

Міністерство освіти та науки України  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
Факультет комп'ютерних наук та кібернетики  
Кафедра обчислювальної математики

Звіт до лабораторної роботи №3 на тему:  
“Попит та пропозиція. Ринкова рівновага.  
Стабільність рівноваги. Вплив дотації”

Виконав студент групи ОМ-3  
Скибицький Нікіта

Київ, 2019

# Зміст

<b>1</b>	<b>Теоретичні відомості</b>	<b>2</b>
1.1	Аналітична апроксимація . . . . .	2
1.2	Стабільність рівноваги . . . . .	2
1.3	Вплив державного регулювання . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Чисельне моделювання</b>	<b>3</b>
2.1	Код . . . . .	3
2.2	Аналітичні апроксимації . . . . .	3
2.3	Графіки . . . . .	4
2.4	Стабільність рівноваги . . . . .	5
2.5	Вплив дотації . . . . .	6

## 1 Теоретичні відомості

### 1.1 Аналітична апроксимація

За заданою таблицею значень попиту  $d_i$  і пропозиції  $s_i$  в залежності від ціни  $p_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  знаходиться аналітичний вигляд функцій  $Q_d(P)$  та  $Q_s(P)$ .

Наприклад, можна обмежитися певною сім'єю параметризованих функцій, наприклад

$$Q_d(P) = a_d \cdot P + b_p,$$

тобто лінійних функцій, або

$$Q_s(P) = a_s \cdot \exp \{b_s \cdot P\},$$

тобто експонент. Серед найрозповсюдженіших моделей залежностей можна також виділити логарифмічну, тобто

$$y = a + b \cdot \ln(x)$$

і поліноміальну, тобто

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n.$$

Таке обмеження дозволяє поставити скінченно-вимірну оптимізаційну задачу

$$\mathcal{J}(Q_d) = \sum_{i=1}^n (Q_d(p_i) - d_i)^2 \rightarrow \min,$$

розв'язок знаходиться за допомогою ітераційних чисельних або навіть аналітичних методів (у випадку найпростіших моделей).

Рекомендується не одразу обмежуватися лише одним класом залежностей, а спробувати усі найпоширеніші, знайти оптимальну функцію з кожного класу, обчислити для них середньоквадратичні відхилення і обирати той клас, на якому досягається мінімум середньоквадратичного відхилення.

### 1.2 Стабільність рівноваги

За знайденими аналітичними виглядами функції  $Q_d(P)$  та  $Q_s(P)$  будуються графіки, спочатку у вісях  $(P, Q)$  (для математиків), а згодом і у  $(Q, P)$  (для економістів), знаходиться точка ринкової рівноваги  $(P^*, Q^*)$  у якій

$$Q_s(P^*) = Q_d(P^*) = Q^*.$$

Ринок рідко перебуває саме у стані рівноваги, здебільшого відбувається покрокове ітеративне уточнення ціни  $P$  (і, як наслідок, обсягу  $Q$ ), причому в залежності від поведінки функцій  $Q_s(\cdot)$  та  $Q_d(\cdot)$  в околі точки  $(P^*, Q^*)$  залижть чи ринок прямує до стану рівноваги, чи він осцилює довкола, чи навіть віддаляється.

Поведінка ринку залежить від стабільності точки рівноваги, яка може бути виражена у числах наступним чином:

- Якщо  $\left| \frac{dQ_d}{dP} \right| \Big|_{P=P^*} > \left| \frac{dQ_s}{dP} \right| \Big|_{P=P^*}$ , то рівновага стійка.
- Якщо  $\left| \frac{dQ_d}{dP} \right| \Big|_{P=P^*} = \left| \frac{dQ_s}{dP} \right| \Big|_{P=P^*}$ , то відбуваються коливання довкола рівноваги.
- Якщо  $\left| \frac{dQ_d}{dP} \right| \Big|_{P=P^*} < \left| \frac{dQ_s}{dP} \right| \Big|_{P=P^*}$ , то рівновага не стійка.

