

Задание 4. Поиск максимума среди минимальных значений строк матрицы

Для решения задачи используем три версии алгоритма:

- Однопоточный алгоритм
- Распараллеливание по данным:
 - С обеспечением синхронизации за счет критической секции
 - С использованием редукции оператором `max`

Описание подходов

Все описанные алгоритмы находятся в модуле `matrixMinMax`.

Однопоточная версия

Реализация данного подхода содержится в методе `findMinMaxSingleThread`.

```
static int findMinMaxSingleThread(Matrix *matrix)
{
    int maxVal = INT_MIN;

    for (int i = 0; i < matrix->nRows; i++)
    {
        int rowMin = GetMatrixElem(matrix, i, 0);
        for (int j = 1; j < matrix->nCols; j++)
        {
            int curr = GetMatrixElem(matrix, i, j);
            if (curr < rowMin)
            {
                rowMin = curr;
            }
        }
        if (rowMin > maxVal)
        {
            maxVal = rowMin;
        }
    }
    return maxVal;
}
```

Синхронизация за счет критической секции

В данном подходе для обеспечения синхронизации потоков используется критическая секция.

```
static int findMinMaxCriticalSection(Matrix *matrix)
{
    int maxVal = INT_MIN;
```

```

#pragma omp parallel for shared(matrix, maxVal)
for (int i = 0; i < matrix->nRows; i++)
{
    int rowMin = GetMatrixElem(matrix, i, 0);
    for (int j = 1; j < matrix->nCols; j++)
    {
        int curr = GetMatrixElem(matrix, i, j);
        if (curr < rowMin)
        {
            rowMin = curr;
        }
    }

    if (rowMin > maxVal)
    {
#pragma omp critical
        {
            if (rowMin > maxVal)
            {
                maxVal = rowMin;
            }
        }
    }
}
return maxVal;
}

```

Редукция

В данном подходе использована редукция с оператором `max`.

```

static int findMiniMaxReduction(Matrix *matrix)
{
    int maxVal = INT_MIN;
#pragma omp parallel for shared(matrix) reduction(max \
                                                    : maxVal)
    for (int i = 0; i < matrix->nRows; i++)
    {
        int rowMin = GetMatrixElem(matrix, i, 0);
        for (int j = 1; j < matrix->nCols; j++)
        {
            int curr = GetMatrixElem(matrix, i, j);
            if (curr < rowMin)
            {
                rowMin = curr;
            }
        }

        if (rowMin > maxVal)
        {
            maxVal = rowMin;
        }
    }

    return maxVal;
}

```

Сравнение эффективности алгоритмов

Для сравнения алгоритмов были произведены замеры времени их работы для квадратных матриц размера 10 * 10, 100 * 100 и 1000 * 1000 элементов.

```
In [ ]: import pandas as pd
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
from matplotlib.ticker import FormatStrFormatter
%matplotlib inline

dataset = pd.read_csv("output.csv", sep=';')
dataset["num_elements"] = dataset['n_rows'] * dataset['n_cols']
dataset = dataset.astype({'method': 'category', 'num_elements': 'category'})
print(dataset.head(10))
```

	num_threads	method	n_rows	n_cols	elapsed_time	num_elements
0	1	single	10	10	0.0010	100
1	2	critical_section	10	10	0.0733	100
2	2	reduction	10	10	0.0018	100
3	3	critical_section	10	10	0.0372	100
4	3	reduction	10	10	0.0011	100
5	4	critical_section	10	10	0.0394	100
6	4	reduction	10	10	0.0014	100
7	5	critical_section	10	10	0.0358	100
8	5	reduction	10	10	0.0013	100
9	6	critical_section	10	10	0.0404	100

