# 11 березня 2019 р.

**Задача 1.** Розв'язати задачу багато-критеріальної оптимізації

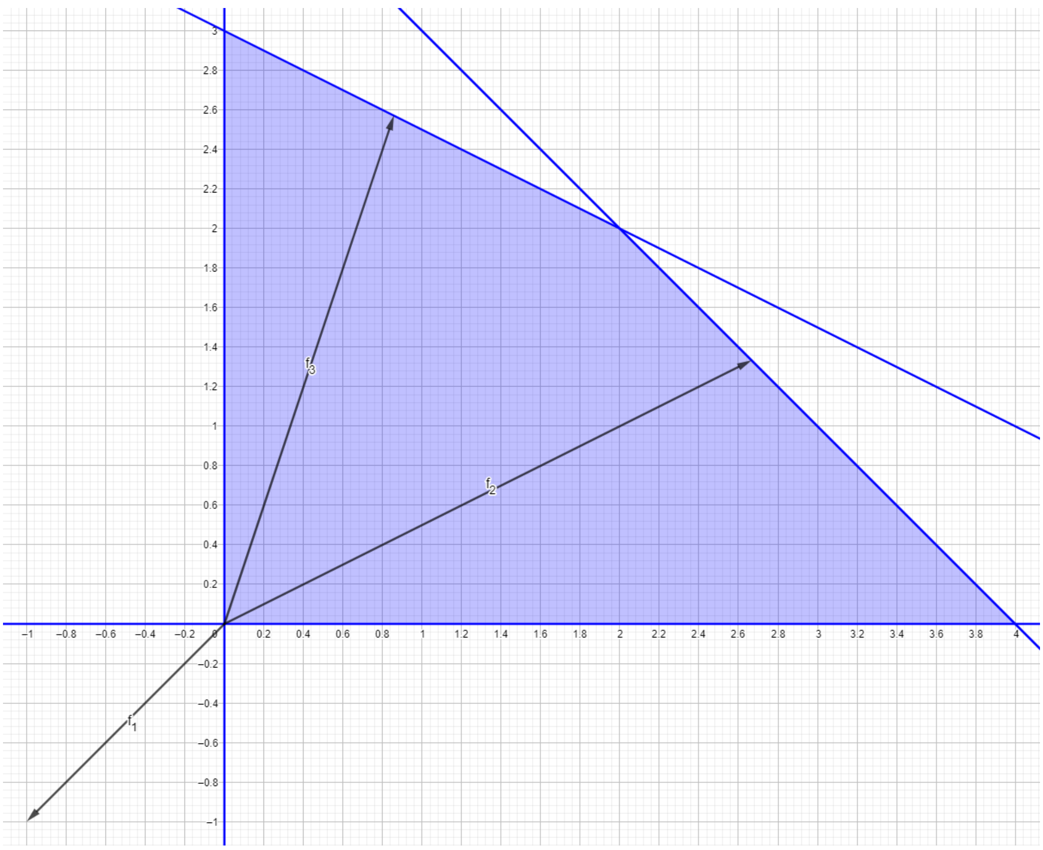
$$f_1 = -x_1 - x_2 \to \max, \quad f_2 = 2x_1 + x_2 \to \max, \quad f_3 = x_1 + 3x_2 \to \max$$

з допустимою областю що визначається нерівностями

$$x_1 + x_2 \le 4, \quad x_1 + 2x_2 \le 6, \quad x_{1,2} \ge 0$$

методом послідовних поступок (величини поступок вибрати самостійно).

