

План виконання ІДЗ
Номер варіанта – номер у списку групи.

1. Завдання
2. Теоретичні відомості (для кожного прикладу)
3. Виконання роботи (результат - скрін-шоти, пояснення, коментарі і т.д.)
4. Висновки (для кожного прикладу)
5. Оформлення ІДЗ
6. Назва файлу ДМ_КН-19-1(2)_Прізвище_ІДЗ-1

Хмельницький національний університет
Кафедра комп'ютерних наук та інформаційних технологій

ІДЗ №1

з предмету:
«ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА»

Виконав:
студент групи КНІТ-19-1(2)
Прізвище, ініціали

Перевірив:
доц. Міхалевський В.Ц.

Властивості операцій над множинами

Нехай задано множини A, B, C та U (U – універсум). Тоді для операцій $\cup, \cap, \setminus, \neg$ (де $\neg A = \bar{A}$) виконуються такі властивості:

- 1 $A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$ – комутативність;
- 2 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ – дистрибутивність;
- 3 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ – асоціативність;
- 4 $A \cup \emptyset = A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset$
- 5 $A \cup A = A, \quad A \cap A = A$ – ідемпотентність;
- 6 $A \cup \bar{A} = U, \quad A \cap \bar{A} = \emptyset$ – доповнення;
- 7 $A \cup U = U, \quad A \cap U = A$
- 8 $\bar{\emptyset} = U, \quad \bar{U} = \emptyset$
- 9 $A \cup (A \cap B) = A, \quad A \cap (A \cup B) = A$ – поглинання;
- 10 $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}, \quad \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ – правило де Моргана;
- 11 $\bar{\bar{A}} = A$ – подвійного доповнення;
- 12 $A \setminus B = A \cap \bar{B}$ – вираз для різниці.

Пари символів \cup та \cap у формулах 1...10 називають двоїстими між собою. Їх можна змінювати місцями, замінюючи при цьому U на \emptyset й навпаки.

У справедливості властивостей 1...12 можна переконатися чи то геометрично, чи формальними міркуваннями щодо кожної рівності.

Завдання для самостійної роботи. Перевірити всі формули 1...12 для множин: $A = \{1, 2, 3, 6\}; B = \{2, 3, 4, 8, 9\}; U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Приклад. Спростити вираз $\overline{A \cap B \setminus C} \cup A \cap B \cup A \cap (\bar{C} \cup \bar{B})$

Розв'язання

$$\begin{aligned} \overline{A \cap B \setminus C} \cup A \cap B \cup A \cap (\bar{C} \cup \bar{B}) &= \overline{A \cap B \cap \bar{C}} \cup A \cap B \cup A \cap \bar{C} \cup A \cap \bar{B} = \\ &= A \cap B \cup C \cup A \cap B \cup A \cap \bar{C} \cup A \cap \bar{B} = A \cap B \cup C \cup A \cap \bar{C} \cup A \cap \bar{B} = A \cup C. \end{aligned}$$

