Соснин В.В., Балакшин П.В., Шилко Д.С. Введение в параллельные вычисления. – СПб: Университет ИТМО, 2020. – 51 с.**HET!!!!**

В пособии излагаются основные понятия и определения теории параллельных вычислений. Рассматриваются основные принципы построения программ на языке «Си» для многоядерных и многопроцессорных вычислительных комплексов с общей памятью. Предлагается набор заданий для проведения лабораторных и практических занятий.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по магистерским программам направления «09.04.04 – Программная инженерия», «09.04.01 –Информатика и вычислительная техника», и может быть использовано выпускниками (бакалаврами и магистрантами) при написании выпускных квалификационных работ, связанных с проектированием и исследованием многоядерных и многопроцессорных вычислительных комплексов.



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2020 © Соснин В.В., Балакшин П.В., Шилко Д.С., 2020

Содержание

In	Introduction					
1	Teo	ретические основы параллельных вычислений	7			
	1.1	History of parallel computing	7			
	1.2	Terms and Definitions	9			
	1.3	Classification of parallel systems (architectures)	14			
	1.4	Synchronization methods in parallel programs	17			
	1.5	Automatic parallelization of programs	20			
	1.6	The main approaches to parallelization	22			
	1.7	Atomic operations in a multithreaded program	23			
	1.8	Lock-free data structures	25			
2	Пок	Показатели эффективности параллельной программы 3				
	2.1	Parallel Acceleration and Parallel Efficiency	30			
	2.2	Amdal Method	33			
	2.3	Gustavson-Barsis Method	35			
	2.4	Modification of Amdal's law (according to Prof. Bukhanovsky	36			
	2.5	Measuring the runtime of parallel programs	37			
3	Практические аспекты параллельного программирования					
	3.1	Debugging Parallel Programs	41			
	3.2	Менеджеры управления памятью для параллельных про-				
		грамм	41			
	3.3	Технология OpenMP	43			
	3.4	Технология OpenCL	54			
	3.5	Ошибки в многопоточных приложениях	62			
4	Лабораторная работа №1. «Автоматическое распараллелива-					
	ние программ» 7					
	4.1	Порядок выполнения работы	70			
	4.2	Состав отчета	72			
	4.3	Подготовка к защите	73			
	4.4	Варианты заданий	73			
5	Лабораторная работа №2. «Исследование эффективности па-					
	раллельных библиотек для С-программ» 70					
	5.1	Порядок выполнения работы	76			
		Состав отчета	77			

	5.3	Подготовка к защите	78				
6	Лаб	Лабораторная работа №3. «Распараллеливание циклов с помо-					
•	щью технологии OpenMP»						
	6.1	Порядок выполнения работы	79				
	6.2	Состав отчета	80				
	6.3	Подготовка к защите	81				
7	Лабораторная работа №4. «Метод доверительных интервалов						
	при	при измерении времени выполнения параллельной OpenMP-					
	про	граммы»	82				
	7.1	Порядок выполнения работы	82				
	7.2	Состав отчета	83				
	7.3	Подготовка к защите	84				
8	Лабораторная работа №5. «Параллельное программирование с						
	исп	ользованием стандарта POSIX Threads»	85				
	8.1	Порядок выполнения работы	85				
	8.2	Состав отчета	86				
	8.3	Подготовка к защите	86				
9	Лабораторная работа №6. «Изучение технологии OpenCL»						
	9.1	Порядок выполнения работы	87				
	9.2	Состав отчета	87				
	9.3	Подготовка к защите	88				
Cı	тисок	: используемой литературы	89				

Introduction

Currently, most microprocessors are multi-core. This applies not only to desktop computers, but also to mobile phones and tablets (so far, only embedded computing systems are an exception). To fully realize the potential of a multi-core system, a programmer needs to use special methods of parallel programming, which are becoming increasingly popular in industrial programming. However, parallel programming methods are significantly more difficult to master than traditional sequential program writing methods.

The purpose of this study book is to describe practical tasks (laboratory work) that can be used to consolidate the theoretical knowledge gained as part of a lecture course on parallel programming technologies. In addition, the book summarizes the basic principles of parallel programming.

While programming multi-threaded applications, you have to resolve conflicts that arise when simultaneously accessing the shared memory of several threads. The following three conceptually different approaches are currently used to synchronize simultaneous access to shared memory:

- 1. **Explicit use of blocking primitives** (mutexes, semaphores, condition variables). This approach historically appeared first and is now the most common and supported in most programming languages. The disadvantage of this method is a rather high entry threshold, since the programmer is required to manage blocking primitives in the "manual mode", tracking conflict situations when accessing shared memory.
- 2. **Software Transactional Memory(STM)**. This method is easier to learn and use than the previous one, however it still has limited support in compilers, and it will also be able to fully manifest itself with the wider distribution of processors with hardware support for STM.
- 3. **Non-blocking algorithms** (lockless, lock-free, wait-free algorithms). This method implies a complete rejection of the use of blocking primitives with the help of complex algorithmic tricks. Moreover, for the correct functioning of the non-blocking algorithm, it is required that the processor supports special atomic (conflict-free) operations of the form "compare and exchange" (cmpxchg, "compare and swap"). Currently, most processors have this type of operation as part of the instruction system (with rare exceptions, for example: "SPARC 32").

The methodological manual proposed is devoted to the first of the listed methods, since he received the greatest coverage in literature and the greatest

application in industrial programming. Two other methods may be the subject of in-depth training courses on parallel computing.

1 Теоретические основы параллельных вычислений

1.1 History of parallel computing

Conversation about the development of parallel programming is usually begun with the history of the development of supercomputers. However, the world's first supercomputer CDC6600, created in 1963, had only one central processor, so it can hardly be considered a full-fledged SMP system.

The third-ever CDC8600 supercomputer was designed to use four processors with shared memory, which suggests the first use of SMP, but the CDC8600 was never released since its development was discontinued in 1972.

Only in 1983 was it possible to create a working supercomputer (Cray X-MP), which used two central processors that used shared memory. It is worth noting that a little earlier (in 1980) the first Russian multiprocessor computer Elbrus-1 appeared, however, it was significantly inferior in performance to supercomputers of that time.

Already in 1994 it was possible to freely buy a desktop computer with two processors, when ASUS released its first motherboard with two sockets - connectors for installing processors.

The next step in the development of SMP-systems was the emergence of multi-core processors. The first multi-core processor for mass use was POWER4, released by IBM in 2001. But the truly widespread multi-core architecture received only in 2005, when AMD and Intel released their first dual-core processors.

The figure 1 shows how much CPU with a different number of cores occupied when creating supercomputers at different times (according to the materials of the site (http://top500.org). Закрашенные области помечены цифрами 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 16 для обозначения количества ядер. Ширина области по вертикали равна относительной частоте использования процессоров соответствующего типа в рассматриваемом году.



Puc. 1: Frequency of using processors with different number of cores when creating supercomputers

As you can see, the active use of dual-core processors in supercomputers began already in 2002, and by about 2005 completely disappeared, whereas in desktop computers their use was only just beginning in 2005. Based on this, you can make a simple forecast of the prevalence of multi-core "desktop" processors by the desired year, if we assume that they in general outline repeat the development of multi-core architectures of supercomputers.

1.2 Terms and Definitions

Parallel computing – A method of organizing calculations in which the program is a set of interacting modules that work simultaneously. Typically, the concept of concurrency may include:

- 1. **Instruction level parallelism** one processor core can execute several instructions simultaneously. For example, this technology is implemented in Intel Pentium 4 processors.
- 2. **Hypertreading** one processor core is designed so that it can do the work of two threads at once. Implemented in the Intel Core i7 series processors. When performing laboratory work, it is important to disable this in the BIOS (if the processor is compatible with this technology), since it significantly affects the performance of parallel acceleration and efficiency.
- 3. **Multi core programming** a method for solving computational problems with simultaneous execution of program parts on different physical computing cores. All cores have shared memory banks, as they are located on the same computer. It includes the case of a multi-core processor architecture and a multi-processor architecture of a system in which there are several processors, since in both cases the program runs on several cores of one or many processors, but on one physical computer.
- 4. **Distributed computing** -a way to solve time-consuming computing problems using several computers, most often combined into a parallel computing system. Different parts of the program can run on different computers.

Usually the last two concepts are physically implemented using architectures. *SMP* и *MMP*. More details about these architectures can be found in the next section.

It is important to see difference between the concepts of parallel computing and parallel technologies. Let analyze the following concepts, which, although they are parallel technologies (at the core or internuclear interaction level), however, are not parallel calculations, but often textbf by mistake are assigned to them:

• Pipeline data processing (superscalarity) represents the simultaneous processing by the processor of several instructions, in which at one time for each of the instructions a different execution step is performed. For example, if any processor can simultaneously receive, decode, and execute an instruction, then when it receives the first instruction, it can decode the second and execute the third (figure ??). This way of organizing calculations is not parallel computing, because the instructions are still executed sequentially, and only one core is involved.



Puc. 2: Instruction pipelining

- SIMD-etensions (MMX, SSE) provide concurrency at the data level. For example, a processor can simultaneously multiply 4 numbers instead of one using the SSE instruction. However, the command flow still remains single, i.e. one program instruction is executed in a period of time, which is not the case of parallel computing.
- Preemptive Multitasking organized by the operating system. Several processes are in the execution queue and the OS decides how to manage the processor time between them. If the first thread is given a higher priority than the second, then the OS will allocate more time to execute the first thread, only one thread will be executed at a time, therefore, preemptive multitasking is also not included in the concept of parallel computing.

Various parallelization technologies are used to organize parallel computing:

- **Process** the most heavyweight mechanism used for parallelization. Each process has its own independent address space, so data synchronization between processes is long and complicated. May include several threads of execution.
- Thread It runs independently of other threads, but has a common address space with other threads in the same process. At this level, data synchronization mechanisms are used (will be discussed later).
- **Fiber** lightweight thread of execution. Like threads, fiber has a common address space, however, it uses joint multitasking instead of preemptive one. The OS does not switch the context from one thread to another, instead, the main thread itself allocates time for the child fiber to work, or is blocked logically (that is, the programmer controls the fiber life cycle). Also, all fibers work on one core, unlike threads, which can work on different kernels.

For a better understanding of threads, we will schematically consider its life cycle. Figure 3 shows that the flow can be in three states - readiness, expectation and fulfillment. After creating the stream, it is in a ready state. Then, the OS decides to change its state (clarifying multitasking). For fiber, the life cycle is the same, but the programmer or synchronization mechanisms control the transitions between them.

Different standards of programming languages can add new states to the life cycle of threads, for example, blocking a thread, interrupting a thread, and others, but the general scheme of work remains the same.



Puc. 3: Thread lifecycle

Among programmers there are concepts of **thread-safe** μ **reentrant** functions, however, they may have different meanings in different communities. Definitions are written from various sources in table 1.

Таблица 1: Definitions of thread-safe and reentrant functions

Источник определения	Thread-safe	Reentrant
Qt	Внутри функции обращение ко всем общим переменным осуществляется строго последовательно, а не параллельно (Thread-safe является reentrant, но не наоборот)	При вызове функции одновременно несколькими потоками гарантируется правильная работа, только если потоки не используют общие данные
Linux	Функция показывает правильные результаты, даже если вызвана несколькими тредами одновременно	Функция показывает правильные результаты, даже если повторно вызвана изнутри себя
POSIX	?	Функция показывает правильные результаты, даже если вызвана несколькими тредами одновременно

Consider examples of functions that fit the definition of the Linux

community.

```
1
    int t;
2
    void swap(int *x, int *y) {
3
      t = *x;
4
      *x = *y;
5
     // hardware interrupt
      *y = t;
6
7
8
   void interrupt_handler() {
9
      int x = 1, y = 2;
      swap(&x, &y);
10
11
```

This function is not thread safe, not reentrant, because all threads calling it will use the common variable t. If you call the function inside itself, then the value of t is overwritten and the parent function will not work correctly. Let's try to fix these errors by declaring a variable of type t threadint.

```
threadint t;
2
    void swap(int *x, int *y) {
3
      t = *x;
4
      *x = *y;
5
      // hardware interrupt
      *y = t;
6
7
8
   void interrupt handler() {
      int x = 1, y = 2;
10
      swap(&x, &y);
11
```

Now the compiler will create a copy of the variable for each thread t and the function will become thread safe, however, it is still not reentrant for the same reason. We will save the value of the global variable t at the beginning of the function and restore it at the end.

```
1
    int t;
2
    void swap(int *x, int *y) {
3
4
      s = t; // save global variable
5
      t = *x;
      *x = *y;
6
7
      // hardware interrupt
8
9
      t = s; // restore global variable
10
    void interrupt_handler() {
11
12
      int x = 1, y = 2;
13
      swap(&x, &y);
14
```

The new function is reentrant, but again non thread-safe. Finally, we give an example of a standard and proper implementation of swap(), which is thread safe and reentrant:

```
void swap(int *x, int *y) {
1
2
      int t = *x;
3
      *x = *y;
4
      // hardware interrupt
5
6
7
    void interrupt handler() {
8
      int x = 1, y = 2;
9
      swap(&x, &y);
10
```

1.3 Classification of parallel systems (architectures)

By physical architecture, parallel systems can be divided into 2 types:

- 1. **SMP** (Shared Memory Parallelism, Symmetric MultiProcessor system) multiprocessing, multicore, GPGPU.
- 2. **MPP** (Massively Parallel Processing) cluster systems, GRID (distributed computing).

Next, we consider these two architectures in more detail.

SMP - architecture of multiprocessor systems in which two or more identical processors of comparable performance are connected in the same way to the shared memory (and peripheral devices) and perform the same functions (why, in fact, the system is called symmetrical). SMP systems are also called tightly coupled multiprocessors, since in this class of systems processors are closely connected to each other via a common bus and have equal access to all resources of the computing system (memory and input-output devices) and are controlled by all one copy of the operating system. In this architecture, all processors are located on the same physical machine, so they have common memory banks. There are two types of connecting processors to shared memory:

• The connection on the system bus is shown in the figure. 4. In this case, only one processor can access memory at any given moment, which imposes a significant limitation on the number of processors supported in such systems. The more processors, the greater the load on the shared bus, the longer each processor must wait until the bus is free to access the memory. A decrease in the overall

performance of such a system with an increase in the number of processors occurs very quickly, therefore, usually in such systems the number of processors does not exceed 2-4. An example of SMP machines with this method of connecting processors is any entry-level multiprocessor server.



Puc. 4: SMP architecture. Processor connection via system bus

• The crossbar switch is shown in the figure. 5. With this connection, the entire shared memory is divided into memory banks, each memory bank has its own bus, and the processors are connected to all buses, having access to any of the memory banks through them. Such a connection is technologically more complex, but it allows processors to access shared memory at the same time. This allows you to increase the number of processors in the system to 8-16 without a noticeable decrease in overall performance.



Puc. 5: SMP architecture. Processor connection via dial-up connection

The advantages of this approach are the high speed of data exchange between processors and the relative simplicity of software development. However, there may be problems with the scalability of the system (if there are only 2 sockets on the motherboard, you can't put 3 processors anymore).

MMP - architecture of multiprocessor systems, in which the memory between the processors is physically divided. On such systems, distributed computing is performed. The system is built from separate nodes containing a processor, a local memory bank, communication processors or network adapters, sometimes hard drives and other input-output devices. Access to the memory bank of this node is available only to processors from the same node. The nodes are connected by special communication channels (figure 6).



Puc. 6: MMP Architecture

The advantages of this approach are its good scalability (if necessary, to increase system performance it is enough to simply add more nodes). However,

the speed of interprocessor exchange is significantly reduced, since memory banks are now physically separated. Also, the cost of the software that distributes the calculations is very high.

1.4 Synchronization methods in parallel programs

In parallel programs, the developer often faces the problem of synchronization between threads. As a rule, problems arise when accessing memory and at the same time executing some critical sections of code - critical sections.

Critical area is the section of the program, which must be executed with the exclusive right of access to shared data referenced in this program. A process preparing to enter a critical area may be delayed if any other process is in progress at that time in a similar critical area.

This section will discuss in detail thread synchronization mechanisms at the program level.