Рассчитаем среднее время работы каждого из описанных подходов для каждого из имеющихся размеров матриц.

```
In [ ]: means_for_single_thread = dataset[dataset['method'] == 'single'][['num_elements', 'elapsed_time']]
means_for_critical_section = dataset[dataset['method'] == 'critical_section'][['num_elements', 'elapsed_time']]
means_for_reduction = dataset[dataset['method'] == 'reduction'][['num_elements', 'elapsed_time']]
```

```
In [ ]: num_elements = dataset.num_elements.unique().tolist()
```

```
In [ ]: def visualize(ylabel, title, data):
    labels = num_elements
    x = np.arange(len(labels))
    width = 0.2

    fig, ax = plt.subplots(figsize=(15, 10))
    rects1 = ax.bar(x - 3*width/2, data['single'],
                    width, label='Однопоточная версия')
    rects2 = ax.bar(x - width/2, data['critical_section'],
                    width, label='Многопоточная с критической секцией')
    rects3 = ax.bar(x + width/2, data['reduction'],
                    width, label='Многопоточная с редукцией')

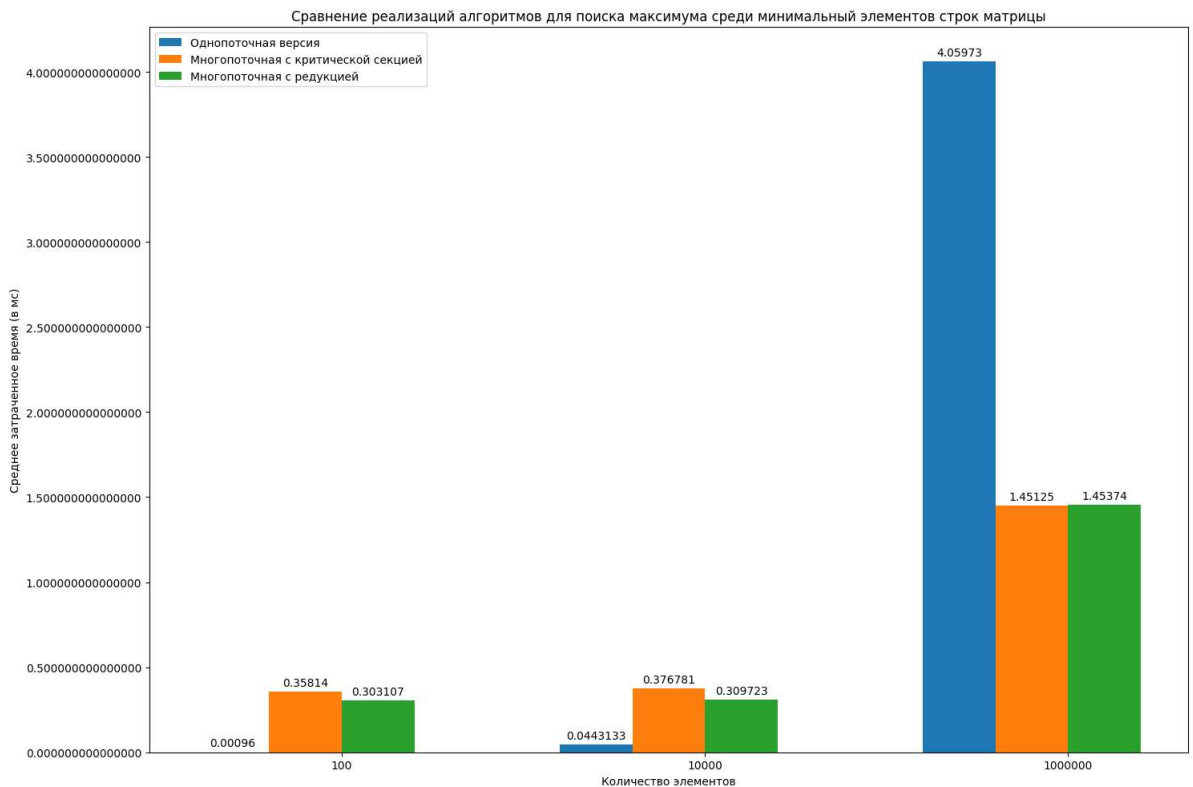
    ax.set_ylabel(ylabel)
    ax.set_title(title)
    ax.set_xlabel('Количество элементов')
    ax.set_xticks(x, labels)
    ax.yaxis.set_major_formatter(FormatStrFormatter('%.15f'))
    ax.legend()
```

```
ax.bar_label(rects1, padding=3)
ax.bar_label(rects2, padding=3)
ax.bar_label(rects3, padding=3)

fig.tight_layout()
```

Визуализируем данные. Построим гистограмму среднего времени работы каждого из подходов для каждого из доступных размеров матриц.

```
In [ ]: mean_data = dict(zip(dataset['method'].unique(), [
    means_for_single_thread['elapsed_time'], means_for_critical_section['elapsed_time'],
    visualize('Среднее затраченное время (в мс)',
        'Сравнение реализаций алгоритмов для поиска максимума среди минимальных элементов строк матрицы')
```