Розділ 6

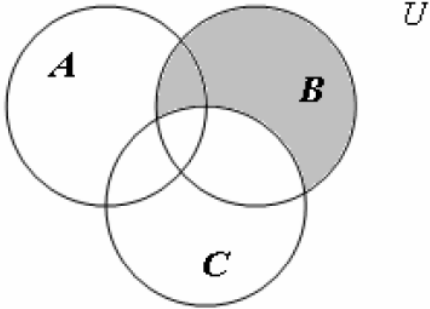
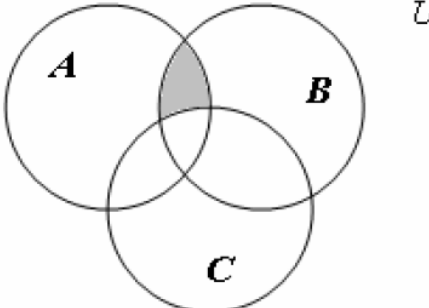
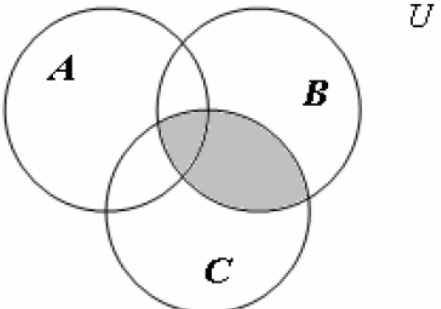
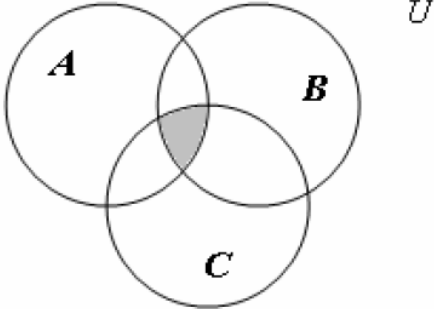
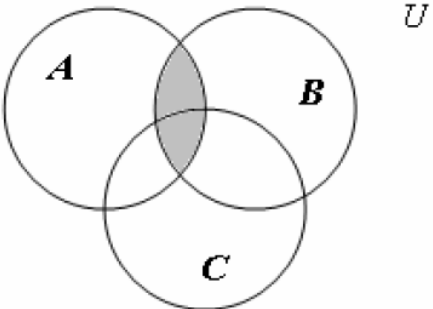
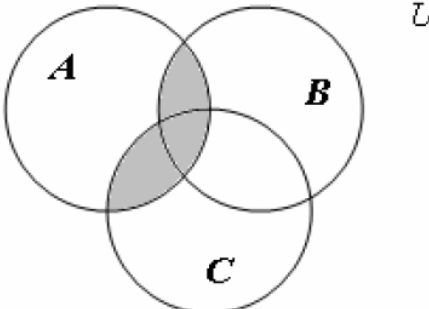
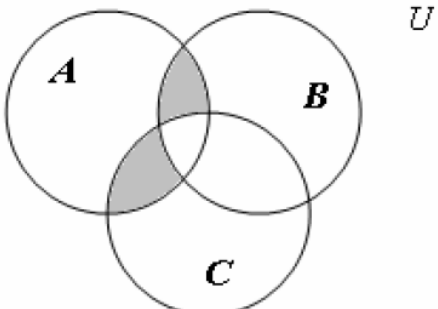
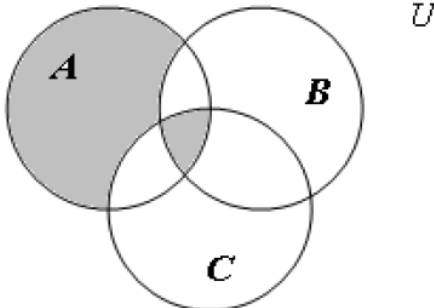
РОЗРАХУНКОВІ ЗАВДАННЯ

