1.2. Метод Ньютона для решения системы 2-х уравнений

Дана система:

$$\begin{cases} f(x,y) = 0, \\ g(x,y) = 0. \end{cases} \tag{16}$$

где $f(x,y)$, $g(x,y)$ достаточно гладкие функции.

В результате действий, аналогичных случаю одного уравнения, т.е. приближенно заменяя систему (16) линейной системой, получаем следующие расчетные формулы:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{d_x^{(k)}}{d^{(k)}},\ y_{k+1} = y_k - \frac{d_y^{(k)}}{d^{(k)}},$$

где

$$d^{(k)} = \begin{vmatrix} f'_x(x_k,y_k) & f'_y(x_k,y_k) \\ g'_x(x_k,y_k) & g'_y(x_k,y_k) \end{vmatrix},$$

$$d_x^{(k)} = \begin{vmatrix} f(x_k,y_k) & f'_y(x_k,y_k) \\ g(x_k,y_k) & g'_y(x_k,y_k) \end{vmatrix},\ d_y^{(k)} = \begin{vmatrix} f'_x(x_k,y_k) & f(x_k,y_k) \\ g'_x(x_k,y_k) & g(x_k,y_k) \end{vmatrix}.$$

1.2.1. Задание

Требуется найти все решения системы уравнений или решения в заданной области с заданной точностью ε=0.00001.

Программа должна содержать подпрограмму для уточнения решения методом Ньютона с параметрами:
x_0, y_0 — нулевое приближение к корню;
ε — заданная точность;
kmax — максимальное количество итераций (для исключения зацикливания).

Подпрограмма должна возвращать либо решение (x_k, y_k), такое что

$$||(x_k - x_{k-1}, y_k - y_{k-1})|| < \varepsilon,\ \text{либо}\ (x_{k\,\max}, y_{k\,\max}).$$

Здесь норма вектора $(x_k - x_{k-1}, y_k - y_{k-1})$ может быть вычислена, например, следующим образом:

$$||(x_k - x_{k-1}, y_k - y_{k-1})|| = \sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2}.$$

Отчет должен содержать

1) Графики функций $f(x,y) = 0$, $g(x,y) = 0$ для выбора начального приближения, выполненные в математическом пакете Maple.

   Для этого следует объявить функции $f(x,y)$, $g(x,y)$, подключить пакет, содержащий функцию implicitplot() для построения графиков неявно заданных функций, и обратиться к ней.

   Образец:

```
> f:=(x,y)->exp(y-0.1*x)-x*y-1.4;
> g:=(x,y)->x^2-2*y^2-4;

> with(plots):
> implicitplot({f(x,y)=0,g(x,y)=0},x=-4..4,y=-3..3);
```

2) Уточнение начального приближения до тех пор, пока $||(x_k - x_{k-1}, y_k - y_{k-1})|| < \varepsilon$, методом Ньютона.

Результаты оформить в виде таблицы 2.

Таблица 2

k	x_k	y_k	$\|\|((x_k - x_{k-1}), (y_k - y_{k-1}))\|\|$	$f(x_k, y_k)$	$g(x_k, y_k)$
0			—		
1					
...					

1.2.2. Варианты систем

Вариант 1

$$\begin{cases} \sin(x - 0.5y) - x + y^2 = 0, \\ (y + 0.1)^2 + x^2 = 0.6. \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} \sin(x + y) - 1.5x = -0.2, \\ y^2 + x^2 = 1. \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} e^{y - \frac{x}{10}} - yx = 1.4, \\ x^2 + 2y^2 = 4. \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} \mathrm{tg}(\mathrm{x} - \mathrm{y} - 0.2) = \mathrm{xy}, \\ 0.7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} \sin(x - 0.5y) = x - y^2, \\ (y + 0.1)^2 + x^2 = 0.7. \end{cases}$$

Вариант 6

$$(y + 0.1)^2 + x^2 = 0.2,$$

$$x - y^2 = 0.37731.$$

Вариант 7

$$\begin{cases} \sin(x - 0.4\,y) = x - y^2, \\ (y + 0.1)^2 + x^2 = 0.7. \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} \mathrm{tg(y - 0.8x) + 0.8xy = 0.3}, \\ x^2 + y^2 = 1.7. \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} \mathrm{tg(y - 0.2x) + 0.2xy = 0.3}, \\ x^2 + y^2 = 1.7. \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} \mathrm{tg(x - y - 0.2) = xy}, \\ 0.5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$$

Вариант 11

$$\begin{cases} e^{x+y} + y = x^2, \\ (x + 0.5)^2 + y^2 = 2. \end{cases}$$

Вариант 12

$$\begin{cases} \mathrm{tg(xy + 0.1) = x^2}, \\ 0.5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$$

Вариант 13

$$\begin{cases} \sin(x + y) - 1.5x = -0.2, \\ y^2 + 0.5x^2 = 1. \end{cases}$$

Вариант 14

$$\begin{cases} \mathrm{tg(xy + 0.4) = x^2}, \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$$

Вариант 15

$$\begin{cases} \cos(x^2 + 0.6y) + x^2 + y^2 = 1.6, \\ 1.5(x + 0.1)^2 - (y - 0.1)^2 = 1.4. \end{cases}$$

Вариант 16

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2.1, \\ \dfrac{x^2}{2} - y^2 = 0.15269. \end{cases}$$

Вариант 17

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{2} - y^2 = 0.75, \\ \dfrac{y^2}{4} + x^2 = 3.58595. \end{cases}$$

Вариант 18

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1.3, \\ x - y^2 - y = -0.22456. \end{cases}$$

Вариант 19

$$\begin{cases} (x + 0.5)^2 + y^2 = 2, \\ \dfrac{x^2}{2} - y^2 = 0.40593. \end{cases}$$

Вариант 20

$$\begin{cases} 2x^2 - y = 1.544878, \\ \dfrac{x^2}{0.9} + 2y^2 = 4. \end{cases}$$