The following methods are available for solving thread synchronization problems:

- Atomic operations are operations that are performed in their entirety or not at all. For example, a transaction to a database is an atomic operation. When two threads try to increment the same memory cell out of sync, the value can increase by 2, or maybe 1, depending on the behavior of the threads, since the increment operation is at least 3 assembler instructions. To avoid this, it is worth declaring the data type atomic (if there is one in this programming language / library). A special case of atomic operations is read-modify-write operations: compare-and-swap, test-and-set, fetch-and-add. The problem of the implementation of atomic operations will be raised in more detail in the section.
 - 1.7 Atomic operations in a multithreaded program.
- **Semaphore** an object that limits the number of threads that can enter this area of code. Typically, this number is set when the semaphore is initialized. Then, when capturing a semaphore by a thread, the number of threads that captured the semaphore is checked. If the maximum number of threads is reached, then the thread will wait until some of the threads that entered the code area release it. Often the use of semaphores is unjustified, since the overhead of creating and maintaining a semaphore is large. You should also avoid the "semaphore leak" a situation in which the thread does not exit the

semaphore when the code area completes execution if the programmer forgot to free the resource.

- **Reader/writer semaphore** πives the threads *only* read or write permissions, and while writing data to one thread, the rest of the threads do not have access to the resource. However, in such semaphores there may be a problem *resource starvation*, in which while streams will read data, other streams will not be able to write data for a long period of time or vice versa. A particular solution to this problem with equal priority of threads can be sequential access of threads in the queue to access and write.
- Mutex is a special case of a semaphore, in which only one thread can capture a given area of code. If the mutex serves several critical sections, only one thread can be in any of the critical sections. It is often used in the organization of critical section management, since it is "lighter"than the classical semaphore (it is enough to store one boolean variable instead of a counter), but unlike it, it is assumed that the same stream will capture and release the mutex. It should be noted that in the C++11, in addition to the standard mutex, there are various modifications of it: recursive_mutex mutex that allow re-entry into the critical section by the same stream. timed_mutex mutex with capture timer, and recursive_timed_mutex, combining the advantages of both versions.
- **Spinlock** is a lock in which a thread in a loop waits for a resource to free. It is not always the optimal solution, since the waiting thread works while waiting. Inside the code section, thread interruptions must be avoided to avoid deadlock.
- **Seqlock** synchronization mechanism designed to quickly record a variable in multiple threads. The Linux kernel works as follows: the thread waits until the critical section is released (spinlock); when entering the section, the counter increments, the stream does its work. When exiting a section, the flow checks the counter value. If the counter value has not changed, it means that no one has written data at the moment and the stream exits the critical section, otherwise it reads the value of the variable again.
- **Knuth–Bendix completion algorithm** One of the solutions to synchronization problems is the Knuth-Bendix algorithm from the course of discrete mathematics. With it, you can go from a sequential

- program to a cascading one. However, this algorithm does not work for all programs; sometimes it can go into an infinite loop or fail.
- **Barier** a part of code in which the state of threads is synchronized. For example, if a function in the main thread requires all child threads to finish their work, you can put a barrier in front of it. Then it will wait for the completion of the child threads, after which all threads will continue to work. An example of a barrier implementation may be a critical section, the code of which is allowed to be executed only by the last thread that requested execution. The rest of the threads should expect it. To do this, you need to know how many threads should come to the barrier.
- Non-blocking algorithms. It is often useful not to use standard locking techniques, but to make the algorithm non-blocking. In this case, the programmer must independently guarantee that critical sections of the code will not be executed simultaneously and the integrity of the shared memory. Another advantage of such algorithms is the safe handling of interrupts. Other synchronization technologies are often used to implement such algorithms: readmodify-write, CAS (see section 1.7) and etc.
- RCU (read-copy-update) is an algorithm that allows threads to efficiently read data, leaving the data updated at the end of the algorithm, while guaranteeing relevant data. Only one thread can write data, but multiple threads can read data at once. This is achieved, for example, by atomic pointer substitution (CAS). Old versions of the data are stored for past hits, as long as they have at least one pointer. There are newer tools for replacing the pointer: a separate deadlock for writers or the membarrier mechanism used in recent versions of Linux. RCU can be useful in organizing data structures without explicit locks.
- **Monitor** An object encapsulating a mutex and utility variables to provide secure access to a method or variable by multiple threads. The monitor characterizes that at one moment only one thread can execute any of its methods. For example, if we have a class (in C ++ terms) Account with add methods_money(), sub_money(), it makes sense to make it a monitor so that there are no conflicts when conducting operations with the account.

However, it is not necessary to organize parallel computations using synchronization or locks. Some technologies offer an alternative approach to parallel computing:

- **Program Transactional Memory** a memory model in which operations performed on memory cells are atomic. Advantages of use: ease of use (enclosing code blocks in a transaction block), lack of locks, however, if used incorrectly, performance may drop, as well as the inability to use operations that cannot be undone inside a transaction block. In the compiler, GCC is supported since version 4.7 as follows:
 - 1. __transaction_atomic { ... } an indication that the code block is a transaction;
 - 2. __transaction_relaxed { ... } an indication that the unsafe code inside the block does not lead to side effects;
 - 3. transaction cancel explicit transaction cancellation;
 - 4. attribute((transaction_safe)) indication of a transaction-safe function;
 - 5. attribute((transaction_pure)) indication of function without side effects.
- Actor model a mathematical model of parallel computing, in which the program is an actor objects that interact with each other and can create new actors, send and send messages to each other. The parallelism of computations within one actor is assumed. Each actor has an address to which you can send a message. Each actor works in a separate thread. The actor model is used to organize email, some SOAP web services, and etc.

Despite the large number of synchronization methods, it is most often necessary to proceed from the problem being solved. For example, if we want to make a general incremental integer variable for several threads, it makes no sense to create a mutex or semaphore, it is more optimal to make the variable atomic. Always consider the overhead of creating locks and development time.

1.5 Automatic parallelization of programs

Parallel programming is a rather complicated manual process, so it seems obvious that it needs to be automated using a compiler. Such attempts

are made, however, the efficiency of auto-parallelization is not yet sufficient, because good indicators of parallel acceleration are achieved only for a limited set of simple for-cycles in which there are no data dependencies between iterations and the number of iterations cannot change after the start of the cycle. But even if the two indicated conditions are satisfied in a certain for-cycle, but it has a complex non-obvious structure, then its parallelization will not be performed. Types of automatic parallelization:

- Fully automatic: participation of the programmer is not required, all actions are performed by the compiler.
- *Semi-automatic:* programmer gives instructions to the compiler in the form of special keys that allow you to adjust some aspects of parallelization.

Weaknesses of automatic parallelization:

- erroneous change in program logic
- speed reduction instead of increase.
- lack of manual parallelization flexibility.
- only cycles are efficiently parallelized.
- inability to parallelize programs with a complex algorithm of work.

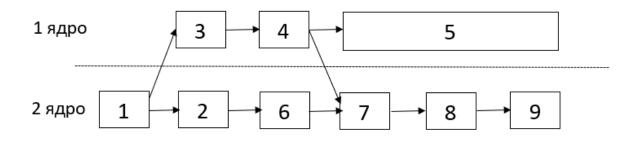
Here are examples of how the c-program in the src.c file can be automatically parallelized using some popular compilers:

- Compiler GNU Compiler Collection: gcc -O3 -floop-parallelize-all -ftree-parallelize-loops=K -fdump-tree-parloops-details src.c. In this case, the programmer can choose the value of the parameter K, which is recommended to be set equal to the number of cores (processors). Features of the auto-parallelization implementation in gcc are dedicated to an independent project:
 - https://gcc.gnu.org/wiki/AutoParInGCC.
- Intel compiler: icc -c -parallel -par-report file.cc
- Oracle compiler: solarisstudio -cc -O3 -xautopar -xloopinfo src.c

1.6 The main approaches to parallelization

In practice, there are a large number of parallel programming patterns. However, all these patterns basically use three basic approaches to parallelization:

- **Data parallelization:** The programmer finds in the program an array of data whose elements the program sequentially processes in some func function. Then the programmer tries to break this data array into blocks that can be processed in func independently of each other. Then the programmer starts several threads at once, each of which executes func, but at the same time processes data blocks different from other flows in this function.
- **Instruction parallelization:** The programmer finds in the program sequentially called functions, the process of which does not affect each other (such functions do not change common global variables, and the results of one are not used by the other). Then the programmer starts these functions in parallel threads.
- Parallelization of information flows: A program is a set of functions that can be performed, and several functions can expect the result of the previous ones. In this case, each core performs the function for which the data is already ready. Consider this method as an example of an abstract dual-core processor, as the most difficult to understand. The structural algorithm shown in the figure 7 consists of 9 functions, some of which use the result of the previous function in their work. We assume that function 3 uses the result of the function 1, and function 7 uses the result of functions 4 and 6, etc., and also function 5 is executed in time approximately as much as functions 7, 8, and 9 combined. Then, on a dual-core machine, this parallelization method will be the optimal solution.



Puc. 7: An example of the operation of a structural algorithm on a dual-core processore

The three methods described are easier to understand by analogy from everyday life. Let two students in the construction team be given the task of sweeping the street and painting the fence. If students decide to use data parallelization, he will first sweep the street together, and then paint the fence together. If they decide to use parallelization according to the instructions, then one student will completely sweep the street, and the other will paint the entire fence at this time. This situation cannot be parallelized over the information flows, since these two actions are in no way dependent on each other. If we assume that they both need tools for work, then one of them must first go after them, and then both of them will begin to do their work.

In more cases, the decision to use the method is obvious due to the internal features of the parallelized program. The choice of method is determined by which one loads flows more evenly. Ideally, all threads should finish the work allocated to them approximately at the same time in order to optimally load the kernels (processors) and so that the threads that have finished their work do not stand idle while waiting for the completion of work by neighboring threads.

1.7 Atomic operations in a multithreaded program

The main problem with parallel programming is the need to resolve conflicts while accessing the shared memory of several threads. To solve this problem, they usually try to streamline the access of streams to shared data using special tools - synchronization primitives. However, the question arises whether there are such atomic atomic operations, the execution of which by several threads simultaneously does not require synchronization of actions, because these operations would be performed by the processor in one fell swoop, or, as they say, atomically (i.e., no other operation can push the previous atomic operation out of the processor before it is completed).

Almost all assembler instructions are such operations, since at a low level they use only those operations that are present in the processor command system, which means that they can be performed atomically (uninterruptedly). However, when compiling a C program, C language commands are usually translated into several assembler instructions. In this regard, the question arises about the possible existence of C-commands that are compiled into one assembler instruction. Such commands could not be "protected" by synchronization primitives (mutexes) in parallel programming.

However, there are very few such operations, and some of them can behave both atomically and non-atomically depending on the hardware platform for which the C program is compiled. Consider the simplest increment command of an integer variable (int type) in C: "w++". You can easily verify (for example, using the gcc compiler's S' key) that this command will be translated into three assembler instructions (take from memory, increase, put back):

```
1 movl w, %ecx
2 addl $1, %ecx
3 movl %ecx, w
```

This means that it is not safe to perform the increment operation of a variable in several threads at the same time, because when executing assembler instruction 2, the thread can be interrupted and the processor transferred to another thread, which will receive an incorrect value of the undereduced variable.

It is logical to assume that assignment operations should not have the described problem. Indeed, in Assembler there is a separate instruction for writing the value of a variable to the specified address. Unfortunately, this assumption is not completely true: when assigning a variable of type char, this operation will be performed by a single assembler instruction. However, with other data types this cannot be said for sure. The general rule of thumb can be roughly stated as follows: "the atomicity of the assignment operation is guaranteed only for operations with data whose bit capacity does not exceed the processor bit capacity"

For example, when assigning an int variable to a 32-bit processor, one assembler instruction will be generated. However, when compiling the same operation on a 16-bit computer, two assembler instructions will be generated to write the low and high bits independently.

The formulated rule works with the assignment of variables and expressions, however, it cannot always be satisfied with the assignment of constants. Consider an example of C-code in which a 64-bit variable s (type uint64 _t) is assigned a large number, obviously exceeding the 32-bit value:

```
1    uint64_t s;
2    s = 999999999991;
```

This code will be translated into the following assembler code on a 64-bit processor:

```
1 movabsq $99999999999, %rsi
2 movq %rsi, s
```

As you can see, the assignment operation was translated into two assembler instructions, which makes it impossible to safely parallelize such an operation.

This rule applies not only to the assignment operation, but also to the operation of reading a variable from memory, so any of these operations in a thread-safe environment will have to be protected by mutexes or critical sections.

A special case of atomic data changes is structure changes. To do this, we need to use a CAS operation with a pointer to this structure. Performing such an operation, the processor will create a second data structure with the specified fields and compare it with the old version of the structure. If the value of at least one field has changed, then it will atomically replace the pointer. There is overhead in this: even a simple change of one field of the structure requires the creation of a full copy of the structure, then to replace the pointer.

1.8 Lock-free data structures

In multi-threaded programs, problems with thread collaboration usually occur when accessing shared resources. In addition to the blocking approach using synchronization primitives, they also use the non-blocking approach. To avoid race conditions, you can use special non-blocking data structures. This approach is based on the use of atomic variables and lock-free or wait-free objects.

A shared object is called a lock-free object if it guarantees that some thread completes the operation on the object in a finite number of steps, regardless of the results of other threads.

An object is wait-free if each thread completes an operation on an object in a finite number of steps.

The question may arise: why are non-blocking data structures needed, if synchronization primitives can be used to access the usual data structure. Lock-free structures have several advantages over blocking data structures. So, in terms of bandwidth, they exceed blocking ones by 1.5–3 times, however, both blocking and non-blocking queues have poor scalability with respect to the number of threads. In terms of the delay of elements in the queue, non-blocking queues also have better characteristics, but their advantage is quite small. Also, the use of synchronization primitives can lead to deadlock, and errors can also occur associated with forgetting to capture or release primitives.

Lock-free data structures do not contain locks and remain in a consistent state regardless of the number of threads accessing it at the same time. Such data structures can be organized using RMW - read, modify and write operations that occur atomically.

An example of RMW operation is CAS. In the C ++ library, there are two options for implementing this operation: weak and strong (figure ??).

Weak version may return false in case when the read value was equal to the expected one. Strong always returns the correct value.

Puc. 8: Signatures of CAS operations in the C ++ library

An alternative to CAS operations is a pair of LL/SC operations in ARM processors. The load-link operation loads a value from memory, and store-conditional sets a new value, but only if the memory area has not changed. To implement LL/SC operations, we had to change the cache structure so that a LINK flag is added to each cache line. The flag is set during LL operation and is reset during SC or cache line preemption. LL/SC operations are not subject to the ABA problem, however, false sharing may occur due to hardware implementation. In modern processors, the cache line length is 64 - 128 bytes, therefore, several variables can be in the same cache line. When working with multiple variables on the same line, LL/SC operations will have a common LINK flag, which can lead to incorrect operation. In order to avoid this problem, one should place one variable in a line.

```
struct data {
  atomic_int nShared1;
  /* padding for cache line = 64 - sizeof(atomic_int) = 60 byte */
  char _padding1[60];
  atomic_int nShared2;
  /* padding for cache line=60 byte */
  char _padding2[60];
};
```

CAS operation can be quite easily implemented using LL / SC operations:

```
bool CAS(int *pAddr, int nExpected, int nNew) {
  if (LL(pAddr) == nExpected)
    return SC(pAddr, nNew);
  return false;
}
```

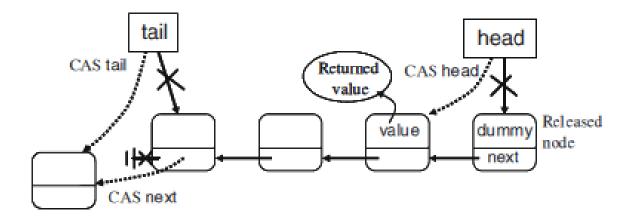
It is also important to understand that lock-free algorithms are sensitive to reordering machine instructions in their code. To avoid this, memory barriers

are used. The memory barrier X_Y ensures that all X-operations before the barrier are executed before the Y-operations after the barrier begin to be executed. In theory, there are 4 types of barriers - LoadLoad, LoadStore, StoreLoad, StoreStore, but not all of them are implemented in all architectures. There are 4 processor memory models:

- **Relaxed model** reordering of any memory access instructions is possible, even depending on the data (DEC Alpha).
- Weak model reordering of any read and write instructions is possible, except for those that have data dependencies(ARM, PowerPC, Intel Itanium).
- **Strong model** only reordering read to write is possible (x86).
- **Sequentual consistency model** any reordering is prohibited.