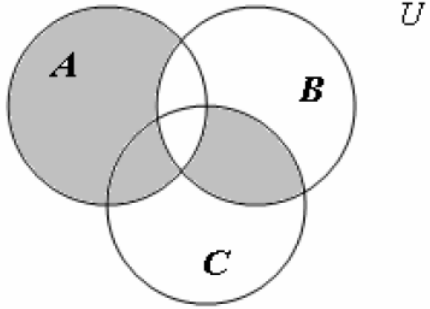
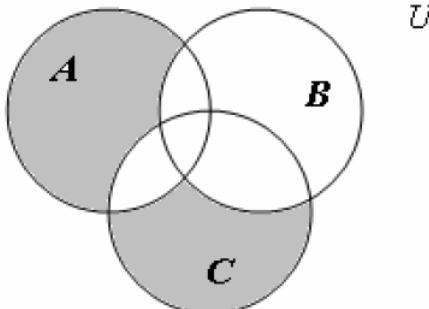
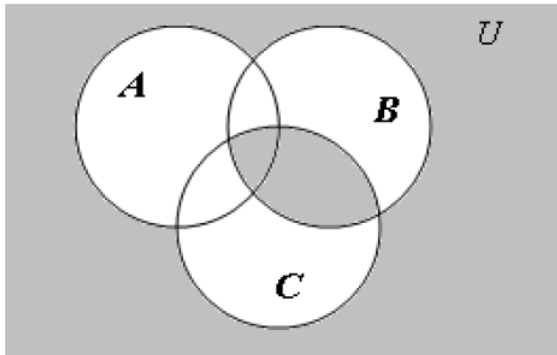
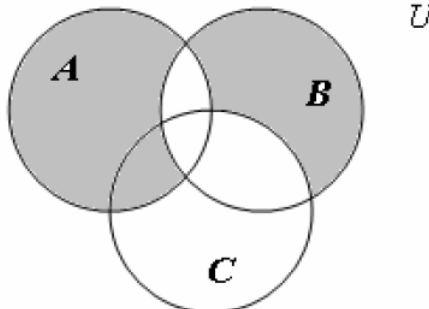
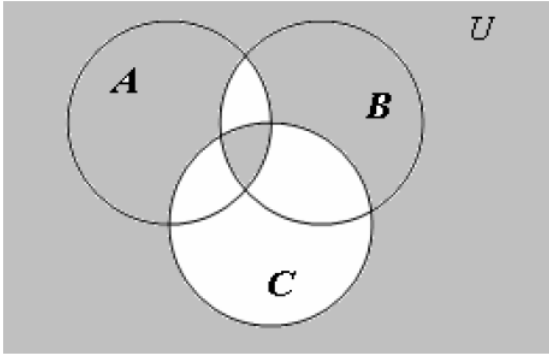
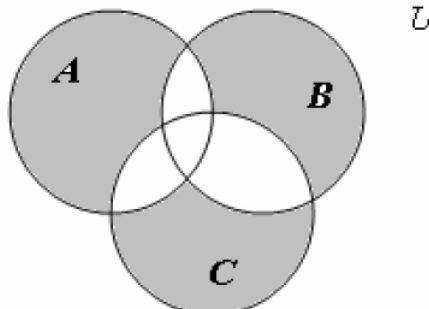
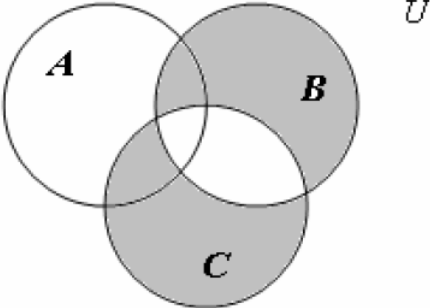
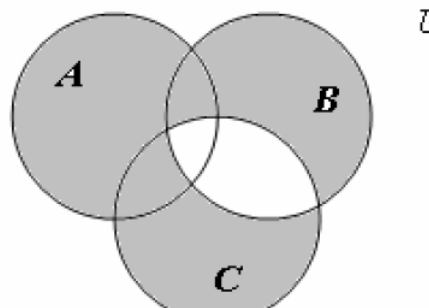
6.1 Розрахункові завдання з теми «Множини»

