Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики»
(СибГУТИ)

Кафедра прикладной математики и кибернетики

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ
по дисциплине «Защита информации»

Вариант “Гамильтонов цикл”

Выполнил:

студент группы ИВ222

Рудцких В.Е.
ФИО студента

Работу проверил: Истомина А.С.
ФИО преподавателя

Новосибирск 2025 г.

Задание

Необходимо написать программу, реализующую протокол доказательства с нулевым знанием для задачи «Гамильтонов цикл».

Информацию о графах считывать из файла. В файле описание графа будет определяться следующим образом: 1) в первой строке файла содержатся два числа и n < 1001 и m <= n^2, количество вершин графа и количество ребер соответственно; 2) в последующих m строках содержится информация о ребрах графа, каждое из которых описывается с помощью двух чисел (номера вершин, соединяемых этим ребром); 3)Указывается последовательность вершин, задающая гамильтонов цикл (этот пункт можно вынести в отдельный файл).

Листинг

graph.cpp:

```
#include "graph.hpp"
#include <fstream>
#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <stdexcept>

using namespace std;

Graph::Graph(int n) : n(n), m(0) {
    adjacency.resize(n, vector<int>(n, 0));
}

void Graph::addEdge(int u, int v) {
    if (u >= 0 && u < n && v >= 0 && v < n && u != v) {
        if (!hasEdge(u, v)) {
            edges.push_back({u, v});
            adjacency[u][v] = 1;
            adjacency[v][u] = 1;
        }
    }
}

bool Graph::hasEdge(int u, int v) const {
    if (u < 0 || u >= n || v < 0 || v >= n) return false;
    return adjacency[u][v] == 1;
}

void Graph::loadGraphFromFile(const std::string& filename) {
    ifstream file(filename);
    if (!file.is_open()) {
        throw runtime_error("Не удалось открыть файл графа: " +
filename);
    }

    file >> n >> m;
    cout << "Чтение графа: n=" << n << ", m=" << m << endl;

    adjacency.clear();
    adjacency.resize(n, vector<int>(n, 0));
    edges.clear();

    int edges_read = 0;
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        int u, v;
```

```
        if (!(file >> u >> v)) {
            throw runtime_error("Ошибка чтения ребра " + to_string(i)
+ " " + to_string(m));
        }

        if (u < 0 || u >= n || v < 0 || v >= n) {
            throw runtime_error("Неверные номера вершин в ребре: " +
                                to_string(u) + " " + to_string(v));
        }

        addEdge(u, v);
        edges_read++;
    }

    if (edges_read != m) {
        cout << "Предупреждение: прочитано " << edges_read << " ребер
вместо " << m << endl;
        m = edges_read;
    }

    file.close();
    cout << "Граф успешно загружен: " << n << " вершин, " << m << "
ребер" << endl;
}

void Graph::print() const {
    cout << "Граф (n=" << n << ", m=" << m << "):" << endl;
    cout << "Ребра: ";
    for (const auto& [u, v] : edges) {
        cout << "(" << u << "," << v << ") ";
    }
    cout << endl;

    cout << "Матрица смежности:" << endl;