There are various lock-free data structures: queues (with strict and weakened order), stack, linked lists, hash tables. In C ++, data structure data can be used by connecting various libraries. For example, Boost contains the implementation of the queue and stack, and Libcds contains all of the above.

An example of a lock-free data structure is the Michael-Scott queue. This queue is implemented on the basis of a singly linked list and two pointers, one of which points to the head of the list (dummy node), and the other to the tail (рисунок 9).



Puc. 9: Michael-Scott queue

Consider the simplified queue code from the libcds library. Below is the enqueue function - adding to the queue. First, the passed value is put in node. Then we try to put it in the tail of the line. After receiving the current tail, the pointer advances until it reaches the actual tail. Then the value is put at the end of the queue and the value of the inserted element is assigned to the tail.

```
1
    bool enqueue (value_type& val) {
2
      node_type * pNew = node_traits::to_node_ptr(val);
 3
 4
      node_type * t = m_pTail;
 5
6
      while (true) {
7
        //продвижение хвоста
8
        node_type * pNext = t->m_pNext.load();
9
        if (pNext != nullptr) {
10
          m_pTail.compare_exchange_weak(t, pNext);
11
          continue;
12
        }
13
14
        //фактическая вставка нового элемента
15
        node_type * tmp = nullptr;
        if (t->m_pNext.compare_exchange_strong(tmp, pNew))
16
17
          break;
18
      }
19
20
      //попытка продвинуть хвост
21
      //в случае неудачи это сделает позже другой поток
22
      m_pTail.compare_exchange_strong(t, pNew);
23
24
      return true;
25
    }
```

In order to get an element from the queue (dequeue function), so that the queue is not empty, and also that the tail and voices are advanced. The code is below.

```
1
    value_type * dequeue() {
2
3
      node_type * pNext;
4
      node_type * h;
5
6
      while (true) {
7
        h = m_pHead;
8
        pNext = h->m_pNext;
9
10
        // ктото- успел изменить связь между головой и следующим узлом
11
        if (m_pHead.load() != h)
12
          continue;
13
14
        //очередь пуста, голова всегда dummy node
15
        if (pNext == nullptr)
16
          return nullptr;
17
18
        //хвост оказался не продвинут, пытаемся продвинуть
19
        node_type * t = m_pTail.load();
20
        if (h == t) {
21
          m_pTail.compare_exchange_strong(t, pNext);
22
          continue;
23
        }
24
25
        //продвигаем голову
26
        if (m_pHead.compare_exchange_strong(h, pNext))
27
          break;
28
      }
29
30
      return pNext;
31
    }
```

2 Показатели эффективности параллельной программы

2.1 Parallel Acceleration and Parallel Efficiency

To evaluate the effectiveness of a parallel program, the performance indicators of this program are compared when it is run on several identical computing systems, which differ only in the number of central processors (or cores). In practice, several independent hardware platforms are rarely used for this purpose because it is quite difficult to ensure their full identity in all respects. Instead, measurements are performed on a single multiprocessor (multi-core) computing system, in which the number of processors (cores) involved in the calculations is artificially limited. This is usually achieved in one of the following ways:

- Setting the affinity of processors (cores).
- Virtualization of processors (cores).
- Controlling the number of threads of execution.

Affinity setting. By affinity (processor affinity/pinning) is meant the instruction to the operating system to run the specified thread/process on an explicitly specified processor (core). Affinity can be established either using a special system call from within the parallel program itself, or in some way from outside the parallel program (for example, using the Task Manager or using the start command with the / AFFINITY key in MS OS Windows, or the "taskset' command on Linux). The disadvantages of this method are:

- The need to modify the parallel program under study when using a system call from the program itself..
- Inability to control affinity at the thread level, as usually, the OS allows affinity to be set only for processes when affinity is set by means external to the parallel program.

Virtualization of processors (cores). When creating a virtual computer in most specialized programs (for example, VMWare,

VirtualBox) it is possible to "highlight' the created virtual machine not all the processors (kernels) present in the host system, but only a part of them. This can be used to simulate a test environment with a given number of cores (processors). For example, figure 10 shows that for a custom virtual machine, of the eight available physical (and logical) processors, only three are available.



Puc. 10: Choosing the Number of Virtual Processors in Oracle VirtualBox

The disadvantage of this approach is the virtualization overhead, which in an unpredictable way can affect the results of experimental measurements of parallel program performance. The advantage of virtualization (in comparison with controlled affinity) is a more natural behavior of the tested program when using available processors, because The OS does not give hard instructions that certain threads should always be "tied" to predefined processors (cores) - this feature allows you to more accurately reproduce the scenario of potential "live" use of the program under test, which increases the reliability of the obtained performance measurements .

Thread management. Quite often, the number of threads created during the work of a program is not set in the form of a rigidly fixed value. On the contrary, it is a flexibly configurable quantity p, the choice of the value of which allows optimal use of the computing resources of the hardware platform on which the program runs. This allows the program to "adapt" to the number of processors (cores) that are available on a particular computer.

This feature of a parallel program can be used to experimentally measure its performance indicators, for which a parallel program is started at $p=1,2,\ldots,n$, where n is the number of available processors (cores) on the multiprocessor hardware platform used for testing. The described approach allows you to artificially limit the number of processors (cores) used in the

program, because at any time, a parallel program can be executed no more than p calculators. By analyzing the measurements of the program speed obtained for various p, it is possible to calculate the values of some indicators of parallelization efficiency (see below).

Parallel speedup. In contrast to the concept of the value of acceleration used in physics as an increase in speed per unit time, in programming, parallel acceleration is understood to be a dimensionless quantity that reflects the increase in the speed of parallel program execution on a given number of processors compared to a single-processor system, i.e.

$$S(p) = \frac{V(p)}{V(1)},\tag{1}$$

where V (p) is the average speed of program execution on p processors (cores), expressed in arbitrary units of work per second (W/s). Examples of W/S can be the number of summed matrix elements, the number of image points processed by the filter, the number of bytes written to the file, etc.

It is believed that the value of S(p) can never exceed p, which on the intuitive level sounds plausible, because with an increase in the number of employees, for example, four times it is not possible to get the job done five times faster. However, as we consider below, in experiments, super-linear parallel acceleration may well be observed with an increase in the number of processors. Of course, such a result most often means an experimenter's mistake, however, there are situations where this result can be explained by the fact that with an increase in the number of processors, their computing resource not only multiplies, but also the volume of the first-level cache increases, which allows some tasks significantly increase the percentage of cache hits and, as a result, reduce the time to solve the problem.

Parallel efficiency. Although the value of parallel acceleration is dimensionless, its analysis is not always possible without information on the value of p. For example, suppose in some experiment that S(p)=10. Without knowing the value of p, we can only say that with parallel execution the program began to work 10 times faster. However, if at the same time p=1000, this acceleration cannot be considered a good achievement, since in other conditions, it was possible to achieve an almost 1000-fold increase in the speed of work and not spend such impressive resources on a poorly parallelized task. On the contrary, with a value of p=11, one could consider the value S(p)=10 to be quite acceptable.

This problem led to the need to determine another indicator of the effectiveness of a parallel program, which would allow us to obtain some estimate of the parallelization efficiency taking into account the number of

processors (cores). This quantity is parallel efficiency

$$E(p) = \frac{S(p)}{p} = \frac{V(p)}{p \cdot V(1)} \tag{2}$$

Average program execution speed V(p) can be measured by the following two $\emph{nonequivalent}$ methods

- Amdal Method: calculate V(p), fixing the amount of work performed (we change the execution time of the program for various).
- Gustavson-Barsis Method: calculate V(p), fixing the time of the test program (we changes the amount of work done for different p).

Let us consider in more detail each of these methods in the next two sections.

2.2 Amdal Method

When evaluating the efficiency of parallelization of a program that performs a fixed amount of work, the speed of execution can be expressed as follows: $V(p)|_{w=const}=\frac{w}{t(p)}$, where w is the total amount of W/s contained in the program in question, t(p) – runtime w using p processors. Then the expression for parallel acceleration will take the form:

$$S(p)|_{w=const} = \frac{V(p)}{V(1)} = \frac{w}{t(p)} = \frac{w}{t(1)} = \frac{t(1)}{t(p)}.$$
 (3)

We write the time t(1) as follows:

$$t(1) = t(1) + (k \cdot t(1) - k \cdot t(1)) = k \cdot t(1) + (1 - k) \cdot t(1), (4)$$

where $k \in [0,1)$ - is the coefficient of parallelism of the program, by which we define the fraction of the time during which perfectly parallelized code is executed inside the program. Such code can be executed exactly p times faster if the number of processors is increased by p times. Note that the coefficient k is never equal to one, because any program always has unparalleled code that must be executed sequentially on one processor (core), even if there are several of them available. If for some program k=0, then when you run this program on any number of processors p, it will be executed in the same time.

Considering that in Amdal's method the amount of work remains unchanged for any p (since w = const), we can guarantee that the value of k does not change in the experiments, therefore we can write:

$$t(p) = \frac{k \cdot t(1)}{p} + (1 - k) \cdot t(1), \tag{5}$$

where the first term gives the runtime of the parallelized ideally parallelized code by p times, and the second term gives the runtime of the unparalleled code, which does not change for any p. Substituting the formula (5) in (3), we get the expression

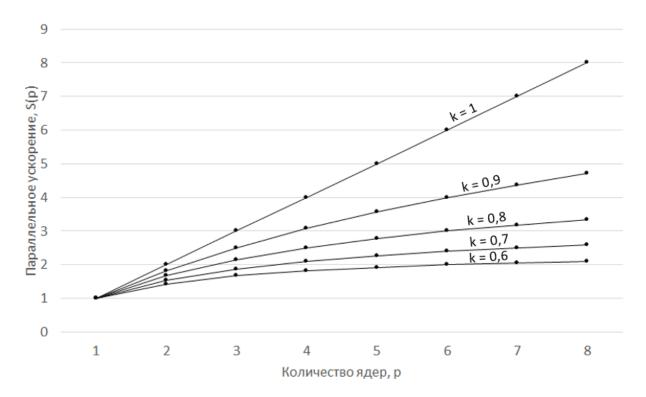
$$S(p)|_{w=const} = \frac{t(1)}{t(p)} = \frac{t(1)}{\frac{k \cdot t(1)}{p} + (1-k) \cdot t(1)} = \frac{1}{\frac{k}{p} + 1 - k},$$

which we rewrite in the form

$$|S(p)|_{w=const} = |S_A(p)| = \left(\frac{k}{p} + 1 - k\right)^{-1}$$
 (6)

better known as **Amdahl's Law** - after the name of the American scientist Gene Amdal, who proposed this expression in 1967. Until now, this law is fundamental in the specialized literature on parallel computing, because allows you to get a theoretical upper limit for the speed of execution of a given program during parallelization.

The graph of parallel acceleration versus the number of cores is shown in the figure. 11:



Puc. 11: A graph of the parallel acceleration on the number of cores in Amdal

Note that the expression for calculating parallel efficiency using the Amdahl method can be obtained by combining the formulas (2) и (6), а именно:

$$E_A(p) = (k + p - p \cdot k)^{-1}$$
 (7)

An important assumption of Amdahl's law is the idealization of the physical meaning of the quantity k. It consists in the assumption that a perfectly parallelized code will give a linear increase in speed when p changes from 0 to $+\infty$. When solving real problems, it is necessary to limit this interval from above to some finite positive value p_{max} or to exclude from this interval all values that are not multiples of a certain quantity that usually sets the dimension of the problem.

For example, the code of a program that performs convolutional coding independently for five equal-sized files can give linear acceleration when p changes from 1 to 5, but even with p=6 it will most likely show a zero increase in the speed of the task (in comparison with solution for p=5). This is because convolutional coding, also known as convolutional coding, is fundamentally un-parallelizable when coding the selected data block.

2.3 Gustavson-Barsis Method

When evaluating the efficiency of parallelization of a certain program running a fixed time, the speed of execution can be expressed as follows: $V(p)|_{t=const} = \frac{w(p)}{t}$, where w(p) – t is the total amount of work that the program manages to complete during t when using p processors. Then the expression (1) for parallel acceleration will take the form:

$$S(p)|_{t=const} = \frac{V(p)}{V(1)} = \frac{w(p)}{t} : \frac{w(1)}{t} = \frac{w(p)}{w(1)}.$$
 (8)

We write the amount of work w(1) as follows:

$$w(1) = w(1) + (k \cdot w(1) - k \cdot w(1)) = k \cdot w(1) + (1 - k) \cdot w(1), (9)$$

where $k \in [0,1)$ – is the parallelism coefficient of the program. Then the first term can be considered the amount of work that perfectly parallelizes, and the second - the amount of work that fails to parallelize when adding processors (cores).

When using p processors, the amount of work done w(p) will obviously become larger, while it will consist of two terms:

• number of unparalleled work $(1 - k) \cdot w(1)$, which does not change compared to the formula (9).

• amount of parallel work, the volume of which will increase by p times in comparison with the formula (??), because p processors will be used instead of one.

Given the above, we obtain the following expression for w(p):

 $w(p) = p \cdot k \cdot w(1) + (1 - k) \cdot w(1)$, then given the formulas (8) we get: $\frac{w(p)}{w(1)} = \frac{p \cdot k \cdot w(1) + (1 - k) \cdot w(1)}{w(1)}$, that allows you to record:

$$S(p)|_{t=const} = S_{GB}(p) = p \cdot k + 1 - k$$
 (10)

The above expression is called **Gustavson-Barsis law**, which John Gustavson and Edwin Barsis formulated in 1988.

2.4 Modification of Amdal's law (according to Prof. Bukhanovsky

In real computing systems, the OS spends resources on creating and deleting new threads. The time spent on these operations is not taken into account in Amdal's law. Parallel acceleration of S(p) depends on the number of cores and the proportion of parallelized operations, but does not depend on the number of the latter. We derive a formula in which the number of operations for which it is necessary to create a stream will be considered.

Let N be the number of parallelized operations, M be the number of non-parallelizable operations, t_c be the execution time of one operation, p be the number of calculators (cores), T_i be the program execution time using i parallel threads on i calculators, α is a certain scaling factor that encapsulates the amount of time required to create, delete a stream, and other overhead operations. According to the formula (3), $S(p) = \frac{T_1}{T_p}$.

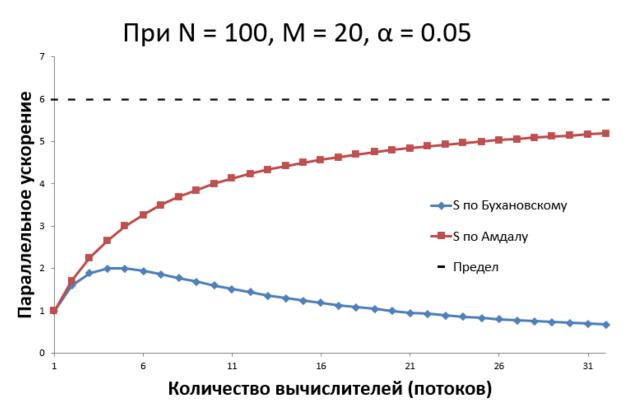
First we find T_1 . Since this code is linearly executed, the time spent on its execution will be equal to the number of operations times the time it takes to execute one operation: $T_1 = t_c(N + M)$.

The execution time of the parallel T_p program includes the time to create the stream: $t_c\alpha(p-1)N$ need to create (p-1) new threads, since the main thread has already been created and for each spend some time α), $\frac{t_cN}{p}$ parallel code running time on all cores: t_cM . Total, dividing T_1 Ha T_p , we get the formula of Amdahl's law according to prof. Bukhanovsky:

$$S(p,N) = \frac{T_1}{T_p} = \frac{N+M}{\alpha(p-1)N + \frac{N}{p} + M}$$
 (11)

From the formula (11) we can see that with an increase in the number of cores after a certain limit S(p, N) will not grow as in Amdal's law, since time will

be spent a lot of time creating new flows. On the image 12 it is clearly seen that S(p,N) decreases with a large number of flows and becomes noticeably smaller S(p) than Amdal even with a small value α .



Puc. 12: Graph of parallel acceleration versus number of threads

2.5 Measuring the runtime of parallel programs

Time measuring tools. Measuring the runtime of a program in C is not a difficult problem, however, in parallel programming, a number of specific difficulties arise in performing this operation. Not all functions suitable for measuring the running time of a sequential program are suitable for measuring the running time of a multithreaded program.

