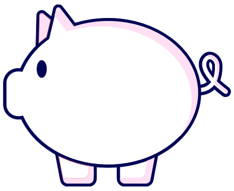
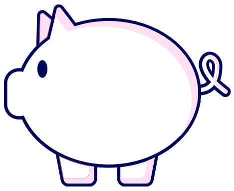
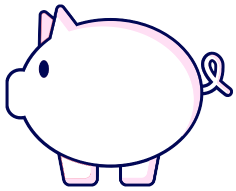
DIVISION

ACTIVITÉ 1

1. Répartir les pièces équitablement dans les tirelires ci-dessous.







2. Compléter la phrase ci-dessous.

J'ai réparti .... pièces de manière équitable dans .... tirelires. J'ai pu le faire car ....

3. **a.** Aurait-on pu faire de même avec 12 pièces ?

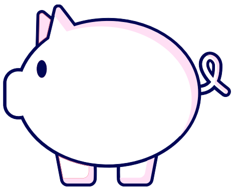
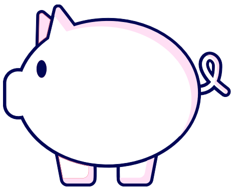
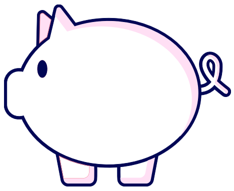
b. Aurait-on pu faire de même avec 13 pièces ?

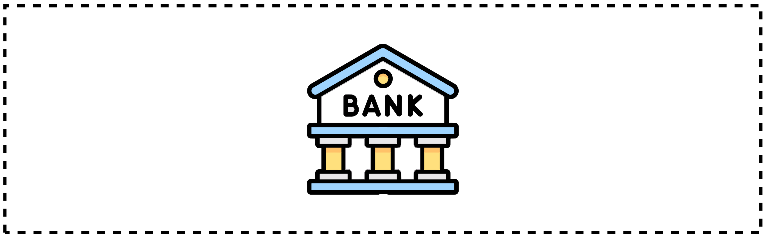
c. Aurait-on pu faire de même avec 5 251 421 154 pièces ?

4. Trouver la relation mathématique liant un nombre entier avec un de ses diviseurs.

ACTIVITÉ 2

1. Répartir les pièces équitablement dans les tirelires ci-dessous. Déposer les pièces restantes dans la banque.



2. Compléter la phrase ci-dessous.

   J'ai réparti .... pièces de manière équitable dans .... tirelires, et j'ai mis .... pièces dans la banque. J'ai pu le faire car ....

3. **a.** Combien de pièces y aurait-il eu dans la banque si on en avait 12 au départ ? Combien de pièces y aurait-il eu dans les tirelires ?

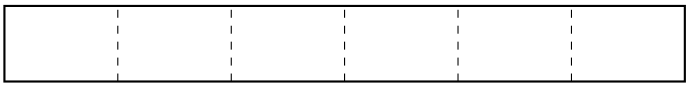
   b. Combien de pièces y aurait-il eu dans la banque si on en avait 13 au départ ? Combien de pièces y aurait-il eu dans les tirelires ?

   c. Combien de pièces y aurait-il eu dans la banque si on en avait 5 251 421 154 au départ ?

4. Trouver la relation mathématique liant le dividende au diviseur, au quotient et au reste à l'issue d'une division euclidienne.

ACTIVITÉ 3

1. La bande de 9 cm ci-dessous a été partagée en 6 parts égales.



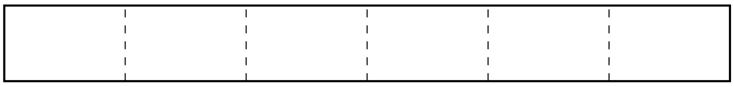
a. Avec la règle, mesurer la taille d'une part. Quel résultat obtenez-vous ?

b. Compléter l'égalité suivante.

$$9 \text{ cm} = 6 \times \ldots\ldots\ldots \text{ cm}$$

c. En posant une division, retrouver la longueur des parts.

2. La bande de $9,6$ cm ci-dessous a été partagée en 6 parts égales.



a. Avec la règle, mesurer la taille d'une part. Quel résultat obtenez-vous ?

b. Compléter l'égalité suivante.

$$9,6 \text{ cm} = 6 \times \ldots\ldots\ldots \text{ cm}$$

c. En posant une division, retrouver la longueur des parts.

3. Partager la bande suivante en 6 parts égales.

Que constatez-vous ?

EXERCICE 1

Déterminer le jour de Pâques

C'est en 1800, que le mathématicien allemand, Carl Friedrich Gauß, donne des formules permettant de déterminer le jour de Pâques (qui est fixé au premier dimanche après la première pleine lune qui suit le 21 mars). Nous allons détailler ici une méthode simplifiée, valable de 1900 à 2099 pour le calendrier grégorien.

