

20. $u = \dfrac{x}{y} - \dfrac{y}{z} + \dfrac{2z}{x}$, $\quad M_1(1;-1; 1)$, $\quad M_2(-1; 3; 3)$.

21. $u = x^3 - 2ye^{-z}$, $\quad M_1(1;-2; 0)$, $\quad M_2(2; 1; -1)$.

22. $u = x^2y^3 + xz^4$, $\quad M_1(-1;-2; 1)$, $\quad M_2(0;-3; 5)$.

23. $u = \sqrt{1 + xz^2 + 2y^3z}$, $\quad M_1(1;-1;-1)$, $\quad M_2(3; 2; 0)$.

24. $u = xy^3 - x^2z + z^2$, $\quad M_1(2; 1;-2)$, $\quad M_2(1;-3; 1)$.

25. $u = x^5 + zy^2 - 3xz$, $\quad M_1(1; 3;-2)$, $\quad M_2(3; 1;-4)$.

26. $u = \ln(1 + x^2y^3 - z)$, $\quad M_1(-1; 1; 1)$, $\quad M_2(5; 3; 4)$.

27. $u = e^{x^2y} + xz^2$, $\quad M_1(-3; 0; 2)$, $\quad M_2(2; 1; 1)$.

28. $u = \sqrt{1 + xy^2 + z^3}$, $\quad M_1(2;-1; 1)$, $\quad M_2(3;-2; 2)$.

29. $u = 5xz^3 - y^2z + x^2$, $\quad M_1(2; 1;-1)$, $\quad M_2(1;-3; 0)$.

30. $u = \ln(xy + yz + xz)$, $\quad M_1(1;-3; -2)$, $\quad M_2(2; 4; 0)$.

31. $u = x^2 + xz^2 - 2y^3z$, $\quad M_1(-2; 1; -1)$, $\quad M_2(1; 2;-2)$.

32. $u = \ln(x^2y^3 + yz^5)$, $\quad M_1(-1; 2; 1)$, $\quad M_2(-2; 3; -1)$.

Завдання 6. Дослідити на екстремум функцію

1. $z = x^2 + y^2 + xy - 2x - y + 3$.

2. $z = x^2 + y^2 - xy + 9x - 6y + 2$.

3. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.

4. $z = 8 + 2x + 12y - x^2 - y^3$.

5. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 - 12$.

6. $z = 5 + 4x - 4y - x^2 - y^2$.

7. $z = x^2 + y^3 - 4x - 3y + 2$.

8. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 7$.

9. $z = x^2 + y^2 + xy - 3x - 6y$.

10. $z = 2xy - 4x - 2y + 11$.

11. $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 6y - 3$.

12. $z = 2x^2 + 4x + 3y^2 - 2y^3 - 1$.

13. $z = 10 + 6x - x^2 - y^2 - xy$.

14. $z = x^2 + 5y^2 - 4xy - 2x + 10y$.

15. $z = x^3 + y^2 - 12x - 2y + 5$.

16. $z = 9 + 8xy - 5x^2 - 2y^2 - 6x$.

17. $z = 8x^3 + y^3 - 6xy + 4$.

18. $z = 3x^2 - 6x + 3y^2 - y^3 - 8$.

19. $z = x^2 + 5y^2 + 2x + 4xy - 6y$.

20. $z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y + 1$.

21. $z = 10 + 6xy - 2x^3 - 2y^3$.

22. $z = x^2 + y^3 - 2x - 12y - 5$.

23. $z = 1 + 4x + 3y - x^2 - y^3$.

24. $z = 5x^2 + y^2 - 2xy + 8x - 7$.

25. $z = x^3 - 3x^2 - 3y^2 - 6y + 8$.

26. $z = 3x^2 - 2x^3 + 2y^2 + 4y$.

27. $z = 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$.

28. $z = 3x^2 + 2y^2 - 2xy + 15$.

29. $z = 3 + 2xy - 5x^2 - y^2 + 8x$.

30. $z = 2 + 6xy - x^3 - 8y^3$.

31. $z = 1 + 3x + 4y - x^3 - y^2$.

32. $z = 5x^2 + 2y^2 - 8xy - 6x + 2$.

Завдання 7. Методом Лагранжа дослідити на умовний екстремум функцію $z = f(x, y)$ за даним рівнянням зв'язку:

1. $z = 5x^2 + 2y^2 + 1$, $x - y + 3 = 0$.

2. $z = 1 - x^2 - 5y^2$, $x + 3y - 2 = 0$.

3. $z = 2x^2 + y^2 + 3$, $x + 2y + 1 = 0$.

4. $z = x^2 + 3y^2 + 1$, $x - y + 2 = 0$.

5. $z = 1 - x^2 - 2y^2$, $3x + y - 1 = 0$.

6. $z = 3x^2 + y^2 + 2$, $x - 2y + 1 = 0$.

7. $z = 3 - 2x^2 - y^2$, $x + y - 2 = 0$.

8. $z = x^2 + 3y^2 + 2$, $x + 2y - 1 = 0$.