For example, if you use the ctime or localtime functions in a single-threaded program to measure the operating time of a section of code, they will successfully cope with the task. However, after parallelizing this part of the code, it is possible that hard-to-identify problems arise with incorrect time measurement, because both of these functions have an internal static variable, which, when trying to change it simultaneously by several threads, can take an unpredictable value.

In order to solve the described problem, some C-compilers (for example, gcc) implemented thread-safe, re-entrant versions of these functions: ctime

_r and localtime _r. Unfortunately, these functions are not available in all compilers. For example, in the Visual Studio compiler, a similar problem was solved using functions with completely different names and APIs: GetTickCount, GetLocalTime, GetSystemTime. For completeness, we list some other gcc functions that also allow you to measure time: time, getrusage, gmtime, gettimeofday.

Another standard C-function clock also cannot be used to measure the execution time of multithreaded programs. However, the reason for this is not the lack of reenterability, but the features of the way this function calculates the elapsed time: clock returns the number of processor ticks that were executed when the program was running in total with all its threads. Obviously, this amount remains almost unchanged when the program executes with a different number of threads ("almost', since the overhead costs of creating, deleting and managing threads are proposed to be considered insignificant in order to simplify the presentation).

As a result, it turned out that a satisfactory *cross-platform* solution for thread-safe time measurement with high accuracy (up to microseconds) by means of pure C language does not exist yet. However, the problem can be solved using third-party libraries, choosing those that have an implementation on the target platforms.

The OpenMP system, which is implemented in the vast majority of modern compilers for all modern operating systems, stands out among such libraries. OpenMP has two functions for measuring time: omp_get_wtime u omp_get_wtick, which can be used in C-programs, if you include the omp.h header file and specify the necessary key during compilation (for example, in gcc this is the key "-fopenmp").

Time measurement error. Another interesting point in measuring the running time of a parallel program is the method by which the researcher excludes various random errors from measurements that inevitably arise during an experiment in a running operating system, which can start the update or optimization process without notifying the user. The generally accepted is the way in which the researcher conducts not one, but immediately N experiments with a parallel program, without changing the initial data. It turns out N time measurements, which in the general case will be different due to various random factors affecting the experiment. Further, one of the following methods is most often used:

- 1. *The calculation of the confidence interval:* consider all N measurements is calculated confidence interval, e.g., using Student's method.
- 2. Search for the minimum measurement: among N measurements, the smallest is chosen and it is used as the final result.

The first method gives the correct result only if the measurement errors are distributed according to the normal law. This is most often the case, therefore, the application of the method is justified and allows you to get additional information about the possible use of the tested program in living conditions of a running OS.

The second method does not impose requirements on the form of the law of distribution of measurement errors, and this compares favorably with the previous one. In addition, for large N, the choice of the minimum metering will make it possible to exclude from the experiment all the background influences of the operating system and to obtain as an result an accurate measurement of the operating time of the program under ideal conditions.

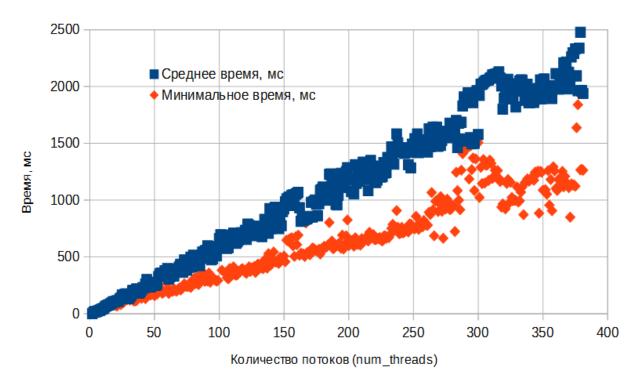
Practical example. Let us compare by example the methods described above to get rid of the error of experimental time measurements. We will measure the OpenMP overhead for creating and deleting threads as follows:

```
1
   for (i = 1; i < 382; i++) {
2
     omp_set_num_threads(i);
3
     double T1 = omp_get_wtime();
     #pragma omp parallel // parallel section start
4
5
     #pragma omp master
6
                           // parallel section end
7
     double T2 = omp_get_wtime();
8
     print_delta(T1, T2);
```

In line 3, we instruct OpenMP that when entering the parallel area located further in the program, i threads are created. If you do not give this indication, OpenMP will create the number of threads by the number of calculators available in the system (cores or logical processors). In line 4, we start the parallel program area, OpenMP creates i threads. In line 5, we give instructions to execute the following simple instruction in only one thread (the rest of the threads will not do any work. This is necessary so that only the costs of creating / deleting threads fall in the measured time of work, and all other costs would be lost against their background. The parallel area ends in line 6. OpenMP deletes the i number of threads from the memory. A more detailed description of the OpenMP commands used can be found in section 3.3 "OpenMP Technology" of this book.

Experiments with this program were conducted on a computer with an Intel Core i5 processor (4 logical processors) with 8 gigabytes of RAM in the Debian Wheezy operating system. Empirically, it was revealed that the operating system used on an accessible hardware platform cannot create more than 381 threads in the OpenMP program (this explains the value in line 1).

A total of N=100 experiments were carried out, the results of which were processed by each of the two described methods. The results are shown in the figure. 13.



Puc. 13: OpenMP overhead measurement results for thread creation and deletion

The measured value (T2 - T1) in milliseconds is plotted along the ordinate axis, and the values of variable i, which indicate the number of created flows, are plotted on the abscissa axis. The upper graph, consisting of blue squares, shows the average value (T2 - T1) for the 100 experiments performed. The confidence interval is not shown, as it would clutter the graph without adding informativeness, but the width of the confidence interval with a confidence level of 90 % approximately corresponds to the vertical spread of the squares of the upper graph for neighboring values of i.

The lower graph, consisting of rhombs, represents the minimum of 100 measurements (T2 - T1) for the values of i indicated on the x-axis. We see that even a large number of experiments was not enough for the lower graph to have a smooth continuous structure without noticeable fluctuations.

3 Практические аспекты параллельного программирования

3.1 Debugging Parallel Programs

Parallel program debugging tools are built into most popular integrated development environments (IDEs), for example: Visual Studio, Eclipse CDT, Intel Parallel Studio, etc. These tools include convenient visualization of timing diagrams of thread execution, automatic search for suspicious program sections in which data races and deadlocks can be observed.

Despite the effectiveness of existing debugging tools, there are significant difficulties when working in a debugger with a parallel program, because for its correct functioning, the debugger adds additional instructions to the machine code of the source parallel program that change the timing diagram of thread execution in relation to each other. This can lead to situations when during the testing of the program in the debugger there are no data races and deadlocks that will fully appear when the Release version of the program is launched.

Also, during debugging of a multi-threaded program, it should be borne in mind that its behavior (both during regular operation and during debugging) can significantly differ when using a single-core and multi-core processor. When several threads are launched on a single-core machine, they will be executed in time-sharing mode, i.e. sequentially. This means that in this case many problems with shared access to memory and ensuring coherence of caches inherent in multi-core systems will not be observed. In addition, when debugging a program on a single-core system, a programmer can use implicit techniques to ensure the sequence of operations.

For example, a programmer may incorrectly assume that when executing a high-priority thread, a low-priority thread cannot take over the processor. This assumption is correct only in a single-core system, because in the presence of several cores and a small number of high-priority threads, a situation may well be observed when a low-priority thread takes possession of one of the cores, while the high-priority thread is operating on the neighboring core.

3.2 Memory Managers for Parallel Programs

When calling malloc / free functions in a single-threaded program, there are no problems even with a rather high call intensity of one of them. However, in parallel programs, these functions can become a bottleneck because when they are used simultaneously from several threads, a shared resource (memory management manager) is blocked, which can lead to a significant degradation

in the speed of a multithreaded program.

Despite the formal thread safety of standard memory functions, they can become thread-inefficient when the memory of several threads running in parallel is very intensive.

To solve this problem, there are a number of third-party programs called the "Memory Management Manager (MUP)" (Memory Allocator), both paid and free, open source. Each of them has its own advantages and disadvantages, which should be considered when choosing. We list the most common MUPs with links to official sites:

- tcmalloc: http://goog-perftools.sourceforge.net/doc/tcmalloc.html
- ptmalloc: http://www.malloc.de/malloc/ptmalloc3current.tar.gz
- dmalloc: http://dmalloc.com/
- HOARD: http://www.hoard.org/
- nedmalloc: http://www.nedprod.com/programs/ portable/nedmalloc/
- jemalloc: http://jemalloc.net/
- mimalloc: https://github.com/microsoft/mimalloc

The listed MUPs are designed in such a way that they can 'silently' replace the standard MUP libraries of the C language C for the parallel program. This means that the choice of a particular MUP does not affect the source code of the program, so the general practice of using third-party MUPs is as follows: parallel program it is initially created using the libc MUP, then the profiling of the running program is performed, then when a bottleneck is detected in the malloc / free functions, a decision is made to replace the standard MUP with one of the listed.

It should also be noted that some parallelization technologies (for example, Intel TBB) already include a specialized MUP, optimized for multithreaded operation.

3.3 Технология ОрепМР

Краткая характеристика технологии. Первая версия стандарта ОрепМР появилась в 1997 году при поддержке крупнейших ІТ-компаний мира (Intel, IBM, AMD, HP, Nvidia и др.). Целью нового стандарта было предложить кроссплатформенный инструмент для распараллеливания, который был бы более высокоуровневый, чем API управления потоками, предлагаемые операционной системой. На данный момент OpenMP стандартизована для трёх языков программирования: С, С++ и Фортран.

Поддержка компиляторами. Абсолютное большинство существующих современных компиляторов C/C++ поддерживают OpenMP версии 2.0 (например, как gcc, так и Visual Studio). Однако лишь немногие компиляторы поддерживают более новую версию OpenMP 4.0, поэтому далее при изложении материала будет в качестве "общего знаменателя" использоваться технология OpenMP 2.0.

ОрепМР определяет набор директив препроцессору, которые дают указание компилятору заменить следующий за ними исходный код на его параллельную версию с помощью доступных компилятору средств, например с помощью POSIX Threads в Linux или Windows Threads в операционных системах Microsoft. Для корректной трансляции директив необходимо при компиляции указать специальный ключ, значение которого зависит от компилятора (примеры приведены в таблице 2).

Таблица 2: Ключи компиляторов для запуска OpenMP

Название компилятора	Ключ компилятору для включения ОрепМР
Gcc	-fopenmp
icc (Intel C/C++ compiler)	-openmp
Sun C/C++ compiler	-xopenmp
Visual Studio C/C++ compiler	/openmp
PGI (Nvidia C/C++ compiler)	-mp

Помимо препроцессорных директив, OpenMP определяет набор библиотечных функций, для вызова которых в исходном коде потребуется подключить заголовочный файл OpenMP:

```
1 #include <omp.h>
```

Отличительные особенности. Среди прочих технологий распараллеливания OpenMP выделяется следующими важными и характеристиками:

- Инкрементное распараллеливание.
- Обратная совместимость.
- Высокий уровень абстракций.
- Низкий коэффициент трансформации.
- Поддержка крупнейшими ІТ-гигантами.
- Автоматическое масштабирование.

Инкрементное распараллеливание. ОрепМР позволяет распараллеливать существующую последовательную программу с помощью небольших итераций-правок, на каждой из которых будет достигаться всё больший коэффициент распараллеленности программы. Эта особенность является уникальной, т.к. большинство других технологий предполагают существенное изменение структуры распараллеливаемой программы уже на первом этапе процесса распараллеливания, т.е. первая работоспособная параллельная версия программы появляется после длительного процесса отладки и программирования новых компонентов, которые неизбежно добавляются при распараллеливании. ОрепМР лишён этого недостатка.

Обратная совместимость. Большинство программных технологий развиваются с обеспечением обратной совместимости (backward compatibility), когда более новая версия программы поддерживает работоспособность старых файлов. Термин "прямая совместимость" (forward compatibility) имеет противоположный смысл: файлы, созданные в программе новой версии, остаются работоспособными при использовании старой версии программы. В случае ОрепМР это проявляется в том, что распараллеленная программа будет корректно скомпилирована в однопоточном режиме даже на старом компиляторе, который не поддерживает OpenMP. Важно отметить, что прямая совместимость обеспечивается, если при распараллеливании не используются библиотечные функции ОрепМР, а присутствуют только препроцессорные директивы. При наличии библиотечных функций для обеспечения обратной совместимости потребуется написать функции-заглушки в файле "omp.h" (некоторые компиляторы умеют генерировать эти заглушки при использовании специального ключа).

Высокий уровень абстракций. Одна единственная препроцессораня директива OpenMP после обработки компилятором приводит к существенной трансформации исходной программы с добавлением большого

количества новой логики, отвечающей за определение доступного в системе количества процессоров, за запуск и уничтожение потоков, за распределение работы между потоками и т.п. Все эти операции ОрепМР берёт на себя, взамен программист получает набор очень высокоуровневых инструментов распараллеливания. У высокоуровневых языков есть и традиционный недостаток: в ОрепМР отсутствует возможность изменить некоторые внутренние детали работы с потоками (например, нельзя установить аффинность потоков или уменьшить накладные расходы на создание/удаление потоков).

Низкий коэффициент параллельной трансформации (КПТ). При распараллеливании существующей последовательной программы приходится вносить в неё достаточно большое количество изменений. Пусть КПТ – это отношение строк нового программного кода, который добавился в результате распараллеливания, к общему количеству строк кода в программе. В ОрепМР КПТ обычно существенно ниже, чем у большинства других технологий распараллеливания. Это объясняется высоким уровнем абстракции языка ОрепМР (см. предыдущий пункт).

Поддержка крупнейшими ІТ-гигантами. Уже при разработке ОрепМР о его поддержке заявили крупнейшие игроки ІТ-мира. Это обеспечило не только высокое качество разработки стандарта, но и наличие готовых реализаций стандарта в популярных компиляторах. Несмотря на прошедшие два десятка лет ОрепМР не растерял приверженцев и поддержка новейших версий ОрепМР с достаточно малой задержкой появляется в компиляторах. Например, при текущей версии стандарта ОрепМР 4.5 наиболее популярные компиляторы уже поддерживают версию ОрепМР 4.0. Исключением является только фирма Microsoft. Их компилятор вот уже несколько версий неизменно поддерживает только ОрепМР 2.0.

Автоматическое масштабирование. Низкоуровневые технологии распараллеливания (POSIX Threads, OpenCL) предлагают программисту вручную управлять количеством создаваемых потоков при выполнении параллельной работы. Это обеспечивает возможность гибко управлять и настраивать процесс создания потоков в зависимости от количества доступных системе процессоров (ядер), но при этом требует от программиста большое количество неавтоматизируемой работы. В OpenMP управление масштабированием происходит в автоматическом режиме, т.е. OpenMP сам запрашивает у операционной системы количество доступных процессоров и выбирает количество создаваемых потоков. Но при необходимости OpenMP оставляет возможность устанавливать требуемое количество потоков вручную.

Примеры OpenMP-программ. Рассмотрим ниже простейшие примеры работающих параллельных программ, начиная с традиционного для программирования примера "Hello, World":

```
#pragma omp parallel
printf("Hello, world!");
```

Результатом работы будет выведенное несколько раз в консоль сообщение. Количество сообщений определяется количеством логических процессоров, доступных системе (например, при использовании технологии HyperThreading при двух ядрах количество логических процессоров будет равно четырём).

Действие директивы pragma распространяется на следующий за ней исполняемый блок. В данном случае это вызов функции printf, но можно было бы заключить произвольное количество операций в фигурные скобки, чтобы расширить исполняемый блок:

```
int i = 1;
pragma omp parallel

printf("Hello, world!");

pragma omp atomic
i++;
}
```

В этой программе заключенный в фигурные скобки блок операций выполняется одновременно на нескольких ядрах. При этом в строке 5 процессору даётся указание выполнить операцию "i++" атомарно, т.е. не параллельно, а последовательно каждым из потоков.

С одной стороны, это приводит к тому, что операция инкремента перестаёт быть распараллеленной, что снижает скорость многоядерного выполнения. С другой стороны, директива atomic в данном случае необходима, т.к. иначе могла бы возникнуть сложно обнаружимая проблема с гонкой данных, проявляющаяся в конфликте при записи данных в общую область памяти одновременно несколькими потоками в переменную і. Заметим, что директива atomic может применяться только для однострочных простых команд присваивания.

