ІДЗ-7

Завдання 1. Знайти суму, різницю, добуток і частку комплексних чисел:

1. $z_1 = 3 - 2i, z_2 = 5+i$. 2. $z_1 = -2+ i, z_2 = 1+3i$. 3. $z_1 = 7+ 2i, z_2 = 4 - 3i$.

4. $z_1 = 2+i, z_2 = 3 - 6i$. 5. $z_1 = 7+ 3i, z_2 = 2+i$. 6. $z_1 = 9–i, z_2 = 2 - 5i$.

7. $z_1 = -1 + 3i, z_2 = 2+4i$. 8. $z_1 = 5 - 2i, z_2 = 4 - i$. 9. $z_1 = 1+ 5i, z_2 = 3 +4i$.

10. $z_1 = 7+2i, z_2 = -1 - 3i$. 11. $z_1 = 1+ 4i, z_2 = 3–5i$. 12. $z_1 = 2 –7i, z_2 = 1 +5i$.

13. $z_1 = 1 +5i, z_2 = 7+2i$. 14. $z_1 = 3 –i, z_2 = 1+4i$. 15. $z_1 = -3+ 4i, z_2 = 1 - 2i$.

16. $z_1 = 8–i, z_2 = 1 - 2i$. 17. $z_1 = 4+ 3i, z_2 = 5–i$. 18. $z_1 = 8+3i, z_2 = 2 - i$.

19. $z_1 = -3 + 7i, z_2 = 4+i$. 20. $z_1 = 2 –5i, z_2 = 7+3i$. 21. $z_1 = 2+ 6i, z_2 = 5+3i$.

22. $z_1 = 4+2i, z_2 = -3 - i$. 23. $z_1 = 8+ 2i, z_2 = 1 - 5i$. 24. $z_1 = -1+5i, z_2 = 7+9i$.

25. $z_1 = -2+9i, z_2 = 1 +3i$. 26. $z_1 = 1+ 5i, z_2 = 3+7i$. 27. $z_1 = 9 –2i, z_2 = 3 +i$.

28. $z_1 = 6 +5i, z_2 = 1 - 2i$. 29. $z_1 = 3 –8i, z_2 = 1 - 2i$. 30. $z_1 = -5+ 2i, z_2 = 1 - 3i$.

31. $z_1 = 8 - i, z_2 = 1 - 2i$. 32. $z_1 = 4+ 3i, z_2 = 5 - i$.

Завдання 2. Комплексне число z записати в тригонометричній і показниковій формах.

1. $z= 5i$. 2. $z= - 8$. 3. $z= - 2i$. 4. $z= 1 + i$. 5. $z= \dfrac{1}{3} i$.

6. $z= - \sqrt{5}$. 7. $z= -1 + i$. 8. $z= - \dfrac{2}{9}$. 9. $z= \dfrac{1}{\sqrt{3}} i$. 10. $z= -2,7$.

11. $z= 2+ 2i$. 12. $z=1 + \sqrt{3}\, i$. 13. $z= 2i$. 14. $z= - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$. 15. $z= - \dfrac{4}{7} i$.

16. $z= - \dfrac{5}{11}$. 17. $z= 3–3i$. 18. $z= \dfrac{10}{9} i$. 19. $z= –0,2i$. 20. $z= 1– \sqrt{3}\, i$.

21. $z= \sqrt{3} + i$. 22. $z= - 9i$. 23. $z= - \dfrac{8}{3}$. 24. $z= 5 + 5i$. 25. $z= 2\sqrt{3}\, i$.

26. $z= 2 –2i$. 27. $z= 1– \sqrt{3}\, i$. 28. $z= 4 + 4i$. 29. $z= \dfrac{11}{3} i$. 30. $z= - \dfrac{5}{17}$.

31. $z= –5,2i$. 32. $z= –5 + 5i$.

Завдання 3. Скориставшись формулою Муавра, обчислити:

1. $(1 + \sqrt{3}\, i)^6$. 2. $(1–i)^{10}$. 3. $(\sqrt{3} + i)^9$. 4. $(1 + \sqrt{3}\, i)^{12}$. 5. $(\sqrt{2} – \sqrt{6}i)^4$.