    for (int i = 0; i < min(n, 10); i++) { // показываем только первые
10 строк
        for (int j = 0; j < min(n, 10); j++) { // и первые 10 столбцов
            cout << adjacency[i][j] << " ";
        }
        if (n > 10) cout << "...";
        cout << endl;
    }
    if (n > 10) cout << "... (показаны только первые 10x10 элементов)"
<< endl;
}

bool HamiltonianCycle::isValid(const Graph& graph) const {
```

```
    if (cycle.empty()) {
        cout << "Цикл пуст!" << endl;
        return false;
    }

    // Проверяем, что цикл начинается и заканчивается в одной вершине
    if (cycle[0] != cycle.back()) {
        cout << "Цикл не замкнут: первая вершина=" << cycle[0]
             << ", последняя=" << cycle.back() << endl;
        return false;
    }

    // Проверяем длину цикла
    int expectedLength = graph.n + 1;
    if (cycle.size() != expectedLength) {
        cout << "Неверная длина цикла: ожидается " << expectedLength
             << ", получено " << cycle.size() << endl;
        return false;
    }

    // Проверяем, что все вершины графа присутствуют ровно один раз
    vector<bool> visited(graph.n, false);
    for (size_t i = 0; i < cycle.size() - 1; i++) {
        int v = cycle[i];
        if (v < 0 || v >= graph.n) {
            cout << "Неверный номер вершины: " << v << endl;
            return false;
        }
        if (visited[v]) {
            cout << "Вершина " << v << " встречается более одного
раза!" << endl;
            return false;
        }
        visited[v] = true;
    }

    // Проверяем все ли вершины посещены
    for (int i = 0; i < graph.n; i++) {
        if (!visited[i]) {
            cout << "Вершина " << i << " не посещена!" << endl;
            return false;
        }
    }

    // Проверяем все ребра цикла
    for (size_t i = 0; i < cycle.size() - 1; i++) {
        int u = cycle[i];
        int v = cycle[i + 1];
```

```
        if (!graph.hasEdge(u, v)) {
            cout << "Ребро (" << u << "," << v << ") отсутствует в
графе!" << endl;
            return false;
        }
    }

    cout << "Гамильтонов цикл корректен!" << endl;
    return true;
}

void HamiltonianCycle::loadCycleFromFile(const std::string& filename)
{
    ifstream file(filename);
    if (!file.is_open()) {
        throw runtime_error("Не удалось открыть файл цикла: " +
filename);
    }

    int size;
    if (!(file >> size)) {
        throw runtime_error("Ошибка чтения размера цикла");
    }

    cycle.resize(size);
    for (int i = 0; i < size; i++) {
        if (!(file >> cycle[i])) {
            throw runtime_error("Ошибка чтения вершины " +
to_string(i));
        }
    }

    file.close();
    cout << "Цикл загружен: " << size << " вершин" << endl;
}

void HamiltonianCycle::print() const {
    cout << "Гамильтонов цикл (" << cycle.size() << " вершин): ";
    int limit = min(static_cast<int>(cycle.size()), 15);
    for (int i = 0; i < limit; i++) {
        cout << cycle[i] << " ";
    }
    if (cycle.size() > 15) {
        cout << "... " << cycle.back();
    }
    cout << endl;
}
```

