

## OBJECTIFS

- Reconnaître les ensembles usuels vus par le passé ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{D}$  et  $\mathbb{Q}$ ).
- Découvrir les nombres irrationnels et apprivoiser l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels, avec sa représentation sous forme de droite numérique.
- Connaître les différents intervalles de  $\mathbb{R}$  avec les notations  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- Savoir utiliser la valeur absolue et sa caractérisation en tant que distance.
- Représenter l'intervalle  $[a - r; a + r]$  et utiliser sa caractérisation par la condition  $|x - a| \leq r$ .

## I Ensembles usuels

### 1. Ensembles déjà connus

#### À RETENIR

#### EXERCICE 1

On souhaite démontrer que  $\frac{1}{3}$  n'est pas un nombre décimal. Nous allons procéder *par l'absurde*.

1. Supposons que  $\frac{1}{3}$  est un nombre décimal. Montrer qu'il existe  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$  tels que  $10^n = 3a$ . ....

.....

2. Est-ce que  $10^n$  peut être un multiple de 3? Justifier. ....

.....

3. Conclure. ....

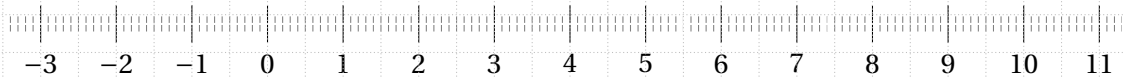
.....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-1>.



## 2. Nombres réels

### À RETENIR



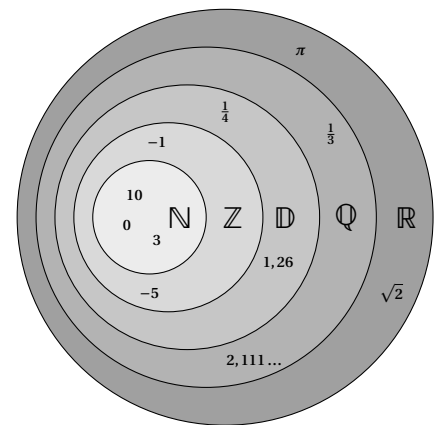
### EXEMPLE

Les ensembles vus depuis le début sont inclus les uns dans les autres :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On a, par exemple :

- $5 \in \mathbb{N}$ , donc  $5 \in \mathbb{Z}$ .
- $5,2 = \frac{52}{10}$ , donc  $5,2 \in \mathbb{D}$  et ainsi  $5,2 \in \mathbb{Q}$ .
- $-14 \notin \mathbb{N}$ , mais  $-14 \in \mathbb{Z}$ .
- $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ , mais  $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ .
- $\pi$  est irrationnel :  $\pi \notin \mathbb{Q}$ .
- $0 \in \mathbb{N}$ , donc  $0 \in \mathbb{Z}$ ,  $0 \in \mathbb{D}$ ,  $0 \in \mathbb{Q}$  et  $0 \in \mathbb{R}$ .



### EXERCICE 2

Compléter le tableau suivant avec  $\in$  ou  $\notin$ .

Nombre	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
3					
$\frac{18}{3}$					
$2 \times 10^{-2}$					
$-\frac{9}{11}$					
$\frac{\pi^2}{6}$					
$\sqrt{1,44}$					
$-\sqrt{64}$					

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-2>.

## 1. Définition

### À RETENIR

#### Définitions

L'ensemble des nombres réels compris entre  $a$  et  $b$  (inclus) est appelé **intervalle** et se note  $[a; b]$ .  $a$  et  $b$  sont les **bornes** de l'intervalle. On peut définir d'autres types d'intervalle.

Intervalle	Signification	Représentation

Quand le crochet est **fermé** (orienté vers la borne), la borne est incluse; quand il est **ouvert** (non orienté vers la borne), la borne est exclue. À noter que le crochet est toujours ouvert en  $-\infty$  et  $+\infty$ . On note généralement  $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$  et  $\mathbb{R}^- = ]-\infty, 0]$ .