### 1.3 Вплив державного регулювання

Існує щонайменше чотири види державного регулювання, це податок  $\text{tax}$ , дотація  $\text{dot}$ , субсидія  $\text{sub}$  і квота виробництва  $Q_{\text{lim}}$ . Вони впливають на функції попиту і пропозиції наступним чином:

- Якщо  $Q_s(P) = f(P)$  і ставка податку дорівнює  $\text{tax}$ , то  $Q_s^{\text{tax}} = f(P - \text{tax})$ .
- Якщо  $Q_s(P) = f(P)$  і розмір дотації дорівнює  $\text{dot}$ , то  $Q_s^{\text{dot}} = f(P + \text{dot})$ .
- Якщо  $Q_d(P) = f(P)$  і розмір субсидії дорівнює  $\text{sub}$ , то  $Q_d^{\text{sub}} = f(P - \text{sub})$ .
- Якщо квота виробництва дорівнює  $Q_{\text{lim}}$ , то  $Q_s(P) = Q_{\text{lim}}$ , не залежить від ціни.

## 2 Чисельне моделювання

Було використано мову програмування Python і модуль `scipy`.

### 2.1 Код

### 2.2 Аналітичні апроксимації

Було розглянуто лінійні, експоненціальні, та логарифмічні залежності, найкращі представники цих класів залежностей наступні та відповідні значення функціоналу якості:

попит чи пропозиція	клас залежності	найкраща функція	$\mathcal{J}(\cdot)$
попит	лінійна	$Q_d(P) = -23.59 \cdot P + 136.93$	576
пропозиція	лінійна	$Q_s(P) = 21.17 \cdot P + -0.22$	186
попит	експоненційна	$Q_d(P) = 204.17 \cdot \exp\{-0.43 \cdot P\}$	78
пропозиція	експоненційна	$Q_s(P) = 25.00 \cdot \exp\{0.29 \cdot P\}$	496
попит	логарифмічна	$Q_d(P) = 134.41 + \ln(-69.36 \cdot P)$	83
пропозиція	логарифмічна	$Q_s(P) = 4.31 + \ln(60.14 \cdot P)$	282