graph.hpp:

```
#ifndef GRAPH_HPP
#define GRAPH_HPP

#include <vector>
#include <string>
#include <utility>

struct Graph {
    int n; // количество вершин
    int m; // количество ребер
    std::vector<std::pair<int, int>> edges; // список ребер
    std::vector<std::vector<int>> adjacency; // матрица смежности

    Graph(int n = 0);
    void addEdge(int u, int v);
    bool hasEdge(int u, int v) const;
    void loadGraphFromFile(const std::string& filename);
    void print() const;
};

struct HamiltonianCycle {
    std::vector<int> cycle; // последовательность вершин цикла
    bool isValid(const Graph& graph) const;
    void loadCycleFromFile(const std::string& filename);
    void print() const;
};

#endif
```

main.cpp:

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <random>
#include <ctime>
#include <cstring>
#include <stdexcept>
#include "graph.hpp"

using namespace std;

// Класс для верификатора
class Verifier {
private:
    const Graph& graph;
    mt19937 rng;

public:
```

```
    Verifier(const Graph& g) : graph(g) {
        rng.seed(time(nullptr) + 1);
    }

    bool receiveCommitment(const vector<vector<int>>& encryptedGraph)
{
        // Проверяем, что зашифрованный граф имеет правильный размер
        if (encryptedGraph.size() != (size_t)graph.n) {
            cout << "  Неверный размер зашифрованного графа" << endl;
            return false;
        }
        for (const auto& row : encryptedGraph) {
            if (row.size() != (size_t)graph.n) {
                cout << "  Неверный размер строки в зашифрованном
графе" << endl;
                return false;
            }
        }
        return true;
    }

    int sendChallenge() {
        uniform_int_distribution<int> dist(0, 1);
        return dist(rng);
    }

    bool verifyResponse(int challenge,
                        const vector<vector<int>>& encryptedGraph,
                        const vector<int>& response) {

        if (challenge == 0) {
            return verifyIsomorphism(response, encryptedGraph);
        } else {
            return verifyCycle(response, encryptedGraph);
        }
    }

private:
    bool verifyIsomorphism(const vector<int>& permutation,
                           const vector<vector<int>>& encryptedGraph) {

        if (permutation.size() != (size_t)graph.n) {
            cout << "  Неверный размер перестановки" << endl;
            return false;
        }

        // Проверяем, что permutation - это перестановка вершин
        vector<bool> seen(graph.n, false);
```

```
        for (int v : permutation) {
            if (v < 0 || v >= graph.n) {
                cout << "  Неверный номер вершины в перестановке: " <<
v << endl;
                return false;
            }
            if (seen[v]) {
                cout << "  Вершина " << v << " повторяется в
перестановке" << endl;
                return false;
            }
            seen[v] = true;
        }

        // Проверяем, что encryptedGraph изоморфен исходному графу
        for (int i = 0; i < graph.n; i++) {
            for (int j = i + 1; j < graph.n; j++) {
                bool originalEdge = graph.hasEdge(i, j);
                bool encryptedEdge =
(encryptedGraph[permutation[i]][permutation[j]] == 1);
                if (originalEdge != encryptedEdge) {
                    cout << "  Несоответствие ребра: (" << i << "," <<
j << ") ";
                    cout << "оригинал=" << originalEdge << ",
зашифровано=" << encryptedEdge << endl;
                    return false;
                }
            }
        }
        return true;
    }

    bool verifyCycle(const vector<int>& response,
                     const vector<vector<int>>& encryptedGraph) {

        if (response.empty()) {
            cout << "  Пустой ответ" << endl;
            return false;
        }

        // Первый элемент - длина цикла
        int cycleLength = response[0];
        if (cycleLength != graph.n + 1) {
            cout << "  Неверная длина цикла: " << cycleLength
                 << ", ожидается " << graph.n + 1 << endl;
            return false;
        }
```

```
        if (response.size() < (size_t)cycleLength + 1) {
            cout << "  Недостаточно данных в ответе" << endl;
            return false;
        }

        // Извлекаем цикл из response
        vector<int> cycle(response.begin() + 1, response.begin() + 1 +
cycleLength);

        // Проверяем, что цикл начинается и заканчивается в одной
вершине
        if (cycle[0] != cycle.back()) {
            cout << "  Цикл не замкнут" << endl;
            return false;
        }

        // Проверяем, что все вершины (кроме первой/последней)
различны
        vector<bool> visited(graph.n, false);
        for (int i = 0; i < graph.n; i++) {
            int v = cycle[i];
            if (v < 0 || v >= graph.n) {
                cout << "  Неверный номер вершины в цикле: " << v <<
endl;
                return false;
            }
            if (visited[v]) {
                cout << "  Вершина " << v << " повторяется в цикле" <<
endl;
                return false;
            }
            visited[v] = true;
        }

        // Проверяем все ребра цикла в зашифрованном графе
        for (int i = 0; i < graph.n; i++) {
            int u = cycle[i];
            int v = cycle[(i + 1) % cycleLength];
            if (encryptedGraph[u][v] != 1) {
                cout << "  Отсутствует ребро (" << u << "," << v << ")
в зашифрованном графе" << endl;
                return false;
            }
        }

        return true;
    }
};
```

```
// Класс для доказывающего
class Prover {
private:
    const Graph& graph;
    const HamiltonianCycle& hamiltonianCycle;
    mt19937 rng;
    vector<int> permutation;

public:
    Prover(const Graph& g, const HamiltonianCycle& hc)
        : graph(g), hamiltonianCycle(hc) {
        rng.seed(time(nullptr));
    }

    void preparePermutation() {
        permutation.resize(graph.n);
        for (int i = 0; i < graph.n; i++) {
            permutation[i] = i;
        }
        shuffle(permutation.begin(), permutation.end(), rng);

