1 Задача фільтрації. Множинний підхід

Аудиторне заняття

Задача 1.1. Задана динамічна система

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = tx(t) + v(t), \\ y(t) = px(t) + w(t), \end{cases}$$

де $x(t) \in \mathbb{R}^1$ – вектор стану, $v(t) \in \mathbb{R}^1$, $w(t) \in \mathbb{R}^1$ – невідомі шуми, $x_0 \in \mathbb{R}^1$ – невідома початкова умова, $y(t) \in \mathbb{R}^1$ – відомі спостереження. Побудувати інформаційну множину такої системи в момент $\tau \in [0, T]$ за умови, що

$$\int_0^\tau (v^2(s) + w^2(s))\,\mathrm{d}s + x^2(0) \le 1, \quad \tau \in [0, T].$$

Розв'язок. Загальна постановка задачі фільтрації має вигляд

$$\dot{x} = Ax + v, \quad y = Gx + w, \quad \int (\langle Mv, v\rangle + \langle Nw, w\rangle) + \langle p_0 x, x\rangle \le \mu^2.$$

У нашій задачі $A = \begin{pmatrix} t \end{pmatrix}$, $G = \begin{pmatrix} p \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$, $p_0 = 1$, $\mu = 1$.

Знайдемо фільтр (спостерігач) цієї задачі у вигляді

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + K(y - G\hat{x}),$$

де $K = RG^*N$, де у свою чергу $\dot{R} = AT + TA^* - RG^*NGR$, $R(t_0) = p_0^{-1}$.

Задача 1.2.

Розв'язок.

Задача 1.3.

Розв'язок.

Домашнє завдання

Задача 1.4. Задана динамічна система

$$\begin{cases} \dot{x} = x + v + t^2, \\ y = -x + w, \end{cases}$$

де $x(t) \in \mathbb{R}^1$ – вектор стану, $v(t) \in \mathbb{R}^1$, $w(t) \in \mathbb{R}^1$ – невідомі шуми, $y(t) \in \mathbb{R}^1$ – відомі спостереження. Побудувати інформаційну множину такої системи в момент $\tau \in [0, T]$ за умови. що

$$\int_0^\tau (v^2(s) + w^2(s))\,\mathrm{d}s + (x(0) - 1)^2 \leq 1, \tau \in [0, T].$$

Розв'язок.

Задача 1.5. Побудувати оцінку стану системи

$$\begin{cases} \dot{x} = tx + v, \\ y = px + w, \end{cases}$$

у формі фільтра, де $y(t) \in \mathbb{R}^1$ – відомі спостереження. Тут $x(t) \in \mathbb{R}^1$ – вектор стану, $v(t) \in \mathbb{R}^1$, $w(t) \in \mathbb{R}^1$ – невідомі шуми, x_0 – невідома початкова умова, при цьому

$$\int_0^\tau (v^2(s) + w^2(s))\,\mathrm{d}s + (x(0) - 1)^2 \leq 4,$$

$\tau \in [0, T]$. Знайти похибку оцінювання.

Розв'язок.

Задача 1.6.

Розв'язок.