Для изоляции более сложных составных команд с возможным вызовом пользовательских и системных функций следует использовать директиву critical, которая допускает (в отличие от директивы atomic) возможность расширения своей области действия на блок операций, заключённый в фигурные скобки? при этом каждая critical-секция может иметь

имя, позволяющее сгруппировать разные критические секции по этому имени, чтобы предотвратить появление единой распределённой по всей программе критической секции:

```
int i = 1;
2
   #pragma omp parallel
3
4
      printf("Hello, world!");
5
      #pragma omp critical
6
7
        i++;
8
        printf("i=%d\n", i);
9
10
    }
```

В этом случае функция printf в строке 4 выполняется всеми потоками параллельно, что может привести к перемешиванию выводимых символов. Напротив, функция printf в строке 8 выполняется потоками строго по очереди, что предотвращает возможные конфликты между ними, однако замедляет выполнение программы из-за искусственного ограничения коэффициента распараллеленности.

Приведём пример распараллеливания программы, содержащей последовательный вызов функций run_function1 и run_function2, которые не зависят друг от друга (т.е. не используют общих данных и результаты работы одной не влияют на результаты работы другой) и поэтому допускающих удобное распараллеливание по инструкциям в чистом виде:

```
#pragma omp parallel sections
{
    #pragma omp section
    run_function1();
    #pragma omp section
    run_function2();
}
```

Рассмотрим пример распараллеливания цикла с использованием ОрепМР. Пусть в каждую ячейку одномерного массива нужно записать индекс этой ячейки, возведённый в шестую степень:

```
int i; int a[10];

#pragma omp parallel for
for (i = 0; i < 10; ++i) {
    a[i] = i*i*i*i*i;
}</pre>
```

Пусть указанная программа выполняется на двухъядерном процессоре. Тогда первый процессор рассчитает значения с a[0] по a[4], второй

процессор — значения с a[5] по a[9]. Видимо, что при записи в массив процессору не мешают друг другу, т.к. работают с разными частями массива. Попробуем оптимизировать предыдущий вариант, сократив количество операций умножения для возведения в шестую степень:

В указанном случае программа будет корректно работать только при наличии одного процессора (ядра). При наличии нескольких ядер будет наблюдаться состояние гонки данных при одновременной записи нового значения в переменную tmp (строка 4) несколькими потоками, в результате массив будет заполнен некорректно. Например, пусть первый поток, выполняющий итерацию i=2 записал в tmp число 8. Теперь при вычислении a[2] поток попытается записать число 8*8, однако если до начала строки 5 успеет вклиниться второй поток, работающей с итерацией i=7, то значение tmp превратиться в 7*7*7, а значение a[2], рассчитываемое первым потоком, превратиться в 7⁶, вместо положенных 64. Исправим допущенную ошибку следующим образом:

```
int i, tmp;

#pragma omp parallel for private(tmp)

for (i = 0; i < 10; ++i) {
    tmp = i*i*i;
    a[i] = tmp*tmp;
}</pre>
```

В директиве препроцессору появился новый элемент: private. Этот элемент задаёт через запятую перечень локальных (приватных) для каждого потока переменных. В данном случае такая переменная одна: tmp. Другой равноценный способ исправить ошибку — это перенести объявление переменной "int tmp" внутрь параллельной области, что заставить ОрепМР считать эту переменную локальной для каждого потока. Может возникнуть вопрос, почему в перечень локальных переменных не добавлена і. Ответ не очевиден: ОрепМР по умолчанию считает переменную распараллеливаемого цикла локальной.

Любая переменная, объявленная внутри параллельной области, считается в OpenMP локальной, поэтому такие переменные не нужно указывать в списке. Любая переменная, объявленная вне этой области являет-

ся глобальной (в нашем случае глобальной переменной является указатель на массив). Но если требуется явным образом указать на глобальность переменной, следует рядом с командой private использовать команду shared(x,...), где x задаёт список глобальных переменных.

Рассмотрим пример, в котором нужно рассчитать сумму и для дальнейшего исполнения формировать массив элементов следующего ряда: $\{1^i, 2^i, 3^i, 4^i, 5^i\}$ для различных значений i, например: i=1, 2, 3. Приведём ниже решение поставленной задачи, но умышленно допустим в ней ошибку:

В строке 2 происходит запуск параллельной области, но программист забывает указать, что переменные ј и массив tmp должны быть локальными для каждого треда. Действительно, в строке 4 происходит инкремент общей для потоков переменной ј, который выполняется всеми потоками одновременно. В этой ситуации потоки могут помешать друг другу, переписав чужое значение ј. Исправим обе ошибки следующим образом:

```
int i, j, sum[3];
#pragma omp parallel for private(j) // OK
for (i = 0; i < 3; ++i) {
   int tmp[5];
   for (j = 1; j <= 5; ++j) {
      tmp[j] = pow(j, i); // OK
      sum[i] = calculate_sum(tmp, 5);
}
</pre>
```

Видим, что теперь переменная ј явным образом обозначена локальной (private). С массивом tmp решение другое – он весь помещается внутрь параллельной области (т.е. у каждого потока будет свой собственный не зависимый от других экземпляр массива tmp). Почему же нельзя было просто указать переменную tmp в перечне команды private, как это было сделано для ј? Ответ связан со спецификой языка С: переменная tmp является указателем, который при работе цикла не меняется, но меняется содержимое памяти, на которое указывает tmp. Это значит, что указывание tmp в качестве private-переменной не решило бы проблему с гонками данных, т.к. все потоки получили бы один и тот же адрес tmp и мешали бы друг другу, записывая новые значения по этому адресу.

Рассмотрим ещё одну типичную для параллельного программирования ошибку. Следующая программа считает сумму чисел от 1 до 100:

```
int i, sum = 0;

pragma omp parallel for

for (i = 0; i < 100; ++i) /* error */
    sum += i;</pre>
```

Переменная sum является глобальной, поэтому при попытке записать в неё новое значение потоки будут мешать друг другу. Чтобы исправить ошибку, нам придётся использовать локальную для каждого потока сумму, а затем потребуется сложить все эти локальные суммы:

```
int i, sum = 0, sum private = 0;
   #pragma omp parallel private (sum_private)
2
3
      4
5
      #pragma omp for
6
      for (i = 0; i < 100; ++i)
7
         sum_private += i;
8
      #pragma omp atomic
9
      sum += sum_private;
10
```

Видим начало параллельной области в строке 2 – именно в этом месте OpenMP создаёт несколько потоков. В строке 6 новые потоки не создаются (т.к. отсутствует ключевое слово parallel), но входящие в цикл потоке делят итерации между собой, а не выполняют каждый все итерации целиком. В строке 8 рассчитавший свою частичную сумму поток пытается прибавить эту сумму к общей сумме. Это приходится делать с помощью директивы atomic, которая гарантирует, что потоки не будут мешать друг другу при перезаписи sum.

Ещё один сложный момент — это повторная инициализация переменной sum_private в строке 4: необходимость в этом возникает, т.к. ОрепМР не инициализирует локальные переменные, даже если есть глобальные переменные с идентичными именами. Подобное решение призвано уменьшить накладные расходы на копирование переменных.

Описанный подход является работоспособным, однако он почти не используется на практике, т.к. стандарт OpenMP для целого класса по-

добных задач предлагает более высокоуровневое и простое решение. Оно состоит в использовании команды reduction:

```
int i, sum = 0;

#pragma omp parallel for reduction (+:sum)
for (i = 0; i < 100; ++i)
    sum += i;</pre>
```

Команда reduction помечает перечисленный переменные как локальные, а в конце параллельной области все локальные переменные объединяет (агрегирует) в одну глобальную переменную с тем же именем, используя указанную операцию. В нашем случае операцией является суммирование. Но OpenMP допускает вместо знака "+" использовать "*", "-", "/". Важно, что reduction кроме прочего выполняет инициализацию переменных не значениями исходных глобальных переменных, а наиболее соответствующими логики агрегации значениями: например, при суммировании переменная инициализируется нулём, а при умножение — единицей.

При распараллеливании цикла может оказаться, что итерации неравноценны по количеству выполняемой работы между собой. Это может привести к тому, что один поток справится с выделенной частью итераций намного быстрее второго потока и будет простаивать. Для решения этой проблемы OpenMP предлагает четыре разных способа распределения итераций по потокам.

- *Способ по умолчанию:* при этом итерации делятся на количество частей, равное количеству потоков; каждый поток выполняет после этого свою часть и не может взять чужую работу.
- Статическое распределение (static): итерации разбиваются на части указанного пользователям размера; затем ещё до начала работы каждый поток получает фиксированное количество частей и выполняет только их без возможности переключиться на другие.
- Динамическое распределение (dynamic): итерации разбиваются на части указанного пользователям размера; затем сразу начинается работа цикла и каждый поток получает новую часть итераций по мере завершения работы над предыдущей.
- Управляемое распределение (guided): компилятор разбивает итерации на количество частей, равное удвоенному количеству по-

токов; затем сразу начинается работа цикла и каждый поток получает новую часть итераций по мере завершения работы над предыдущей, при этом размер нововыданной части уменьшается по сравнению с предыдущим разом, но не может стать меньше указанного пользователем константного значения.

Упомянутый в каждом из методов пользовательский параметр называется chunk_size. Каждый из указанных методов имеет свою область применения, в которой он может обеспечить максимальное параллельное ускорение. Отметим, что режимы dynamic и guided несмотря на свою логичность имеют и свои недостатки: они требуют существенных накладных расходов во время работы цикла по сравнению со static. Также важно понимать, что при выборе числа chunk_size необходимо учитывать особенности работы механизма кеширования.

Рассмотрим пример статического распределения итераций:

```
int i; double sum = 0;
pragma omp parallel for reduction (+:sum) schedule(static,1)
for (i = 1; i < 100; ++i)
    sum += 1.0/i;</pre>
```

При наличии трёх ядер OpenMP создаст три потока. Первому потоку достанутся итерации $i=1,\ 4,\ 7,\ \ldots,\ 97$ второму – итерации $i=2,\ 5,\ 8,\ \ldots,\ 98$, третьему – итерации $i=3,\ 6,\ 9,\ \ldots,\ 99$. Обратим внимание, что выбор малого значения параметра chunk_size = 1 в данном случае не имеет каких-либо негативных эффектов. Однако если бы і использовалась в качестве индекса при обращении к массиву, то предложенный вариант разбиения привёл бы к обращению в память не подряд по последовательным адресам, а разреженно с шагом 3, что ухудшило бы показатели cache hit при использовании кэширования.

Рассмотрим ещё один пример:

```
double result1, result2, result3;
2
   #pragma omp parallel num_threads(3)
3
4
        #pragma omp for reduction (+:result1) nowait
5
        for (i = 0; i < 100; ++i) result1 += i;
6
        #pragma omp sections
7
8
            #pragma omp section
9
            result2 = calculate_pi();
10
            #pragma omp section
11
            result3 = calculate e();
12
        }
13
   use results(result1, result2, result3);
14
```

Здесь приводится пример, как можно указать ОрепМР количество создаваемых потоков с помощью опции num threads (строка 2), не ориентируясь на реально доступное количество ядер (процессоров) на компьютере. Далее три созданных потока делят между собой 100 итераций уже знакомым нам способом. Однако опция nowait позволяет первому справившемуся с работой потоку не дожидаться остальных, а перейти к следующей за циклом работе. За циклом в параллельном режиме выполняются две функции (строки 9 и 11). Каждая из функций заключена в секцию (section), которые должны иметь родительский элемент sections. В итоге первый освободившийся после цикла поток займётся вычислением функции в строке 9. Второй освободившийся поток вычислит функцию в строке 11. Третьему потоку не достанется работы помимо своей доли итераций в первом цикле. Общим требованием ОренМР к распараллеливаемым циклам является их *каноничность*. Цикл for называется каноническим, если можно при его начале заранее рассчитать количество предстоящих итераций. Это возможно, если одновременно выполняются следующие условия:

- внутри цикла нет операций break и return;
- внутри цикла нет операции goto, ведущей вовне цикла;
- переменная цикла (итератор) не изменяется внутри цикла;

При этом запись цикла должна иметь вид "for (i = A; i < B; i+=C)", где числа A, B, C не должны меняться во время работы цикла. Второй параметр цикла может использовать не только знак "<", но и ">", ">=", "<=". Третий параметр цикла может не только инкрементировать, но декрементировать переменную цикла (допускается краткая форма записи "i++").

Если итерация k влияет на результаты итерации m, то цикл нельзя распараллеливать, т.к. нельзя заранее предсказать порядок завершения итераций несколькими потоками. Ответственность за обнаружение таких конфликтов лежит на программисте. Например, OpenMP не обнаружит взаимозависимость итераций и скомпилирует следующую программу:

```
1  #pragma omp parallel for num_threads(2)
2  for(i = 1; i < 20; i++)
3  a[i] = 2*a[i - 1];</pre>
```

В этой программе поток 0 скорее всего не успеет заполнить элемент a[9] к тому моменту, когда поток 1 будет вычислять значение a[10] = 2*a[9].

3.4 Технология OpenCL

Краткая характеристика технологии. ОрепCL — фреймворк для написания компьютерных программ, связанных с параллельными вычислениями на различных графических и центральных процессорах, а также FPGA. В ОрепCL входят язык программирования, который основан на стандарте языка программирования Си С99, и интерфейс программирования приложений. ОрепCL обеспечивает параллелизм на уровне инструкций и на уровне данных и является осуществлением техники GPGPU. ОрепCL является полностью открытым стандартом, его использование не облагается лицензионными отчислениями. С помощью этой технологии можно производить гетерогенные параллельные вычисления (распределять задачи между разными устройствами).

Как мы уже знаем, можно распараллелить программу по задачам между небольшим числом производительных ядер (процессоры современных ПК) или по данным между тысячами простых медленных ядер (вычислительные ядра современных GPU). Именно для задач, решаемых с помощью распараллеливания по данным используется OpenCL.

Архитектура технологии OpenCL. В OpenCL разделяют два вида устройств: *host*, который управляет общей логикой и *device*, которые выполняют вычисления. В роли *хоста* обычно выступает центральный процессор, а в роли *device* - GPU и другие устройства. *Device* делится на вычислительные модули *computer units*, которые в свою очередь состоят из обрабатывающих элементов (*processing elements*) (рисунок 14). Непосредственно вычисления производятся в обрабатывающих элементах устройства.

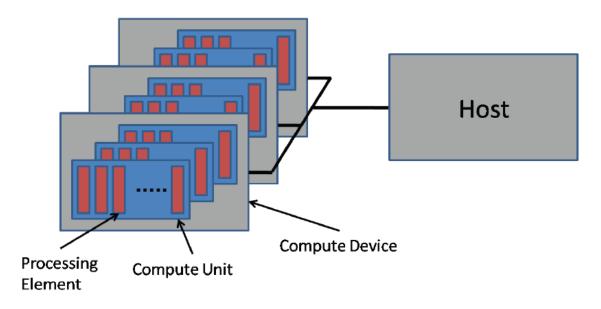
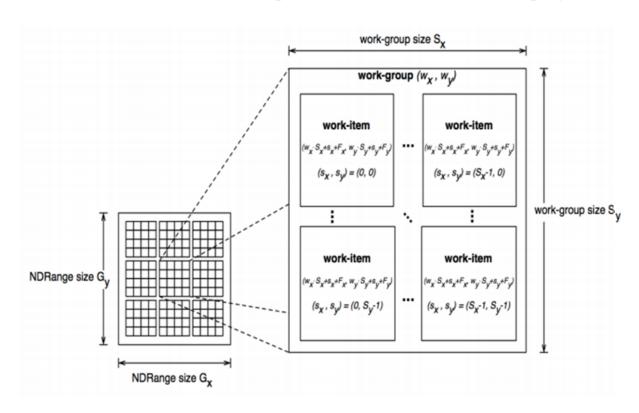


Рис. 14: Архитектура ОрепСL

Физически *computer unit* представляет собой *work-group*, который состоит из ячеек *work-item*, которые и выполняют вычисления (рисунок 15).



Puc. 15: Архитектура OpenCL - строение work-group элемента

Команды в OpenCL, образуют очередь. *Host* направляет команды на устройства. Эти команды становятся в очередь аналогичных команд.

