Prof. Vitor Cardoso (responsável)
Prof. Pedro Sacramento (práticas)
Prof. Rúben Conceição (práticas)
Prof. Diogo Bragança (laboratório)
Prof. Manuel Alonso (laboratório)
Prof. Sofia Freitas (laboratório)

Eng. Informática e de Computadores (LEIC)
Electromagnetismo e Óptica: Exame 2 (1 Julho 2017)

Duração: 1:30+1:30 horas

Justifique cuidadosamente todas as respostas e raciocínios
Exprima as unidades no sistema S.I. no final de cada resposta
Não é permitido o uso de formulários ou calculadoras

Teste I

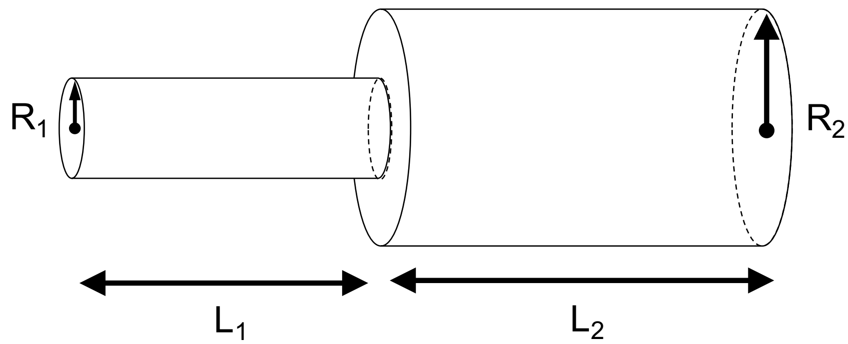
Problema 1 Usando a lei de Gauss, calcule o campo eléctrico criado por

a) (1.0 val.) Um fio rectílineo infinito, uniformemente carregado com uma densidade linear de carga $\lambda = -1C/m$, num ponto à distância $\mathbf{r}$ do fio. Se colocarmos um electrão nesse ponto, o que vai acontecer?

b) (1.0 val.) Um plano infinito, uniformemente carregado com uma densidade superficial de carga $\sigma = 1C/m^2$, num ponto à distância $\mathbf{r}$.

c) (1.0 val.) Refaça a) usando a lei de Coulomb.

Problema 2 Considere dois cilindros condutores, (**1**) e (**2**), com raios $\mathbf{R_1}$ e $\mathbf{R_2}$ e comprimento $\mathbf{L_1}$ e $\mathbf{L_2}$, colocados em série como na figura, com os eixos coincidentes. Ambos os cilindros apresentam uma condutividade, $\sigma_{\mathbf{c}}$. Sabendo que o sistema é atravessado por uma corrente $\mathbf{I_0}$, distribuída uniformemente.



a) (1.0 val.) Determine a densidade de corrente que atravessa cada um dos cilindros.

b) (1.0 val.) Qual a resistência de cada um dos cilindros?

c) (1.0 val.) Qual a diferença de potencial e o campo eléctrico em cada um dos cilindros?

d) (1.0 val.) Determine a resistência total do sistema e a diferença de potencial total.

Problema 3 Um condutor esférico oco, de raio $\mathbf{R_2}$ tem no seu interior uma esfera maciça condutora de raio $\mathbf{R_1}$. Foi colocada uma carga $\mathbf{Q}$ na esfera interior.

a) (1.0 val.) Determine o campo eléctrico em toda a parte. Qual a distribuição da carga na esfera maciça?

b) (1.0 val.) Determine o potencial eléctrico em toda a parte.

c) (1.0 val.) As duas esferas foram de seguida ligadas por um fio condutor. Retirou-se o fio condutor. Determine agora o potencial eléctrico em toda a parte, e a distribuição de carga na situação final.

Teste II

Problema 4 Numa espira quadrada de lado **L** e resistência **R** circula uma corrente **I**.

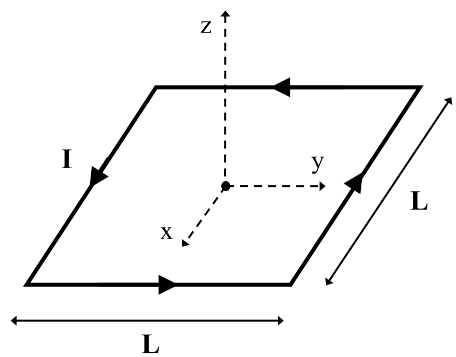


Figura 1: Espira quadrada percorrida por uma corrente **I**.

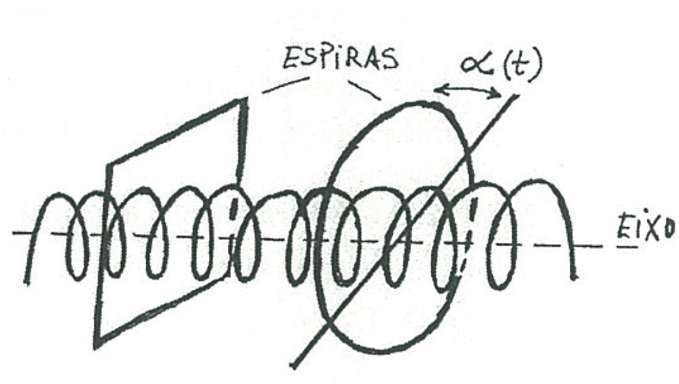
a) (1.0 val.) Qual a direcção e sentido do campo magnético gerado por esta corrente no centro da espira?

