

OBJECTIFS

- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations de proportionnalité.
- Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité.
- Appliquer un pourcentage.
- Reproduire une figure en respectant une échelle donnée.
- Agrandir ou réduire une figure.
- Comprendre la notion de ratio.

I Reconnaître une situation de proportionnalité

À RETENIR

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

EXERCICE 1

Pour chaque situation ci-dessous, nommer les deux grandeurs en précisant leurs unités s'il y en a, puis dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

1. Marie achète 3 kg de pommes à 2,40 € le kilogramme. Elle doit payer 7,20 €.

- a. Grandeur 1 :
- b. Grandeur 2 :
- c. Véracité de l'affirmation :

2. Dimitri pesait 7 kg à 6 mois ; il pèsera donc 14 kg à 1 an et 28 kg à 2 ans.

- a. Grandeur 1 :
- b. Grandeur 2 :
- c. Véracité de l'affirmation :

3. Maya a fait 1 tour de terrain en 4 min. Si elle court à la même vitesse, elle fera 3 tours en 12 min.

- a. Grandeur 1 :
- b. Grandeur 2 :
- c. Véracité de l'affirmation :

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-1>.

À RETENIR

Définition

On peut organiser les données d'une situation de proportionnalité dans un tableau simple. Un tel tableau s'appelle un **tableau de proportionnalité**.

EXERCICE 2

À une station-essence, le gazole est vendu à 1,34 € le litre. Younes fait un plein de 30 L et paye 40,20 €. Léa va seulement prendre 10 L, et elle paye 13,40 €.

1. Organiser ces données dans un tableau simple.

2. Est-ce un tableau de proportionnalité?

.....
.....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-2>.

II Calculer une quatrième proportionnelle

À RETENIR

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, la **quatrième proportionnelle** est un nombre manquant à calculer. On peut la calculer dès lors que l'on connaît au moins trois valeurs.

1. Lien entre les colonnes

À RETENIR

Méthode

Pour obtenir les nombres d'une colonne d'un tableau de proportionnalité, on peut :

- ajouter ou soustraire les nombres de deux autres colonnes;
- multiplier ou diviser les nombres d'une autre colonne par un même nombre.

EXERCICE 3

Au restaurant scolaire, tous les repas sont au même prix. Sachant que 2 repas coûtent 8,60 € et que 3 repas coûtent 12,90 €, compléter le tableau suivant.

Nombre de repas	1	2	3	5
Prix (en €)				

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-3>.

EXERCICE 4

Mathis possède une collection de livres ayant tous la même épaisseur. Une pile de 12 livres a une hauteur de 30 cm. Compléter le tableau suivant.

Nombre de livres	1	3	12	24
Hauteur de la pile (en cm)				

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-4>.

2. Passage à l'unité

À RETENIR

Méthode

Pour traiter une situation de proportionnalité, il est parfois utile de trouver la valeur qui correspond à l'unité.

EXERCICE 5

Avec 4 L d'une peinture, on peut recouvrir 26 m². Remplir la deuxième colonne de ce tableau, puis s'en servir pour remplir la troisième et la quatrième.

Volume de peinture (en L)	4	1	11	13
Surface peinte (en m²)				

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-5>.

3. Coefficient de proportionnalité

À RETENIR

Méthode

Dans un tableau de proportionnalité, on peut passer d'une ligne à l'autre en multipliant ou en divisant par le coefficient de proportionnalité.

EXERCICE 6

Une usine fabrique des sacs. Pour en fabriquer 10, elle a besoin de 21 m² de tissu.

- Quel est le nombre qui, multiplié par 10, donne 21 ?
- Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous correspondant à la situation (éventuellement en arrondissant).

Nombre de sacs	10		99
Surface de tissu (en m²)	21	55	

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-6>.

III Pourcentages

À RETENIR ∞

Définition

La **proportion** d'un groupe dans un ensemble, c'est le nombre d'éléments de ce groupe divisé par le nombre total d'éléments de l'ensemble. On peut écrire une proportion sous différentes formes :

- sous forme décimale (éventuellement avec des approximations);
- sous forme fractionnaire.