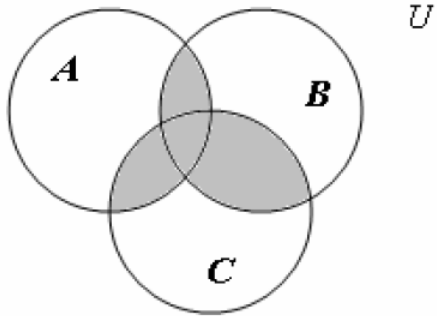
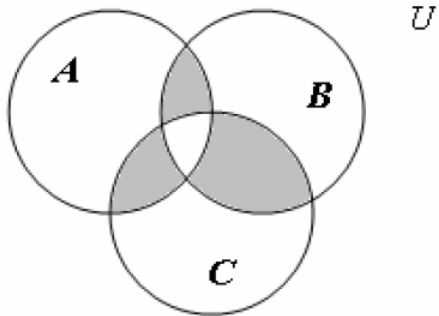
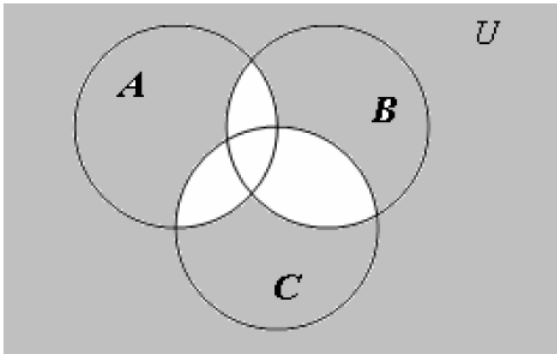
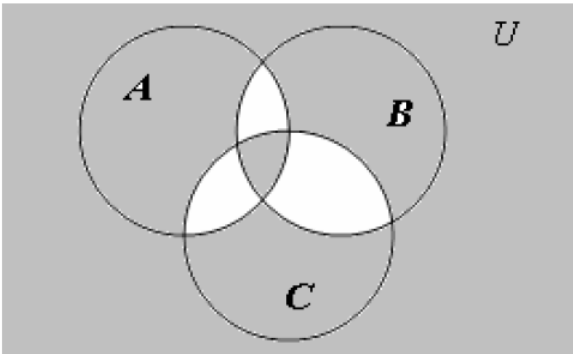
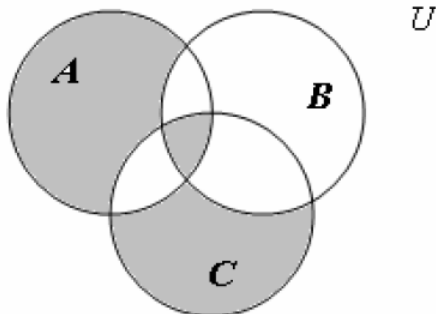
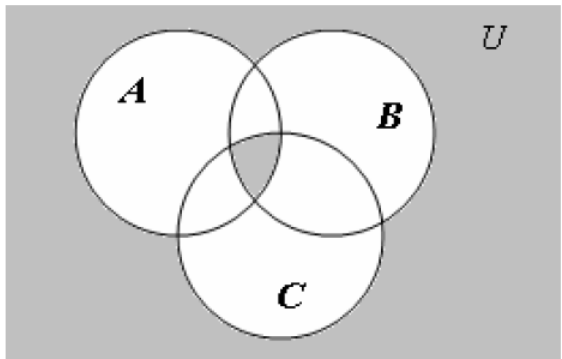
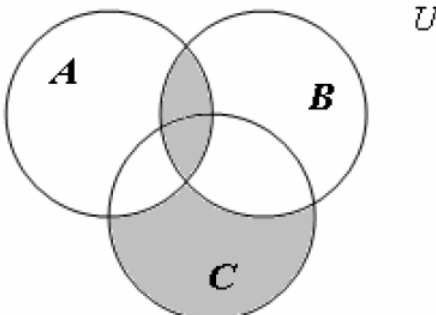
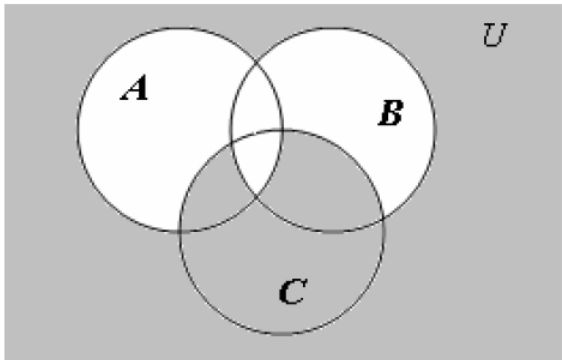
6.1.1 Знайти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, якщо:

