



ACTIVITÉ 1

$$\begin{array}{ccccccc}
 \pi & & 0 & & -5 \times 10^6 & & \sqrt{2} \\
 & -\frac{12}{3} & & & & & \\
 \frac{15}{5} & & \frac{13}{0} & & 5 & & -0,5 \\
 & -\sqrt{0,64} & & & & & \frac{7}{5} \\
 \sqrt{-25} & & -\sqrt{9} & & -4,07 & & -42 \\
 & & & & \sqrt{36} & & -\frac{1}{3} \\
 3,2 & & \sqrt{\frac{49}{81}} & & 2,6 & & \frac{3}{7} \\
 & & & & -3,3 \times 10^2 & &
 \end{array}$$

1. Dans les nombres positionnés ci-dessus, deux écritures sont interdites. Lesquelles?
2. Classer les nombres restants en cinq groupes.

ACTIVITÉ 2

En latin, *ratio* signifie « compter ». Un nombre *rationnel* est donc un nombre « que l'on sait compter » : il est quotient de deux entiers dont l'écriture décimale peut être infinie (mais dans ce cas nécessairement périodique). Par exemple,

$$\frac{2}{7} = 0, \underbrace{285714}_{\text{période}} \underbrace{285714}_{\text{période}} \underbrace{285714}_{\text{période}} \dots$$

est un nombre rationnel.

L'objectif de cette activité est de démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel. On rappelle pour cela que :

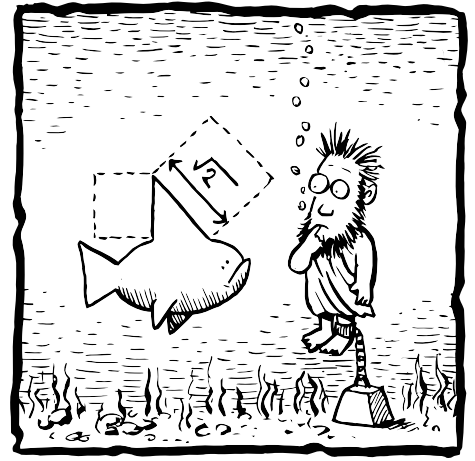
- n est un nombre entier pair si et seulement s'il est de la forme $n = 2k$ avec $k \in \mathbb{Z}$. Par exemple, $4 = 2 \times \underbrace{2}_k$, $6 = 2 \times \underbrace{3}_k, \dots$
- n est un nombre entier impair si et seulement s'il est de la forme $n = 2k + 1$ avec $k \in \mathbb{Z}$. Par exemple, $7 = 2 \times \underbrace{3}_k + 1$, $9 = 2 \times \underbrace{4}_k + 1, \dots$

1. **a.** Soit n un nombre. On suppose n impair. Démontrer que n^2 est impair.
b. Quelle est la contraposée de cette implication?
2. On suppose par l'absurde que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ où $\frac{p}{q}$ est une fraction irréductible.
 - a.** Démontrer que $2q^2 = p^2$.
 - b.** Que peut-on dire de p^2 ? Et de p ?
 - c.** Démontrer que q^2 est pair.
 - d.** Trouver un diviseur commun à p et q .
 - e.** Conclure.

INFORMATION 🗨️

Les grecs, et plus particulièrement l'école Pythagoricienne, voyaient en les nombres rationnels l'expression même de la beauté (visuelle comme musicale). Ceux-ci ont d'ailleurs basé leur philosophie dessus : « Tout est nombre ».

Hippase de Métaponte, disciple de Pythagore, montra que la diagonale d'un carré de côté 1 (qui vaut $\sqrt{2}$) ne peut pas s'écrire comme un quotient de deux entiers : il venait de divulguer l'existence des nombres **irrationnels**. La légende raconte que, pour avoir transgressé la doctrine Pythagoricienne, Hippase fut jeté par-dessus bord et noyé dans les eaux de la mer Méditerranée par les autres disciples...



ACTIVITÉ 3 📐

- On note $[-3; 5]$ l'ensemble des nombres réels compris entre -3 inclus et 5 inclus. Il s'agit d'un **intervalle** et -3 et 5 sont ses **bornes**.

- Surligner sur la droite graduée ci-dessous les nombres réels appartenant à $[-3; 5]$.



- Parmi les nombres suivants, lesquels appartiennent à $[-3; 5]$?

— -3 — 10 — $5,01$ — $-2,99$ — $\sqrt{2}$

- On note $] -3; 5]$ l'ensemble des nombres réels compris entre -3 exclu et 5 inclus. D'après vous, comme note-t-on l'ensemble des nombres compris entre 4 exclu et 5 inclus ? Et l'ensemble des nombres compris entre 2 exclu et 6 exclu ?

D'après Sésamath 2^{nde} 2023.



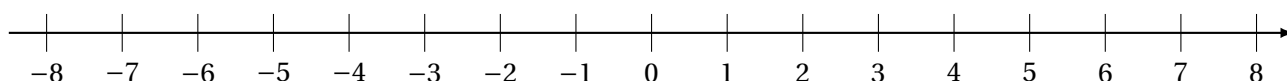
Pour opérer sur les intervalles, on dispose en mathématiques de trois opérateurs, qui sont les mêmes qu'en logique booléenne.