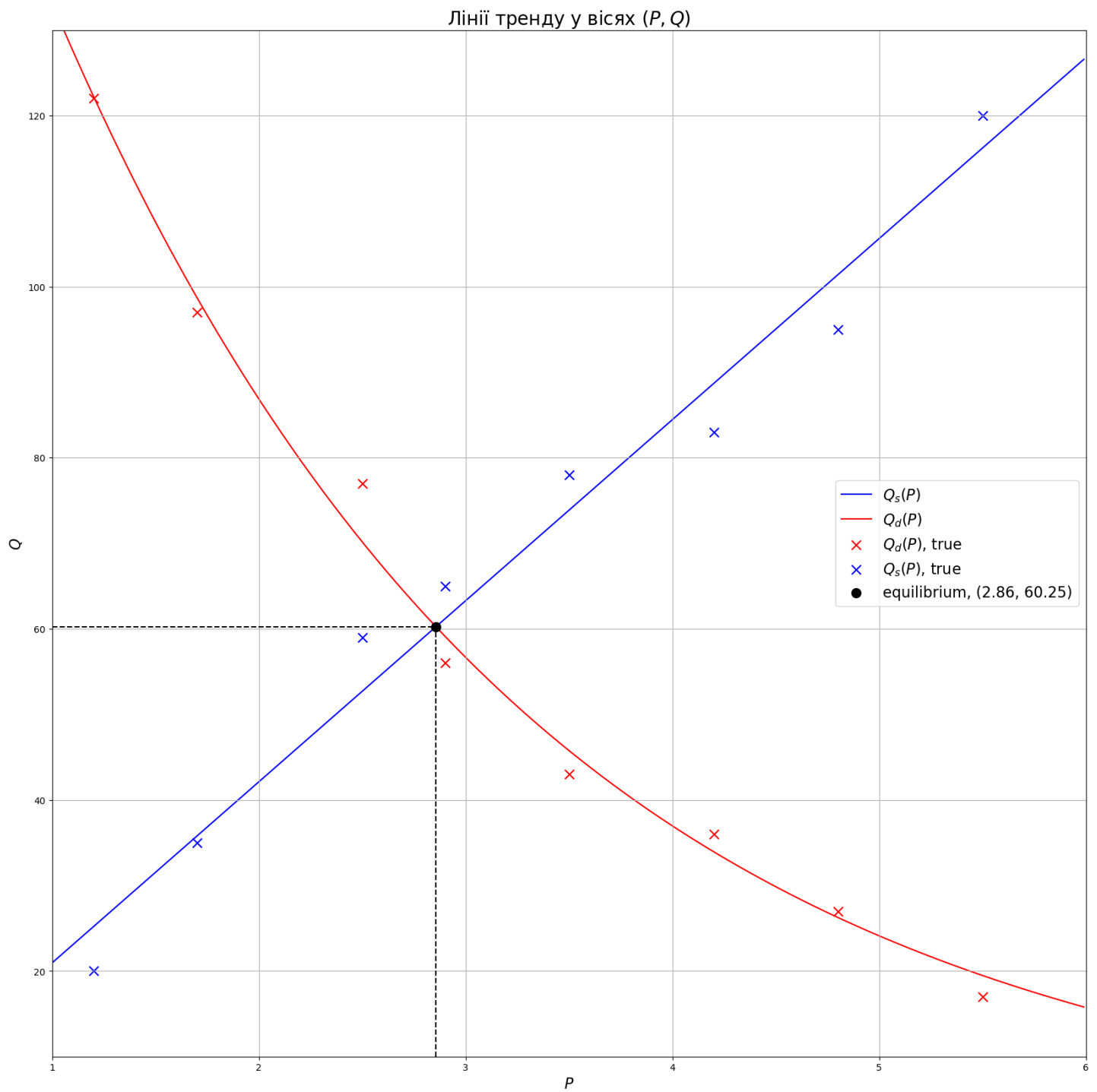
У зв'язку з цими значеннями було обрано лінійну залежність для пропозиції, а саме

