

Лабораторна робота №1 (15 балів)

Термін виконання: 25.01.2021 – 22.02.2021

Чисельне моделювання для рівняння теплопровідності.

Завдання.

Для випадку сталих коефіцієнтів, рівних одиниці, отримати чисельні розв'язки рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial w}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t)$$

в прямокутній області $[0, l_1] \times [0, l_2]$, $t \in (0, 1)$ з використанням:

- 1) явної різницевої схеми [1, стор. 236];
- 2) методу змінних напрямків [1, стор. 237];
- 3) двокрокового симетризованого алгоритму [2]

Права частина f вважається відомою і відновлюється за допомогою відомого розв'язку w .

Візуалізувати динаміку, побудувати графіки абсолютної похибки. Підготувати звіт.

Варіанти тестових розв'язків:

- 1) $w(x, y, t) = A \exp[k_1 x + k_2 y + (k_1^2 + k_2^2)at]$
- 2) $w(x, y, t) = A \cos(k_1 x + C_1) \cos(k_2 y + C_2) \exp[-(k_1^2 + k_2^2)at]$
- 3) $w(x, y, t) = A \cos(k_1 x + C_1) \operatorname{sh}(k_2 y + C_2) \exp[-(k_1^2 - k_2^2)at]$
- 4) $w(x, y, t) = A \exp(-\mu x - \lambda y) \cos(\mu x - 2a\mu^2 t + C_1) \cos(\lambda y - 2a\lambda^2 t + C_2)$
- 5) $w(x, y, t) = \frac{A}{t - t_0} \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{4a(t - t_0)}\right]$
- 6) $w(x, y, t) = A \operatorname{erf}\left(\frac{x - x_0}{2\sqrt{at}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{y - y_0}{2\sqrt{at}}\right)$, де $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

Номер варіанту тестового розв'язку = (<номеру студента в списку> mod 6) + 1.

Літ.

1. Волков. Численные методы.
2. ARTICL60.PDF