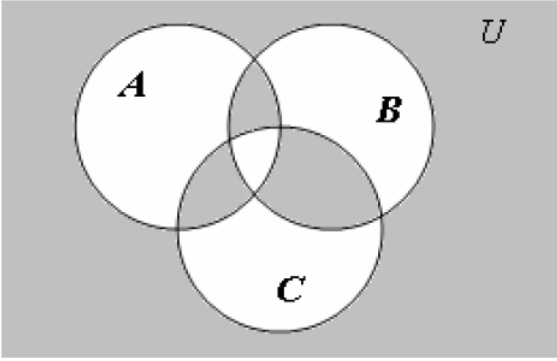
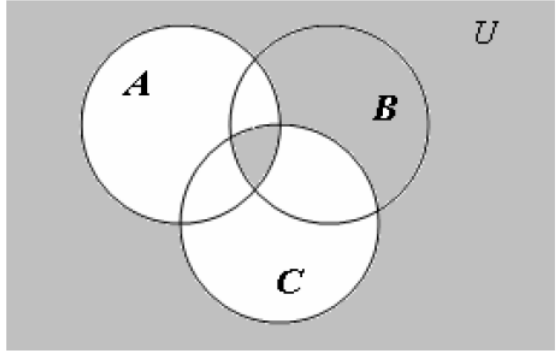
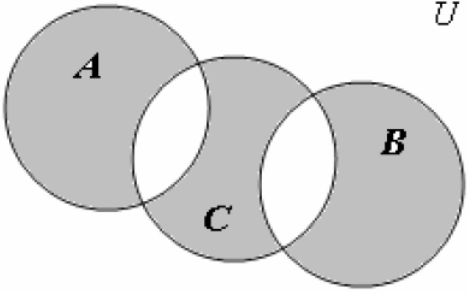
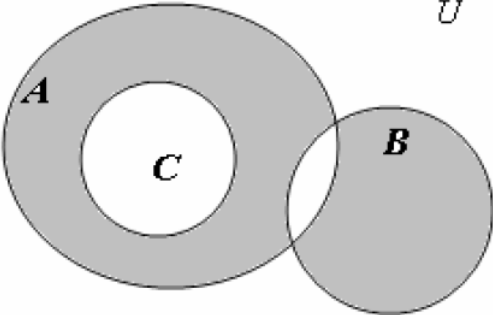
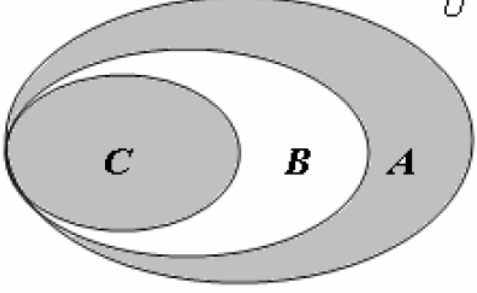
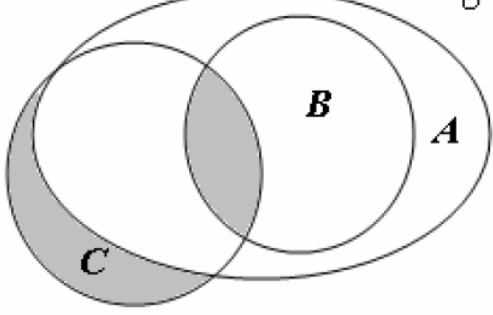
№ вар.	A	B
01	$\{1, 3, 5\}$	$\{2, 4\}$
02	$\{1, 2, 4\}$	$\{3, 1, 5, 0\}$
03	$\{2, 5, 4\}$	$\{3, 1, 5\}$
04	$[-1, 3]$	$(2, 6)$
05	$(0, 1)$	$\{0, \frac{1}{2}, 1\}$
06	$(3, 5)$	$(2, 4)$
07	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{2, 4, 6, 8\}$
08	$(0, 9)$	$[-5, 5]$
09	$\{1, 3, \{2, 4\}, 0\}$	$\{\{1, 3\}, 2, 4\}$
10	$\{1, \{2, 5\}, 6\}$	$\{1, 2, 5, 6\}$
11	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge (x:4) \wedge (x \leq 40)\}$	$\{x \in B \mid (x \in N) \wedge (x:5) \wedge (x \leq 40)\}$
12	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge (x:4) \wedge (x \leq 30)\}$	$\{x \in B \mid (x \in N) \wedge (x:6) \wedge (x \leq 40)\}$
13	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge (x:2) \wedge (x \leq 20)\}$	$\{x \in B \mid (x \in N) \wedge (x:3) \wedge (x \leq 30)\}$
14	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge (x:9) \wedge (x \leq 100)\}$	$\{x \in B \mid (x \in N) \wedge (x:10) \wedge (x \leq 100)\}$
15	$(3, 5)$	$[2, 4]$
16	$\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$	$\{(x, y) \in R^2 \mid x \in (1, 2] \wedge y \in [-2, +\infty)\}$
17	$\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$	$\{(x, y) \in R^2 \mid x \in [1, 3) \wedge y \in [-1, 1]\}$
18	$\{a, b, c, e, d\}$	$\{a, e, l, k, n\}$
19	$\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$	$\{a, b, c, d\}$
20	$[2, 5]$	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
21	$(3, 5)$	$(2, 4)$
22	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge (x:3) \wedge (x \leq 30)\}$	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge (x:5) \wedge (x \leq 50)\}$
23	$\{x \in R \mid x \leq 1\}$	$\{x \in R \mid x > 0\}$
24	$\{1, 5, 3, 0, 7\}$	$\{2, 4, 0, 6\}$
25	$\{x \in R \mid x \leq 2\}$	$\{x \in R \mid x \leq 0\}$
26	$(2, 6]$	$[4, 9)$
27	$\{a, c, b\}$	$\{c, d, k\}$
28	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge (x:2) \wedge (x \leq 10)\}$
29	$\{2, 3, 7, 8, 9, 11, 19, 20\}$	$\{x \in A \mid (x \in N) \wedge ((x:2) \vee (x:3)) \wedge (x \leq 100)\}$
30	$\{2, 5, 4\}$	$\{2, 5, 4\}$