Можно реализовать очередь с соблюдением порядка и без соблюдения. Функции работы с получением ID *work-group* и *work-item* приведены на рисунке 16.



Puc. 16: OpenCL. Paбoma c work-group и work-item

Виды памяти в OpenCL-устройствах. Для взаимодействия с даными программист может использовать разные уровни памяти. На рисунке 17 видно, что существуют следующие виды памяти:

- Частная память (private). Самая быстрая из всех видов. Эксклюзивна для каждого элемента работы.
- Локальная память (local memory). Может быть использована компилятором при большом количестве локальных переменных в какой-либо функции. По скоростным характеристикам локальная память значительно медленнее, чем регистровая. Доступ из элементов работе в одной work-group.
- Константная память (constant memory). Достаточно быстрая из доступных GPU. Есть возможность записи данных с хоста, но при этом в пределах всего GPU возможно лишь чтение. Динамическое выделение в отличие от глобальной памяти в константной не поддерживается.
- Глобальная память (global memory). Самый медленный тип памяти, из доступных GPU. Глобальные переменные можно выделить с помощью спецификатора, а также динамически. Глобальная память в основном служит для хранения больших объемов

данных, поступивших на device c host'a. В алгоритмах, требующих высокой производительности, количество операций с глобальной памятью необходимо свести к минимуму.

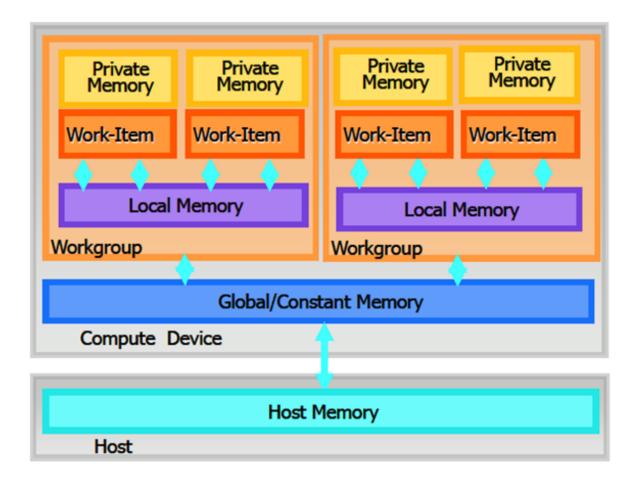


Рис. 17: Виды памяти в ОрепСL-устройствах

Программист должен явно отдавать копирования между разной памятью. Программа на OpenCL может включать в себя следующую последовательность действий:

- 1. Выбор платформы: clGetPlatformIDs, clGetPlatformInfo
- 2. Выбор устройства: clGetDeviceIDs, clGetDeviceInfo
- 3. Создание вычислительного контекста: clCreateContextFromType
- 4. Создание очереди команд: clCreateCommandQueueWithProperties
- 5. Выделение памяти в виде буферов: clCreateBuffer
- 6. Создание объекта «программа»: clCreateProgramWithSource

- 7. Компиляция кода: clBuildProgram
- 8. Создание «ядра» (объект kernel): clCreateKernel
- 9. **Paбoтa c Work-Group:** clGetKernelWorkGroupInfo
- 10. Выполнение ядра: clEnqueueNDRangeKernel
- 11. Ожидание выполнения ядра: clWaitForEvents
- 12. **Profiling:** clGetEventProfilingInfo

Далее рассмотрим некоторые из этих действий подробнее.

Выбор платформы, устройства и создание контекста. Контекст *(context)* служит для управления объектами и ресурсами OpenCL. Все ресурсы OpenCL привязаны к контексту. С контекстом ассоциированы следующие данные (рисунок 18):

- устройства
- объекты программ
- ядра
- объекты памяти
- очереди команд.

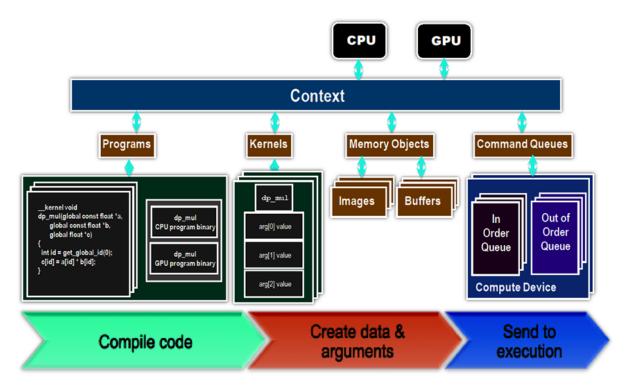


Рис. 18: Архитектура ОрепСL - контекст

Можно получить информацию о платформе и вычислительных ядр с помощью специальных функций, чтобы затем создать контекст:

- clGetPlatformInfo() содержит информацию о платформе,на которой работает программа
- clGetDeviceDs() содержит информацию о подключенных устройствах
- *clGetDeviceInfo()* содержит информацию о данном девайсе: его тип, совместимость и тд.

Контекст можно создать при помощи функции *clCreateContext()*. Вот пример его создания:

```
/*1*/
          //Get the platform ID
          cl platform id platform;
/*2*/
          clGetPlatformIDs(1, &platform, NULL);
/*3*/
          //Get the first GPU device associated with the platform
/*5*/
          cl device id device;
          clGetDeviceIDs(platform, CL DEVICE TYPE GPU, 1, &device, NULL);
/*8*/
          //Create an OpenCL context for the GPU device
/*9*/
          cl context context;
/*10*/
          context = clCreateContext(NULL, 1, &device, NULL, NULL, NULL);
/*11*/
```

Рис. 19: Архитектура ОрепСL - контекст

В строку 3 мы получаем ID платформы, в строке 7 ID первого GPU на этой платформе, в строке 11 создаем контекст для этого девайса. Подробнее про аргументы, принимаемые этими функциями можно прочитать в документации .Есть также функция *clCreateContextFromType()* для создания контекста, ассоциированного с устройствами определенного типа.

Ядро. Ядром называется функция, являющаяся частью программы и параллельно исполняющаяся на устройстве. Ядро является аналогом потоковой функции. Часть, выполняющаяся на устройстве, состоит из набора ядер, объявленных с квалификатором __kernel. Компилирование ядер может осуществляться во время исполнения программы с помощью функций API. Работа в рамках одной work group выполняется одновременно всеми work items.

При написании ядра можно использовать следующие квалификаторы для переменных:

- global или global данные в глобальной памяти.
- __constant или constant данные в константной памяти.
- __local или local данные в локальной памяти.
- __private или private данные в частной памяти.
- read only и write only квалификаторы режима доступа.

Скомпилировать код ядра можно с помощью функций clCreateProgramWithSource(), clBuildProgram() и clCreateKernel(). Пример компиляции и запуска программы по перемножению двух массивов приведен на рисунке 20.

```
// Build program object and set up kernel arguments
const char* source = "__kernel void dp_mul(__global const float *a, \n"
                                           __global const float *b, \n"
                                           __global float *c, \n"
                                           int N) \n"
                    "{ \n"
                            int id = get_global_id (0); \n"
                            if (id < N) n"
                                 c[id] = a[id] * b[id]; \n"
                    "} \n";
cl_program program = clCreateProgramWithSource(context, 1, &source, NULL, NULL);
clBuildProgram(program, 0, NULL, NULL, NULL, NULL);
cl_kernel kernel = clCreateKernel(program, "dp_mul", NULL);
clSetKernelArg(kernel, 0, sizeof(cl_mem), (void*)&d_buffer);
clSetKernelArg(kernel, 1, sizeof(int), (void*)&N);
// Set number of work-items in a work-group
size_t localWorkSize = 256;
int numWorkGroups = (N + localWorkSize - 1) / localWorkSize; // round up
size t globalWorkSize = numWorkGroups * localWorkSize; // must be evenly divisible by localWorkSize
clEnqueueNDRangeKernel(cmd_queue, kernel, 1, NULL, &globalWorkSize, &localWorkSize, 0, NULL, NULL);
                                                NDRange
```

Puc. 20: OpenCL - компиляция и запуск ядра

Подробнее об остальных особенностях технологии OpenCL можно прочитатать на pecypce http://docplayer.ru/37490743-Programmirovanie-na-opencl.html и в официальной документации

- 1. OpenCL официальный сайт:http://www.khronos.org/opencl/
- 2. Intel OpenCL: http://software.intel.com/en-us/ articles/intel-opencl-sdk/
- 3. NVIDIA OpenCL: http://www.nvidia.ru/object/cuda_opencl_new_ru.html
- 4. AMD OpenCL: http://www.amd.com/us/products/ technologies/stream-technology/opencl/Pages/ opencl.aspx

3.5 Ошибки в многопоточных приложениях

Помимо привычных для программиста ошибок, встречающихся в компьютерных программах, существует ряд ошибок, специфичных для параллельного программирования. Эти ошибки обусловлены следующими особенностями параллельных программ:

- Синхронизация потоков. Программист должен обеспечить корректную последовательность выполняемых разными потоками операций. В общем случае невозможно точно сказать, в какой последовательности будут выполняться команды потоков, т.к. операционная система может в произвольный момент времени приостановить выполнение потока.
- **Взаимодействие потоков.** Также программист не должен допускать конфликтов при обращении к общим для потоков областям памяти.
- **Балансировка нагрузки.** Если в распараллеленной программе один из потоков выполняет 99% работы, то даже на 64-ядерной системе параллельное ускорение едва ли превысит значение 1.01.
- **Масштабируемость.** В идеале параллельная программа должна одинаково хорошо распараллеливать выполняемую работу на любом доступном количестве процессоров. Однако добиться этого нелегко и это часто приводит к трудно обнаруживаемым ошибкам.

Рассмотрим далее подробнее следующий неполный перечень типовых ошибок, возникающих в параллельных программах независимо от используемой технологии распараллеливания:

- Потеря точности операций с плавающей точкой.
- Взаимные блокировки (deadlock).
- Состояния гонки (race conditions).
- Проблема АВА.
- Инверсия приоритетов.
- Голодание(starvation).

False Sharing.

Потеря точности. Если параллельная программа используется для проведения операций с плавающей точкой при работе с вещественными переменными, расположенными в общей для потоков памяти, то при каждом запуске программы может получаться разный результат вещественных расчётов. Это объясняется тем, что при работе нескольких потоков невозможно точно предсказать, в каком порядке операционная система предоставит этим потокам процессор, т.к. в любой момент любой поток может быть временно приостановлен по усмотрению ОС. Это в свою очередь приводит к неопределённой последовательности выполнения операций с плавающей точкой, результат которых, как известно, может зависеть от порядка.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий сказанное:

```
int i;
float s = 0;

#pragma omp parallel for reduction (+:s) num_threads(8)
for (i = 1; i < 1000000; ++i) {
    s += 1.0/i;
}
printf("s=%f\n", s);</pre>
```

Здесь в переменную s суммируются результаты вещественных вычислений восемью потоками. В результат получается s=14.393189. Однако если эту же программу выполняет всего один поток (для этого нужно в строке 3 установить значение параметра num_threads в 1), то результат получится иным: s=14.357357. Различие между двумя приведёнными значениями составляет примерно 0.25%.

Получается, что параллельная программа может давать разный результат при запуске на разных платформах. Это следует учитывать, проводя верификацию параллельных программ с использованием однопоточных их нераспараллеленных аналогов.

Взаимные блокировки. Одним из часто используемых примитивов синхронизации является мьютекс, позволяющий нескольким потокам согласованно и последовательно выполнять критические области кода, расположенные внутри параллельных секций кода. Критические секции замедляют работу программы, т.к. в каждый момент времени только один поток может находиться внутри критической секции. С помощью мьютексов, например, реализуются функции omp_set_lock и omp_unset_lock в OpenMP. При обрамлении этими функциями некоторого участка кода можно сделать из него критическую секцию, вход в которую контролируется условным программным замком (lock). В сложных программах может

использовать несколько замков. Это может привести к тому, что два потока, захватывающие несколько замков, застопорят выполнение друг друга без всякой возможности выйти из состояния ожидание друг друга. Такая ситуация называется deadlock (взаимная блокировка).

Простейшим примером взаимной блокировки является работа двух потоков, первый из которых захватывает сначала блокировку 1, потом блокировку 2, а второй сначала захватывает блокировку 2, потом блокировку 1. В результате, возникнет deadlock, если операции будут выполняться в следующем порядке:

- поток1 захватил блокировку 1;
- поток2 захватил блокировку 2;
- поток1 бесконечно ждёт освобождения блокировки 2;
- поток2 бесконечно ждёт освобождения блокировки 1.

Одна из неприятных сторон описанной ситуации заключается в том, что далеко не всегда взаимная блокировка происходит при отладке программы, когда её можно было бы легко выявить и исправить, т.к. вероятность наложение событий нужным образом может быть очень мала. В результате работающая и сданная заказчику программа может в случайные моменты времени "зависать" по якобы непонятным причинам. Рассмотрим пример искусственно реализованной взаимоблокировки, в котором можно рассчитать вероятность её возникновения при многократном запуске.

В приведённой ниже программе в строке 7 создаётся поток, который в бесконечном цикле захватывает замок1, замок2 и инкрементирует переменную s, освобождая после этого оба замка. В строке 13 создаётся поток, которой тоже бесконечно инкрементирует s, однако захватывает замки в другом порядке: замок2, замок1. В строке 19 создаётся поток, который следит за состоянием s, опрашивая эту переменную каждые 10 мс. Если последний поток обнаруживает, что переменная s перестала изменяться, он печатает сообщение о возникшей взаимоблокировке и завершает программу.

```
int old s, s = 0;
1
   omp_lock_t lock1, lock2;
   omp init lock(&lock1);
3
   omp_init_lock(&lock2);
5
   #pragma omp parallel sections
6
7
      #pragma omp section
8
      for (;;) {
9
         omp set lock(&lock1); omp set lock(&lock2);
10
         s++;
11
         12
13
      #pragma omp section
14
      for (;;) {
15
         s++;
16
17
         18
19
      #pragma omp section
20
         for(old_s = !s; old_s != s; old_s = s)
21
22
           usleep(10000);
23
         printf("Deadlock with s=%i\n", s);
24
         omp_destroy_lock(&lock1); omp_destroy_lock(&lock2);
25
         exit(0);
26
      }
27
   }
```

Эксперименты с приведённой программой проводились на компьютере с процессором Intel Core i5 (4 логических процессора) с 8 гигабайт ОЗУ в операционной системе Debian Wheezy. Программы была запущена 10000 раз, и было получено 10000 значений переменной s на момент возникновения взаимоблокировки. Результаты этих измерения приведены на рисунке 21 в виде гистограммы плотности распределения s.

На приведённом рисунке на оси абсцисс подписаны правые границы столбиков. Последний столбик содержит все попадания от 3000 до бесконечности. Среднее значение s в описанном случае оказалось равным 2445, т.е. два потока успевают примерно 1222.5 раза захватить и отпустить замки в заведомо неверном опасном порядке без возникновения взаимоблокировки.



Рис. 21: Гистограмма распределения количества запусков параллельной программ до возникновения взаимоблокировки

Для исправления описанной ошибки нужно сделать порядок захвата замков одинаковым во всех потоках. Иногда советуют во всей программе установить некоторое общее правило захвата замков, например, можно захватывать замки в алфавитном порядке.

Помимо описанной ситуации с неверным порядком захвата мьютексов, существуют и другие причины взаимоблокировок. Например, повторный захват мьютекса (замка). Неверно написанная программа может попытаться повторно захватить уже захваченный ею замок, предварительно его не освободив. При этом повторная попытка захвата полностью останавливает работу потока. Если логика программы требует повторный захват мьютекса (например, для организации рекурсии), следует использовать специальный подвид замков: рекурсивные мьютексы.

Состояние гонки (race conditions) - ошибка в параллельной программе, при которой результат вычисления зависит от порядка в котором выполняется код (при каждом запуске параллельной программы он может быть разным). Например, рассмотрим следующую ситуацию. Один поток изменяет значение глобальной переменной. В это время второй поток выводит это значение на печать. Если второй поток напечатает значение раньше, чем его изменит первый, то программа отработает правильно, однако если код выполнится позже, то выведется новое значение, присво-

енное в первом потоке.

