Метод установления решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Схема переменных направлений Вариант 12.

Содержание

Условие

Найти решение задачи

$$Lu = -f(x, y)$$

$$Lu = \frac{\partial}{\partial x}\left((1 + \frac{x}{2})\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},\ 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$$u(x, y)|_\Gamma = \mu(x, y)$$

используя схему переменных направлений.

Отладить решение на функции $u^*(x, y) = xy^2(1 + y)$

Начальные данные

```
addpath("methods\","norms\","utils\")

global f;
global mu_bot;
global mu_top;
global mu_left;
global mu_right;
global lx;
global ly;
global eps;
global q;
global p;
global pk;
global c1;
global c2;
global d12;
global U_exact;
global k_max;
syms x;
syms y;


lx = 1;
ly = 1;
eps = 0.001;
q = 1;
p = 1+x/2;
```

```
pk = 1;
c1 = 1;
c2 = 1.5;
d12 = 1;
U_exact = x*y^2*(1+y);
[f, mu_bot, mu_top, mu_left, mu_right] = initConditions(U_exact);


N = 20;
M = 20;
k_max = 50;
par = 3;
```

Решение

```
u_dir_var = DirectionVariablesMethod(N, M);
```

```
Схема переменных направлений:
1. Мера аппроксимации точного решения ||F-Au*||:
norm1 =
     2.442490654175344e-13
2. Мера аппроксимации нулевого приближения ||F-Au0||:
norm2 =
     1.798930687500000e+03
3. Оценка количества итераций
norm3 =
    22
4. Спектральный радиус матрицы перехода:
-
```

k	F-AU^(k)	rel.d.	U^(k)-u*	rel.error	U^(k)-U^(k-1)		
1	373.1951	0.2075	0.5398	0.3229	1.6487	0	0.2839
2	282.1405	0.1568	0.2939	0.1758	0.4680	0	0.6518
3	114.2148	0.0635	0.1828	0.1093	0.3050	0	0.4476
4	80.0879	0.0445	0.1287	0.0770	0.1365	0	0.7304
5	51.3914	0.0286	0.0944	0.0565	0.0997	0	0.5800
6	36.1635	0.0201	0.0692	0.0414	0.0578	0	0.7711
7	25.1280	0.0140	0.0514	0.0308	0.0446	0	0.6041
8	18.1515	0.0101	0.0384	0.0230	0.0269	0	0.7984
9	12.8462	0.0071	0.0288	0.0172	0.0215	0	0.6131
10	9.4056	0.0052	0.0216	0.0129	0.0132	0	0.8213
11	6.7171	0.0037	0.0162	0.0097	0.0108	0	0.6124
12	4.9524	0.0028	0.0122	0.0073	0.0066	0	0.8404
13	3.5561	0.0020	0.0091	0.0055	0.0056	0	0.6583
14	2.6379	0.0015	0.0068	0.0041	0.0037	0	0.7946
15	1.9634	0.0011	0.0051	0.0031	0.0029	0	0.7117
16	1.4282	7.9392e-04	0.0038	0.0023	0.0021	0	0.7441

6. Приближенное решение на крупной сетке:

ans = 6×6

0	0	0	0	···
0	0.008501461700725	0.017543068042359	0.027255999612799	
0	0.043020521682261	0.086916002096115	0.131898935436826	
0	0.113417958411043	0.227712135898640	0.343095332747911	
0	0.229291667598643	0.459128295538981	0.689642233959460	
0	0.400000000000000	0.800000000000000	1.200000000000000	

7. Таблица точного решения на крупной сетке:

ans = 6×6

0	0	0	0	···
0	0.009600000000000	0.019200000000000	0.028800000000000	
0	0.044800000000000	0.089600000000000	0.134400000000000	
0	0.115200000000000	0.230400000000000	0.345600000000000	
0	0.230400000000000	0.460800000000000	0.691200000000000	
0	0.400000000000000	0.800000000000000	1.200000000000000	