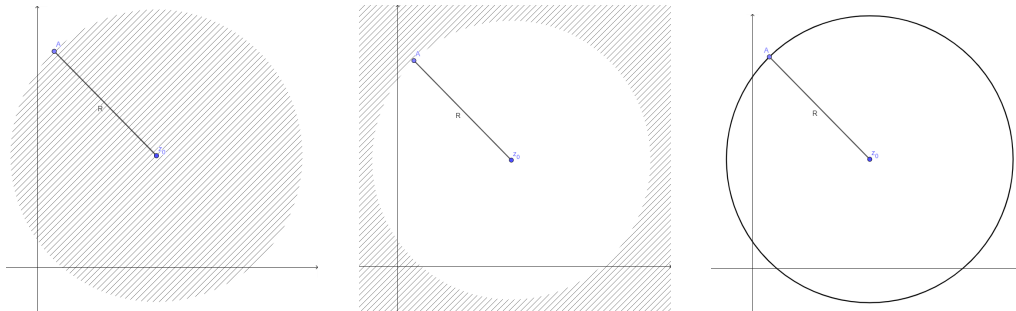


У задачах 1.23–1.34 необхідно з'ясувати геометричний зміст вказаних співвідношень.

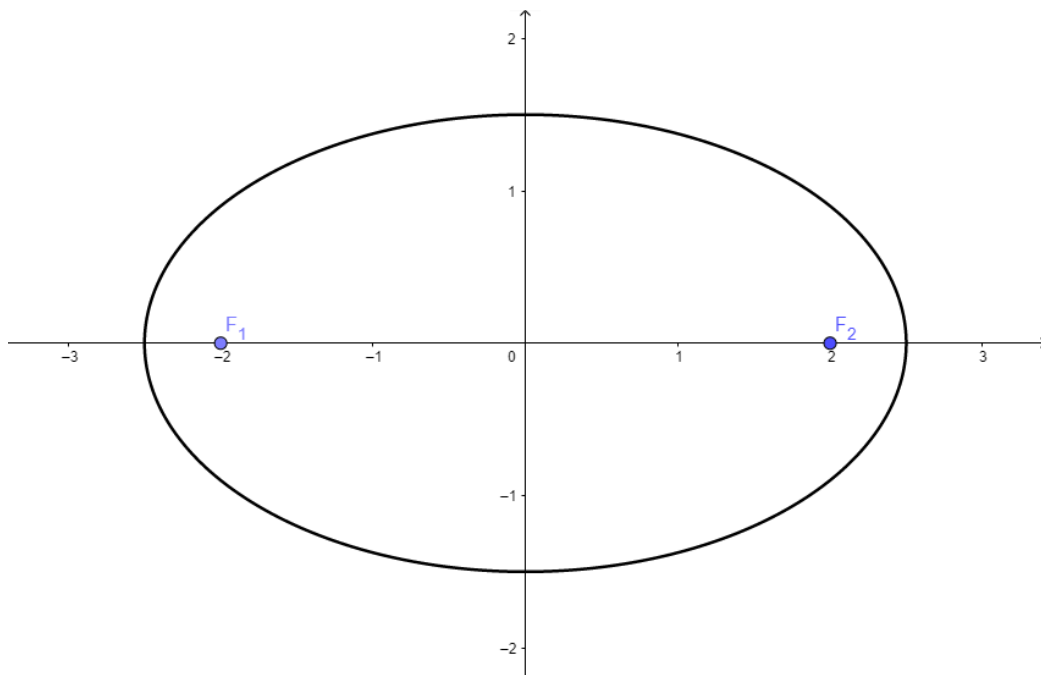
Задача 1.23. $|z - z_0| < R$; $|z - z_0| > R$; $|z - z_0| = R$.

Розв'язок. Внутрішність круга з центром z_0 і радіусом R , зовнішність цього круга, і коло яке є межею цього круга:



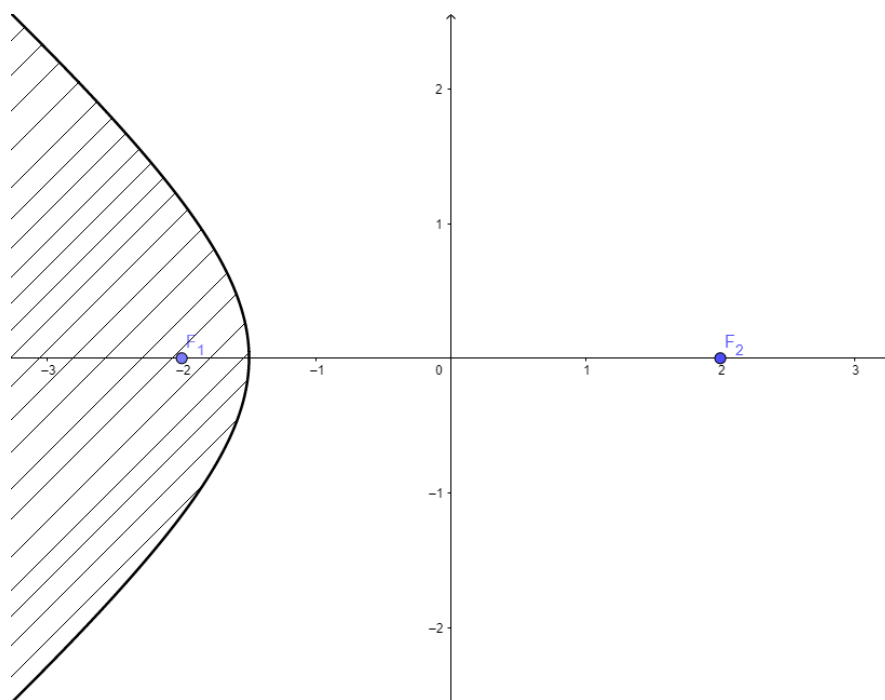
Задача 1.24. $|z - 2| + |z + 2| = 5$.

