

## Заняття 19–20: Системи в симетричній формі. Розв’язування лінійних рівнянь першого порядку з частинними похідними. Метод характеристик. Задача Коші

### Рекомендовані приклади для аудиторної роботи

Задача 1.  $\frac{dx}{2y-z} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}.$

Задача 2.  $\frac{dx}{z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y}.$

Задача 3.  $y \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - x \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$

Задача 4.  $x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$

Задача 5.  $y \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + x \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = x - y.$

Задача 6.  $(z-y)^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + xz \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = xy.$

Знайти розв’язки рівняння, яке задовольняє вказаним умовам:

Задача 7.  $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0, z = 2x$  при  $y = 1.$

Знайти поверхню, яка задовольняє даному рівнянню і проходить через задану лінію:

Задача 8.  $y^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = x, z = y^2$  при  $x = 0.$

### Рекомендовані приклади для домашнього завдання

Задача 9.  $\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}.$

Задача 10.  $\frac{dx}{z^2 - y^2} = \frac{dy}{z} = \frac{dz}{y}.$

Задача 11.  $(x+2y) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$

Задача 12.  $(x-z) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + (y-z) \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + 2z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$

Задача 13.  $e^x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = y \cdot e^x.$

Задача 14.  $xy \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + (x-2z) \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = yz.$

Знайти розв’язки рівняння, яке задовольняє вказаним умовам:

Задача 15.  $\frac{\partial z}{\partial x} - (2e^x - y) \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0, z = y$  при  $x = 0.$

Знайти поверхню, яка задовольняє даному рівнянню і проходить через задану лінію:

Задача 16.  $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - 2y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2, z = x^2$  при  $y = 1.$