

OBJECTIFS

- Être en mesure de vérifier qu'une valeur conjecturée est racine d'un polynôme de degré 3.
- Utiliser la forme factorisée (en produit de facteurs du premier degré) d'un polynôme de degré 3 pour trouver ses racines et étudier son signe.
- Savoir résoudre des équations de la forme $x^3 = c$ avec c positif.

I Racine cubique

1. Rappels

À RETENIR

EXERCICE 1

Effectuer les calculs suivants.

1. $2^3 = \dots\dots\dots$ 2. $-2^3 = \dots\dots\dots$ 3. $(-3)^3 = \dots\dots\dots$ 4. $5^3 = \dots\dots\dots$

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-troisieme-degre/#correction-1>.

À RETENIR

EXERCICE 2

Effectuer les calculs de racines cubiques suivants.

1. $\sqrt[3]{125} = \dots\dots\dots$ 2. $\sqrt[3]{-8} = \dots\dots\dots$ 3. $\sqrt[3]{-1} = \dots\dots\dots$ 4. $\sqrt[3]{27} = \dots\dots\dots$

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-troisieme-degre/#correction-2>.

2. Équations $x^3 = c$

À RETENIR

EXERCICE 3

Résoudre l'équation $x^3 + x - 2 = x$

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-troisieme-degre/#correction-3>.

II Définitions

1. Fonction du troisième degré

À RETENIR

EXEMPLE

La fonction cube $x \mapsto x^3$ est une fonction du troisième degré.

2. Racines

À RETENIR

EXERCICE 4

Combien de racines distinctes la fonction $f : x \mapsto x^3 - 1$ possède-t-elle dans \mathbb{R} ?

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-troisieme-degre/#correction-4>.

3. Forme développée, forme factorisée

À RETENIR

EXEMPLE

On définit une fonction f sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. C'est une fonction du troisième degré (avec $a = 1$, $b = -6$, $c = 11$ et $d = -6$). Comme $f(1) = f(2) = f(3) = 0$, on a :

- La forme factorisée de f : $f(x) = (x - 3)(x - 2)(x - 1)$.
- La forme développée de f : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

EXERCICE 5

1. Déterminer la forme développée de la fonction du troisième degré $f : x \mapsto (x - 1)(x^2 + x + 1)$

.....

2. Admet-elle une forme factorisée?

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-troisieme-degre/#correction-5>.

III Courbe représentative

1. Fonctions $x \mapsto ax^3 + d$

À RETENIR

Propriété

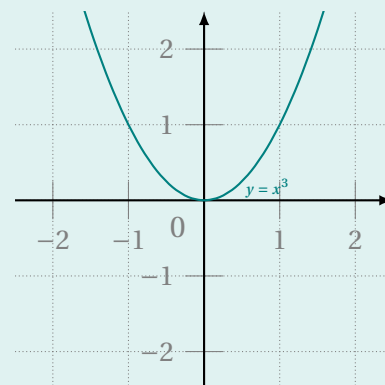
Soit $f : x \mapsto ax^3 + d$ une fonction du troisième degré (notons que les coefficients b et c sont nuls).

Propriété	Illustration

EXERCICE 6

On a tracé ci-contre la courbe représentative de la fonction carré $x \mapsto x^3$. Tracer à main levée l'allure de la courbe représentative de la fonction $x \mapsto -3x^3 + 0,5$. Décrire les différentes étapes.

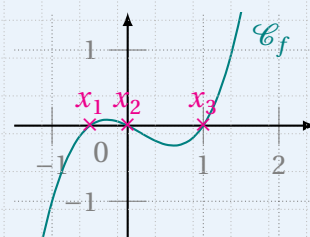
- Étape 1.
- Étape 2.
- Étape 3.



Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-troisieme-degre/#correction-6>.

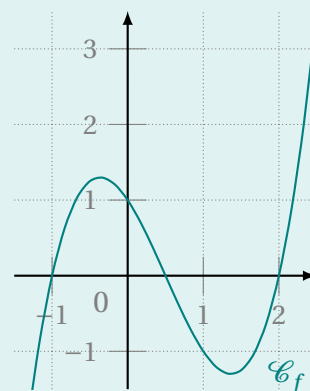
2. Lien avec les racines

À RETENIR



EXERCICE 7

On a tracé ci-contre la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^3 - 1,5x^2 - 1,5x + 1$. Déterminer sa forme factorisée.



Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-troisieme-degre/#correction-7>.