

# 1

存储数据大小为  $n$

```
1 int top(){
2     int res;
3     while(!A.empty()){
4         int tmp = A.front();
5         A.pop_front();
6         B.push_back(tmp);
7         if(A.empty())
8             res = tmp;
9     }
10    while(!B.empty()){
11        A.push_back(B.front());
12        B.pop_front();
13    }
14    return res;
15 }
```

---

时间复杂度  $O(n)$

```
1 void pop(){
2     while(!A.empty()){
3         int tmp = A.front();
4         A.pop_front();
5         if(!A.empty())
6             B.push_back(tmp);
7     }
8     while(!B.empty()){
9         A.push_back(B.front());
10        B.pop_front();
11    }
12 }
```

---

时间复杂度  $O(n)$

```
1 void push(int &x){
2     A.push_back(x);
3 }
```

---

时间复杂度  $O(1)$

```

1 bool empty(){
2     return A.empty();
3 }

```

时间复杂度  $O(1)$

## 2

### formula

出栈顺序等价于求  $n$  个 0,  $n$  个 1 组成的排列个数。

该排列满足性质, 对于任意其任意子排列  $[0,a]$ , 该子排列满足 0 的个数大于等于 1

总的排列数  $C_{2n}^n$

求不满足要求的排列数

对于任何不满足的排列, 存在一个子排列, 使得子排列有  $x+1$  个 1,  $x$  个 0, 然后将改子排列的 0, 1 互换, 就变成了  $n+1$  个 0,  $n-1$  个 1 的排列, 且这种转换一一对应。个数为  $C_{2n}^{n+1}$

Catalan 数  $= C_{2n}^n - C_{2n}^{n+1} = \frac{1}{n} C_{2n}^n$

### Prove

这道题等价于求当  $i < j < k$ , 所有可能出现的  $P_i, P_j, P_k$  的顺序

1.  $j$  入栈时,  $i$  已经出栈

1.1  $j$  出栈后,  $k$  入栈, 出站顺序  $i, j, k$   $P_i < P_j < P_k$

1.2  $k$  先入栈, 出站顺序  $i, k, j$   $P_i < P_k < P_j$

2  $j$  入栈时,  $i$  未出栈, 同时先于  $k$  入栈出栈

2.1  $k$  先于  $i$  出栈出栈顺序  $j, k, i$   $P_k < P_i < P_j$

2.2  $k$  后于  $i$  出栈出栈顺序  $j, i, k$   $P_j < P_i < P_k$

3  $k$  入栈,  $i, j$  都没出栈, 出栈顺序  $k, j, i$   $P_k < P_j < P_i$

综上, 对于  $P_i, P_j, P_k$  的排列, 只有  $P_j < P_k < P_i$  没有出现

所以不存在下表  $i, j, k$ , 使得  $P_j < P_k < P_i$