6. $(2– 2\sqrt{3}\, i)^3$. 7. $(2–2i)^6$. 8. $(\sqrt{2} + \sqrt{6}i)^3$. 9. $(\sqrt{6} - \sqrt{2}\, i)^3$. 10. $(3\sqrt{3} - 3i)^6$.

11. $(2 + \sqrt{12}\, i)^9$. 12. $(1 + i)^8$. 13. $(\sqrt{12} - 2i)^3$. 14. $(2\sqrt{3} + 2i)^6$. 15. $(1 - i)^5$.

16. $(3– 3i)^3$. 17. $(2+2i)^5$. 18. $(\sqrt{6} + \sqrt{2}i)^{12}$. 19. $(\sqrt{6} - \sqrt{2}\, i)^9$. 20. $(-2+2i)^4$.

21. $(-1- \sqrt{3}\, i)^9$. 22. $(\sqrt{2} – \sqrt{2}\, i)^{16}$. 23. $(\sqrt{3} –i)^5$. 24. $(\sqrt{3} + \sqrt{3}\, i)^6$. 25. $(\sqrt{12} – 2i)^2$.

26. $(\sqrt{5} + \sqrt{5}\, i)^4$. 27. $(-1+i)^{12}$. 28. $(\sqrt{15} – \sqrt{5}i)^3$. 29. $(4 - 4i)^2$. 30. $(5 + 5i)^3$.

31. $(1+i)^{18}$. 32. $(\sqrt{12} +2i)^3$.

Завдання 4. Знайти всі значення кореня

1. $\sqrt{-2 + \sqrt{12}\, i}$. 2. $\sqrt[3]{125i}$. 3. $\sqrt{2 + \sqrt{12}\, i}$. 4. $\sqrt[4]{1}$. 5. $\sqrt[4]{81}$. 6. $\sqrt[3]{-125}$. 7. $\sqrt[4]{-1}$. 8. $\sqrt[3]{64}$.

9. $\sqrt[3]{-125i}$. 10. $\sqrt{-1- \sqrt{3}\, i}$. 11. $\sqrt[3]{-64i}$. 12. $\sqrt{1- \sqrt{3}i}$. 13. $\sqrt[4]{16}$. 14. $\sqrt{-9i}$. 15. $\sqrt[3]{-27i}$. 16. $\sqrt[3]{64}$.

17. $\sqrt[3]{-27}$. 18. $\sqrt[3]{8i}$. 19. $\sqrt[4]{-81}$. 20. $\sqrt{-1+ \sqrt{3}i}$. 21. $\sqrt[4]{-16}$. 22. $\sqrt[6]{1}$. 23. $\sqrt[6]{- 64}$. 24. $\sqrt[4]{256}$.

25. $\sqrt[3]{-64}$ .26. $\sqrt[3]{125}$. 27. $\sqrt[4]{-256}$. 28. $\sqrt[3]{-125}$. 29. $\sqrt[3]{-125}$. 30. $\sqrt{1+\sqrt{3}i}$. 31. $\sqrt[6]{-1}$. 32. $\sqrt[6]{64}$.

Завдання 5. Знайти невизначені інтеграли:

1. а) $\int \dfrac{\sqrt[5]{x^2}+4x^3-2}{x}dx$; б) $\int \dfrac{e^x dx}{e^{2x}+9}$; в) $\int \dfrac{dx}{x\sqrt{x-1}}$; г) $\int \arcsin x dx$; д) $\int (4-3x)\cos x dx$;

е) $\int \dfrac{(x^2+3)dx}{x^3-4x^2+4x}$;є) $\int \dfrac{\sin x dx}{\cos^9 x}$.

2. а) $\int \dfrac{2\sqrt{x}-x^2+3}{\sqrt[3]{x}}dx$; б) $\int \sqrt[3]{2-5x}dx$; в) $\int \dfrac{dx}{1+\sqrt{x}}$; г) $\int (x^3+2)\ln x dx$; д) $\int (3x+1)\sin x dx$;

е) $\int \dfrac{(2x+1)dx}{x^3-3x^2-4x}$;є) $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$.

