

Mise en cohérence des objectifs du TIPE (MCOT) - GIL Dorian

1 Intro

- **Titre:** Etude de la Méthode des tableaux: Application en logique propositionnelle et en logique linéaire temporelle
- **Ancrage:** La méthode des tableaux est un algorithme qui renvoie la satisfiabilité d'une formule. Nous étudierons une variante où le tableau aura la forme d'un arbre [7]. Une formule est insatisfaisable ssi toutes les branches ont des cycles (c'est à dire ϕ et $\neg\phi$ sur une même branche)
- **Motivations:** Etant intéressé par mes cours de logiques, et après des recherches, j'ai découvert la méthode des tableaux. Après plus de recherches notamment dans ces applications, j'ai découvert et je me suis intéressé à la vérification de modèle, d'où l'étude de la méthode des tableaux dans le cadre de la vérification de modèle.

2 Positionnements thématiques et mots-clés

2.1 Thème

1. Informatique - Théorique
2. Informatique - Pratique
3. Mathématiques - Autres (Logiques classiques et non-classiques ; Algorithmique)

2.2 Mots clés - Key words

1. Méthode des tableaux // Method of Analytic Tableaux
2. Logique propositionnelle // Propositional Logic
3. Logique linéaire temporelle // Linear Temporal Logic
4. Satisfiabilité // Satisfiability
5. Vérification de modèle // Model checking

3 Bibliographie commentée (493/650 mots)

Dans un premier temps, on souhaite étudier la satisfiabilité de formules logiques dans le contexte de la logique propositionnelle. Des théorèmes connus montrent que ce problème est NP-complet [1], c'est ainsi que la question de la satisfiabilité en temps polynomial est devenue une question à un million de dollars. C'est ainsi qu'une grande problématique dans le domaine de la logique (en outre la logique propositionnelle) est la recherche d'un algorithme permettant de résoudre le problème de satisfiabilité (SAT) en temps polynomial. La résolution de ce colossal problème impliquerait en effet $P = NP$ [3]. Différents algorithmes ont été imaginés pour résoudre ce problème en temps exponentiel en la taille de la formule étudiée. Nous nous intéressons notamment à la méthode des tableaux.

Dans le cadre de notre étude, cette méthode consiste à construire un arbre avec la formule à la racine, et à utiliser des règles pour développer ou créer des branches. On regarde ensuite s'il y a des contradictions dans toutes les branches. Si c'est le cas, la formule est insatisfaisable. Le but de notre étude n'est évidemment pas de résoudre ce problème, mais de présenter une approche personnelle du problème de la satisfiabilité en utilisant la méthode des tableaux et en proposant des implémentations dans le langage OCaml. Dans cette approche, nous essaierons de trouver des algorithmes qui résolvent une sous-instance de SAT en temps polynomial, et si ce n'est pas possible, nous trouverons des moyens d'optimiser l'algorithme exponentiel [2].

Or, il semblerait que la méthode des tableaux soit plus utilisée en logique linéaire temporelle [4], dans le cadre de la vérification de modèle, en particulier dans un algorithme de vérification automatique en logique linéaire temporelle [6]. La logique linéaire temporelle est une logique propositionnelle à laquelle on rajoute des opérateurs temporels, ainsi les variables peuvent avoir des valeurs de vérité qui dépendent du temps, représenté par une suite infinie d'évaluations de vérité des variables. La vérification de modèle est un problème dans lequel on souhaite vérifier si le modèle d'un système satisfait une propriété. La méthode des tableaux est utile dans le cadre d'une méthode utilisant les automates de Büchi pour créer un modèle de notre système ainsi que des formules logiques modélisant les propriétés que notre modèle doit vérifier. Nous ferons abstraction des

algorithmes derrière et nous admettrons dans le cadre de ce TIPE que la méthode des tableaux est grandement utilisée dans le cadre de la vérification de modèle. [5]

C'est ainsi que, dans un monde toujours plus dépendant des différentes technologies dont la création repose sur des algorithmes, on souhaite vérifier le bon fonctionnement de nos programmes informatiques par rapport aux cahiers des charges associés à un produit. Nous étudierons ainsi l'application de la méthode des tableaux dans ce cadre en utilisant une implémentation OCaml de la méthode des tableaux dans la logique linéaire temporelle, tout en proposant un exemple d'objet technique pouvant correspondre à une telle formule.

4 Problématique retenue

Comment utiliser la méthode des tableaux pour la résolution de différents problèmes contemporains (en particulier SAT et la vérification de modèle) ?

5 Objectifs du TIPE

Les objectifs du TIPE sont d'étudier les différentes utilisations de la méthode des tableaux dans différentes logiques. Nous nous intéresserons en particulier :

- À la logique propositionnelle avec une étude de la satisfiabilité d'une famille de formules.
- À la logique linéaire temporelle avec l'étude d'une formule logique modélisant le fonctionnement attendu d'un objet technologique.

6 Liste de références bibliographiques

1. Pierre Le Barbenchon, Sophie Pichinat, François Schwarzenruber ; Logique : fondements et applications ; Dunod ; ISBN : 978-2-10-082158-7
2. Chiara Ghidini (Università di Trento) ; Mathematical Logic: Tableaux Reasoning for Propositional Logic ; <https://dit.unitn.it/~ldkr/ml2015/slides/PLtableau.pdf>
3. Garey M.R., Johnson D.S. ; Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, 1 ed.; San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1979
4. The tableau method for temporal logic: an overview ; Pierre Wolper ; 01 Jan 1985 - Logique Et Analyse - Vol. 28, pp 119-136
5. Principles of Model Checking ; Christel Baier et Joost-Pieter Katoen ; Chap 5 - 9780262026499 - April 25, 2008 - The MIT Press
6. Simple On-the-fly Automatic Verification of Linear Temporal Logic ; Rob Gerth, Doron Peled, Moshe Y. Vardi, Pierre Wolper ; <https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/116644/1/GPVW95-pstv.pdf>
7. A traditional tree-style tableau for LTL ; Mark Reynolds ; <https://arxiv.org/pdf/1604.03962.pdf> - The University of Western Australia ;