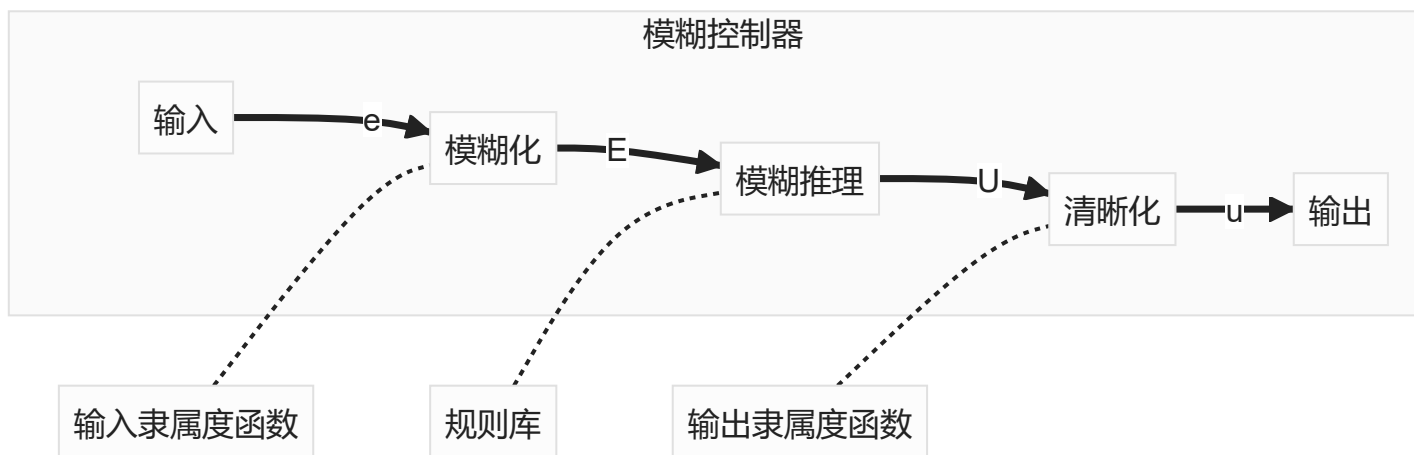


# 模糊控制

一般的控制器只有一套参数，无法实时调整，于是引入模糊控制器，对控制器的参数进行调整

模糊控制一般分为三个部分

1. 模糊化
2. 模糊推理
3. 去模糊化



## 模糊化

### 基本概念

- 模糊量：输入模糊控制器的量，如  $E$ （偏差）、 $E_c(\frac{dE}{dt})$
- 论域：模糊子集上下限的区间
- 隶属度：隶属于某模糊子集的程度
- 模糊子集：
  - NB (Negative Big)
  - NM (Negative Medium)
  - NS (Negative Small)
  - ZO (Zero)
  - PS (Positive Small)
  - PM (Positive Medium)
  - PB (Positive Big)

# 模糊化

根据隶属度函数（模糊函数）求隶属度。一般使用线性隶属度函数（三角隶属度函数）。例如对于一个测量信号 $V$ ，其模糊化的过程如下：

1. 定义模糊子集 $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ，分别对应NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB
2. 将输入量化。为了将 $E$ 和 $E_c$ 与模糊子集对应，引入量化函数， $E$ 的范围为 $V_{min} - V_{max} \sim V_{max} - V_{min}$ ， $E_c$ 为两次 $E$ 作差，范围为 $E$ 的二倍。采取线性量化，函数关系为

$$f(E) = \frac{3E}{V_{max} - V_{min}} \quad f(E_c) = \frac{3E_c}{2(V_{max} - V_{min})}$$

例如 $V_{max} = 100, V_{min} = 20, E = 50, E_c = -120$ ，则 $f(E) = 1.875, f(E_c) = -2.25$

3. 计算隶属度。对于线性隶属度函数，我们只需计算量化值与其所属的两个隶属度的差值比例即可。其中， $E$ 隶属于PS和PM， $E_c$ 隶属于NB和NM。 $E$ 隶属于PS的隶属度为：

$$\frac{1.875 - 1}{2 - 1} = \frac{7}{8}$$

$E$ 隶属于PM的隶属度为：

$$\frac{2 - 1.875}{2 - 1} = \frac{1}{8}$$

$E_c$ 隶属于NB的隶属度为：

$$\frac{-2.25 - (-3)}{-2 - (-3)} = \frac{3}{4}$$

$E_c$ 隶属于NM的隶属度为：

$$\frac{-2 - (-2.25)}{-2 - (-3)} = \frac{1}{4}$$

可以看出，对于一个输入 $E$ ，它所属的两个隶属度的和为1

## 模糊推理

模糊推理：根据模糊规则表求输出值 $U$ 的隶属度，决策出模糊输出量

对于一般的控制，我们可以制订以下模糊表规则：

<i>U</i>	<i>NB</i>	<i>NM</i>	<i>NS</i>	<i>ZO</i>	<i>PS</i>	<i>PM</i>	<i>PB</i>
<i>NB</i>	PB	PB	PB	PB	PM	ZO	ZO
<i>NM</i>	PB	PB	PB	PM	PM	ZO	ZO
<i>NS</i>	PB	PM	PM	PS	ZO	NS	NM
<i>ZO</i>	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
<i>PS</i>	PS	PS	ZO	NM	NM	NM	NB
<i>PM</i>	ZO	ZO	ZO	NM	NB	NB	NB
<i>PB</i>	ZO	NS	NB	NB	NB	NB	NB

其中，第一列为*E*的取值，第一行为*E<sub>c</sub>*的取值。

根据以上规则，可以求得输出值*U*隶属于各个模糊子集的隶属度为：  
隶属于PS的隶属度为：

$$U_{PS} = \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} + \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$$

隶属于ZO的隶属度为：

$$U_{ZO} = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

<i>U</i>	<i>NB</i>	<i>NM</i>	<i>NS</i>	<i>ZO</i>	<i>PS</i>	<i>PM</i>	<i>PB</i>
<i>NB</i>	PB	PB	PB	PB	PM	ZO	ZO
<i>NM</i>	PB	PB	PB	PM	PM	ZO	ZO
<i>NS</i>	PB	PM	PM	PS	ZO	NS	NM
<i>ZO</i>	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
<i>PS</i>	PS	PS	ZO	NM	NM	NM	NB
<i>PM</i>	ZO	ZO	ZO	NM	NB	NB	NB
<i>PB</i>	ZO	NS	NB	NB	NB	NB	NB

## 去模糊化

对于输出值，我们同样采用给予隶属度的方法。由于采用了相同的论域，模糊变量的隶属度是相同的。基于这一基础，采用重心法计算量化值。其公式如下：

$$u_{out} = \frac{\sum_{i=0}^n U_i \cdot F_i}{\sum_{i=0}^n U_i} \quad U \text{ 为隶属度, } F \text{ 为模糊子集的值}$$

对于三角隶属度函数，有：

$$u_{out} = \sum_{i=0}^n U_i \cdot F_i$$

对于上例，输出值为：

$$u_{out} = 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot \frac{7}{8} = 0.75$$

是一个在论域范围内的量化值

要将其转化为实际值，使用以下公式：

$$K(n) = K(n-1) + \partial \cdot u_{out} \quad \partial \text{为增益参数}$$

Author: 梁书恺

Date: 2023/10/10