6.1.2 Опишіть множину, яка відповідає затемненій частині діаграми Ейлера-Венна:

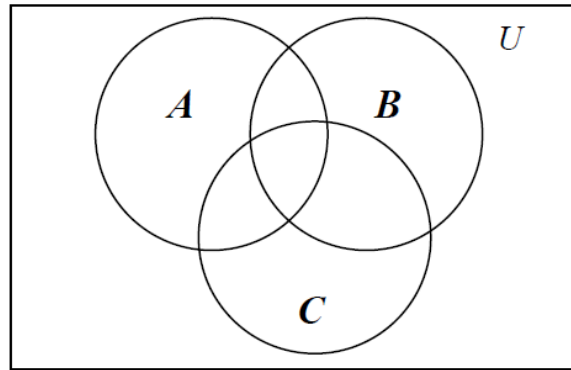
№ вар.	Завдання	№ вар.	Завдання
01		02	
03		04	
05		06	
07		08	

№ вар.	Завдання	№ вар.	Завдання
09		10	
11		12	
13		14	
15		16	

№ вар.	Завдання	№ вар.	Завдання
17		18	
19		20	
21		22	
23		24	

№ вар.	Завдання	№ вар.	Завдання
25		26	
27		28	
29		30	

6.1.3 На діаграмі Ейлера-Венна трьох множин – A , B , C – зазначити точки, які належать до множини R .