3. а) $\int \dfrac{\sqrt[5]{x}+5x-2}{x^2}dx$; б) $\int \dfrac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$; в) $\int \dfrac{dx}{4+\sqrt{x+3}}$; г) $\int arcctg x dx$; д) $\int (2x-1)5^x dx$;

е) $\int \dfrac{(3x^2+4x+1)dx}{x^4-16}$;є) $\int \dfrac{\cos 2x dx}{\sin^4 2x}$.

4. а) $\int \dfrac{2x^3-\sqrt{x^5}+9}{x^2}dx$; б) $\int \dfrac{arctg^3 x dx}{x^2+1}$; в) $\int \dfrac{\sqrt{x}dx}{x+5}$; г) $\int (x^3-5x)\ln x dx$; д) $\int (x+2)e^{3x}dx$;

е) $\int \dfrac{(x^2-2x+4)dx}{x^3+3x}$; є) $\int \dfrac{dx}{\cos^4 x}$.

5. а) $\int \dfrac{\sqrt[4]{x}+2x^5-3}{x^2}dx$; б) $\int 6x\sqrt{3-2x^2}dx$; в) $\int \dfrac{dx}{(x-1)\sqrt{x}}$; г) $\int arcctg 3x dx$; д) $\int (8x-5)2^x dx$;

е) $\int \dfrac{(2x+3)dx}{x^3-2x^2-3x}$;є) $\int \dfrac{dx}{\sin^6 x}$.

6. а) $\int \dfrac{3\sqrt{x}+x^2-2}{x\sqrt{x}}dx$; б) $\int \dfrac{e^x dx}{\sqrt[3]{e^x+1}}$; в) $\int \dfrac{dx}{3+\sqrt{x+5}}$; г) $\int (2-x+x^2)\ln x dx$; д) $\int (x-1)\cos 2x dx$;

е) $\int \dfrac{(x^2+5)dx}{x^3-x^2-2x}$;є) $\int \dfrac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^4 x}}$.

7. а) $\int \dfrac{\sqrt[5]{x^3}+x^4-2}{x}dx$; б) $\int \dfrac{e^x dx}{e^x+1}$; в) $\int \dfrac{dx}{x\sqrt{x-2}}$; г) $\int \arccos x dx$; д) $\int (2x+5)\sin 3x dx$;

е) $\int \dfrac{(x^2+4)dx}{x^3-5x^2+6x}$;є) $\int \sqrt[5]{\cos^3 x}\sin x\, dx$.

8. а) $\int \dfrac{2\sqrt[4]{x}-x+3}{\sqrt[4]{x}}dx$; б) $\int \sqrt[3]{1-2x}dx$; в) $\int \dfrac{dx}{4+\sqrt{x}}$; г) $\int (2x^2+3)\ln x dx$; д) $\int (x+1)e^{-x}dx$;

$$\text{e)} \int \frac{(3x+1)dx}{x^3+x^2-2x}; \quad \text{є)} \int \frac{\cos x\, dx}{\sqrt[3]{\sin^8 x}}.$$

9. a) $\int \dfrac{5\sqrt{x^7}-x^2+4}{x^3}dx;$ б) $\int \dfrac{e^x dx}{\sqrt[5]{e^x-1}};$ в) $\int \dfrac{x\, dx}{\sqrt{x-1}};$ г) $\int x\,arctg2x\,dx;$ д) $\int(2-x)\sin 3x\,dx;$

$$\text{e)} \int \frac{(x^5-3)dx}{x^4+x^2}; \quad \text{є)} \int \frac{dx}{5+3\cos x}.$$

10. a) $\int \dfrac{\sqrt[3]{x}-4x+3}{x^2}dx;$ б) $\int \dfrac{\arccos^5 x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ в) $\dfrac{dx}{2+\sqrt{x-5}};$ г) $\int \ln(x^2+1)dx;$ д) $\int(8x-3)9^x dx;$

$$\text{e)} \int \frac{(2x+5)dx}{x^3+3x^2+2x}; \quad \text{є)} \int \frac{dx}{2\sin^2 x+3\cos^2 x}.$$