        // Выводим перестановку для отладки (первые 10 элементов)
        cout << "  Перестановка (первые 10): ";
        for (int i = 0; i < min(10, graph.n); i++) {
            cout << permutation[i] << " ";
        }
        if (graph.n > 10) cout << "...";
        cout << endl;
    }

    vector<vector<int>> createEncryptedGraph() {
        vector<vector<int>> encrypted(graph.n, vector<int>(graph.n,
0));

        // Применяем перестановку к исходному графу
        for (int i = 0; i < graph.n; i++) {
            for (int j = i + 1; j < graph.n; j++) {
                if (graph.hasEdge(i, j)) {
                    int u = permutation[i];
                    int v = permutation[j];
                    encrypted[u][v] = 1;
                    encrypted[v][u] = 1;
                }
            }
        }

        return encrypted;
```

```
    }

    vector<int> respondToChallenge0() {
        return permutation; // возвращаем перестановку
    }

    vector<int> respondToChallenge1() {
        vector<int> response;

        // Добавляем длину цикла
        response.push_back(hamiltonianCycle.cycle.size());

        // Преобразуем цикл согласно перестановке
        for (size_t i = 0; i < hamiltonianCycle.cycle.size(); i++) {
            int originalVertex = hamiltonianCycle.cycle[i];
            int encryptedVertex = permutation[originalVertex];
            response.push_back(encryptedVertex);
        }

        return response;
    }
};

// Протокол доказательства с нулевым разглашением
bool runZKPProtocol(const Graph& graph, const HamiltonianCycle& hc,
int rounds = 20) {
    Prover prover(graph, hc);
    Verifier verifier(graph);

    int successCount = 0;

    for (int round = 0; round < rounds; round++) {
        cout << "\n=== Раунд " << round + 1 << " ===" << endl;

        // 1. Доказывающий готовится
        prover.preparePermutation();
        auto encryptedGraph = prover.createEncryptedGraph();

        // 2. Доказывающий отправляет зашифрованный граф
        if (!verifier.receiveCommitment(encryptedGraph)) {
            cout << "Доказывающий: ошибка при создании зашифрованного
графа" << endl;
            return false;
        }

        // 3. Верификатор отправляет случайный запрос
        int challenge = verifier.sendChallenge();
        cout << "Верификатор выбирает запрос: "
```

```
             << (challenge == 0 ? "раскрыть изоморфизм" : "раскрыть
цикл") << endl;

        // 4. Доказывающий отвечает на запрос
        vector<int> response;
        if (challenge == 0) {
            response = prover.respondToChallenge0();
            cout << "Доказывающий: отправлена перестановка" << endl;
        } else {
            response = prover.respondToChallenge1();
            cout << "Доказывающий: отправлен зашифрованный цикл" <<
endl;
        }

        // 5. Верификатор проверяет ответ
        if (verifier.verifyResponse(challenge, encryptedGraph,
response)) {
            cout << "✓ Проверка пройдена успешно" << endl;
            successCount++;
        } else {
            cout << "✗ Проверка не пройдена!" << endl;
            return false;
        }
    }

    cout << "\n========================================" << endl;
    cout << "Все " << rounds << " раундов пройдены успешно!" << endl;
    cout << "Успешных раундов: " << successCount << "/" << rounds <<
endl;
    return true;
}

