

OBJECTIFS

- Découvrir les sécantes à une courbe passant par un point donné, et faire le lien avec le taux de variation en un point.
- Définir la tangente à une courbe en un point en tant que position limite des sécantes passant par ce point.
- Découvrir la notion de nombre dérivé en un point, défini comme limite du taux de variation en ce point.
- Connaître la formule de l'équation réduite de la tangente d'une fonction en un point.

I Tangentes

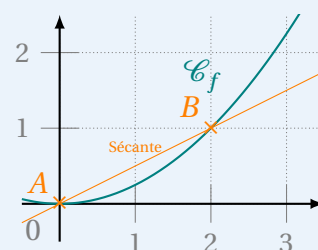
1. Sécante à une courbe

À RETENIR

Définition

Soit f une fonction dont on note \mathcal{C}_f la courbe représentative. On appelle **sécante** à \mathcal{C}_f toute droite passant par deux points distincts $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ de \mathcal{C}_f . Pour rappel, le **coefficient directeur** de cette sécante est donné par la formule

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}$$



À RETENIR

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soient $a, b \in I$ distincts. On appelle **taux de variation** ou **taux d'accroissement** de f entre a et b , le quotient

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

c'est aussi le coefficient directeur de la sécante à \mathcal{C}_f aux points de coordonnées $(a; f(a))$ et $(b; f(b))$.

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 4$.

1. Calculer les images par f de -1 et 2
2. Calculer le taux de variation de f entre ces deux valeurs.

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-1>.

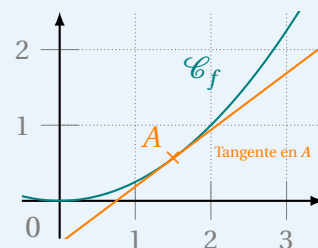
2. Tangente en un point

À RETENIR ∞

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle et « suffisamment régulière » et soient deux points A et B situés sur la courbe \mathcal{C}_f . Quand B se rapproche de A , la sécante (AB) semble se rapprocher d'une droite limite « collée » à \mathcal{C}_f .

Cette droite s'appelle la **tangente** à la courbe \mathcal{C}_f au point A . Elle est unique : on ne peut pas tracer deux tangentes différentes à une courbe en un même point.



EXERCICE 2

On a tracé la courbe représentative d'une fonction f ci-contre ainsi que sa tangente au point d'abscisse 1.

1. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de cette tangente.
.....
2. Quelle est son équation réduite?



✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-2>.

II Nombre dérivé

À RETENIR ∞

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$. On note \mathcal{T}_a la tangente à \mathcal{C}_f au point de coordonnées $(a; f(a))$ lorsqu'elle existe.

On appelle **nombre dérivé** de f en a le coefficient directeur de \mathcal{T}_a . On le note $f'(a)$.

EXERCICE 3

Soit f la fonction de l'exercice précédent. Déterminer $f'(1)$
.....

✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-3>.

À RETENIR ∞

Propriété

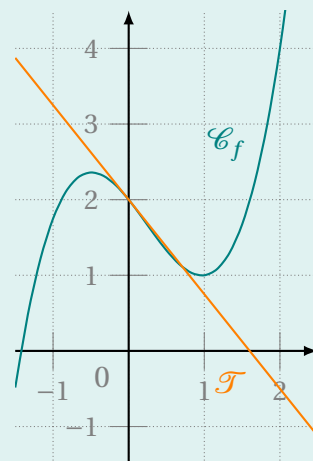
Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$. Alors, une équation de la tangente au point $(a; f(a))$ est

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

EXERCICE 4

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} que l'on représente ci-contre. On a tracé sa tangente \mathcal{T} au point d'abscisse 0.

1. Déterminer graphiquement $f(0)$
2. Déterminer graphiquement $f'(0)$
.....
3. En déduire l'équation réduite de \mathcal{T}
.....
4. En déduire une valeur approchée de $f(0,1)$
.....



Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-4>.

III Interprétation

À RETENIR

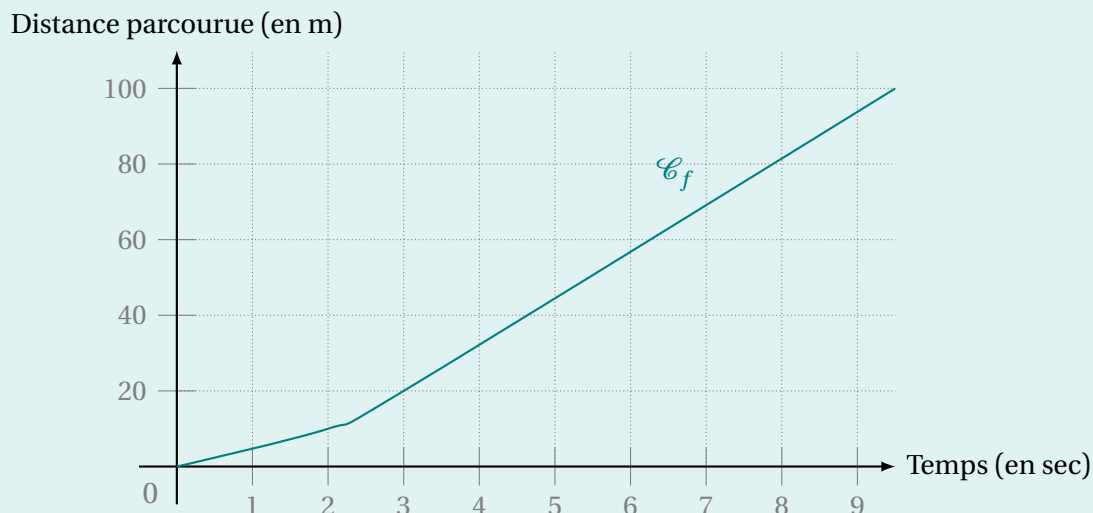
Propriétés

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soient $a, b \in I$. Alors :

1. le taux de variation de f entre a et b correspond à la **vitesse moyenne** de croissance de f entre a et b ;
2. $f'(a)$ correspond à la **vitesse instantanée** de la croissance de f en a .

EXERCICE 5

Sur le graphique ci-dessous, on observe la distance d parcourue en mètres par un sprinteur en fonction du temps en secondes.



1. Calculer approximativement la vitesse moyenne du coureur entre 1 sec et 3 sec.
.....
2. Estimer graphiquement la vitesse instantanée du coureur à 5 sec.
.....

✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-5>.