11. a) $\int \dfrac{\sqrt[5]{x^4}+4x^6-8}{x}dx;$ б) $\int \dfrac{e^{2x}dx}{e^{2x}+4};$ в) $\int \dfrac{dx}{x\sqrt{x-3}};$ г) $\int \ln(x^2-1)dx;$ д) $\int(2-3x)\cos 3x\,dx;$

$$\text{e)} \int \frac{(2x^2-x+3)dx}{x^4-4x^2}; \quad \text{є)} \int \frac{dx}{3+\cos x+\sin x}.$$

12. a) $\int \dfrac{2\sqrt{x}-x+4}{\sqrt[3]{x}}dx;$ б) $\int \sqrt[5]{(2-x)^7}dx;$ в) $\int \dfrac{dx}{3+\sqrt{x}};$ г) $\int(2x^3+x)\ln x\,dx;$ д) $\int(3x+10)\sin 5x\,dx;$

$$\text{e)} \int \frac{(x^3+1)dx}{x^3-2x^2}; \quad \text{є)} \int \frac{dx}{3+3\cos x+5\sin x}.$$

13. a) $\int \dfrac{\sqrt[5]{x}+2x^4-7}{x^2}dx;$ б) $\int \dfrac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}+3}};$ в) $\int \dfrac{dx}{2+\sqrt{x+1}};$ г) $\int x^2 5^x dx;$ д) $\int x\,arcctgx\,dx;$

$$\text{e)} \int \frac{(x^2-3)dx}{x^4+2x^3}; \quad \text{є)} \int \frac{dx}{4+3\sin x}.$$

14. a) $\int \dfrac{2x^5-\sqrt{x^3}+4}{x}dx;$ б) $\int \dfrac{arctg^4 x\,dx}{x^2+1};$ в) $\int \dfrac{\sqrt{x}\,dx}{x+2};$ г) $\int(x+1)e^{-2x}dx;$ д) $\int \sqrt{x^5}\ln x\,dx;$

$$\text{e)} \int \frac{(x^2+5x-1)dx}{x^3-4x^2+3x}; \quad \text{є)} \int \frac{dx}{2-3\cos x}.$$

15. a) $\int \dfrac{\sqrt[4]{x}+2x^3-6}{x^2}dx;$ б) $\int 4x\sqrt{x^2+1}dx;$ в) $\int \dfrac{dx}{(x-3)\sqrt{x}};$ г) $\int arctg3x\,dx;$ д) $\int(2x-3)2^x dx;$

$$\text{e)} \int \frac{(x^3-2x+3)dx}{x^4+4x^2}; \quad \text{є)} \int \cos 5x\cos 7x\,dx.$$

16. a) $\int \dfrac{5\sqrt{x}+x^3-2}{x\sqrt{x}}dx;$ б) $\int \dfrac{x\,dx}{\sqrt[3]{x^2+1}};$ в) $\int \dfrac{\sqrt{x-1}\,dx}{x};$ г) $\int(4x+x^2)\ln x\,dx;$ д) $\int(3x-1)\cos 2x\,dx;$

е) $\int \dfrac{(4x^2-x+3)dx}{x^3-2x^2+x}$; є) $\int \dfrac{dx}{3-2\sin x}$.

17. а) $\int \dfrac{2-\sqrt[5]{x^4}+3x^4}{x}dx$;   б) $\int \dfrac{e^{3x}dx}{e^{3x}+1}$;   в)$\int \dfrac{dx}{x\sqrt{x-9}}$;   г) $\int (2-8x)\sin 2xdx$;   д) $\int \arccos \dfrac{x}{2}dx$;

е) $\int \dfrac{(x^2+3x-5)dx}{x^4-1}$; є) $\int \sin 8x\sin 3xdx$.

18. а)$\int \dfrac{x\sqrt[4]{x}-x^2+3}{\sqrt[4]{x}}dx$; б)$\int \sqrt[3]{(5-2x)^7}dx$; в)$\int \dfrac{2dx}{1+\sqrt{x}}$; г)$\int (3x+2)e^{-2x}dx$; д)$\int (4x^3+3)\ln xdx$;

е) $\int \dfrac{(x^2+3)dx}{x^3+x^2-2x}$; є) $\int \dfrac{dx}{1+3\sin x}$.