b) (1.0 val.) Determine, utilizando a lei de Biot-Savart, o campo magnético gerado por esta corrente no centro da espira. Sugestão: comece por considerar um único lado. Nota: $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$.

c) (1.0 val.) Indique a potência dissipada por efeito Joule devido à passagem de corrente pela espira.

d) (1.0 val.) Admita agora que a corrente na espira foi originalmente induzida por um campo magnético orientado na direcção z tal que $\mathbf{B}(\mathbf{t}) = \mathbf{B_0 t}$. Neste caso qual seria o sentido do campo magnético e qual o valor de B_0 para que a corrente **I** tenha o sentido apresentado na figura 1.

Problema 5 Um solenóide bastante comprido de raio **a**, com **N** espiras por metro é percorrido



por uma corrente **I**.

a) (1.0 val.) Determine o campo magnético **B** no interior do solenóide.

b) (1.0 val.) Determine o fluxo do campo magnético que atravessa uma espira quadrada de lado ℓ e outra circular de radio **r** colocada concêntricas com o eixo do solenoide, sendo ℓ e **r** maiores do que o raio do solenoide.

c) (1.0 val.) Determine a corrente eléctrica induzida na espira circular, de resistência **R**, quando o plano da espira é posto a oscilar em relação à normal ao eixo do solenóide (como se mostra na figura) com um ângulo $\alpha = \alpha_0 \cos \omega t$.

PROBLEMA 6 Considere uma onda plana monocromática que se propaga no vácuo com campo eléctrico $\vec{E}$ dado por:

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \sin\left[\omega t - \beta\left(\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y\right)\right] \\ E_y &= \alpha E_0 \sin\left[\omega t - \beta\left(\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y\right)\right] \\ E_z &= 0\,. \end{aligned}$$

Determine, detalhando os cálculos:

a) (1.0 val.) A direcção de propagação da onda.

b) (1.0 val.) Qual a relação entre β e ω?

c) (0.5 val.) O valor da constante $\alpha > 0$ para que se trate de uma onda plana monocromática.

d) (0.5 val.) A polarização da onda (linear, circular ou elíptica). Se não conseguiu determinar a constante α na alínea anterior, use $\alpha = 1$.

Tabela 1: Formulário

Electrostática:	Magnetostática:	Campos variáveis e indução:
$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}$	$\oint_\Gamma \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot\vec{n}dS$
$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times 10^9 \mathrm{Nm^2C^{-2}}$	$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\mathrm{Hm^{-1}}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$	$\oint \vec{B}\cdot\vec{n}\,dS = 0$	$\Phi_i = L_i I_i + M_{ij} I_j$
$\nabla\times\vec{E} = 0$	$d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$	$U_M = \frac{1}{2}\sum_i \Phi_i I_i$
$\oint \vec{D}\cdot\vec{n}\,dS = Q_{\mathrm{livre}}$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$	$u_M = \frac{B^2}{2\mu}$
$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_{\mathrm{livre}}$	$\oint_\Gamma \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot\vec{n}dS$	$\oint_\Gamma \vec{H}d\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot\vec{n}dS + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}\cdot\vec{n}dS$
$\sigma_{\mathrm{pol}} = \vec{P}\cdot\vec{n}_{\mathrm{ext}}$	$\vec{B} = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$	$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
$\vec{D} = \vec{P} + \varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$	$\vec{B} = \mu_0(\vec{M}+\vec{H})$	Interacção de partículas e campos:
$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$	$\vec{J}_M = \vec{\nabla}\times\vec{M}$	$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$
$Q = CV$	Ondas electromagnéticas:	Óptica:
$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$	$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$	$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$
	$\vec{n} = \frac{\vec{k}}{k} = \frac{\vec{E}}{E}\times\frac{\vec{B}}{B}$	$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$
Corrente elétrica estacionária:	$\vec{E} = v\vec{B}\times\vec{u}_k, \quad \vec{B} = \frac{\vec{u}_k\times\vec{E}}{v}$	Interferência entre ondas:
$\vec{J} = Nq\vec{v}$	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$	$d\sin\theta_{\mathrm{max}} = m\lambda$
$\vec{J} = \sigma_c\vec{E}$	$u = u_E + u_M$	$d\sin\theta_{\mathrm{min}} = m\lambda + \frac{\lambda}{m'}$
$I = \frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J}\cdot\vec{n}dS$	$\tan\theta_B = n_2/n_1$	$a\sin\theta_{\mathrm{min}} = m\lambda$ (difracção)
	Circuitos eléctricos:	
$P = \frac{V^2}{R} = RI^2 = VI$	$V = RI$	
$\vec{J} = \sigma_c\vec{E}$	$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$	$R_{serie} = \sum_i R_i$
$\frac{1}{R_{\mathrm{paralelo}}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$	$V_C = \frac{Q}{C}$	$V_L = L\frac{dI}{dt}$
	Geometria:	
$A_{\mathrm{esfera}} = 4\pi\, r^2$	$V_{\mathrm{esfera}} = \frac{4}{3}\pi\, r^3$	$A_{\mathrm{circulo}} = \pi\, r^2$