Легко заметить, что применение многопоточности позволяет ускорить процесс поиска максимума среди минимумов для матриц большого размера. Далее рассмотрим зависимость полученного ускорения от количества потоков.

```
In [ ]: means_for_single_thread = dataset[dataset['method'] == 'single'].groupby(
    'num_elements').agg({'elapsed_time': 'mean'}).reset_index()

means_for_multithread = dataset[dataset['num_threads'] >= 2].groupby(
    ['num_threads', 'num_elements', 'method']).agg({'elapsed_time': 'mean'})
means_for_multithread = means_for_multithread[means_for_multithread['elapsed_time'].notnull()].reset_index()

smtet = means_for_multithread[means_for_multithread['num_elements']
    == num_elements[0]]['elapsed_time']
sstet = means_for_single_thread[means_for_single_thread['num_elements']
    == num_elements[0]]['elapsed_time']
means_for_multithread.loc[means_for_multithread['num_elements']
    == num_elements[0], 'boost'] = sstet.loc[0] / smtet

mmtet = means_for_multithread[means_for_multithread['num_elements']
```

```

        == num_elements[1]]['elapsed_time']
mstet = means_for_single_thread[means_for_single_thread['num_elements']
        == num_elements[1]]['elapsed_time']
means_for_multithread.loc[means_for_multithread['num_elements']
        == num_elements[1], 'boost'] = mstet.loc[1] / mmtet

lmtet = means_for_multithread[means_for_multithread['num_elements']
        == num_elements[2]]['elapsed_time']
lstet = means_for_single_thread[means_for_single_thread['num_elements']
        == num_elements[2]]['elapsed_time']
means_for_multithread.loc[means_for_multithread['num_elements']
        == num_elements[2], 'boost'] = lstet.loc[2] / lmtet

```

```

In [ ]: def visualize_boost(data, filters, title):
        labels = dataset.num_threads.unique()[1:]
        x = np.arange(len(labels))
        fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 5))
        bfsa_critical = plt.plot(
            x, data.loc[filters['critical'], 'boost'], label='Критическая секция')
        bfsa_reduction = plt.plot(
            x, data.loc[filters['reduction'], 'boost'], label='Редукция')

        ax.set_xticks(x, labels)
        ax.set_title(title)
        ax.set_xlabel('Количество потоков')
        ax.set_ylabel('Ускорение')
        ax.grid()
        ax.legend()

```

```

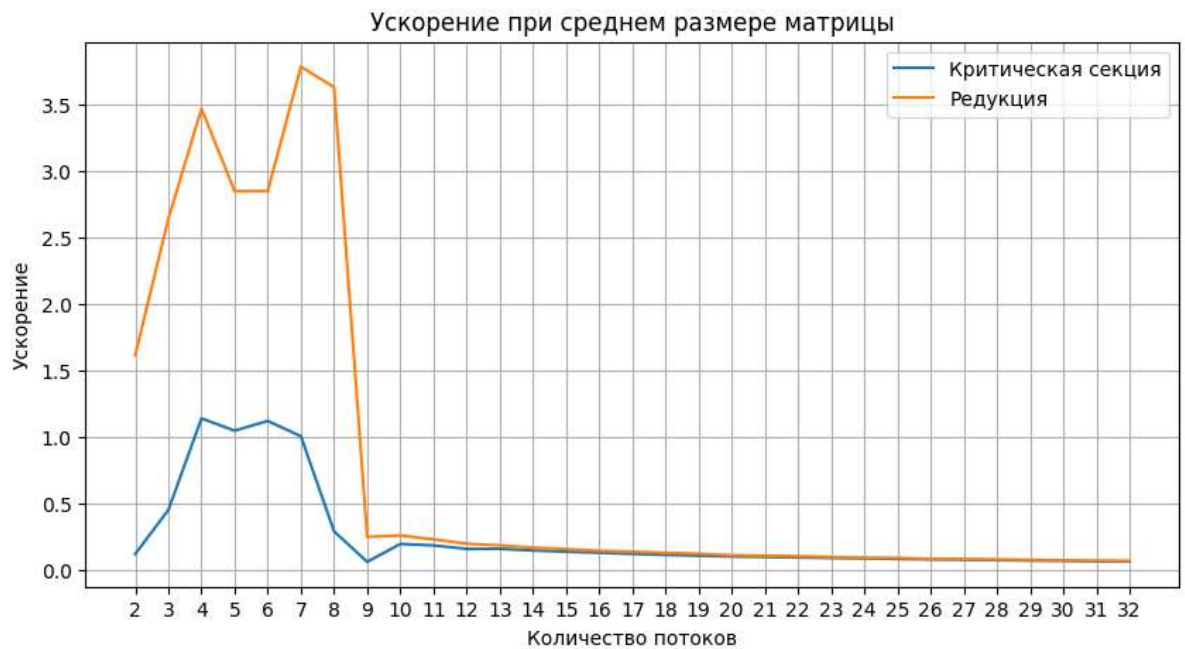
In [ ]: filters_for_small_num_elements = {
        'critical': (means_for_multithread['method'] == 'critical_section') & (means_for_
        'reduction': (means_for_multithread['method'] == 'reduction') & (means_for_multithr
    }
    visualize_boost(means_for_multithread, filters_for_small_num_elements,
        'Ускорение при небольшом размере матрицы')