С данной проблемой можно столкнуться даже в тех программах, в которых многопоточное программирование не используется явно, но используются какие-то разделяемые ресурсы. Например, если программа копирует текст из поля ввода в буфер обмена и затем тут же вставляется текст в другое поле, то, если она будет запускаться на компьютере одна, то всегда будет работать правильно. Однако если одновременно с ней будет работать программа, также использующая буфер обмена, она может перезаписать значение буфера обмена, даже если команды копирования и вставки будут расположены строго друг за другом. Использование общих ресурсов, даже на очень короткий срок может привести к ошибке.

Такое являние получило название "гейзенбаг" или "плавающая ошибка". Чтобы избежать этой ситуации надо блокировать запись нового значения переменной в первой потоке, пока второй поток не закончит работу. Например, в технологии OpenMP эту проблему решить следующим образом (сохранить старое значение в другой переменной):

```
1
   int a = 0;
2
   int old_a = a;
3
   #pragma omp parallel num_threads(2) shared(a)
4
5
        if (omp_get_thread_num() == 0) //first thread
            a = 2; //changes global variable value
6
7
        else { //second thread
8
            printf("%d",old_a); //print old variable value
9
        }
10
```

Проблема АВА - проблема, при которой поток два раза читая одинаковое значение "думает", что данные не изменились. Например, первый поток присвоил переменной значение А. Второй поток присвоил ей значение В, а потом снова А. Когда первый поток снова читает эту переменную, она равна А, и он "думает", что ничего не изменилось. Более практичный пример из программирования: в переменной хранится адрес, указывающий на начало массива. Второй поток освобождает память для нового

массива функцией free и создает его функцией malloc, которая выделила память в том же месте, так как эта область памяти уже свободна. Когда первый поток сравнивает значения указателя на массив до и после, он видит, что они равны и решает, что массив не изменился, хотя на его месте уже хранятся новый данные. Чтобы решить эту проблему можно хранить признак того, что массив был изменен.

Инверсия приоритетов. Представим ситуацию, в которой существует 3 потока с приоритетами: высокий, средний и низкий соответственно, причем потоки с высоким и низким приоритетом захватывают общий мьютекс. Пусть поток с низким приоритетом захватил мьютекс и начал свое выполнение, но его прервал поток со средним приоритетом. Теперь, если поток с высоким приоритетом перехватит приоритетом начнет выполняться, он будет ждать освобождения мьютекса, но поток с низким приоритетом не может его освободить, так как его вытеснил поток со средним приоритетом. Эта проблема решается заданием всем потокам одного приоритета на время удержания мьютекса.

Голодание(starvation) возникает, когда поток с низким приоритетом долго находится в состоянии готовности и простаивает. Такое голодание вызвано нехваткой процессорного времени, существует также голодание, вызванное невозможность работы с данными (запрет на чтение и/или запись). В современных ОС эта проблема решается следующим образом: даже если у потока очень низкий приоритет, он все равно вызывается на исполнение через определенное количество времени. В своих программах следует разумно разделять задачи между тредами, чтобы поток, выполняющий более важную и долгую задачу имел более высокий приоритет.

False sharing - ситуация, возникающая с системами, поддерживающими когерентность памяти(кешей), при которой производятся лишние (ненужные в этом месте программы) операции для передачи данных между потоками. Когерентность памяти(кешей) - свойство памяти, при котором при изменении значения ячейки памяти одним процессом, эти изменения становятся видны в остальных процессах. На организацию такой памяти тратятся большие ресурсы, так как при каждом изменении значения одним потоком, нужно извещать остальные. Рассмотрим следующий пример:

```
1
    struct str {
2
        char a;
3
        char b;
4
    };
5
    int n = 10000;
6
    struct str array[n];
7
8
    void fprint_a()
9
10
        for (int i = 0; i < n; ++i)</pre>
11
            str[i].a = 'a';
12
13
14
    void fprint_b()
15
16
        for (int i = 0; i < n; ++i)
17
           str[i].b = 'b';
18
```

Если запустить функции fprint_a и fprint_b в двух разных потоках, то из-за постоянной синхронизации памяти между потоками, программа будет работать медленно, так как а и в находятся в одной строке кеша (обычно 64 байта). Более разумно будет распараллелить каждый цикл между потоками (например, с помощью директивы препроцессора #pragma omp parallel for в OpenMP).

4 Лабораторная работа №1. «Автоматическое распараллеливание программ»

4.1 Порядок выполнения работы

- 1. На компьютере с многоядерным процессором установить ОС Linux и компилятор GCC версии не ниже 4.7.2. При невозможности установить Linux или отсутствии компьютера с многоядерным процессором можно выполнять лабораторную работу на виртуальной машине.
- 2. На языке Си написать консольную программу lab1.c, решающую задачу, указанную в п.IV (см. ниже). В программе нельзя использовать библиотечные функции сортировки, выполнения матричных операций и расчёта статистических величин. В программе нельзя использовать библиотечные функции, отсутствующие в стандартных заголовочных файлах stdio.h, stdlib.h, math.h, sys/time.h. Задача должна решаться 50 раз с разными начальными значениями генератора случайных чисел (ГСЧ). Структура программы примерно следующая:

```
#include <stdio.h>
    #include <stdlib.h>
    #include <sys/time.h>
 4
   int main(int argc, char* argv[])
 5
 6
        int i, N;
 7
        struct timeval T1, T2;
8
        long delta_ms;
9
        N = atoi(argv[1]); /* N равен первому параметру командной строки */
10
        gettimeofday(&T1, NULL); /* запомнить текущее время Т1 */
        for (i=0; i<50; i++) /* 50 экспериментов */
11
12
13
            srand(i); /* инициализировать начальное значение ГСЧ
14
            /* Заполнить массив исходных данных размером N */
15
            /* Решить поставленную задачу, заполнить массив с результатами
        */
            /* Отсортировать массив с результатами указанным методом */
16
17
        gettimeofday(&T2, NULL); /* запомнить текущее время Т2 */
18
19
        delta_ms = 1000*(T2.tv_sec - T1.tv_sec) + (T2.tv_usec - T1.tv_usec)
        printf("\nN=%d. Milliseconds passed: %ld\n", N, delta_ms); /* T2 -
20
       T1 */
21
        return 0;
22
```

3. Скомпилировать написанную программу без использования авто-

- матического распараллеливания с помощью следующей команды: /home/user/gcc -O3 -Wall -Werror -o lab1-seq lab1.c
- 4. Скомпилировать написанную программу, используя встроенное в дсс средство автоматического распараллеливания Graphite с помощью следующей команды "/home/user/gcc -O3 -Wall -Werror -floop-parallelize-all -ftree-parallelize-loops=K lab1.c -o lab1-par-K" (переменной К поочерёдно присвоить хотя бы 4 различных целых значений, выбор обосновать).
- 5. В результате получится одна нераспараллеленная программа и четыре или более распараллеленных.
- 6. Закрыть все работающие в операционной системе прикладные программы (включая Winamp, uTorrent, браузеры и Skype), чтобы они не влияли на результаты последующих экспериментов.
- 7. Запускать файл lab1-seq из командной строки, увеличивая значения N до значения N1, при котором время выполнения превысит 0.01 с. Подобным образом найти значение N=N2, при котором время выполнения превысит 2 с.
- 8. Используя найденные значения N1 и N2, выполнить следующие эксперименты (для автоматизации проведения экспериментов рекомендуется написать скрипт):
 - запускать lab1-seq для значений $N=N1,\ N1+\Delta,\ N1+2\Delta,\ N1+3\Delta,\ldots,\ N2$ и записывать получающиеся значения времени delta_ms(N) в функцию seq(N);
 - запускать lab1-par-K для значений $N=N1,\ N1+\Delta,\ N1+2\Delta,\ N1+3\Delta,\ldots,\ N2$ и записывать получающиеся значения времени delta_ms(N) в функцию par-K(N);
 - ullet значение Δ выбрать так: $\Delta = (N2 N1)/10$.
- 9. Написать отчёт о проделанной работе.
- 10. Подготовиться к устным вопросам на защите.
- 11. Найти вычислительную сложность алгоритма до и после распараллеливания, сравнить полученные результаты.

- 12. **Необязательное задание №1 (для получения оценки «четыре» и «пять»).** Провести аналогичные описанным эксперименты, используя вместо дсс компилятор Solaris Studio (или любой другой на своё усмотрение). При компиляции следует использовать следующие опции для автоматического распараллеливания: «solarisstudio -cc -O3 xautopar -xloopinfo lab1.c».
- 13. Необязательное задание №2 (для получения оценки «пять»). Это задание выполняется только после выполнения предыдущего пункта. Провести аналогичные описанным эксперименты, используя вместо gcc компилятор Intel ICC (или любой другой на своё усмотрение). В ICC следует при компиляции использовать следующие опции для автоматического распараллеливания: «icc -parallel -par-report par-threshold K -o lab1-icc-par-K lab1.c».

Если ключ «-par-report» не работает в вашей версии компилятора, то желательно использовать более актуальный ключ «-qopt-report-phase=par».

4.2 Состав отчета

- 1. Титульный лист с названием вуза, ФИО студента и названием работы.
- 2. Содержание отчета (с указанием номера страниц и т.п.).
- 3. Описание решаемой задачи (взять из п.І и п.ІV).
- 4. Краткая характеристика использованного для проведения экспериментов процессора, операционной системы и компилятора GCC (официальное название, номер версии/модели, разрядность, количество ядер, ёмкость ОЗУ и т.п.).
- 5. Полный текст программы lab1.c в виде отдельного файла.
- 6. Таблицы значений и графики функций seq(N), par-K(N) с указанием величины параллельного ускорения.
- 7. Подробные выводы с анализом приведённых графиков и полученных результатов.
- 8. Отчёт предоставляется на бумажном носителе или на флешке.

4.3 Подготовка к защите

- 1. Уметь объяснить каждую строку программы, представленной в отчёте.
- 2. Знать о назначении и основных особенностях GCC, а также о назначении всех использованных в работе ключей компиляции GCC.
- 3. Знать материал лекции №1.
- 4. Взять с собой все нужные файлы для демонстрации работы программы.

4.4 Варианты заданий

Вариант задания выбирается в соответствии с приведёнными ниже описанием этапов, учитывая, что число $A = \Phi^* H^* O$, где Φ , H, H означают количество букв в фамилии, имени и отчестве студента. Номер варианта в соответствующих таблицах выбирается по формуле H = 1 + ((H mod 47) mod 8), где H - количество элементов в соответствующей таблице, а операция mod означает остаток от деления. Например, при H = 476 и H = 5, получим H = 1 + ((H = 1 + ((H = 1 + (H = 1

- 1. Этап Generate. Сформировать массив M1 размерностью N, заполнив его с помощью функции rand_r (нельзя использовать rand) случайными вещественными числами, имеющими равномерный закон распределения в диапазоне от 1 до A (включительно). Аналогично сформировать массив M2 размерностью N/2 со случайными вещественными числами в диапазоне от A до 10*A.
- 2. Этап Мар. В массиве М1 к каждому элементу применить операцию из таблицы:

Номер	Операция
варианта	-
1	Гиперболический синус с последующим
	возведением в квадрат
2	Гиперболический косинус с последующим
	увеличением на 1
3	Гиперболический тангенс с последующим
	уменьшением на 1
4	Гиперболический котангенс
	корня числа
5	Деление на Пи с последующим возведением
	в третью степень
6	Кубический корень после деления
	на число е
7	Экспонента квадратного корня
	$(\text{r.e. } M1[i] = \exp(\operatorname{sqrt}(M1[i])))$

Затем в массиве M2 каждый элемент поочерёдно сложить с предыдущим (для этого вам понадобится копия массива M2, из которого нужно будет брать операнды), а к результату сложения применить операцию из таблицы (считать, что для начального элемента массива предыдущий элемент равен нулю):

Номер	Операция
варианта	
1	Модуль синуса (т.е. $M2[i] = \sin(M2[i] + M2[i-1]))$
2	Модуль косинуса
3	Модуль тангенса
4	Модуль котангенса
5	Натуральный логарифм модуля тангенса
6	Десятичный логарифм, возведенный в степень е
7	Кубический корень после умножения на число Пи
8	Квадратный корень после умножения на е

3. **Этап Merge.** В массивах M1 и M2 ко всем элементами с одинаковыми индексами попарно применить операцию из таблицы (результат записать в M2):

Номер варианта	Операция
1	Возведение в степень (т.е. $M2[i] = M1[i]^M2[i]$)
2	Деление (т.е. M2[i] = M1[i]/M2[i])
3	Умножение
4	Выбор большего (т.е. $M2[i] = max(M1[i],M2[i]))$
5	Выбор меньшего
6	Модуль разности

4. Этап Sort. Полученный массив необходимо отсортировать методом, указанным в таблице (для этого нельзя использовать библиотечные функции; можно взять реализацию в виде свободно доступного исходного кода):

Номер варианта	Операция
1	Сортировка выбором (Selection sort).
2	Сортировка расчёской (Comb sort).
3	Пирамидальная сортировка (сортировка кучи, Heapsort).
4	Глупая сортировка (Stupid sort).
5	Гномья сортировка (Gnome sort).
6	Сортировка вставками (Insertion sort).
7	Сортировка выбором (Selection sort).

5. Этап Reduce. Рассчитать сумму синусов тех элементов массива М2, которые при делении на минимальный ненулевой элемент массива М2 дают чётное число (при определении чётности учитывать только целую часть числа). Результатом работы программы по окончании пятого этапа должно стать одно число X, которое следует использовать для верификации программы после внесения в неё изменений (например, до и после распараллеливания итоговое число X не должно измениться в пределах погрешности). Значение числа X следует привести в отчёте для различных значений N.

5 Лабораторная работа №2. «Исследование эффективности параллельных библиотек для С-программ»

5.1 Порядок выполнения работы

1. В исходном коде программы, полученной в результате выполнения лабораторной работы №1, нужно на этапах Мар и Мегде все циклы с вызовами математических функций заменить их векторными аналогами из библиотеки «AMD Framewave» (http://framewave.sourceforge.net). При выборе конкретной Framewave-функции необходимо убедиться, что она помечена как МТ (Multi-Threaded), т.е. распараллеленная. Полный перечень доступных функций находится по ссылке: http://framewave.sourceforge.net/Manual/fw_section_060.html#fw_section_060. Например, Framewave-функция min в списке поддерживаемых технологий имеет только SSE2, но не МТ.

Примечание: выбор библиотеки Framewave не является обязательным, можно использовать любую другую параллельную библиотеку, если в ней нужные функции распараллелены, так, например, можно использовать ATLAS (для этой библиотеки необходимо выключить троттлинг и энергосбережение, а также разобраться с механизмом изменения числа потоков) или Intel Integrated Performance Primitives.

- 2. Добавить в начало программы вызов Framewave-функции SetNumThreads(M) для установки количества создаваемых параллельной библиотекой потоков, задействуемых при выполнении распараллеленных Framewave-функций. Нужное число М следует устанавливать из параметра командной строки (argv) для удобства автоматизации экспериментов.
- 3. Скомпилировать программу, не применяя опции автоматического распараллеливания, использованные в лабораторной работе №1. Провести эксперименты с полученной программой для тех же значений N_1 и N_2 , которые использовались в лабораторной работе №1, при $M=1,\ 2,\ \ldots,\ K$, где K количество процессоров (ядер) на экспериментальном стенде.
- 4. Сравнить полученные результаты с результатами лабораторной работы №1: на графиках показать, как изменилось время выполне-

ния программы, параллельное ускорение и параллельная эффективность.

- 5. Написать отчёт о проделанной работе.
- 6. Подготовиться к устным вопросам на защите.
- 7. **Необязательное задание №1** (для получения оценки «четыре» и «пять»). Исследовать параллельное ускорение для различных значений M > K, т.е. оценить накладные расходы при создании чрезмерного большого количества потоков. Для иллюстрации того, что программа действительно распараллелилась, привести график загрузки процессора (ядер) во время выполнения программы при $N = N_2$ для всех использованных M. Для получения графика можно как написать скрипт, так и просто сделать скриншот диспетчера задач, указав на скриншоте моменты начала и окончания эксперимента (в отчёте нужно привести текст скрипта или название использованного диспетчера).
- 8. **Необязательное задание №2** (для получения оценки «пять»). Это задание выполняется только после выполнения предыдущего пункта. Используя закон Амдала, рассчитать коэффициент распараллеливания для всех экспериментов и привести его на графиках. Прокомментировать полученные результаты.

