CALCUL LITTÉRAL ET ÉQUATIONS

OBJECTIFS

- Développer (par simple et double distributivités), factoriser, réduire des expressions algébriques simples.
- Factoriser une expression du type $a^2 - b^2$ et développer des expression du type $(a+b)(a-b)$.
- Résoudre algébriquement différents types d'équations.

I Calcul littéral

À RETENIR

Rappel

Une **expression littérale** est une expression mathématique comportant une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

EXEMPLE

L'aire $\mathscr{A}$ d'un carré de côté c est donnée par $\mathscr{A} = c \times c$. Il s'agit-là d'une expression littérale.

1. Réduction

À RETENIR

Définition

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous une forme plus simple en regroupant les termes et les facteurs qui la composent.

EXEMPLE

$$\begin{aligned} 5x + 1 + x + 3 &= 5x + x + 1 + 3 \\ &= (5+1)x + (1+3) \\ &= 6x + 4 \end{aligned}$$

EXEMPLE

$$\begin{aligned} 2y \times 5y \times 7y &= 2 \times 5 \times 7 \times y \times y \times y \\ &= 70 \times y^3 \\ &= 70y^3 \end{aligned}$$

EXERCICE 1

Compléter en réduisant les expressions suivantes.

1. $-2x+5-4x+3=$ ....
2. $-5x+4x+3=$ ....
3. $x^2+x+3x+5x^2+1=$ ....
4. $6x^2-3+5x-7x^2+4-2x=$ ....
5. $-3x\times 3x+2x+3x^2-4x=$ ....
6. $2\times(3x^2)-(4x)\times x+x^2=$ ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-1.

2. Développement

À RETENIR

Définition

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme (ou en différence).

EXEMPLE

$$\begin{aligned}5(3a-1)&=5\times 3a+5\times(-1)\\&=5\times 3a-5\\&=15a-5\end{aligned}$$

EXEMPLE

$$\begin{aligned}(2x+3)(5x+7)&=2x\times 5x+2x\times 7+3\times 5x+3\times 7\\&=10x^2+14x+15x+21\\&=10x^2+29x+21\end{aligned}$$

EXERCICE 2

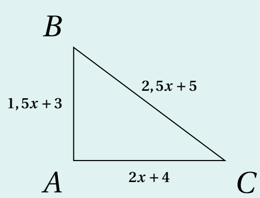
Compléter en développant et en réduisant les expressions suivantes.

1. $3\times(2x+4)=$ ....
2. $(2x-1)x=$ ....
3. $(x+3)(x+2)=$ ....
4. $(1+x)(x-9)=$ ....
5. $(-2x+8)(4-x)=$ ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-2.

EXERCICE 3

Soit x, un nombre positif. On considère le triangle ABC ci-contre.



1. Le triangle ABC est-il rectangle pour $x=0$? Justifier. ....
....
....
2. Démontrer que ABC est un triangle rectangle quelle que soit la valeur de $x\geq 0$. ....
....
....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-3.

3. Factorisation

À RETENIR

Définition

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme (ou une différence) en produit.

EXEMPLE

$$85r + 15r = (85 + 15)r$$
$$= 100r$$

EXEMPLE

$$57(b+1) - 4(b+1) = (57-4)(b+1)$$
$$= 53(b+1)$$

EXERCICE 4

Compléter en factorisant les expressions suivantes.

1. $7z + 9z =$ ....
2. $10x - 10y =$ ....
3. $11a + 11b - 11c =$ ....
4. $4x(y-6) + 5(y-6) =$ ....
5. $(x-1)5x + 3(x-1) =$ ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-4.

À RETENIR

Propriété

Pour factoriser une expression littérale, on peut utiliser l'**identité remarquable** $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

EXEMPLE

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2$$
$$= (x-2)(x+2)$$

EXERCICE 5

Factoriser l'expression $x^4 - 9$.

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-5.

II Équations

1. Rappels

À RETENIR

Propriété

Une égalité reste vraie lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres. Une égalité reste aussi vraie lorsqu'on multiplie (ou divise) ses membres par un même nombre non nul.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $x-7=2$. On ajoute 7 à chacun des deux membres.

$$x-7+7=2+7$$
$$x=9$$

Donc 9 est la solution de cette équation.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $3x=-1$. On divise par 3 chacun des deux membres.

$$\frac{3x}{3}=\frac{-1}{3}$$
$$x=-\frac{1}{3}$$

Donc $-\frac{1}{3}$ est la solution de cette équation.

2. Équations produit nul

À RETENIR

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $(3x+4)(2x-3)=0$. C'est une équation de type « produit nul », qui peut se traduire par :

$$3x+4=0 \qquad 3x=-4 \qquad x=-\frac{4}{3}$$

ou

$$2x-3=0 \qquad 2x=3 \qquad x=\frac{3}{2}$$

Donc $-\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont les solutions de cette équation.

EXERCICE 6

Résoudre les équations suivantes.

1. $x(7x+2)=0$

2. $(x+3)^2=0$

3. $x^2=2x$

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-6.

3. Équations du type $x^2 = a$

À RETENIR

Propriété

Les solutions d'une équation du type $x^2 = a$ dépendent du signe de a :

- si $a > 0$, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$;
- si $a = 0$, l'équation a une solution : 0 ;
- si $a < 0$, l'équation n'a pas de solution.

EXEMPLE

L'équation $x^2 = 9$ a deux solutions : -3 et 3.

EXEMPLE

L'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solution.

EXERCICE 7

Résoudre, si possible, l'équation $-5x^2 = -125$.

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-7.