

Afleveringsopgave 6: Grid Paths

Tæl antallet af stier i et grid ved at bevæge sig fra øverste venstre hjørne til nederste højre hjørne, hvor du kun bevæger dig ned eller til højre, og ikke må gå ind i vægge.

S											
											E

Figur 1: Grid med forhindringer (sort) - find antal stier fra S til E

En vej kunne fx være “ned, ned, ned, ned, højre, højre, højre, ...”.

Men det kunne også være “ned, ned, højre, ned, ned, højre, højre, ...”.

De sorte firkanter kan man dog ikke gå ind i, så de tilføjer ikke.

Hvordan starter man?

- Regner man baglæns ved hjælp af en bottom-up strategi, starter man med at sætte feltet E=1, fordi der er én måde at komme fra E til E ved atstå stille.
- Kigger man efterfølgende på felterne lige over og lige til venstre, kan man sætte dem til 1, fordi der kun er én måde at gå fra de to næstsidste felter til E.

S											
											E=1
										1	?
											1

Figur 2: Bottom-up (tabulation) hvor vi regner baglæns fra slutningen

- Kigger man derefter på feltet diagonalt fra E (feltet med “?” ovenover), så er der to måder at komme i mål: [[højre, ned], [ned, højre]]. Og svaret der skal stå i det felt i tabellen er rigtigt nok $1+1 = 2$.

- For hvert felt kigger man altså på: Hvad står der i cellen nedenunder, og hvad står der i cellen til højre? Antallet af måder at komme til E herfra er antallet af måder fra cellen under mig, plus antallet af måder fra cellen til højre for mig.
- Du kan selv bestemme i den her problemstilling, hvilken dimension du vil loope i først, altså om **i** eller **j** er den yderste loop-variabel i dit nestede loop.
- Hvis man regner på cellerne i bunden, kan man antage at summen af måder at komme dertil kun er baseret på cellerne til venstre, altså at der står 0 i en usynlig celle under hver celle i bunden. Det samme gælder for cellerne helt til højre.
- Der er nogle celler, hvor det ikke giver mening hvad man skriver i dem: Der er celler som slet ikke leder til E. Dem kan man bare skrive 0 i.

S=34	27	27		67*	54*	54*	32*	16*		2*	0
7		27	27	13		22	16	16	7	2	0
7	3		14	13	13	6		9	5	2	
4	3	2	1		7	6	5	4	3	2	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	E=1

Figur 3: Grid med forhindringer (sort) - find antal stier fra S til E

Problemformulering

Givet en $m \times n$ grid, hvor mange forskellige veje er der fra øverste venstre hjørne til nederste højre hjørne? Du må kun bevæge dig til højre eller ned, og du må ikke gå igennem en væg (de sorte felter).

Relation mellem cellerne

For at nå position (i, j) kan du komme fra:

- $(i-1, j)$ ved at gå ned
- $(i, j-1)$ ved at gå til højre

Den enkelte celle med position (i, j) i tabellen **dp** kan derfor regnes med:

$$dp[i][j] = dp[i-1][j] + dp[i][j-1];$$

Hvad du skal aflevere

- To filer, **gridpath.html** og **gridpath.js**
- En gengivelse af ovenstående 12x5 tabel med de samme vægge
- En knap som, når man trykker på den, udfylder den med værdier i en meningsfuld rækkefølge. Når S-feltet er udfyldt, må den gerne fremhæve resultatet lidt mere end de øvrige celler.