TIPE 25/26 - Cycles et Boucles

Méthode des tableaux : Optimisation pour les clauses de Horn

GIL Dorian

Sommaire

- 1 Présentation Méthode
- Exemple d'Application
- 3 Implémentation en OCaml
- Objectifs futurs

Présentation

Definition (Méthode des tableaux)

Algorithme pour prouver une assertion ϕ ayant pour hypothèse (H_n) en montrant que $\neg \phi$ est insatisfaisable.

Definition (Clause de Horn)

Clause (i.e con/disjonction de littéraux) comportant au plus un littéral positif

Présentation

Definition (Méthode des tableaux)

Algorithme pour prouver une assertion ϕ ayant pour hypothèse (H_n) en montrant que $\neg \phi$ est insatisfaisable.

Definition (Clause de Horn)

Clause (i.e con/disjonction de littéraux) comportant au plus un littéral positif

- On place $\neg \phi$ et ses hypothèses dans la racine.
- On applique des règles (R_x) à chaque formule en bout d'arbre qui sont developpables
- Si on trouve a et $\neg a$ dans l'arbre (un *cycle*), alors ϕ est vrai

Présentation

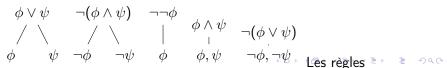
Definition (Méthode des tableaux)

Algorithme pour prouver une assertion ϕ ayant pour hypothèse (H_n) en montrant que $\neg \phi$ est insatisfaisable.

Definition (Clause de Horn)

Clause (i.e con/disjonction de littéraux) comportant au plus un littéral positif

- On place $\neg \phi$ et ses hypothèses dans la racine.
- On applique des règles (R_x) à chaque formule en bout d'arbre qui sont developpables
- Si on trouve a et $\neg a$ dans l'arbre (un cycle), alors ϕ est vrai





Formule: $a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$

$$\neg(a\Rightarrow(b\Rightarrow a))$$

Formule:
$$a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$$

Formule: $a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$

$$\begin{array}{c}
\neg(a \Rightarrow (b \Rightarrow a))\\
\downarrow \\
a, \neg(b \Rightarrow a)\\
\downarrow \\
b, \neg a
\end{array}$$

Formule: $a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$

Implémentation 1

```
type formula =
        | Atom of string
       | Not of formula
        | And of formula * formula
        | Or of formula * formula
   let rec expand formula =
        match formula with
        | Not (Not f) -> [[f]]
        | Not (And (f1, f2)) -> [[Not f1]; [Not f2]]
        | Not (Or (f1, f2)) -> [[Not f1; Not f2]]
        | And (f1, f2) -> [[f1: f2]]
        | Or (f1, f2) -> [[f1]; [f2]]
        | _ -> [];;
    let rec has_cycle branch =
        List.exists (fun f -> List.mem (Not f) branch) branch;;
Première implémentation en OCaml, sans les hypothèses
```

Implémentation 2

```
let rec tableau branches =
   match branches with
   | [] -> false
   | branch :: rest ->
   if has_cycle branch then
       tableau rest
   else
       match branch with
       | [] -> true
       | f .. fs ->
       let expansions = expand f in match expansions with
       | [] -> tableau (fs :: rest)
        | new branches ->
       let expanded_branches = List.map (fun b -> b @ fs) new_branches in
       tableau (expanded_branches @ rest);;
   let is_satisfiable formula =
   let initial branch = [formula] in tableau [initial branch]:
   Première implémentation en OCaml, sans les hypothèses
```

Mon but sur le long terme

Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Trouver et prouver des optimisations.

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Trouver et prouver des optimisations.
- Implémenter et commenter les résultats de l'optimisation.

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Trouver et prouver des optimisations.
- Implémenter et commenter les résultats de l'optimisation.
- Faire de même en logique du première ordre OU continuer à trouver des optimisations dans la logique propositionelle.

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Trouver et prouver des optimisations.
- Implémenter et commenter les résultats de l'optimisation.
- Faire de même en logique du première ordre OU continuer à trouver des optimisations dans la logique propositionelle.

Mon but sur le long terme

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Trouver et prouver des optimisations.
- Implémenter et commenter les résultats de l'optimisation.
- Faire de même en logique du première ordre OU continuer à trouver des optimisations dans la logique propositionelle.

Sur le court terme :

Ajouter les hypothèses à l'implémentation.

Mon but sur le long terme

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Trouver et prouver des optimisations.
- Implémenter et commenter les résultats de l'optimisation.
- Faire de même en logique du première ordre OU continuer à trouver des optimisations dans la logique propositionelle.

Sur le court terme :

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation.
- Faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.

Mon but sur le long terme

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation et faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Trouver et prouver des optimisations.
- Implémenter et commenter les résultats de l'optimisation.
- Faire de même en logique du première ordre OU continuer à trouver des optimisations dans la logique propositionelle.

Sur le court terme :

- Ajouter les hypothèses à l'implémentation.
- Faire les preuves de correction, terminaison pour toutes formules.
- Commencer la recherche d'optimisation