19. а) $\int \dfrac{x\sqrt[5]{x}+2x-5}{x^2}dx$;   б) $\int \dfrac{e^x dx}{\sqrt{(1+e^x)^3}}$;   в)$\int \dfrac{dx}{9+\sqrt{x+2}}$;   г)$\int x\,arcctgxdx$; д) $\int (2x-3)5^x dx$;

е) $\int \dfrac{(2x+3)dx}{x^3-9x}$; є) $\int \dfrac{\cos^3 xdx}{\sin^4 x}$.

20. а) $\int \dfrac{2x^4-\sqrt[3]{x}+6}{x^2}dx$; б) $\int \dfrac{xdx}{x^4+1}$; в) $\int \dfrac{\sqrt{x-1}dx}{x+3}$; г)$\int (x+10)e^{5x}dx$; д)$\int (x+2)\ln xdx$;

е) $\int \dfrac{(x^2-x+2)dx}{x^3+3x^2}$; є) $\int \dfrac{dx}{3+2\cos x}$.

21. а) $\int \dfrac{\sqrt{x}+3x-5}{x}dx$;   б) $\int \dfrac{2xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;   в) $\int \dfrac{dx}{\sqrt{x+1}-1}$;   г) $\int \arccos 3xdx$;   д)$\int (2x+1)e^x dx$;

е) $\int \dfrac{(x^2+2x)dx}{x^3-4x^2+4x}$; є) $\int \sin 3x\cos 5xdx$.

22. а)$\int \dfrac{3x-\sqrt{x^3}+2}{x^2}dx$; б) $\int \dfrac{arctgxdx}{x^2+1}$; в) $\int \dfrac{dx}{\sqrt{x}+2}$; г)$\int (4x-1)\ln xdx$; д)$\int (x+3)\sin xdx$;

е) $\int \dfrac{(x^2-x+3)dx}{x^3+2x}$;   є) $\int \dfrac{\sin xdx}{\cos^3 x}$.

23. а)$\int \dfrac{\sqrt[3]{x}+2x^2-8}{x^3}dx$; б)$\int x\sqrt{x^2+5}dx$; в)$\int \dfrac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$; г)$\int x\,arctgxdx$; д)$\int (3x-1)5^x dx$;

е) $\int \dfrac{(3x+2)dx}{x^3-9x}$; є) $\int \dfrac{\cos xdx}{\sin^4 x}$.

24. а)$\int \dfrac{2\sqrt{x}-x+4}{x\sqrt{x}}dx$; б)$\int \dfrac{x^2 dx}{x^3+5}$; в)$\int \dfrac{dx}{\sqrt{x+1}+2}$; г)$\int (2-6x)\ln xdx$;   д)$\int (2x+1)\cos 2xdx$;

е) $\int \frac{(x^2+3x-1)dx}{x^3-2x^2+x}$;є) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^5 x}}$.

25. а) $\int \frac{\sqrt[5]{x^4}+2x^2-1}{x}dx$;   б) $\int \frac{e^x dx}{e^x-2}$;   в) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-5}}$;   г) $\int \arcsin 2x dx$;   д) $\int (x+2)3^x dx$;

е) $\int \frac{(2x-1)dx}{x^3+5x^2+6x}$;є) $\int \sqrt[3]{\cos^2 x}\sin x\, dx$.

26. а) $\int \frac{4x\sqrt[3]{x}-x+2}{\sqrt[3]{x}}dx$;   б) $\int \sqrt[5]{2x+1}dx$;   в) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x-3}}$;   г) $\int (x^2+6x)\ln x dx$;   д) $\int (x-4)e^{-2x}dx$;

е) $\int \frac{(x^2+3)dx}{x^3+x^2-2x}$;є) $\int \sin x\sin 5x dx$.

