

**EXERCICE 1**

Les questions suivantes sont des questions de *cours*. Elles visent à tester votre apprentissage du cours et ne nécessitent pas de justification particulière.

1. Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Quelle est la dérivée de la fonction  $x \mapsto x^n$  ?
2. Quel lien peut-on faire entre la dérivée d'une fonction et les variations de celle-ci ?
3. Soit  $X$  une variable aléatoire prenant les valeurs 1, 2, 3 et 4. Donner la formule permettant de calculer l'espérance de  $X$ .
4. Résoudre l'équation  $x^3 = 4$ .
5. Donner un exemple de fonction polynomiale de degré 3.

**EXERCICE 2**

Soit  $f$  la fonction définie pour tout  $x \in [-4; 4]$  par  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$ .

1. Montrer que  $f'(x) = (x - 2)(x + 2)$  pour tout  $x \in [-4; 4]$ .
2. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[-4; 4]$ .
3. Un fabricant produit dans une usine des t-shirts. Après la fabrication et la vente de  $x$  centaines de t-shirts, en un mois, le bénéfice net réalisé en centaines d'euros est donné par la fonction  $f$ . Ce fabricant produit 400 t-shirts au maximum (et 0 au minimum).

Quel est le bénéfice maximal que peut obtenir le fabricant ? Pour combien de t-shirts fabriqués et vendus ce bénéfice est-il atteint ?

**EXERCICE 3**

Dans un casino, il y a une machine à sous qui fonctionne à l'aide d'un lancer de pièce. Si le joueur lance la pièce et tombe sur Pile, il gagne 5 € mais si la pièce tombe sur Face, il ne gagne rien. Cependant, la pièce est truquée et celle-ci a trois chances sur quatre de tomber sur Face. Les lancers de pièce sont supposés indépendants. La partie coûte 2 €.

Un joueur joue deux fois à ce jeu. On note  $X$  la variable aléatoire qui modélise le gain à l'issue des parties.

1. Représenter la succession d'expériences aléatoires sous la forme d'un arbre de probabilités.
2. Interpréter  $\{X = 5\}$  par une phrase, puis calculer  $P(X = 5)$ .
3. Donner la loi de probabilité de  $X$  sous forme d'un tableau.
4. Quelle somme le joueur peut-il espérer gagner en moyenne en jouant deux parties ?
5. **Question bonus.** Par quel nombre pourrait-on remplacer les 5 € de gains associés à Pile afin que l'espérance à l'issue de deux parties soit égale à 0 (en prenant en compte le coût de la partie) ?

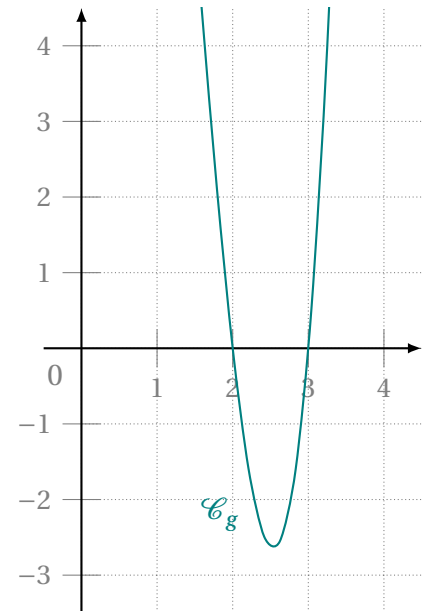
**EXERCICE 4**

Le but de cet exercice est de factoriser l'expression littérale

$$3x^3 - 12x^2 + 3x + 18$$

Pour cela, on définit la fonction  $g$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$  par  $g(x) = 3x^3 - 12x^2 + 3x + 18$ .

1.
  - a. À quelle famille de fonctions appartient  $g$ ?
  - b. Combien de racines distinctes admet-elle au maximum?
2. Calculer  $g(-1)$ .
3. On a tracé la courbe représentative de  $g$  ci-contre.
  - a. Résoudre graphiquement l'équation  $g(x) = 0$  pour  $x \in [1; 4]$ .
  - b. En déduire l'expression de la forme factorisée de  $g$  en fonction de  $x \in \mathbb{R}$ .



**Bon courage!**

La calculatrice est **autorisée**.