$$Q_s(P) = 21.17 \cdot P + -0.22,$$

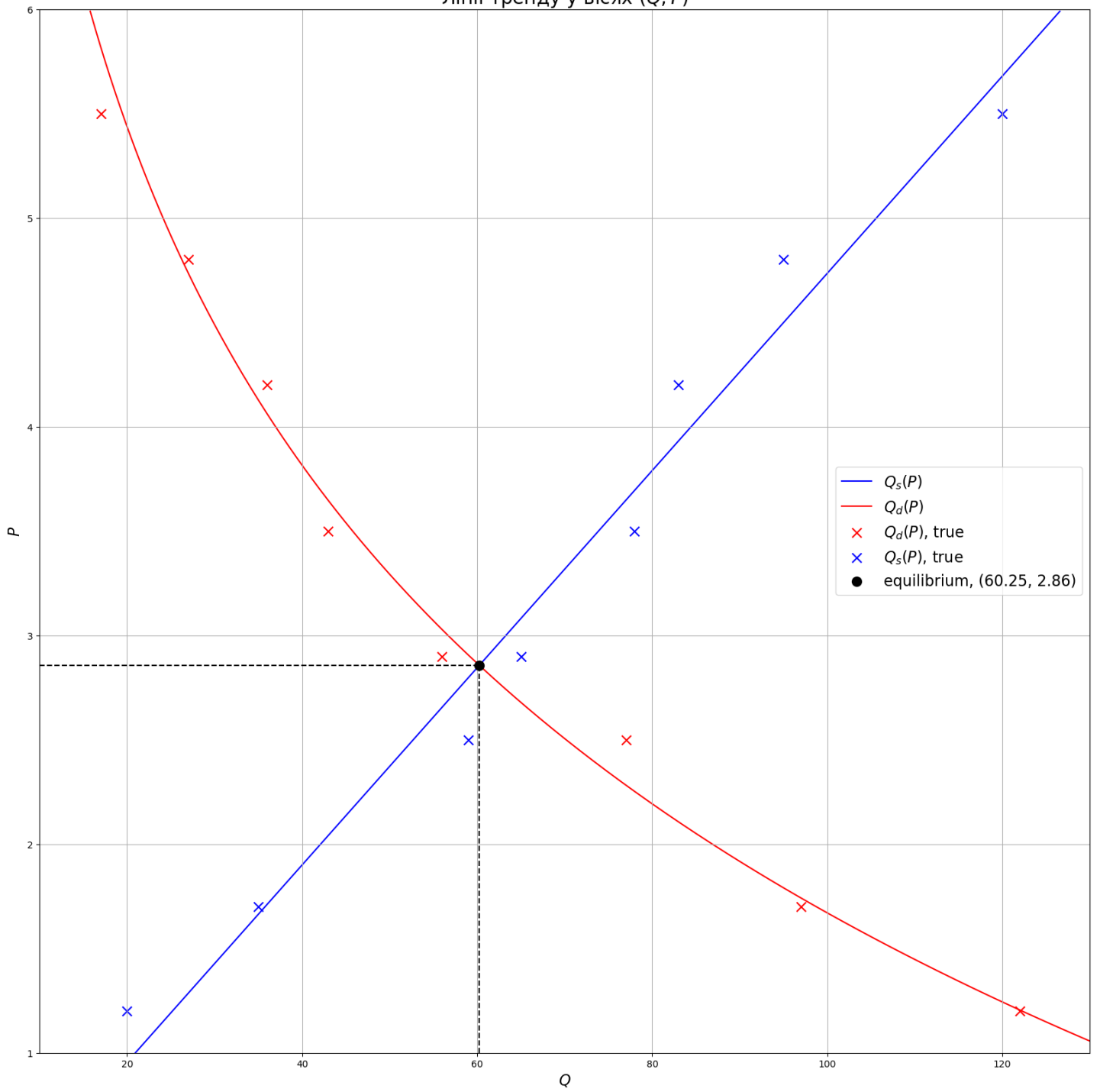
і експоненціальну залежність для попиту, а саме

$$Q_d(P) = 204.17 \cdot \exp\{-0.43 \cdot P\}.$$

## 2.3 Графіки



Лінії тренду у вісях  $(Q, P)$



Як бачимо, отримані результати відповідають теоретичним очікуванням.

## 2.4 Стабільність рівноваги

З вибраними аналітичними апроксимаційними функціями маємо

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{dQ_d}{dP} \right| \Big|_{P=P^*} &= |-87.7931 \cdot \exp \{-0.43 \cdot P\}| \Big|_{P=P^*} = \\
 &= (87.7931 \cdot \exp \{-0.43 \cdot P\}) \Big|_{P=P^*} = \\
 &= 87.7931 \cdot \exp \{-0.43 \cdot 2.86\} \approx 25.6664.
 \end{aligned}$$