**Розв'язок.** Перш за все зобразимо допустиму область $G_0$:



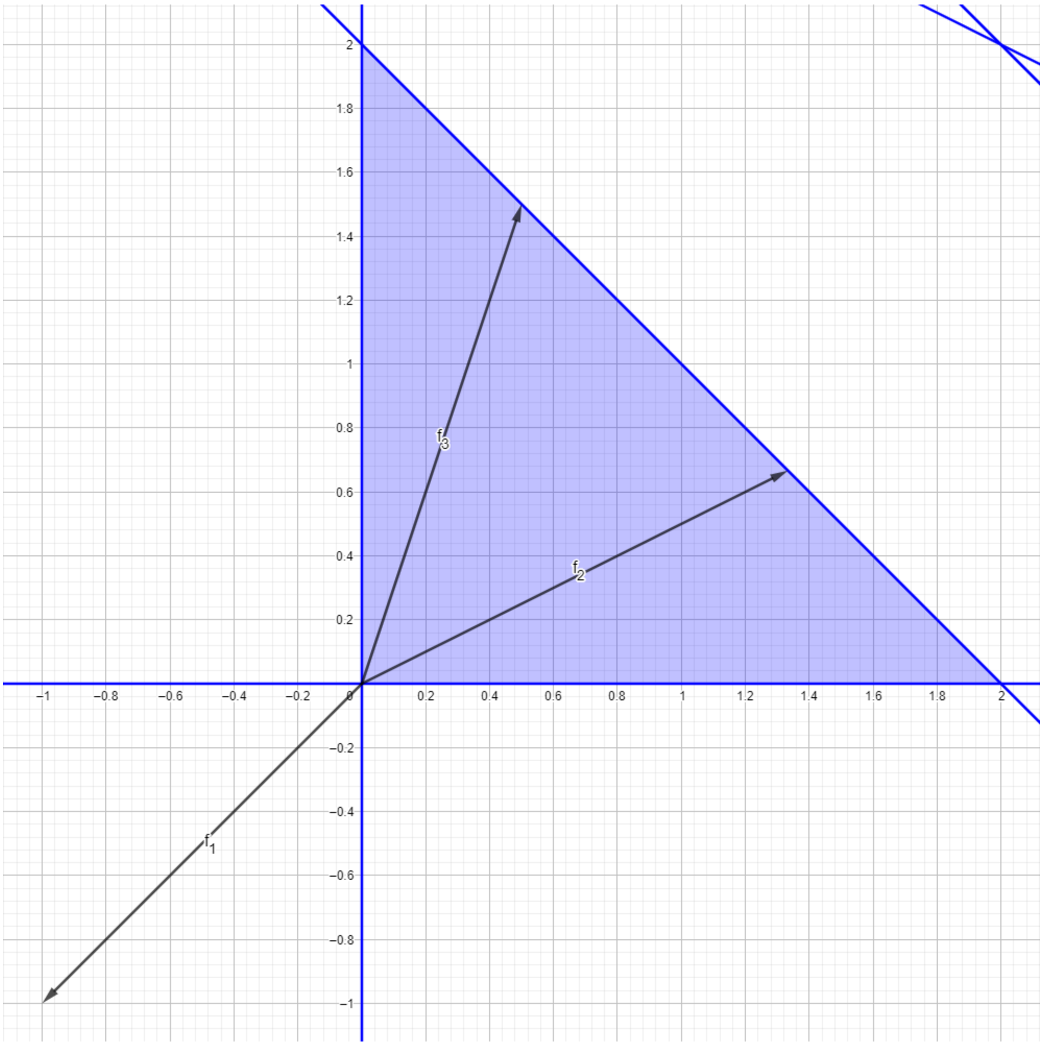

З графічних міркувань знаходимо

$$\tilde{x}_1 = \arg\max f_1(x_1, x_2) = (0, 0), \quad f_1^\star = \max_{x \in G_0} f_1(x_1, x_2) = 0.$$

Покладаючи величину поступки $\Delta f_1$ за першим критерієм рівною 2 отримуємо, що до допустимої області додається умова

$$f_1(x_1, x_2) \ge f_1^\star - \Delta f_1 = -2,$$

тому уточнена допустима область $G_1$ має вигляд:



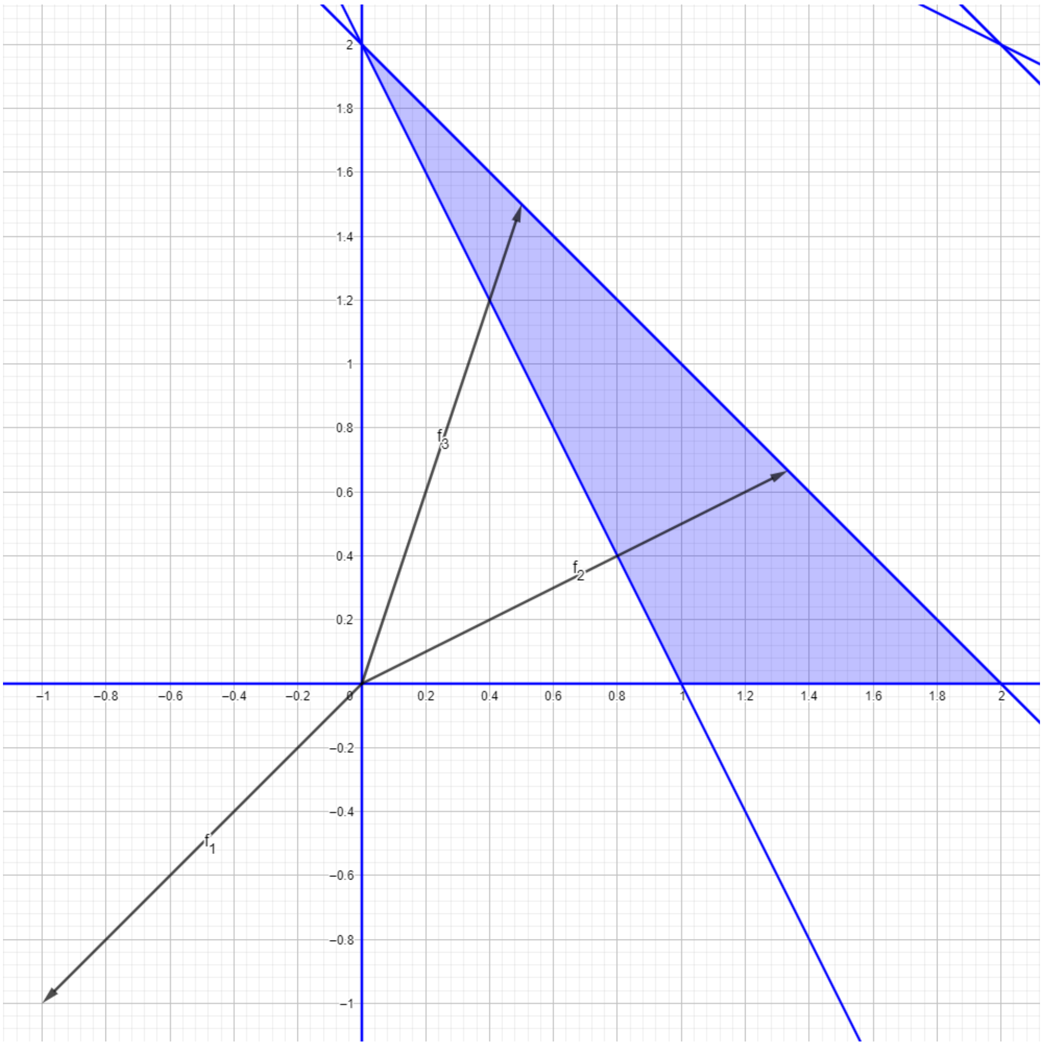

З графічних міркувань знаходимо

$$\tilde{x}_2 = \arg\max f_2(x_1, x_2) = (2, 0), \quad f_2^\star = \max_{x \in G_1} f_2(x_1, x_2) = 4.$$

Покладаючи величину поступки $\Delta f_2$ за другим критерієм рівною 2 отримуємо, що до допустимої області додається умова

$$f_2(x_1, x_2) \geq f_2^\star - \Delta f_2 = 2,$$

тому уточнена допустима область $G_2$ має вигляд:




З графічних міркувань знаходимо

$$\tilde{x}_3 = \arg\max f_3(x_1, x_2) = (0, 2), \quad f_3^\star = \max_{x \in G_2} f_3(x_1, x_2) = 6.$$

Оскільки це останній критерій, то ми не робимо поступок, а просто кажемо, що знайдена точка $\tilde{x}_3$ є розв'язком $x^\star$.