Розв'язок. Еліпс з фокусами $-2, 2$ і “радіусом” 5 :



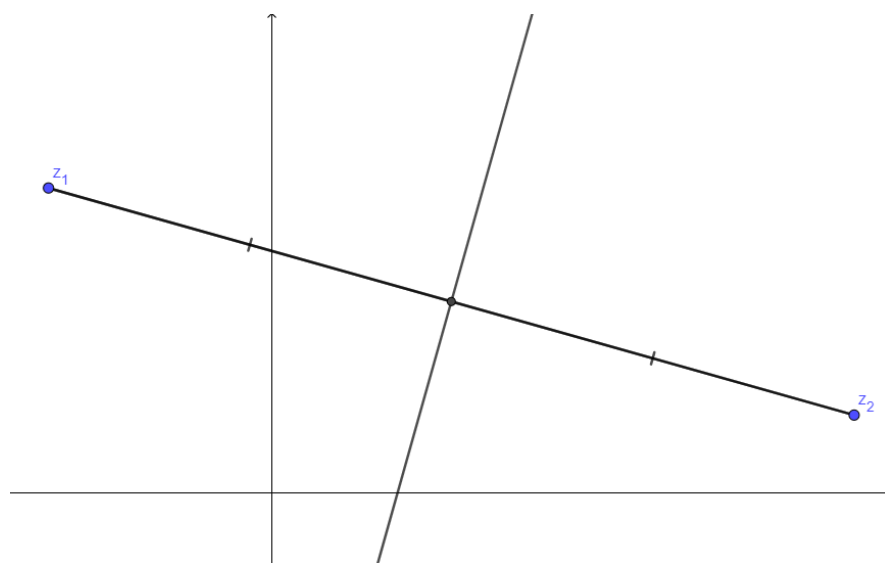
Задача 1.25. $|z - 2| - |z + 2| > 3$.

Розв’язок. Внутрішність “лівої” гілки гіперболи з фокусами $-2, 2$ і “радіусом” 3 :



Задача 1.26. $|z - z_1| = |z - z_2|$.

Розв’язок. Серединний перпендикуляр до відрізка, що сполучає точки z_1 і z_2 :



Задача 1.27. $\operatorname{Re} z \geq C$; $\operatorname{Im} z < C$.

Розв’язок. “Права” (замкнена, тобто із прямою, що є границею) півплощина відносно прямої $x = C$.

“Нижня” (відкрита, тобто без прямої, що є границею) півплощина відносно прямої $y = C$.

Задача 1.28. $0 < \operatorname{Re}(iz) < 1$.

Розв’язок. $\operatorname{Re}(iz) = \operatorname{Re}(i(x + iy)) = -y$, тому вказаний об’єкт – (відкрита) горизонтальна смуга $-1 < y < 0$.

Задача 1.29. $\alpha < \arg z < \beta$; $\alpha < \arg(z - z_0) < \beta$ ($-\pi < \alpha < \beta \leq \pi$).

Розв’язок. (Відкритий) кут від α до β з центром в 0 та z_0 відповідно.

Задача 1.30. $|z| = \operatorname{Re} z + 1$.

Розв’язок. Парабола з фокусом 0 і директрисою $x = -1$.

Задача 1.31. $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1$.

Розв’язок. “Ліва нижня” півплощина відносно прямої $x + y = 1$.

Задача 1.32. $\operatorname{Im} \frac{z-z_1}{z-z_2} = 0$; $\operatorname{Re} \frac{z-z_1}{z-z_2} = 0$;

Розв’язок. $\operatorname{Im} \frac{z-z_1}{z-z_2} = 0 \iff \arg(z - z_1) = \arg(z - z_2)$, тобто z належить прямій, що сполучає точки z_1 та z_2 .

$\operatorname{Re} \frac{z-z_1}{z-z_2} = 0 \iff \arg(z - z_1) = \pi/2 + \arg(z - z_2)$, тобто відрізки, що сполучають точки z і z_1 та z і z_2 перпендикулярні, тобто z належить колу, побудованому на відрізку, що сполучає точки z_1 і z_2 , як на діаметрі.

Задача 1.33. $|2z| > |1 + z^2|$.

Розв’язок.

$$|2z| > |1 + z^2| \iff (|z - i| - \sqrt{2}) \cdot (|z + i| - \sqrt{2}) < 0,$$

тому вказана множина $\in \mathcal{K}_{\sqrt{2}}(-i) \Delta \mathcal{K}_{\sqrt{2}}(i)$.