

Nom : ..... Prénom : ..... Classe : .....

## OBSERVATIONS

.....  
.....

- Il est **toléré** de travailler avec **une personne de la classe**, à condition de l'avoir indiqué sur la copie.
- Il est **interdit** d'utiliser **un logiciel d'intelligence artificiel** pour répondre aux questions. Des explications seront demandées en cas de doute.

Tout manquement à l'une de ces règles entraînera l'attribution de la note minimale de zéro.

## NOTE

20

## EXERCICE 1

Soit  $ABC$  un triangle. On note  $a = BC$ ,  $b = CA$  et  $c = AB$ . L'objectif de cet exercice est de montrer le **théorème d'Al-Kashi**,

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 \times a \times c \times \cos(\widehat{ABC})$$

qui est, en quelque sorte, une généralisation du théorème de Pythagore.

1. **a.** Représenter la situation par un dessin. On tracera un triangle  $ABC$  non rectangle.

**b.** Sur le dessin ci-dessus, placer  $H$ , la projection orthogonale de  $A$  sur  $(BC)$ .

2. On note  $x = BH$  et  $h = AH$ .

**a.** Exprimer  $c^2$  en fonction de  $x$  et  $h$ . .....

**b.** Montrer que  $c^2 = b^2 - a^2 + 2ax$ .

**c.** Exprimer  $x$  en fonction de  $\cos(\widehat{ABC})$  et  $c$ . .....

**d.** Conclure. ....

3. On donne  $AB = 10$  cm,  $AC = 6$  cm et  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ . En utilisant le théorème d'Al-Kashi que nous venons de montrer, calculer  $BC$  et arrondir le résultat au dixième.

On se place dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . On appelle **cercle trigonométrique** le cercle de centre  $O$  et de rayon 1.

1. a. Représenter la situation par un dessin.

b. Quelle est la longueur  $\theta$  de ce cercle? .....

2. La construction précédente permet de définir une nouvelle unité d'angle : celle du système international, le **radian**, noté rad. L'ouverture correspondante à un tour complet du cercle,  $360^\circ$ , est alors égale à  $\theta$  rad.

Compléter le tableau de correspondance suivant.

Mesure de l'angle en degrés	0	30	45	60	90	180	360
Mesure de l'angle en radians							

3. Contrairement au degré, le radian est une mesure d'angle orientée. La mesure est positive si la lecture est effectuée dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (le sens direct). Elle est négative si elle est effectuée dans le sens des aiguilles d'une montre (le sens indirect).

a. Sur le dessin de la question 1. a., placer un point  $A$  sur le cercle trigonométrique à une ouverture de  $\frac{\pi}{4}$  rad par rapport à l'axe des abscisses.

b. Placer de même un point  $B$  sur le cercle trigonométrique à une ouverture de  $-\frac{\pi}{4}$  rad par rapport à l'axe des abscisses.

c. Que peut-on dire des points  $A$  et  $B$ ? .....

4. a. Sur le dessin de la question 1. a., placer un point  $C$  à une ouverture de  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$  rad par rapport à l'axe des abscisses.

b. Que vaut  $OC$ ? .....

c. Sur le dessin de la question 1. a., placer  $H$ , la projection orthogonale de  $C$  sur l'axe des abscisses.

d. Exprimer  $OH$  à l'aide d'une fonction et de  $\alpha$ , puis, le calculer. ....

.....

e. Sur le dessin de la question 1. a., placer  $H'$ , la projection orthogonale de  $C$  sur l'axe des ordonnées.

f. Exprimer  $OH'$  à l'aide d'une fonction et de  $\alpha$ , puis, le calculer. ....

.....

5. a. Placer un point  $D$  à une ouverture de  $\beta = \frac{11\pi}{4}$  rad par rapport à l'axe des abscisses.

b. Que peut-on dire de  $C$  et  $D$ ? .....

c. Que peut-on dire de  $\alpha$  et  $\beta$ ? .....