27. а) $\int \frac{2\sqrt{x^9}+x^2-1}{x^3}dx$;   б) $\int \frac{2xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;   в) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$;   г) $\int \ln(x^2-1)dx$;   д) $\int (x+1)\sin 2x dx$;

е) $\int \frac{(x^2+3x+4)dx}{x^4-x^2}$;є) $\int \frac{dx}{\cos x-3\sin x}$.

28. а) $\int \frac{\sqrt{x}+3x-4}{x^2}dx$;   б) $\int \frac{\arccos^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$;   в) $\int \frac{\sqrt{x+2}dx}{x}$;   г) $\int \ln(x-1)dx$;   д) $\int (4x+2)e^{2x}dx$;

е) $\int \frac{(x^2+4)dx}{x^3+3x^2+2x}$;є) $\int \cos 5x\cos 7x dx$.

29. а) $\int \frac{\sqrt[4]{x^5}+3x^3+2}{x}dx$;   б) $\int \frac{e^{3x}dx}{e^{3x}-2}$;   в) $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x}}$;   г) $\int \operatorname{arctg} 3x dx$;   д) $\int (5-2x)\cos 2x dx$;

е) $\int \frac{(x^2+x+2)dx}{x^4-9x^2}$; є) $\int \sin^7 x\cos x dx$.

30. а) $\int \frac{2\sqrt[3]{x}-x^2+1}{x\sqrt[3]{x}}dx$;   б) $\int \sqrt{(x+1)^5}dx$;   в) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x-2}}$;   г) $\int 2x\ln(x-1)dx$;   д) $\int (3x+5)\sin x dx$;

е) $\int \frac{(x^2+2)dx}{x^3+3x^2}$;є) $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^2 x}$.

31. а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^8}-x+5}{x^2}dx$;   б) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+9}$;   в) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-3}}$;   г) $\int \arcsin 2x dx$;   д) $\int (x+2)4^x dx$;

е) $\int \frac{(2x^3+x+3)dx}{x^4-x^3}$;є) $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x}$.

32. а) $\int \frac{3x^3-\sqrt{x}+2}{x}dx$;   б) $\int \frac{\operatorname{arctg}2x dx}{4x^2+1}$;   в) $\int \frac{\sqrt{x}dx}{x+9}$;   г) $\int \ln(x+1)dx$;   д) $\int (8x-2)\sin 2x dx$;

$$\text{е) } \int \frac{(x^2 - 2x + 2)dx}{x^3 + 4x^2 + 3x}; \quad \text{є) } \int \frac{dx}{\sin^2 x + 4\cos^2 x}.$$

Завдання 6. Обчислити визначений інтеграл:

1. $\int\limits_1^e \frac{dx}{x\,(\ln^2 x + 1)}$. 2. $\int\limits_0^{\pi/2} x\cos x\, dx$. 3. $\int\limits_0^{\pi/2} 3^{\sin x}\cos x\, dx$.

4. $\int\limits_1^2 x\sqrt{5 - x^2}\, dx$. 5. $\int\limits_0^1 x\, e^x dx$. 6. $\int\limits_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}\, dx$.

7. $\int\limits_0^1 \ln(x+1)dx$. 8. $\int\limits_0^1 \sqrt{3x+1}\, dx$. 9. $\int\limits_0^{\pi/2} x\sin x\, dx$.

10. $\int\limits_0^{\pi/2} 2^{\cos x}\sin x\, dx$. 11. $\int\limits_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx$. 12. $\int\limits_0^1 x\, 4^x dx$.

13. $\int\limits_0^{1/\sqrt{2}} \frac{2x\, dx}{\sqrt{1 - x^4}}$. 14. $\int\limits_0^{\pi/4} x\cos 2x\, dx$. 15. $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x}\, dx$.

16. $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2 + 1}\, dx$. 17. $\int\limits_0^1 x e^{-x} dx$. 18. $\int\limits_0^1 \ln(x+2)dx$.

19. $\int\limits_0^2 x^2\sqrt{x^3 + 1}\, dx$. 20. $\int\limits_0^{\pi} x\cos x\, dx$. 21. $\int\limits_0^1 \frac{x^3 dx}{x^8 + 1}$.