int main(int argc, char* argv[]) {
    try {
        if (argc < 3) {
            cout << "Использование: " << argv[0]
                 << " <файл_графа> <файл_цикла> [количество_раундов]"
<< endl;
            cout << "Пример: " << argv[0] << " graph.txt cycle.txt 10"
<< endl;
            return 1;
        }

        string graphFile = argv[1];
        string cycleFile = argv[2];
        int rounds = (argc > 3) ? atoi(argv[3]) : 10;

        if (rounds <= 0) {
```

```
            cout << "Количество раундов должно быть положительным
числом" << endl;
            return 1;
        }

        cout << "=== Доказательство с нулевым разглашением для
гамильтонова цикла ===" << endl;
        cout << "Файл графа: " << graphFile << endl;
        cout << "Файл цикла: " << cycleFile << endl;
        cout << "Количество раундов: " << rounds << endl;
        cout << "========================================" << endl;

        // Загрузка графа
        Graph graph;
        graph.loadGraphFromFile(graphFile);
        cout << endl;

        // Загрузка гамильтонова цикла
        HamiltonianCycle hc;
        hc.loadCycleFromFile(cycleFile);
        cout << endl;

        // Проверка корректности цикла
        if (!hc.isValid(graph)) {
            cout << "ОШИБКА: Некорректный гамильтонов цикл!" << endl;
            return 1;
        }

        // Запуск протокола
        bool result = runZKPProtocol(graph, hc, rounds);

        if (result) {
            cout << "\n✓✓✓ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПРИНЯТО! ✓✓✓" << endl;
            cout << "Доказывающий успешно доказал знание гамильтонова
цикла." << endl;
            return 0;
        } else {
            cout << "\n✗✗✗ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОТВЕРГНУТО! ✗✗✗" << endl;
            cout << "Доказывающему не удалось доказать знание
гамильтонова цикла." << endl;
            return 1;
        }

    } catch (const exception& e) {
        cerr << "Ошибка: " << e.what() << endl;
        return 1;
    } catch (...) {
        cerr << "Неизвестная ошибка" << endl;
```

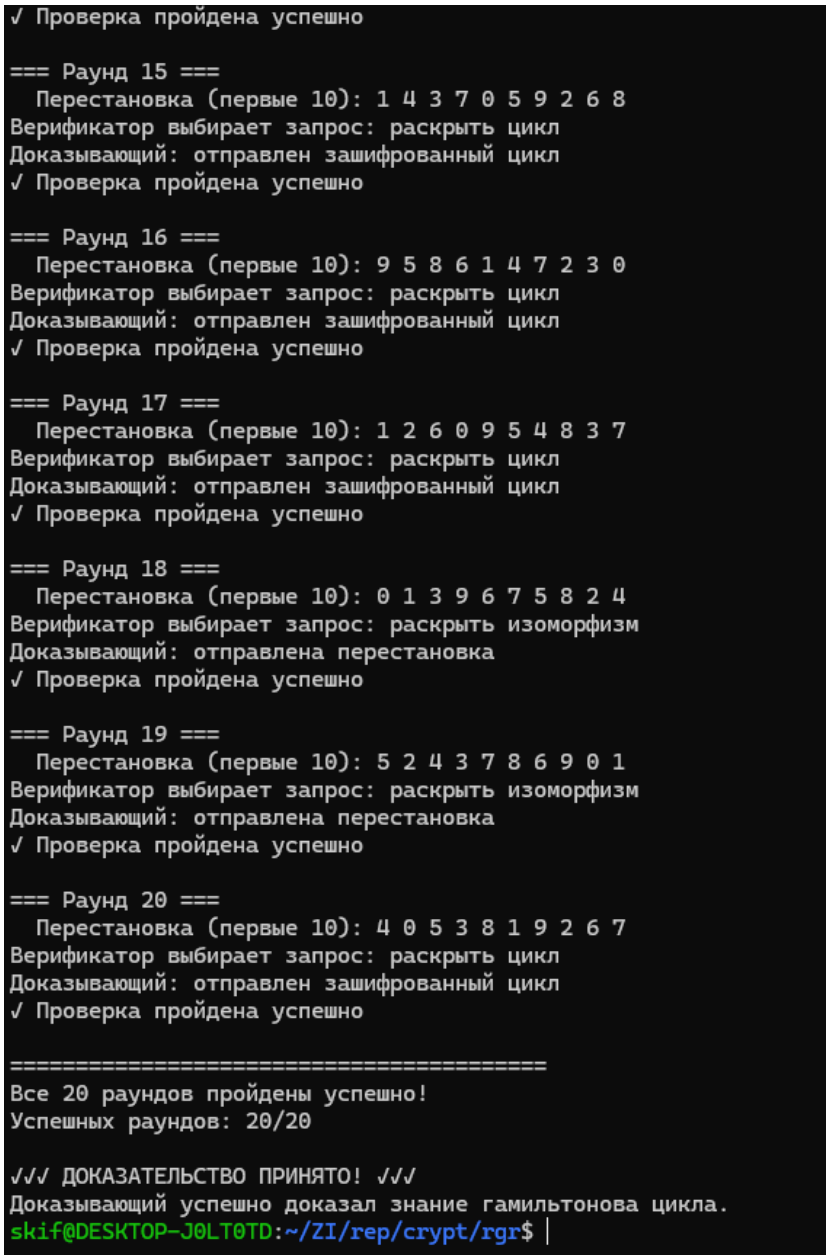
```
            return 1;
        }
    }
```

Тест

Для среднего графа (20 вершин):