№ вар.	R	№ вар.	R
01	$(A \cup B \cup C) \cap \bar{B}$	02	$(A \cap B) \cup C$
03	$(\bar{A} \cup \bar{B}) \cap \bar{A}$	04	$(A \cup B) \setminus (A \cap C)$
05	$A \cap (B \cup C)$	06	$(\overline{A \cup B}) \cap C$
07	$A \cup (B \cap C)$	08	$(A \cap B) \setminus C$
09	$((A \setminus B) \cup (B \setminus A)) \cap C$	10	$(A \setminus C) \cap (B \setminus C)$
11	$A \cap (B \setminus C)$	12	$((A \cup B) \setminus C) \cup (C \setminus (A \cup B))$
13	$A \cup (B \setminus C)$	14	$((A \cup B) \setminus C) \cap \bar{A}$
15	$A \setminus (B \setminus C)$	16	$C \setminus (A \cap B)$
17	$(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cup \bar{C})$	18	$C \setminus (A \cup B)$
19	$(\overline{A \cap B}) \cup C$	20	$(C \setminus A) \cup (B \setminus C)$
21	$A \setminus C \cup B$	22	$(\bar{A} \cap B) \cup (A \setminus B \setminus C)$
23	$(A \setminus B) \cap C$	24	$(A \cap B \cap C) \cup C$
25	$((A \cup C) \setminus C) \cap B$	26	$(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$
27	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$	28	$(A \cup \bar{C}) \cap B$
29	$(B \setminus C) \cap A$	30	$A \setminus B \cup (A \cap B) \cup C$

6.1.4 Довести наступні тотожності:

№ вар.	Завдання
01	$\overline{A \cap \overline{B}} \cup B = \overline{A} \cup B$
02	$((A \cup B \cap C) \cup \overline{A} \cap B \cap C) \cap (B \cap C \cap \overline{A}) = B \cap C \cap \overline{A}$
03	$(A \cap B \cap C \cap \overline{U}) \cup (\overline{A} \cap C) \cup (\overline{B} \cap C) \cup (C \cap U) = C$
04	$(A \cup B) \cap (C \cup D) = (A \cap C) \cup (A \cap D) \cup (B \cap C) \cup (B \cap D).$
05	$A \cap (B \cup C \cup D) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (A \cap D)$
06	$A \cup (B \setminus A) = A \cup B$
07	$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
08	$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})$
09	$A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$
10	$A \cap (B \setminus A) = \emptyset$
11	$A \setminus (A \cap B) = A \setminus B$
12	$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$
13	$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
14	$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
15	$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
16	$\overline{(A \cap \overline{U}) \cup (B \cap \overline{U})} = (\overline{A} \cup U) \cap (\overline{B} \cup U)$
17	$[(A \cap U) \cup (B \cap \overline{U})] \cup [(C \cap U) \cup (D \cap \overline{U})] = [(A \cup C) \cap U] \cup [(B \cup D) \cap \overline{U}]$
18	$\overline{(\overline{A} \cup B \cup C) \cap (A \cap (B \cup \overline{C}))} \cap \overline{B} = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
19	$\overline{\overline{A} \cup C \cup (B \cup B \cap C) \cap (\overline{B} \cup \overline{B} \cap \overline{C})} = A \cap \overline{C}$
20	$\overline{(C \setminus A) \cap (C \setminus B)} = A \cup B \cup \overline{C}$
21	$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$
22	$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
23	$A \oplus (A \oplus B) = B$
24	$A \oplus B \oplus (A \cap B) = A \cup B$
25	$A \oplus (A \cap B) = A \setminus B$
26	$(A \oplus B) \cup (A \cap B) = A \cup B$
27	$A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$
28	$A \setminus (A \setminus B) = B \setminus (B \setminus A)$
29	$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$
30	$(A \cap \overline{B} \cup C) \cap (A \cup B) \cap \overline{C} = (A \cap \overline{B}) \setminus C$

Вказівка. $(A \oplus B) = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B).$

6.1.5 Задано вихідні множини $A = \{1, 2\}$; $B = \{3, 4\}$; $C = \{4, 5, 6\}$; $D = \{a, b, c\}$; $H = \{a, c, d\}$; $Q = \{c, d, e\}$. Знайти:

№ вар.	Завдання	№ вар.	Завдання
01	$A \times B$	02	$C \times (B \times A)$
03	$B \times A$	04	$(C \times B) \times A$
05	$(A \times B) \times C$	06	$C \times B$
07	$A \times (B \times C)$	08	A^2
09	$A \times B \times C$	10	C^2
11	$(A \times B)^{-1}$	12	$(C \times (B \times A))^{-1}$
13	$(B \times A)^{-1}$	14	$((C \times B) \times A)^{-1}$
15	$((A \times B) \times C)^{-1}$	16	$(C \times B)^{-1}$
17	$(A \times (B \times C))^{-1}$	18	$D \times H$
19	$(A \times B \times C)^{-1}$	20	$H \times D$
21	$Q \times H$	22	$Q \times (D \times H)$
23	$D \times Q$	24	D^2
25	$(D \times H) \times Q$	26	H^2
27	$D \times (H \times Q)$	28	Q^2
29	$D \times H \times Q$	30	$(D \times H)^{-1}$

6.1.6 Знайти функції f та f^{-1} , які відповідають відображенням R та R^{-1} визначених на множені $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Перевірити, що $f * f^{-1} = f^{-1} * f = 1_A$, де 1_A – тотожне відображення множини A на себе. Накреслити схематичне зображення R та R^{-1} .

№ вар.	Завдання	№ вар.	Завдання
01	$R = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 1)\}$	02	$R = \{(1, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 1), (5, 5)\}$
03	$R = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2), (4, 5), (5, 4)\}$	04	$R = \{(1, 5), (2, 4), (3, 1), (4, 3), (5, 2)\}$
05	$R = \{(1, 4), (2, 1), (3, 3), (4, 2), (5, 5)\}$	06	$R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 2), (4, 3), (5, 1)\}$
07	$R = \{(1, 3), (2, 1), (3, 5), (4, 2), (5, 4)\}$	08	$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (4, 5), (5, 4)\}$
09	$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$	10	$R = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 5), (5, 4)\}$

№ вар.	Завдання	№ вар.	Завдання
11	$R = \{(1,5), (2,3), (3,1), (4,2), (5,4)\}$	12	$R = \{(1,5), (2,2), (3,4), (4,1), (5,3)\}$
13	$R = \{(1,4), (2,5), (3,1), (4,3), (5,2)\}$	14	$R = \{(1,1), (2,2), (3,4), (4,3), (5,5)\}$
15	$R = \{(1,5), (2,2), (3,4), (4,1), (5,3)\}$	16	$R = \{(1,2), (2,5), (3,1), (4,4), (5,3)\}$
17	$R = \{(1,3), (2,1), (3,2), (4,4), (5,5)\}$	18	$R = \{(1,5), (2,2), (3,1), (4,3), (5,4)\}$
19	$R = \{(1,2), (2,4), (3,1), (4,3), (5,5)\}$	20	$R = \{(1,3), (2,4), (3,5), (4,2), (5,1)\}$

21	$R = \{(1,1), (2,3), (3,5), (4,2), (5,4)\}$	22	$R = \{(1,1), (2,2), (3,5), (4,3), (5,4)\}$
23	$R = \{(1,5), (2,1), (3,4), (4,2), (5,3)\}$	24	$R = \{(1,4), (2,1), (3,5), (4,3), (5,2)\}$
25	$R = \{(1,3), (2,2), (3,4), (4,5), (5,1)\}$	26	$R = \{(1,5), (2,3), (3,1), (4,2), (5,4)\}$
27	$R = \{(1,2), (2,5), (3,1), (4,4), (5,3)\}$	28	$R = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1), (5,5)\}$
29	$R = \{(1,5), (2,1), (3,3), (4,2), (5,4)\}$	30	$R = \{(1,4), (2,1), (3,3), (4,5), (5,2)\}$