

Заняття 12: Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків зі змінними коефіцієнтами. Рівняння, що зводяться до лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами

Рекомендовані приклади для аудиторної роботи

Задача 1. Функції x , x^2 , x^3 задовольняють деяке однорідне лінійне диференціальне рівняння. Переконатися, що вони утворюють фундаментальну систему, та скласти згадане рівняння.

Розв'язати лінійні рівняння зі змінними коефіцієнтами:

Задача 2. $(1 + x^2) \cdot y'' - 2x \cdot y' + 2y = 0$, $y_1(x) = x$.

Задача 3. $y'' - (x^2 + 1) \cdot y = 0$, $y_1(x) = e^{x^2/2}$.

Задача 4. $x \cdot y'' + 2y' + xy = 0$, $y_1(x) = \sin(x)/x$ ($x \neq 0$).

Скласти лінійне однорідне диференціальне рівняння (найменшого можливого порядку), яке має такі частинні розв'язки:

Задача 5. $y_1(x) = 1$, $y_2(x) = \cos(x)$.

Задача 6. $y_1(x) = x \cdot e^{-x}$, $y_2(x) = e^{-x}$.

Розв'язати рівняння:

Задача 7. $y''' - 3y''/x + 6y'/x^2 - 6y/x^3 = \sqrt{x}$.

Задача 8. $x^3 \cdot y''' + x \cdot y' - y = 0$.

Задача 9. $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' - 3y = 0$.

Задача 10. $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + y = 0$.

Задача 11. $(2x + 3)^2 \cdot y'' + (2x + 3) \cdot y' - y = 0$.

Задача 12. $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + 4y = 10x$.

Рекомендовані приклади для домашнього завдання

Задача 13. Побудувати диференціальне рівняння, що має таку фундаментальну систему функцій: 1 та $\cos(2x)$.

Розв'язати лінійні рівняння зі змінними коефіцієнтами:

Задача 14. $(1 - x) \cdot y'' + x \cdot y' - y = 0$, $y_1(x) = e^x$.

Задача 15. $(1 + x^2) \cdot y'' + x \cdot y' - y = 0$, $y_1(x) = \sqrt{1 + x^2}$.

Задача 16. $y'' - x \cdot y' + 2y = 0$, $y_1(x) = x^2 - 1$.

Задача 17. $x^2 \cdot y'' + 2x \cdot y' - 6y = 0$.

Задача 18. $x^2 \cdot y''' - 2y' = 0$.

Задача 19. $(x + 1)^3 \cdot y''' - 3(x + 1)^2 \cdot y'' + 4(x + 1) \cdot y' - 4y = 0$.

Задача 20. $x^3 \cdot y''' - x \cdot y' - 3y = 0$.

Задача 21. $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' - 3y = 5x^4$.

Задача 22. $x^2 \cdot y'' - 4x \cdot y' + 6y = 0$.

Задача 23. $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = 8x^3$.

Задача 24. $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 5y = 3x^2$.