### EXERCICE 3

- Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $-3 \leq x < 4$ . Puis, le représenter sur une droite graduée. ....
- Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres strictement supérieurs à  $\frac{1}{5}$ . Puis, le représenter sur une droite graduée. ....



## 2. Union, intersection

### À RETENIR

### EXEMPLE

Par exemple,  $\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \mathbb{R}^+$ .

### EXERCICE 4

Écrire les intersections et les réunions suivantes sous la forme d'un seul intervalle.

1.  $[-4; 5] \cup [0; 10] = \dots\dots\dots$     3.  $[0; 4[ \cap [4; +\infty[ = \dots\dots\dots$     5.  $[1; 2] \cup [2; 3] \cup [2; 4] = \dots\dots\dots$   
2.  $]0; 5] \cap [-2; 3] = \dots\dots\dots$     4.  $[-10; 5] \cup [4; 12] = \dots\dots\dots$     6.  $\mathbb{R}^- \cap \mathbb{R}^+ = \dots\dots\dots$

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-4>.

## III Inégalités et inéquations

### 1. Manipulation d'inégalités

### À RETENIR

### EXEMPLE

$$3x + 8 < 7 \iff 3x < -1$$

L'ordre ne change pas car on soustrait 8.

### EXEMPLE

$$2x > 8 \iff x > 4$$

L'ordre ne change pas car on divise par 2.

### EXEMPLE

$$-3x < 18 \iff x > -6$$

L'ordre change car on divise par  $-3$ .

### EXERCICE 5

Compléter par le symbole «  $<$  », «  $\leq$  », «  $>$  » ou «  $\geq$  ».

1.  $x + 2 > 0 \iff x \dots\dots -2$ .    3.  $y \geq 4 \iff y - 4 \dots\dots 0$ .  
2.  $a < 10 \iff -6a \dots\dots -60$ .    4.  $3c \leq 4 \iff -12c \dots\dots -16$ .

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-5>.

## 2. Résolution d'inéquations

### À RETENIR ☞

### EXERCICE 6 📄

Parmi les inéquations suivantes, lesquelles acceptent le nombre 9 comme solution ?

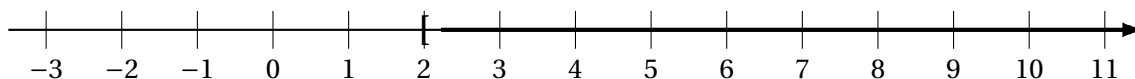
1.  $-3x + 2 \geq 0$  : ..... 3.  $2x < 1$  : .....  
2.  $5(x - 9) > 0$  : ..... 4.  $\frac{x+1}{4} \geq (-3) \times \frac{x-2}{3}$  : .....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-6>.

### À RETENIR ☞

### EXEMPLE 💡

$$\begin{aligned} 2x + 4 &\geq 8 \\ \Leftrightarrow 2x &\geq 4 \\ \Leftrightarrow x &\geq 2 \end{aligned}$$



L'ensemble solution est  $\mathcal{S} = [2; +\infty[$ .

### À RETENIR ☞

### EXEMPLE 💡

Dans l'inéquation précédente, le crochet enferme la valeur 2 car dans l'énoncé, le symbole «  $\geq$  » est utilisé.

### EXERCICE 7 📄

Résoudre l'inéquation  $-x + 1 < 2x + 10$ .

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-7>.

### 3. Valeur absolue

À RETENIR

EXERCICE 8

Déterminer les valeurs absolues suivantes.

1.  $|-8| =$  .....

2.  $|5| =$  .....

3.  $|1-3| =$  .....

4.  $|3-1| =$  .....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-8>.

À RETENIR

-3

-2

-1

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

-3

-2

-1

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

EXERCICE 9

1. Déterminer sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $|x-4| \leq 3$ .

.....

2. On considère l'intervalle  $I = [8; 20]$ . Écrire une inégalité sous la forme  $|x-c| \leq r$  (où  $c$  et  $r$  sont deux nombres réels à déterminer) vérifiée par tous les nombres appartenant à  $I$ .

.....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-9>.