9. $z = x^2 + 4y^2 + 1$, $2x - y + 3 = 0$.

10. $z = 3 - x^2 - 2y^2$, $x + 5y - 2 = 0$.

11. $z = 2x^2 + y^2 + 1$, $x - 3y + 5 = 0$.

12. $z = 4 - x^2 - 2y^2$, $2x + y - 3 = 0$.

13. $z = x^2 + 5y^2 + 2$, $x - 2y - 1 = 0$.

14. $z = 5 - 3x^2 - y^2$, $x + y - 4 = 0$.

15. $z = 2x^2 + 3y^2 + 1$, $x + 2y - 5 = 0$.

16. $z = 4x^2 + y^2 + 2$, $x - 5y + 3 = 0$.

17. $z = 2 - x^2 - 3y^2$, $4x + y - 2 = 0$.

18. $z = 5x^2 + 2y^2 + 1$, $x - 3y + 4 = 0$.

19. $z = 1 - 2x^2 - y^2$, $x + 4y - 7 = 0$.

20. $z = 4x^2 + 3y^2 + 2$, $x - 2y - 1 = 0$.

21. $z = 3x^2 + 2y^2 + 5$, $x - 3y + 8 = 0$.

22. $z = 8 - 2x^2 - 5y^2$, $4x + y - 3 = 0$.

23. $z = 2x^2 + 4y^2 - 7$, $x + 2y - 3 = 0$.

24. $z = 5x^2 + 3y^2 + 2$, $x - 3y + 7 = 0$.

25. $z = 3 - 4x^2 - 2y^2$, $2x + y - 5 = 0$.

26. $z = 3x^2 + 4y^2 - 5$, $x - 2y - 2 = 0$.

27. $z = 4 - 2x^2 - y^2$, $3x + y - 2 = 0$.

28. $z = 2x^2 + 5y^2 + 4$, $x + 3y - 6 = 0$.

29. $z = 5x^2 + 4y^2 - 3$, $2x - y + 2 = 0$.

30. $z = 5 - 3x^2 - 2y^2$, $x + 2y - 2 = 0$.

31. $z = 2x^2 + 8y^2 + 1$, $x - 4y + 3 = 0$.

32. $z = 3 + 2x^2 + 7y^2$, $2x - y - 5 = 0$.

Завдання 8. Знайти найбільше і найменше значення функції $z = f(x, y)$ в замкненій області G, обмеженій вказаними прямими:

1. $z = 2x^2 + y^2 - 6y + 5;\quad x = -2,\ y = 0,\ x + y - 4 = 0$.

2. $z = x^2 + y^2 - xy - 3y + 2;\quad x = -1,\ y = 0,\ 2x + y - 6 = 0$.

3. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1;\quad x = -3,\ y = 0,\ x + y + 1 = 0$.

4. $z = y^2 - 2xy + 4x + 3;\quad x = -1,\ y = 0,\ x + y - 5 = 0$.

5. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 - 5;\quad x = -1,\ y = -1,\ x + y - 1 = 0$.

6. $z = x^2 + y^2 + xy - 3x + 4;\quad x = -2,\ y = 0,\ x - 2y - 4 = 0$.

7. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 11,\quad y = x,\ x = -1,\ y = 3$.

8. $z = x^2 + 6x + y^2 - 4y;\quad x = 0,\ y = 0,\ x - y + 5 = 0$.

9. $z = x^2 + 2y^2 - 4x + 4y - 3;\quad x = 0,\ y = 1,\ x - y - 5 = 0$.

10. $z = x^2 + y^2 + 4x - 6y + 2;\quad x = -3,\ y = 0,\ 2x + y - 2 = 0$.

11. $z = 3x^2 + y^2 - 6y + 2;\quad x = -2,\ y = -1,\ 2x + y - 8 = 0$.

12. $z = x^2 + y^2 - 4y - 5;\quad x = -1,\ y = -1,\ 2x + y - 4 = 0$.

13. $z = x^2 + 2y^2 - 4y - 2x + 3;\quad x = -1,\ y = 0,\ x + y - 3 = 0$.

14. $z = x^2 - 4xy + y^2 - 6y;\quad x = 0,\ y = 1,\ x + y - 3 = 0$.

15. $z = y^2 + 2xy - 4x + 1;\quad x = 0,\ y = 0,\ x - y + 6 = 0$.

16. $z = x^2 - xy + y^2 - 3x - 5;\quad x = 0,\ y = -1,\ x + 2y - 6 = 0$.

17. $z = x^2 + y^2 - xy - 3x;\quad x = 0,\ y = -1,\ x + 2y - 6 = 0$.

18. $z = 3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y;\quad x = 0,\ y = 0,\ x - 2y + 8 = 0$.

19. $z = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 8;\quad x = 0,\ y = 0,\ 2x + y - 4 = 0$.

20. $z = 2x^2 - y^2 - 8x + 2y + 3;\quad x = -1,\ y = 0,\ x + y - 5 = 0$.

21. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x + 7,\quad x - y + 1 = 0,\ x = 3,\ y = 0$.

22. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 5,\quad x + y - 1 = 0,\ x = 0,\ y = 0$.

23. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6y + 1,\quad x + y - 3 = 0,\ x = 0,\ y = 0$.

24. $z = x^2 - y^2 - 2xy + 4x + 2,\quad x + y + 1 = 0,\ x = -3,\ y = 0$.

25. $z = 2x^2 + 2xy - \dfrac{1}{2}y^2 - 4x - 3,\quad y = 2x,\ x = 0,\ y = 2$.

26. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y + 10,\quad y = x + 2,\ x = 2,\ y = 0$.

27. $z = 3x + y - xy + 12,\quad y = x,\ x = 0,\ y = 4$.

28. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y + 9,\quad y = 2x,\ x = 3,\ y = 0$.

29. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x + 1,\quad x + y - 3 = 0,\ x = 0,\ y = 0$.

30. $z = xy - x - 2y + 7,\quad y = x + 3,\ x = 3,\ y = 0$.

31. $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x + y - 7,\quad x + y + 2 = 0,\ x = 0,\ y = 0$.

32. $z = x^2 + y^2 - xy - 3y + 2;\quad x = -1,\ y = 0,\ 2x + y = 6$.

Завдання 9. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі до заданої поверхні Q в точці M_0.

1. $Q: x^2 + 2z^2 = 3y^2 + xy + 5;\ M_0(-2;\ 1; -1)$.

2. $Q: z = x^2 + 3xy - y + 4;\ M_0(-1;\ 2; -3)$.

3. $Q: x^2 + y^2 + z^2 = 4xy + 2z;\ M_0(2;\ 1; -1)$.

4. $Q: z = 3x^2 - 2y^2 + xy - y;\ M_0(-1; -2; -1)$.

5. $Q: x^2 + y^2 + x = yz + 2z^2 + 4;\ M_0(-1;\ 3;\ 1)$.

6. $Q: z = 2x^2 - y^2 + 3xy - 2x;\ M_0(2; -1; -3)$.

7. $Q: x^2 + 2z^2 = 5xy + y^2 + 1;\ M_0(3;\ 1; -2)$.

8. $Q: 2xy + 3y^2 = z^2 + 5xz + 2;\ M_0(1; -2;\ 1)$.

9. $Q: x^2 + z^2 + 2y = x + y^2 - 2;\ M_0(1;\ 3; -1)$.

10. $Q: x^2 + y^2 + 3yz = xz + 2x + 4;\ M_0(1;\ 4; -1)$.

11. $Q: 2xy + 3y^2 = z^2 + 5xz + 2;\ M_0(1; -2;\ 1)$.

12. $Q: x^2 + z^2 + 2y = x + 2y^2 + 7;\ M_0(3;\ 1; -1)$.

13. $Q: x^2 + y^2 + 5yz = 7xz + 3x + 1;\ M_0(1;\ 4; -1)$.

14. $Q: x^2 + z^2 = 4y^2 + yz + 2;\ M_0(-2;\ 1;\ 2)$.

15. $Q: x^2 + y^2 = yz + 2z^2 + 5;\ M_0(-1;\ 3;\ 1)$.

16. $Q: z = 2x^2 - y^2 + xy - 2x;\ M_0(2; -1;\ 1)$.

17. $Q: x^2 + 3z^2 = 5xy + 2y^2 + 4;\ M_0(2;\ 1; -2)$.

18. $Q: z = 4x^2 + 2y^2 + 3xy + x;\ M_0(1; -1;\ 4)$.

19. $Q: x^2 + y^2 + 2z = xy + 5z^2;\ M_0(3;\ 1; -1)$.

20. $Q: z = 3x^2 - y^2 + xy + y;\ M_0(1; -2; -5)$.

21. $Q: z = 2x^2 + xy - 3y^2 + 3x + 1,\ M_0(1; -1;\ 2)$.

22. $Q: z = x^2 + y^2 - 4xy + 3x - 15,\ M_0(-1;\ 3;\ 4)$.

23. $Q: z = y^2 - x^2 + 2xy - 3y + 2,\ M_0(1; -1;\ 3)$.

24. $Q: z = x^2 - y^2 - 2xy - x - 2y,\ M_0(-1;\ 1;1)$.

25. $Q: z = x^2 + y^2 - 3xy - x + y,\ M_0(2;\ 1; -2)$.

26. $Q: x^2 + 2y + z^2 = y^2 + 4x + 14,\ M_0(3;\ 1;\ 4)$.

27. $Q: 2x^2 + xy + xz + 2z^2 = 3 + y^2,\ M_0(1;\ 2;\ 1)$.

28. $Q: 4y^2 + 4xy + 3z = z^2 + xz + 9,\ M_0(1; -2;\ 1)$.

29. $Q: x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4x = 8,\ M_0(-1;\ 1;2)$.

30. $Q: x^2 + y^2 + z^2 + 3z = xy + 7,\ M_0(1;\ 2;\ 1)$.

31. $Q: x^2 + z^2 + 2xy = 4y^2,\ M_0(-2;\ 1;2)$.

32. $Q: x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0,\ M_0(2;\ 1; -1)$.