```



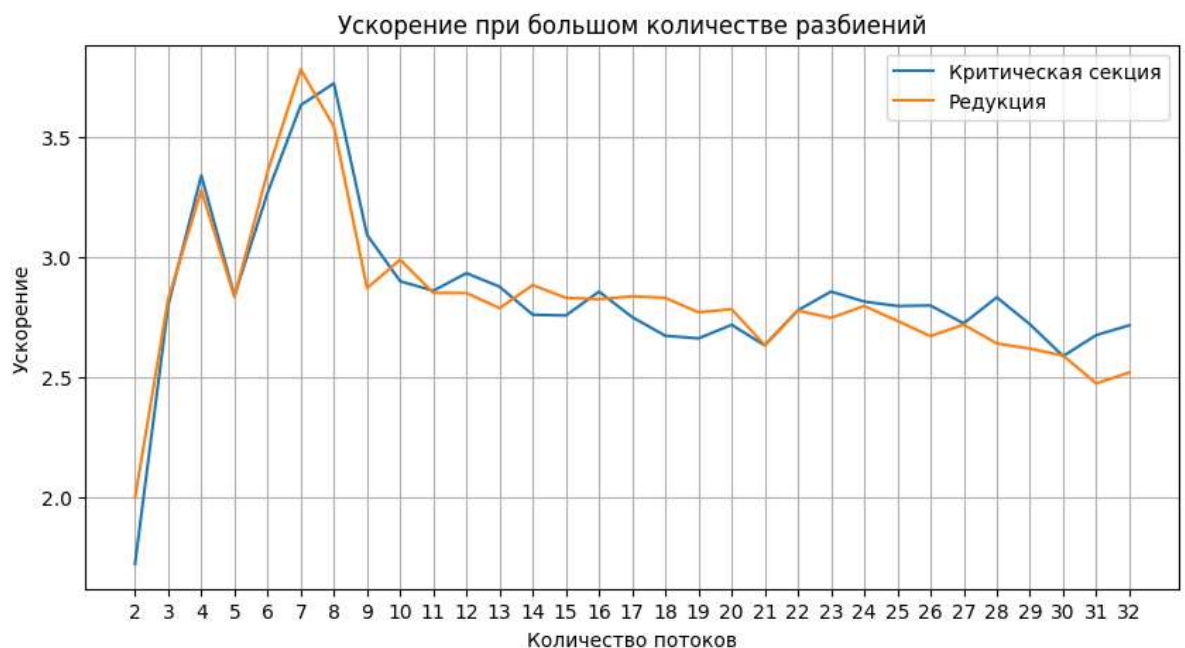
Как и ожидалось, при небольших размерах матрицы оба алгоритма оказываются менее эффективными, чем однопоточная версия

```
In [ ]: filters_for_medium_arrays = {
    'critical': (means_for_multithread['method'] == 'critical_section') & (means_for_
    'reduction': (means_for_multithread['method'] == 'reduction') & (means_for_multthr
}
visualize_boost(means_for_multithread, filters_for_medium_arrays,
    'Ускорение при среднем размере матрицы')
```



Для матриц среднего размера алгоритм с редукцией оказался эффективнее, при семи потоках ускорив программу более чем в 3.5 раза на 7 потоках. Алгоритм с критической секцией, напротив, оказался немного быстрее однопоточной версии при использовании от 4 до 7 потоков. После увеличения количества потоков до 9 оба ускорения обоих алгоритмов стало стремиться к 0.

```
In [ ]: filters_for_large_arrays = {
    'critical': (means_for_multithread['method'] == 'critical_section') & (means_for_
    'reduction': (means_for_multithread['method'] == 'reduction') & (means_for_multthr
}
visualize_boost(means_for_multithread, filters_for_large_arrays,
    'Ускорение при большом количестве разбиений')
```



Для матриц большого размера оба алгоритма показали похожее ускорение в более чем 3.5 раза при использовании 7 потоков для редукции и 8 потоков для критической секции. При увеличении числа потоков эффективность работы обоих алгоритмов снижалась до ускорения в 2.5 раза.