22. $\int\limits_1^e \frac{\ln x}{x}\, dx$. 23. $\int\limits_0^{\pi/2} x\cos 2x\, dx$. 24. $\int\limits_0^{\pi/2} \sin^2 x\cos x\, dx$.

25. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - 3x}}$. 26. $\int\limits_0^2 x^2\sqrt{(x^3 + 1)^3}\, dx$. 27. $\int\limits_0^{\pi/2} x\sin 2x\, dx$.

28. $\int\limits_0^{\pi/4} \sin^2 x\, dx$. 29. $\int\limits_2^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$. 30. $\int\limits_3^8 \sqrt{x+1}\, dx$.

$31. \int\limits_{1}^{2}(x-1)\ln x\, dx$. $32. \int\limits_{0}^{1}\dfrac{x\,dx}{x^4+1}$.

Завдання 7. Обчислити невласні інтеграли або встановити їх розбіжність:

1. a) $\int\limits_{4}^{+\infty}\dfrac{dx}{x\ln^3 x}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{dx}{(x-1)^2}$. 2. a) $\int\limits_{-1}^{+\infty}\dfrac{dx}{x^2+2x+5}$; б) $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{dx}{\sqrt{x-1}}$.

3. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{\operatorname{arctg} x\, dx}{1+x^2}$; б) $\int\limits_{2}^{3}\dfrac{dx}{(x-2)^4}$. 4. a) $\int\limits_{-\infty}^{0}\dfrac{dx}{x^2+4x+9}$; б) $\int\limits_{2}^{3}\dfrac{dx}{\sqrt{x-2}}$.

5. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{x\, dx}{1+x^4}$; б) $\int\limits_{-2}^{3}\dfrac{dx}{(x+2)^2}$. 6. a) $\int\limits_{-1}^{+\infty}\dfrac{dx}{x^2+6x+13}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{2x\,dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$.

7. a) $\int\limits_{2}^{+\infty}\dfrac{x^2\, dx}{1+x^3}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$. 8. a) $\int\limits_{-\infty}^{-2}\dfrac{dx}{x^2+4x+7}$; б) $\int\limits_{1}^{e}\dfrac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$.

9. a) $\int\limits_{3}^{+\infty}\dfrac{dx}{x\ln^2 x}$; б) $\int\limits_{0}^{2}\dfrac{dx}{\sqrt[3]{2-x}}$. 10. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{dx}{x(\ln^2 x+1)}$; б) $\int\limits_{1}^{3}\dfrac{x\,dx}{(x^2-1)^2}$.

11. a) $\int\limits_{-\infty}^{0}\dfrac{dx}{x^2+4x+8}$; б) $\int\limits_{1}^{e}\dfrac{dx}{x\sqrt{\ln^3 x}}$. 12. a) $\int\limits_{2}^{+\infty}\dfrac{\ln x\,dx}{x}$; б) $\int\limits_{0}^{2}\dfrac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$.

13. a) $\int\limits_{-\infty}^{0}\dfrac{dx}{x^2-x+1}$; б) $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{dx}{\sqrt{(x-1)^3}}$. 14. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{3x^2\,dx}{1+x^6}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{dx}{\sqrt[3]{(1-x)^5}}$.

15. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{dx}{2x+1}$; б) $\int\limits_{-2}^{0}\dfrac{dx}{\sqrt{x+2}}$. 16. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{x\,dx}{2x^2+1}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{dx}{\sqrt[4]{(1-x)^3}}$.

17. a) $\int\limits_{2}^{+\infty}\dfrac{dx}{x\ln^4 x}$; б) $\int\limits_{0}^{8}\dfrac{dx}{\sqrt[3]{8-x}}$. 18. a) $\int\limits_{-\infty}^{0}\dfrac{dx}{(x-1)^2}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\arcsin x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

19. a) $\int\limits_{-\infty}^{1}\dfrac{dx}{(x-2)^3}$; б) $\int\limits_{0}^{2}\dfrac{2x\,dx}{\sqrt{4-x^2}}$. 20. a) $\int\limits_{3}^{+\infty}\dfrac{dx}{x\ln^2 x}$; б) $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^7}}$.

21. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{\operatorname{arctg}^2 x\,dx}{1+x^2}$; б) $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{dx}{(x-2)^5}$. 22. a) $\int\limits_{1}^{+\infty}\dfrac{dx}{x^2-2x+4}$; б) $\int\limits_{2}^{3}\dfrac{dx}{(x-2)^4}$.

23. a) $\int\limits_{0}^{+\infty}e^{-3x}dx$; б) $\int\limits_{-2}^{3}\dfrac{dx}{(x+2)^2}$. 24. a) $\int\limits_{-\infty}^{-2}\dfrac{dx}{(x+1)^3}$; б) $\int\limits_{3}^{4}\dfrac{dx}{\sqrt{(x-3)^5}}$.

25. a) $\int\limits_{2}^{+\infty}\dfrac{dx}{x^2-4x+5}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{dx}{\sqrt[5]{(x-1)^6}}$. 26. a) $\int\limits_{-\infty}^{-1}\dfrac{dx}{x^2+2x+3}$; б) $\int\limits_{0}^{4}\dfrac{dx}{\sqrt{4-x}}$.

27. a) $\int\limits_{0}^{+\infty}\dfrac{e^x dx}{e^x+1}$; б) $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{dx}{\sqrt[4]{1-x}}$. 28. a) $\int\limits_{0}^{+\infty}\dfrac{e^x dx}{e^{2x}+1}$; б) $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{2x\,dx}{(x^2-1)^3}$.

29. а) $\int\limits_{-\infty}^{0} \dfrac{dx}{(x-3)^2}$;   б) $\int\limits_{-2}^{0} \dfrac{dx}{x+2}$.   30. а) $\int\limits_{1}^{+\infty} 2^{-x}\,dx$;   б) $\int\limits_{0}^{1} \dfrac{dx}{\sqrt[5]{(x-1)^7}}$.

31. а) $\int\limits_{0}^{+\infty} \dfrac{dx}{x^2+x+1}$; б) $\int\limits_{1}^{2} \dfrac{dx}{\sqrt{(x-1)^5}}$.   32. а) $\int\limits_{-\infty}^{1} \dfrac{dx}{x^2-2x+10}$; б) $\int\limits_{0}^{3} \dfrac{dx}{x-3}$.

Завдання 8. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

1. $y=2x^2, \quad y=x^2+x$.   2. $y=x^2+2x, \quad y=3x+6$.

3. $y=x^2-1, \quad y=x+1$.   4. $y=x^2+3x, \quad y=5x$.

5. $y=x+x^2, \quad y=x+4$.   6. $y=x^2-5, \quad y=x+7$.

7. $y=4x-x^2, \quad y=x$.   8. $y=x^2-2x, \quad y=x$.

9. $y=x^2-x, \quad y=x$.   10. $y=2x-x^2, \quad y=x$.

11. $y=x^2+4x, \quad x-y+4=0$.   12. $y=x^2-2x, \quad y=x-2$.

13. $y=x^2+2x, \quad y=4-x$.   14. $y=x^2-1, \quad y=2-2x$.

15. $y=4-x^2, \quad y=x^2-2x$.   16. $y=x^2-x, \quad y=3x-3$.

17. $y=x^2-x, \quad y=2x-2$ .18. $y=3x-x^2, \quad y=5x-8$.

19. $y=x^2-4, \quad y=x+8$ .20. $y=x^2+3, \quad y=4x$.

21. $y=2x-x^2, \quad y=2x-4$ .22. $y=(x+1)^2, \quad y=1-x$.

23. $y=x+x^2, \quad y=x+4$.   24. $y=2x-x^2, \quad y=-x$.

25. $y=x^2+1, \quad y=2x+1$.   26. $y=x^2-1, \quad y=x+5$.

27. $y = x^2 + 2$, $y = x + 4$.   28. $y = 3x - x^2$, $x + y = 0$.

29. $y = x^2$, $y = 2 - x$.   30. $y = x^2 + 3$, $y = 5 - x$.

31. $y = (x-1)^2$, $y = 3 - x$ 32. $y = x^2 - 5$, $y = 2x + 3$.