Compléter le tableau suivant à l'aide des instructions.

A	**R**	**S**	**T**	**B**	**M**	**C**	**N**	**P**

— Choisir une année que l'on note **A**.

— **R** est le reste de la division euclidienne de **A** par 4.

— **S** est le reste de la division euclidienne de **A** par 7.

— **T** est le reste de la division euclidienne de **A** par 19.

— $\mathbf{B} = (19 \times \mathbf{T}) + 24$.

— **M** est le reste de la division de **B** par 30.

— $\mathbf{C} = (2 \times \mathbf{R}) + (4 \times \mathbf{S}) + (6 \times \mathbf{M}) + 5$.

— **N** est le reste de la division euclidienne de **C** par 7.

— $\mathbf{P} = \mathbf{M} + \mathbf{N}$.

Si $\mathbf{P} < 10$, alors le jour de Pâques est le $(\mathbf{P} + 22)$ mars. Si $\mathbf{P} > 9$, alors le jour de Pâques est le $(\mathbf{P} - 9)$ avril. Quel est le jour de Pâques de l'année **A** choisie ?

EXERCICE 2

Déterminer le jour de la semaine de sa naissance

De nombreux algorithmes permettent de déterminer le jour de la semaine d'une date donnée. On peut citer l'algorithme du jour du Jugement dernier, l'algorithme de Lewis Carroll (l'auteur d'Alice au pays des merveilles !) ou encore l'algorithme de Mike Keith. Nous allons en détailler un ici.

1. Compléter le tableau suivant à l'aide des instructions.

A	**D**	**Q**	**N**	**J**	**S**	**R**

— **A** est votre année de naissance.
— **D** est la différence de **A** et 1901.
— **Q** est le quotient de la division euclidienne de **D** par 4.
— **N** est le nombre de jours entre le 1er janvier et la fin du mois qui précède son mois de naissance.
— **J** est le jour de sa date de naissance.
— $\mathbf{S} = \mathbf{D} + \mathbf{Q} + \mathbf{N} + \mathbf{J} + 1$.
— **R** est le reste de la division euclidienne de **S** par 7.

2. Entourer votre jour de naissance dans le tableau suivant.

Valeur de R	0	1	2	3	4	5	6
Jour de naissance							

À RETENIR

À partir de l'observation d'exemples ou de cas particuliers, on peut parfois énoncer une **conjecture**, c'est-à-dire une affirmation qu'on pense être vraie mais qui n'est pas encore prouvée.

ACTIVITÉ 5

Partie 1

Constance a effectué les calculs suivants :

$12 \div 4 = 3$	$212 \div 4 = 53$	$1\,712 \div 4 = 428$
$112 \div 4 = 28$	$512 \div 4 = 128$	$349\,812 \div 4 = 87\,453$

1. **a.** Quelle conjecture Constance peut-elle énoncer ?
   b. Les exemples donnés par Constance suffisent-ils à prouver que cette conjecture est vraie ?
2. Constance effectue quelques calculs supplémentaires.

$116 \div 4 = 29$	$2\,008 \div 4 = 502$	$10\,210\,412 \div 4 = 2\,552\,603$
$118 \div 4 = 29{,}5$	$2\,001 \div 4 = 500{,}25$	$100\,425 \div 4 = 25\,106{,}25$

En regardant les deux derniers chiffres des dividendes ainsi que les quotients, essayer d'énoncer un critère de divisibilité par 4.

Partie 2

Une année est bissextile si elle est divisible par 4 mais pas par 100. Il existe une exception à cette règle : les années divisibles par 400 sont bissextiles.

1. Les années suivantes sont-elles bissextiles ?
   a. 1900 **b.** 1984 **c.** 1988 **d.** 1998 **e.** 2000 **f.** 2016
2. Quelle sera la prochaine année bissextile ?
3. Jean est né le 29 février 1984. Combien de fois a-t-il fêté son anniversaire le 29 février ?
4. En 2019, le 1er mai était un mercredi. Quel jour est tombé le 1er mai 2020 ?
5. À votre avis, pourquoi y a-t-il des années bissextiles ?

Partie 3

Le but ici est de prouver le critère de divisibilité par 4 énoncé précédemment.

1. **a.** Quel est le nombre de centaines de 121 724 ?
   b. Décomposer le nombre 121 724 en isolant le nombre de centaines des dizaines et des unités.
2. **a.** Quel est le nombre de centaines de 121 726 ?
   b. Décomposer le nombre 121 726 en isolant le nombre de centaines des dizaines et des unités.
3. Est-ce que les premiers termes (écrits aux questions **1. b.** et **2. b.**) sont divisibles par 4 ? Pourquoi ?

   Indication. Est-ce que 100 est divisible par 4 ?
4. Donc, de manière générale, pourquoi peut-on se contenter de regarder uniquement les deux derniers chiffres dans ce critère ?