GÉOMÉTRIE REPÉRÉE

OBJECTIFS

- Connaître la notion de base orthonormée. Savoir y lire les coordonnées d'un vecteur et donner l'expression de la norme d'un vecteur.
- Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées. Lire les coordonnées d'un vecteur.
- Connaître l'expression des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ en fonction de celles de A et de B.
- Savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Savoir calculer le déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée, et connaître le lien avec la colinéarité.
- Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs.

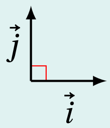
I Repères du plan

1. Bases du plan

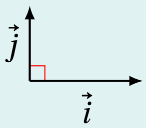
À RETENIR

EXERCICE 1

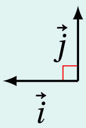
Parmi les bases ci-dessous, dire lesquelles sont orthogonales, orthonormées ou ne le sont pas.

1. 

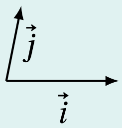
....

2. 

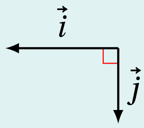
....

3. 

....

4. 

....

5. 

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-1.

2. Coordonnées d'un vecteur

À RETENIR

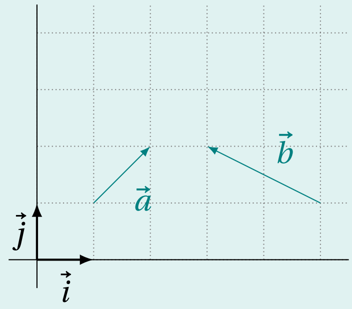
EXERCICE 2

1. Pour chacun des vecteurs ci-dessous, lire ses coordonnées dans la base $(\vec{i};\vec{j})$.

   a. $\vec{a}$: .... **c.** $\vec{i}$: ....

   b. $\vec{b}$: .... **d.** $\vec{j}$: ....

2. Représenter le vecteur $\vec{c}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-2.

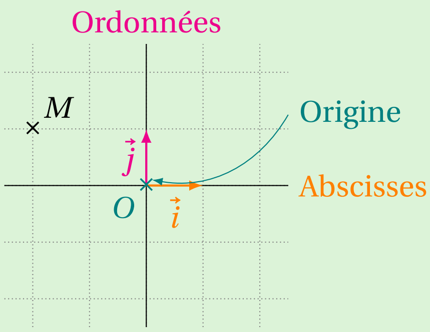
3. Coordonnées d'un point

À RETENIR

Pour toute la suite, sauf mention contraire, on se place dans un repère cartésien $(O;\vec{i};\vec{j})$.

EXEMPLE

Dans le repère orthonormé ci-contre (où l'on a indiqué l'origine, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées), les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$ sont $\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$, donc les coordonnées du point M sont $(-2;1)$.



À RETENIR

EXERCICE 3

Soient $A(3;5)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-4)$ et $D(-1;2)$.

1. a. Calculer les coordonnées de E, milieu de $[AB]$. ....

   ....

   b. Calculer les coordonnées de F, milieu de $[CD]$. ....

   ....

2. Montrer que $EFDA$ est un parallélogramme. ....

   ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-3.

II Utilisation des coordonnées

1. Opérations sur les vecteurs

À RETENIR

EXERCICE 4

Soient trois vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\0\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.

1. $\vec{u}+\vec{v}$: .... 2. $-2\vec{v}$: .... 3. $3\overrightarrow{w}-2\vec{u}$: ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-4.

2. Calcul de la norme

À RETENIR

EXERCICE 5

Soient deux points $A(-1;1)$ et $B(3;4)$. On suppose le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ orthonormé. Calculer AB. ....

....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-5.

3. Condition de colinéarité

À RETENIR

EXEMPLE

Par exemple, avec $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$, on a

$$\begin{aligned}\det(\vec{u};\vec{v}) &= \det\left(\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}\right)\\ &= -1\times(-6)-2\times 3\\ &= 0\end{aligned}$$

Il s'agit d'une sorte de « généralisation » du produit en croix.

À RETENIR

EXERCICE 6

1. Dans le repère ci-contre, placer les points $A(-2;-1)$, $B(2;-3)$, $C(-4;4)$ et $D(4;0)$.
2. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles. ....

....

....

....

....

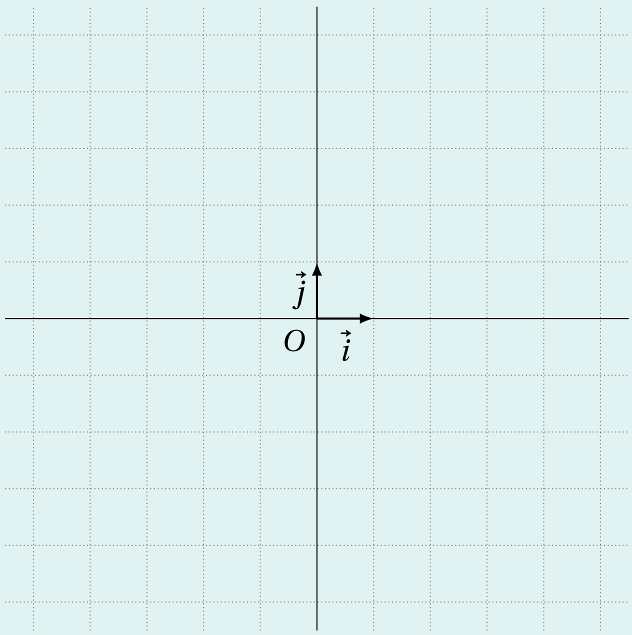
3. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier par un calcul. ....

....

....

....

....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-6.