- 1. Титульный лист с названием вуза, ФИО студентов и названием работы.
- 2. Содержание отчета (с указанием номера страниц и т.п.).
- 3. Краткая характеристика использованного для проведения экспериментов процессора, операционной системы и компилятора (официальное название, номер версии/модели, разрядность, количество ядер, ёмкость ОЗУ и т.п.).
- 4. Описание особенностей конфигурации использованной параллельной библиотеки, включая описание последовательности шагов, предпринятых для установки библиотеки, и использованных опций компиляции.

- 5. Полный текст полученной параллельной программы, а также текст всех скриптов, использованных для компилирования программы и проведения экспериментов.
- 6. Графики функций времени выполнения использованных программ, а также графики параллельного ускорения и параллельной эффективности для разных N и M (допускается совмещать несколько графиков в одной системе координат).
- 7. Подробные выводы с анализом приведённых графиков и полученных результатов. Отчёт предоставляется на бумажном носителе или на флешке.

- 1. Уметь объяснить каждую строку программы, представленной в отчёте.
- 2. Знать о назначении всех использованных в работе ключей компиляции.
- 3. Знать материал лекции №2.
- 4. Взять с собой все нужные файлы для демонстрации работы программы.

6 Лабораторная работа №3. «Распараллеливание циклов с помощью технологии OpenMP»

6.1 Порядок выполнения работы

- 1. Добавить во все for-циклы в программе из ЛР №1 следующую директиву OpenMP:
 - "#pragma omp parallel for default(none) private(...) shared(...)". Наличие всех перечисленных параметров в указанной директиве является обязательным.
- 2. Проверить все for-циклы на внутренние зависимости по данным между итерациями. Если зависимости обнаружились, использовать для защиты критических секций директиву "#pragma omp critical" или "#pragma omp atomic" (если операция атомарна), или параметр reduction (предпочтительнее) или вообще отказаться от распараллеливания цикла (свой выбор необходимо обосновать).
- 3. Убедиться, что получившаяся программа обладает свойством прямой совместимости с компиляторами, не поддерживающими OpenMP (для проверки этого можно скомпилировать программу без опции "–fopenmp", в результате не должно быть сообщений об ошибках, а программа должна корректно работать).
- 4. Провести эксперименты, замеряя параллельное ускорение. Привести сравнение графиков параллельного ускорения с ЛР №1 и ЛР №2.
- 5. Провести эксперименты, добавив параметр "schedule" и варьируя в экспериментах тип расписания. Исследование нужно провести для всех возможных расписаний: static, dynamic, guided. Способ варьирования параметра chunk_size выбрать самостоятельно (но должно быть не менее 5 точек варьирования). Привести сравнение параллельного ускорения при различных расписаниях с результатами п.4.
- 6. Выбрать из рассмотренных в п.4 и п.5 наилучший вариант при различных N. Сформулировать условия, при которых наилучшие результаты получились бы при использовании других типов расписания.

- 7. Найти вычислительную сложность алгоритма до и после распараллеливания, сравнить полученные результаты.
- 8. Написать отчёт о проделанной работе.
- 9. Подготовиться к устным вопросам на защите.
- 10. **Необязательное задание №1** (для получения оценки «четыре» и «пять»). Для иллюстрации того, что программа действительно распараллелилась, привести график загрузки процессора (ядер) от времени при выполнении программы при $N=N_1$ для лучшего варианта распараллеливания. Для получения графика можно как написать скрипт так и просто сделать скриншот диспетчера задач, указав на скриншоте моменты начала и окончания эксперимента (в отчёте нужно привести текст скрипта или название использованного диспетчера). Недостаточно привести однократное моментальное измерение загрузки утилитой htop, т.к. требуется привести график изменения загрузки за всё время выполнения программы.
- 11. **Необязательное задание №2** (для получения оценки «пять»). Построить график параллельного ускорения для точек $N < N_1$ и найти значения N, при которых накладные расходы на распараллеливание превышают выигрыш от распараллеливания (независимо для различных типов расписания).

- 1. Титульный лист с названием вуза, ФИО студентов и названием работы.
- 2. Содержание отчета (с указанием номера страниц и т.п.).
- 3. Краткое описание решаемой задачи.
- 4. Характеристика использованного для проведения экспериментов процессора, операционной системы и компилятора GCC (точное название, номер версии/модели, разрядность, количество ядер и т.п.).
- 5. Полный текст программы с использованием параметра schedule.
- 6. Подробные выводы с анализом каждого из приведённых графиков.

7. Отчёт предоставляется в бумажном или электронном виде вместе с полным текстом программы. По требованию преподавателя нужно быть готовыми скомпилировать и запустить этот файл на компьютере в учебной аудитории (или своём ноутбуке).

- 1. Уметь объяснить каждую строку программы, представленной в отчёте.
- 2. Уметь объяснить выводы, полученные в результате работы.
- 3. Знать назначение каждой директивы ОрепМР, использованной в программе.
- 4. Повторить материал лекции №3, прочитать главу про OpenMP в методическом пособии
- 5. Прочитать материал о директиве #pragma_omp_for в книге Антонова «Параллельное программирование с использованием технологии OpenMP: Учебное пособие», знать ответы на вопросы в конце соответствующей главы.

7 Лабораторная работа №4. «Метод доверительных интервалов при измерении времени выполнения параллельной ОрепМР-программы»

7.1 Порядок выполнения работы

- 1. В программе, полученной в результате выполнения ЛР-3, так изменить этап Generate, чтобы генерируемый набор случайных чисел не зависел от количества потоков, выполняющих программу. Например, на каждой итерации i перед вызовом rand_r можно вызывать функцию srand(f(i)), где f произвольно выбранная функция. Можно придумать и использовать любой другой способ.
- 2. Заменить вызовы функции gettimeofday на omp get wtime.
- 3. Распараллелить вычисления на этапе Sort, для чего выполнить сортировку в два этапа:
 - Отсортировать первую и вторую половину массива в двух независимых нитях (можно использовать OpenMP-директиву "parallel sections");
 - Объединить отсортированные половины в единый массив.
- 4. Написать функцию, которая один раз в секунду выводит в консоль сообщение о текущем проценте завершения работы программы. Указанную функцию необходимо запустить в отдельном потоке, параллельно работающем с основным вычислительным циклом.
- 5. Обеспечить прямую совместимость (forward compatibility) написанной параллельной программы. Для этого все вызываемые функции вида «omp_*» можно условно переопределить в препроцессорных директивах, например, так:

```
#ifdef _OPENMP
#include "omp.h"

#else
int omp_get_num_procs() { return 1; }

#endif
```

6. Провести эксперименты, варьируя N от $min(\frac{N_x}{2}, N_1)$ до N_2 , где значения N_1 и N_2 взять из ЛР-1, а N_x – это такое значение N,

при котором накладные расходы на распараллеливание превышают выигрыш от распараллеливания. Написать отчёт о проделанной работе. Подготовиться к устным вопросам на защите.

- 7. **Необязательное задание на «четвёрку» и «пятёрку».** Уменьшить количество итераций основного цикла с 100 до 10 и провести эксперименты, замеряя время выполнения следующими методами:
 - Использование минимального из десяти полученных замеров;
 - Расчёт по десяти измерениям доверительного интервала с уровнем доверия 95%.

Привести графики параллельного ускорения для обоих методов в одной системе координат, при этом нижнюю и верхнюю границу доверительного интервала следует привести двумя независимыми графиками.

8. **Необязательное задание на** «пятёрку»: в п.3 задания на этапе Sort выполнить параллельную сортировку не двух частей массива, а k частей в k нитях (тредах), где k – это количество процессоров (ядер) в системе, которое становится известным только на этапе выполнения программы с помощью команды «k = omp get num procs()».

- 1. Титульный лист с названием вуза, ФИО студентов и названием работы.
- 2. Содержание отчета (с указанием номера страниц и т.п.).
- 3. Краткое описание решаемой задачи.
- 4. Характеристика использованного для проведения экспериментов процессора, операционной системы и компилятора GCC (точное название, номер версии/модели, разрядность, количество ядер и т.п.).
- 5. Полный текст программы и использованных в процессе работы скриптов и инструментов с указанием параметров запуска.
- 6. Подробные выводы с анализом каждого из приведённых графиков.

Отчёт предоставляется в бумажном или электронном виде вместе с полным текстом программы. По требованию преподавателя нужно быть готовыми скомпилировать и запустить этот файл на компьютере в учебной аудитории (или своём ноутбуке).

- 1. Уметь объяснить каждую строку программы, представленной в отчёте.
- 2. Уметь объяснить выводы, полученные в результате работы.
- 3. Знать назначение каждой директивы ОрепМР, использованной в программе.
- 4. Повторить материал лекции №4, прочитать главу про OpenMP в методическом пособии.
- 5. Знать ответы на вопросы из разделов «Задание» книги Антонова «Параллельное программирование с использованием технологии ОрепМР: Учебное пособие» (см. страницы 12, 28, 35, 54).

8 Лабораторная работа №5. «Параллельное программирование с использованием стандарта POSIX Threads»

8.1 Порядок выполнения работы

- 1. Взять в качестве исходной OpenMP-программу из ЛР-5, в которой распараллелены все этапы вычисления. Убедиться, что в этой программе корректно реализован одновременный доступ к общей переменной, используемой для вывода в консоль процента завершения программы.
- 2. Изменить исходную программу так, чтобы вместо OpenMP-директив применялся стандарт «POSIX Threads»:
 - для получения оценки «3» достаточно изменить только один этап (Generate, Map, Merge, Sort), который является узким местом (bottle neck), а также функцию вывода в консоль процента завершения программы;
 - для получения оценки **«4»** и **«5»** необходимо изменить всю программу, но допускается в качестве расписания циклов использовать «schedule static»;
 - для получения оценки «5» необходимо хотя бы один цикл распараллелить, реализовав вручную расписание «schedule dynamic» или «schedule guided».
- 3. Провести эксперименты и по результатам выполнить сравнение работы двух параллельных программ («OpenMP» и «POSIX Threads»), которое должно описывать следующие аспекты работы обеих программ (для различных N):
 - полное время решения задачи;
 - параллельное ускорение;
 - доля времени, проводимого на каждом этапе вычисления («нормированная диаграмма с областями и накоплением»);
 - количество строк кода, добавленных при распараллеливании, а также грубая оценка времени, потраченного на распараллеливание (накладные расходы программиста);
 - остальные аспекты, которые вы выяснили самостоятельно (Обязательный пункт);

8.2 Состав отчета

- 1. Титульный лист с названием вуза, ФИО студентов и названием работы. Содержание отчета (с указанием номера страниц и т.п.).
- 2. Содержание отчета (с указанием номера страниц и т.п.).
- 3. Краткое описание решаемой задачи.
- 4. Характеристика использованного для проведения экспериментов процессора, операционной системы и компилятора GCC (точное название, номер версии/модели, разрядность, количество ядер и т.п.).
- 5. Полный текст программ («OpenMP» и «POSIX Threads») и использованных в процессе работы скриптов, и инструментов с указанием параметров запуска.
- 6. Подробные выводы с анализом каждого из приведённых графиков.

Отчёт предоставляется в бумажном или электронном виде вместе с полным текстом программы. По требованию преподавателя нужно быть готовыми скомпилировать и запустить этот файл на компьютере в учебной аудитории (или своём ноутбуке).

- 1. Уметь объяснить каждую строку программы, представленной в отчёте.
- 2. Уметь объяснить выводы, полученные в результате работы.
- 3. Подготовиться к ответам на вопросы по материалам лекции №5.

9 Лабораторная работа №6. «Изучение технологии OpenCL»

9.1 Порядок выполнения работы

1. Вам необходимо реализовать один (для оценки 3) или два (для оценки 4) этапа вашей программы из предыдущих лабораторных работ. При этом вычисления можно проводить как на CPU, так и на GPU (на своё усмотрение, но GPU предпочтительнее).

2. Дополнительной задание (оценка 5).

- Выполнение заданий для оценки 3 и 4.
- Расчёт доверительного интервала.
- Посчитать время 2 способами: с помощью profiling и с помощью обычного замера (как в предыдущих заданиях).
- Оценить накладные расходы.
- * Необязательное задание для магистрантов с большим количеством свободного времени: Проводить вычисления совместно на GPU и CPU (т.е. итерации в некоторой обоснованной пропорции делятся между GPU и CPU, и параллельно на них выполняются).
- 3. При желании данную лабораторную работу можно написать на СUDA.

- 1. Титульный лист с названием вуза, ФИО студентов и названием работы. Содержание отчета (с указанием номера страниц и т.п.).
- 2. Краткое описание решаемой задачи.
- 3. Характеристика использованного для проведения экспериментов процессора, операционной системы и компилятора GCC (точное название, номер версии/модели, разрядность, количество ядер и т.п.).
- 4. Полный текст распараллеленной программы (для п.2 и п.3).
- 5. Подробные выводы.

Отчёт предоставляется в бумажном или электронном виде вместе с полным текстом программы. По требованию преподавателя нужно быть готовыми скомпилировать и запустить этот файл на компьютере в учебной аудитории (или своём ноутбуке).

- 1. Уметь объяснить каждую строку программы, представленной в отчёте. Уметь объяснить выводы, полученные в результате работы.
- 2. Прочитать раздел методички 3.4 Технология ОрепСL.
- 3. Изучить материал лекции по технологии OpenCL.

Список используемой литературы

- 1. Соснин В.В., Балакшин П.В. Введение в параллельные вычисления. СПб: Университет ИТМО, 2016. 51 с.
- 2. Top 500 supercomputers list. URL: https://www.top500.org/ (дата обращения: 12.02.19).
- 3. Википедия. Симметричная мультипроцессорность. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Симметричная_многопроцессорность (дата обращения: 12.02.19).
- 4. Википедия. Массово-параллельная архитектура. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Массово-параллельная архитектура (дата обращения: 12.02.19).
- 5. Википедия. OpenCL. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/OpenCL (дата обращения: 13.02.19).
- 6. Введение в GPU-вычисления CUDA/OpenCL. URL: http://my-it-notes.com/2013/06/gpu-processing-intro-cuda-opencl/ (дата обращения: 13.02.19).
- 7. Бастраков С.И. Программирование на OpenCL. Нижний новгород: ННГУ, 2011.
- 8. OpenCL официальный сайт URL: http://www.khronos.org/opencl/ (дата обращения: 13.02.19).
- 9. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии MPI. Москва: МГУ, 2004. 72 с.
- 10. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии ОрепМР. Москва: МГУ, 2009.- 78 с.
- 11. Википедия. Параллельные вычисления. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Параллельные_вычисления обращения: 14.02.19).
- 12. Википедия. Распределенные вычисления. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Распределенные_вычисления(дата обращения: 14.02.19).

- 13. Стандарт языка C++. ISO/IEC 14882:2011. URL: https://www.iso.org/standard/50372.html (дата обращения: 14.02.19).
- 14. Википедия. Проблема ABA. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Проблема_ABA (дата обращения: 14.02.19).
- 15. Транзакционная память: история и развитие. URL: https://habr.com/ru/post/221667/ (дата обращения: 14.02.19).
- 16. Википедия. Модель акторов. URL: lhttps://ru.wikipedia.org/wiki/Модель_акторов (дата обращения: 14.02.19).
- 17. Кормен, Томас X. и др. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд. : Пер. с англ. М. : ООО "И. Д. Вильямс", 2013. 1328 с. : ил. Парал. тит. англ.
- 18. Lock-free структуры данных. Очередной трактат. URL: https://habr.com/ru/post/219201/ (дата обращения: 14.09.19)
- 19. False sharing в многопоточном приложении на Java. URL: https://habr.com/ru/post/187752/ (дата обращения: 14.09.19)
- 20. Load-link/store-conditional. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Load-link/store-conditional (дата обращения: 14.09.19)
- 21. Concurrent Data Structures (libcds). URL: http://libcds.sourceforge.net/ (дата обращения: 14.09.19)
- 22. Очередь Майкла и Скотта. URL: https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Очередь_Майкла_и_Скотта (дата обращения: 14.09.19)
- 23. Баер Ж.-Л., Барлоу Р., Вудворд М., и др. Системы параллельной обработки: Пер. с англ. / Под. ред. Д. Ивенса. М.: Мир, 1985. 416 с.: ил.
- 24. Валях Е. Последовательно-параллельные вычисления. Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 456 с.: ил.
- 25. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 608 с.: ил.