```
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 15 ===
  Перестановка (первые 10): 39 22 24 15 19 44 48 41 14 45 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть цикл
Доказывающий: отправлен зашифрованный цикл
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 16 ===
  Перестановка (первые 10): 12 39 18 25 41 33 21 24 20 14 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 17 ===
  Перестановка (первые 10): 12 30 45 23 47 48 44 3 29 7 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 18 ===
  Перестановка (первые 10): 3 46 25 33 36 4 21 15 24 11 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 19 ===
  Перестановка (первые 10): 8 14 21 32 34 38 4 45 43 15 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 20 ===
  Перестановка (первые 10): 32 48 44 16 33 15 39 5 28 9 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть цикл
Доказывающий: отправлен зашифрованный цикл
✓ Проверка пройдена успешно

========================================
Все 20 раундов пройдены успешно!
Успешных раундов: 20/20

✓✓✓ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПРИНЯТО! ✓✓✓
Доказывающий успешно доказал знание гамильтонова цикла.
skif@DESKTOP-J0LT0TD:~/ZI/rep/crypt/rgr$
```

Для маленького графа (10 вершин):



Для большого графа (50 вершин):

```
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 25 ===
  Перестановка (первые 10): 5 19 32 16 23 12 3 20 46 49 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть цикл
Доказывающий: отправлен зашифрованный цикл
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 26 ===
  Перестановка (первые 10): 2 14 3 26 33 5 32 27 43 7 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 27 ===
  Перестановка (первые 10): 16 14 28 43 5 48 32 20 4 12 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 28 ===
  Перестановка (первые 10): 32 3 31 48 17 39 14 0 2 29 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть цикл
Доказывающий: отправлен зашифрованный цикл
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 29 ===
  Перестановка (первые 10): 49 11 40 15 26 16 20 7 31 10 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

=== Раунд 30 ===
  Перестановка (первые 10): 41 26 0 42 21 45 31 44 27 29 ...
Верификатор выбирает запрос: раскрыть изоморфизм
Доказывающий: отправлена перестановка
✓ Проверка пройдена успешно

========================================
Все 30 раундов пройдены успешно!
Успешных раундов: 30/30

✓✓✓ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПРИНЯТО! ✓✓✓
Доказывающий успешно доказал знание гамильтонова цикла.
skif@DESKTOP-J0LT0TD:~/ZI/rep/crypt/rgr$
```