А також

$$\left. \frac{dQ_s}{dP} \right|_{P=P^*} = 21.17|_{P=P^*} = 21.17.$$

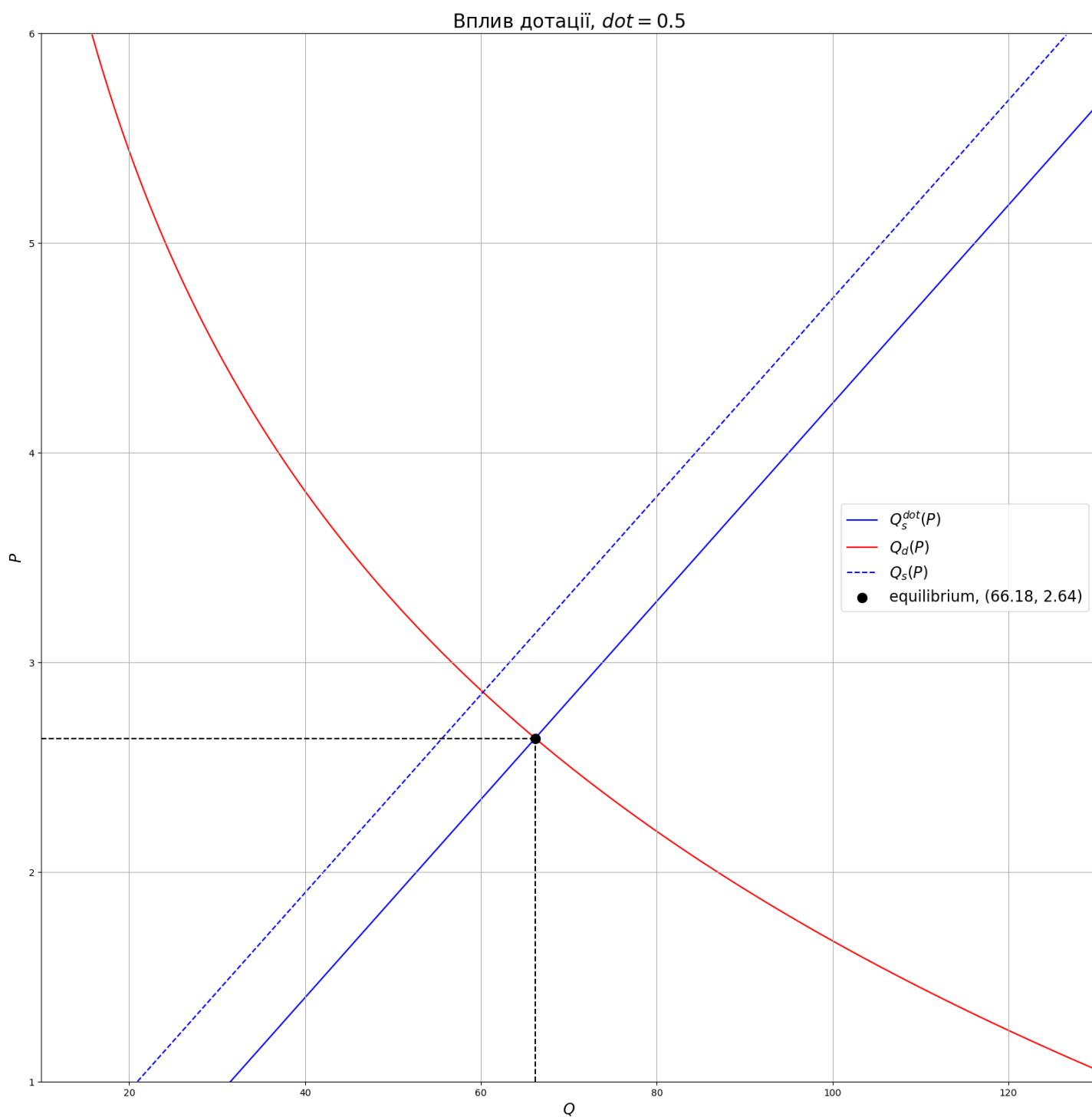
Таким чином

$$\left| \left. \frac{dQ_d}{dP} \right| \right|_{P=P^*} \approx 25.6664 > 21.17 = \left. \frac{dQ_s}{dP} \right|_{P=P^*},$$

тому рівновага стійка.

## 2.5 Вплив дотації

При введенні дотації (тут  $\text{dot} = 0.5$ ) крива пропозиції зсувається вниз, що дозволяє зменшити рівноважну ціну і збільшити обсяг виробництва.



Як бачимо, отримані результати відповідають теоретичним очікуванням.