Наостанок зауважимо, що $f(x^\star) = (-2, 2, 6)$.

**Задача 2.** Розв'язати задачу багато-критеріальної оптимізації

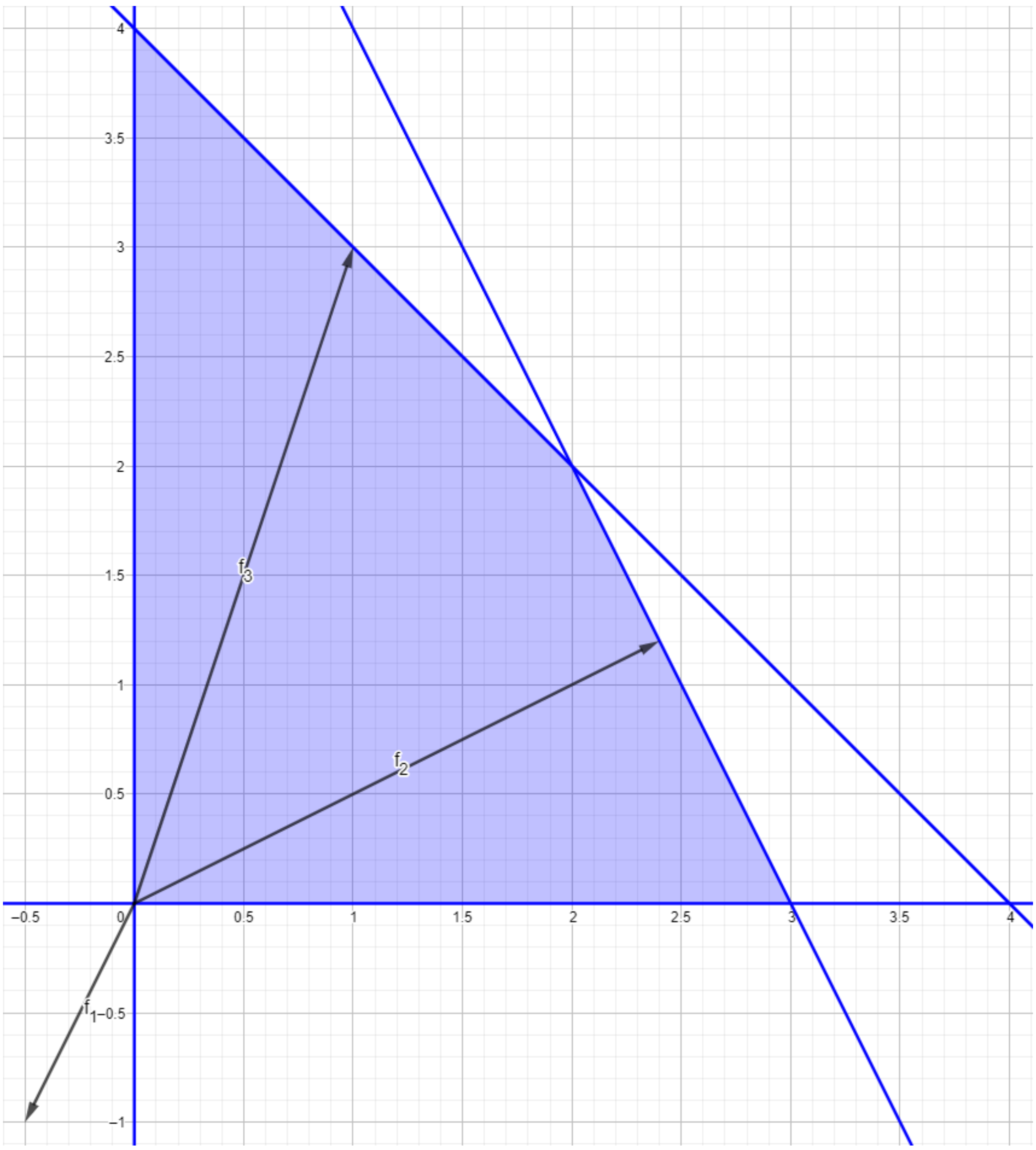
$$f_1 = -x_1 - 2x_2 \to \max, \quad f_2 = 2x_1 + x_2 \to \max, \quad f_3 = x_1 + 3x_2 \to \max$$

з допустимою областю що визначається нерівностями

$$x_1 + x_2 \leq 4, \quad 2x_1 + x_2 \leq 6, \quad x_{1,2} \geq 0$$

методом послідовних поступок (величини поступок вибрати самостійно).

