

OBJECTIFS

- Savoir résoudre une équation, une inéquation produit ou quotient, à l'aide d'un tableau de signes.
- Relier sens de variation, signe et droite représentative d'une fonction affine.
- Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$, pour $x \geq 0$.

I Signe

1. Tableaux de signes

À RETENIR

Définition

Étudier le signe d'une fonction f définie sur un ensemble \mathcal{D} revient à déterminer le signe des images $f(x)$ en fonction de $x \in \mathcal{D}$. On présente souvent ces résultats dans un **tableau de signes**.

EXEMPLE

La fonction cube $f : x \mapsto x^3$ est positive sur $[-3; 0]$ et négative sur $[0; 3]$. Elle s'annule en 0. On peut regrouper cela dans le tableau de signes ci-contre.

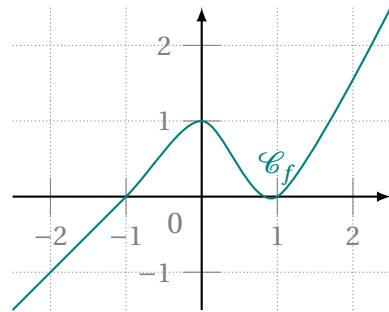
Valeur de x	-3	0	3
Signe de $f(x)$	-	0	+

EXERCICE 1

On a tracé la courbe représentative d'une fonction f ci-contre.

1. Dresser son tableau de signes sur l'intervalle $[-2; 2]$.

2. Donner le signe de $f(-1,01)$ en justifiant.



👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/signes-fonctions/#correction-1>.

2. Signe d'un produit, d'un quotient

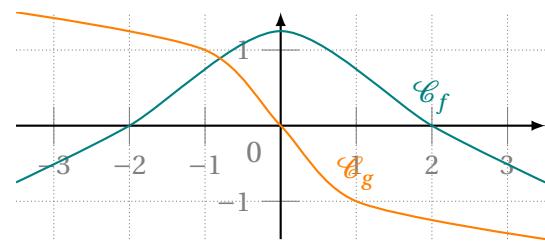
À RETENIR

Propriété

On peut déduire le signe d'un produit ou d'un quotient en appliquant la règle des signes.

EXERCICE 2

Soient f et g deux fonctions dont la courbe représentative est tracée ci-contre sur l'intervalle $[-3; 3]$. Dresser le tableau de signes de la fonction $h : x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}$.



👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/signes-fonctions/#correction-2>.

II Fonctions usuelles

1. Fonctions affines

À RETENIR

Propriété

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine telle que $a \neq 0$. Alors le tableau de signes de f dépend du signe de a .

Si $a > 0$:

Valeur de x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	+

Si $a < 0$:

Valeur de x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	-

EXERCICE 3

Établir le tableau de signes de la fonction $f : x \mapsto 5(1 - x)$ sur $[1; 10]$.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/signes-fonctions/#correction-3>.

EXERCICE 4

Établir le tableau de signes de la fonction $g : x \mapsto (x - 1)(2 - x)$ sur $[0; 4]$.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/signes-fonctions/#correction-4>.

2. Positions relatives des courbes de référence

À RETENIR ☀

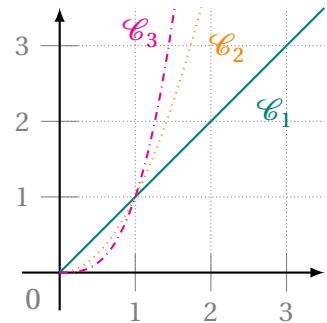
Propriété

On considère :

- la courbe \mathcal{C}_1 d'équation $y = x$;
- la courbe \mathcal{C}_2 d'équation $y = x^2$;
- la courbe \mathcal{C}_3 d'équation $y = x^3$.

Alors :

- Si $x \in [0; 1[$: $x^3 \leq x^2 \leq x$; \mathcal{C}_1 est située au-dessus de \mathcal{C}_2 qui est située au-dessus de \mathcal{C}_3 .
- Si $x = 1$: $x^3 = x^2 = x$; les courbes se coupent au point de coordonnées $(1; 1)$.
- Si $x \in]1; +\infty[$: $x \leq x^2 \leq x^3$; \mathcal{C}_3 est située au-dessus de \mathcal{C}_2 qui est située au-dessus de \mathcal{C}_1 .



EXERCICE 5

L'objectif de cet exercice est de démontrer que $x^2 \leq x$ si et seulement si $x \in [0; 1]$.

1. Factoriser $x^2 - x$
2. Étudier le signe de la fonction $f : x \mapsto x^2 - x$ sur \mathbb{R} .
3. Conclure.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/signes-fonctions/#correction-5>.



III Inéquations

À RETENIR ☺

Méthode

Pour résoudre une inéquation produit ou quotient, il est possible de passer par une étude de signes.

EXERCICE 6 

Résoudre l'inéquation $(2x + 1)(x + 3) \geq 0$.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/signes-fonctions/#correction-6>.