Lorsqu'il est écrit sous forme fractionnaire avec un dénominateur égal à 100, on parle de **pourcentage**. Au lieu d'écrire $\frac{t}{100}$, on peut alors écrire $t \%$.

INFORMATION 📌

Remarque

Ainsi, un pourcentage est une proportion par rapport à 100 : c'est un nombre décimal qui traduit une situation de proportionnalité.

EXERCICE 7 📌

Parmi les 32 057 325 voix exprimées au cours du second tour de l'élection présidentielle de 2022, le candidat arrivé en tête a recueilli 18 768 639 voix. Quelle proportion de voix a-t-il recueilli? L'exprimer sous forme fractionnaire, puis sous forme de pourcentage.

EXERCICE 8 📌

Sur un pot de 250 g de crème fraîche est inscrit « 15 % de matière grasse ». Quelle est la masse de matière grasse, en grammes, contenue dans ce pot?

.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-8>.

À RETENIR ∞

Propriété

Pour calculer $t \%$ d'une quantité, on multiplie celle-ci par $\frac{t}{100}$.

EXERCICE 9 📌

Dans un magasin, un pull qui coûte 30 € est soldé à 20 %. Quel est le nouveau prix de ce pull?

.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-9>.

IV Échelles

À RETENIR

Définitions

- Dans une représentation dite **à l'échelle**, les longueurs représentées et les longueurs réelles sont proportionnelles.
- L'**échelle** est le coefficient de proportionnalité. Elle est égale à $\frac{\text{longueur représentée}}{\text{longueur réelle}}$ (où les longueurs sont exprimées dans la même unité).
- Si l'échelle est inférieure à 1, la représentation est une **réduction**. Sinon, c'est un **agrandissement**.

EXERCICE 10

Sur la carte ci-contre, 1 km est représenté par 1 cm.

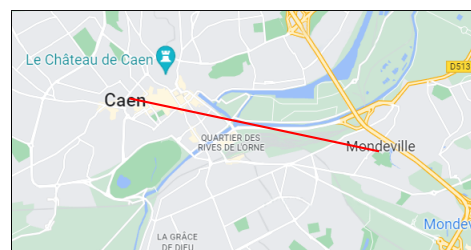
1. Quelle est l'échelle de cette carte?

.....

2. Calculer la distance approximative séparant Caen de Mondeville.

.....

.....



☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-10>.

V Ratios

À RETENIR

Définitions

- On dit que deux nombres positifs a et b sont dans le ratio $i : j$ si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j}$.
- On dit que trois nombres positifs a , b et c sont dans le ratio $i : j : k$ si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j} = \frac{c}{k}$.

EXERCICE 11

En classe de 5^{ème} D, il y a 24 élèves dont 13 filles. Quel est le ratio garçons : filles de cette classe?

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-11>.

EXEMPLE

Partager des œufs de Pâques selon le ratio 2 : 3 entre Matthieu et Inès signifie qu'à chaque fois qu'on donne 2 œufs à Matthieu, on en donne 3 à Inès.

Matthieu



Inès



Méthode

Pour partager une quantité selon un ratio, on utilise les propriétés de la proportionnalité.

EXERCICE 12 📄

Dans la recette d'un gâteau, il faut mélanger du sucre, de la farine et du lait selon le ratio 2 : 3 : 5. Pour 4 personnes, il faut 200 g de sucre.

1. Compléter le tableau suivant avec les données de l'énoncé.

Ratio	2	3	5
Quantité (en g)			

2. Terminer de compléter ce tableau en faisant en sorte qu'il soit un tableau de proportionnalité.

3. a. Combien faudra-t-il de farine pour faire ce gâteau pour 4 personnes?

 b. Combien faudra-t-il de lait pour faire ce gâteau pour 4 personnes?

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-12>.