**Розв'язок.** Перш за все зобразимо допустиму область $G_0$:



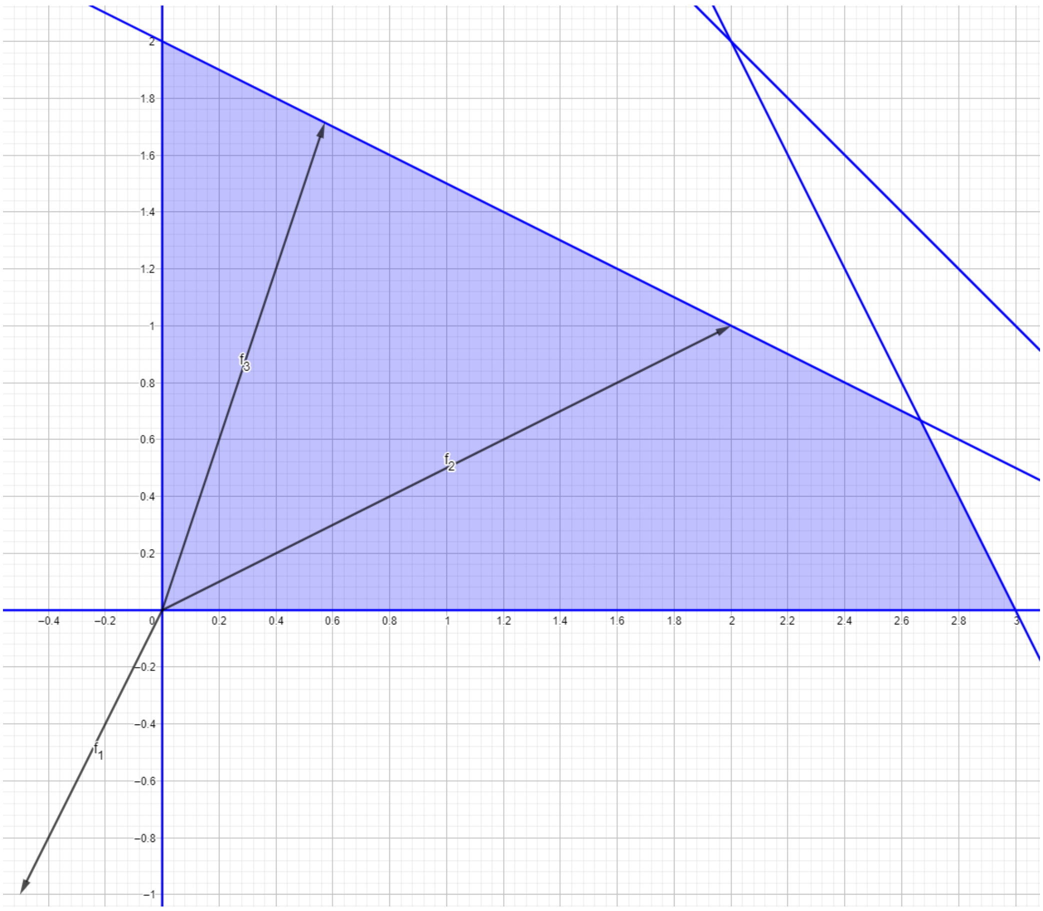
З графічних міркувань знаходимо

$$\tilde{x}_1 = \arg\max f_1(x_1, x_2) = (0, 0), \quad f_1^\star = \max_{x \in G_0} f_1(x_1, x_2) = 0.$$

Покладаючи величину поступки $\Delta f_1$ за першим критерієм рівною 4 отримуємо, що до допустимої області додається умова

$$f_1(x_1, x_2) \geq f_1^\star - \Delta f_1 = -4,$$

тому уточнена допустима область $G_1$ має вигляд:



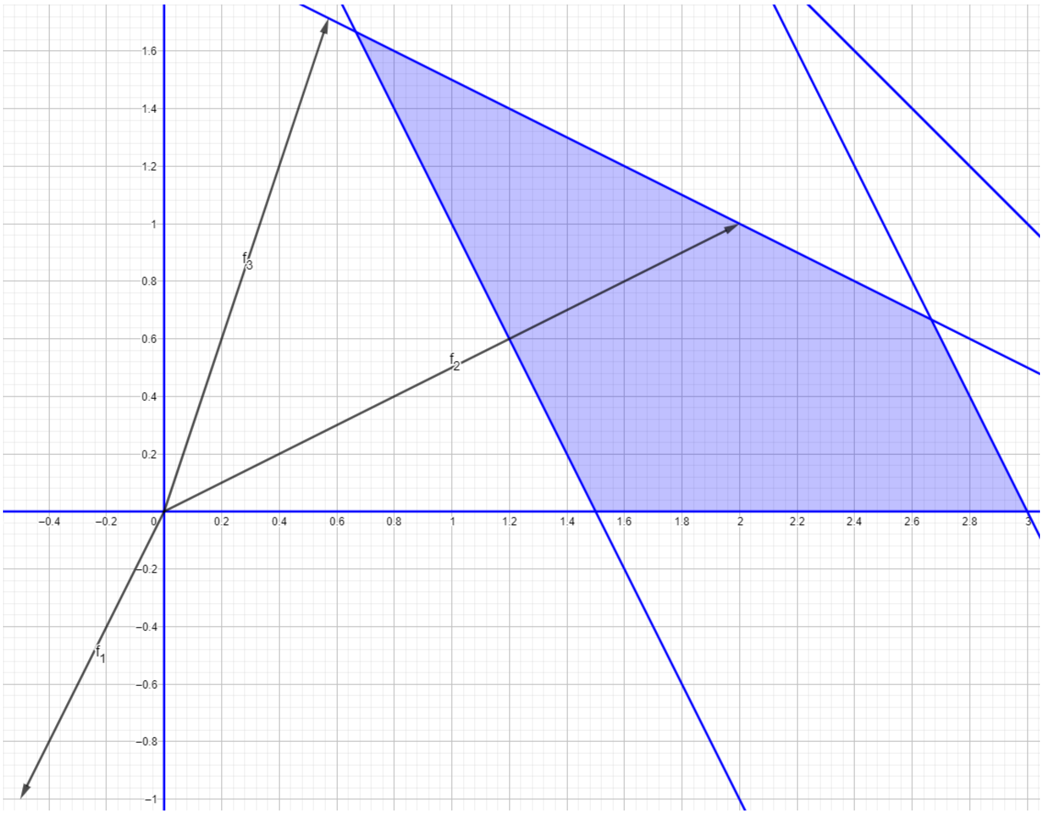

З графічних міркувань знаходимо

$$\tilde{x}_2 = \arg\max f_2(x_1, x_2) = (3 - t, 2t),\ t \in \left[0, \frac{1}{3}\right], \quad f_2^\star = \max_{x \in G_1} f_2(x_1, x_2) = 6.$$

Покладаючи величину поступки $\Delta f_2$ за другим критерієм рівною 3 отримуємо, що до допустимої області додається умова

$$f_2(x_1, x_2) \geq f_2^\star - \Delta f_2 = 3,$$

тому уточнена допустима область $G_2$ має вигляд:




З графічних міркувань знаходимо

$$\tilde{x}_3 = \arg\max f_3(x_1, x_2) = \left(\frac{2}{3}, 1\ \frac{2}{3}\right), \quad f_3^\star = \max_{x \in G_2} f_3(x_1, x_2) = 5\ \frac{2}{3}.$$

Оскільки це останній критерій, то ми не робимо поступок, а просто кажемо, що знайдена точка $\tilde{x}_3$ є розв'язком $x^\star$.

Наостанок зауважимо, що

$$f(x^\star) = \left(-4, 3, 5\ \frac{2}{3}\right).$$