Soient I et J deux intervalles.

| Opérateur | Nom | Symbole | Description |
|------------|----------------|---------------------|--|
| <i>ET</i> | Intersection | \cap | Un nombre appartient à $I \cap J$ s'il appartient à I et à J |
| <i>OU</i> | Union | \cup | Un nombre appartient à $I \cup J$ s'il appartient à I ou à J (ou aux deux) |
| <i>NON</i> | Complémentaire | $\bar{}$ | Un nombre appartient à \bar{I} s'il n'appartient pas à I |

L'objectif de cette activité est de découvrir le comportement de l'intersection et de l'union sur les intervalles.

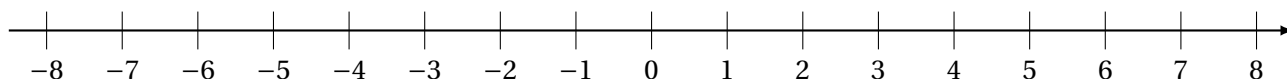
1. a. Représenter en rouge les intervalles $] - 3; 5]$ et $] 1; 7]$ sur la droite ci-dessous.



- b. Représenter en bleu l'intersection $] - 3; 5] \cap] 1; 7]$.

- c. À quelle intervalle correspond $] - 3; 5] \cap] 1; 7]$?

2. a. Représenter de nouveau en rouge les intervalles $] - 3; 5]$ et $] 1; 7]$ sur la droite ci-dessous.



- b. Représenter en vert la réunion $] - 3; 5] \cup] 1; 7]$.

- c. À quelle intervalle correspond $] - 3; 5] \cup] 1; 7]$?

En France, le paiement de l'impôt sur le revenu est régi par un système par tranches. Selon leur montant, les revenus sont partagés sur une ou plusieurs tranches, chacune associée à un taux d'imposition précis. Sur le site du ministère de l'Économie, on peut voir apparaître le barème ci-dessous, applicable au début de l'année 2024.

Tranches pour 1 part de quotient familial*

| Revenu annuel net imposable | | | | |
|-----------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------|
| Tranche 1 | Tranche 2 | Tranche 3 | Tranche 4 | Tranche 5 |
| Jusqu'à 11 294 € | De 11 295 € à 28 797 € | De 28 798 € à 82 341 € | De 82 342 € à 177 106 € | Plus de 177 106 € |
| 0 % | 11 % | 30 % | 41 % | 45 % |

Source : service-public.fr.

* Le calcul dépend du nombre de *parts fiscales*.

En suivant ce barème, une personne qui a un revenu imposable R appartenant à l'intervalle $[11\,295; 28\,797]$ paiera un impôt égal à

$$(R - 11\,295) \times 0,11 = 0,11R - 1\,229,5$$

En écrivant une suite d'inégalités, donner le montant minimal et le montant maximal de l'impôt d'une personne dont le revenu appartient à l'intervalle $[12\,000; 20\,000]$.

ACTIVITÉ 6

Un célèbre service de streaming met en avant deux abonnements : un qui comporte des publicités et un qui n'en comporte pas, mais qui coûte plus cher.

| Standard avec pub 1080p | Standard 1080p |
|--|--|
| Abonnement mensuel 5,99 € | Abonnement mensuel 13,49 € |
| Qualité vidéo et audio Bonne | Qualité vidéo et audio Bonne |
| Résolution 1080p (Full HD) | Résolution 1080p (Full HD) |
| Appareils pris en charge TV, ordinateur, smartphone, tablette | Appareils pris en charge TV, ordinateur, smartphone, tablette |
| Appareils que les personnes de votre foyer peuvent regarder en même temps 2 | Appareils que les personnes de votre foyer peuvent regarder en même temps 2 |
| Appareils autorisés pour le téléchargement 2 | Appareils autorisés pour le téléchargement 2 |
| Pubs Avec pub | Pubs Sans pub |

Abonnement standard avec publicité.

Abonnement standard.

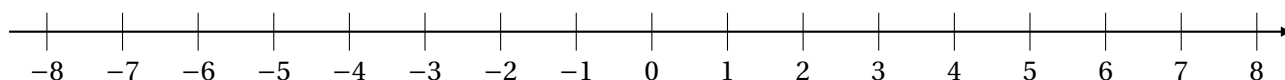
L'objectif de cette activité est de déterminer à partir de combien de publicités visionnées un utilisateur ayant souscrit à l'abonnement *avec pub* devient plus rentable pour le service de streaming (ie. à partir de combien de publicité visionnées il lui rapporte plus d'argent qu'avec un abonnement *sans pub*).

On note x le nombre de publicités visionnées par un utilisateur ayant souscrit à l'abonnement *avec pub* au cours d'un mois.

1. En France, une publicité visionnée par un utilisateur rapporte environ 0,03 € au diffuseur. Dire en fonction de x combien un utilisateur ayant souscrit à l'abonnement *avec pub* rapporte au site de streaming en un mois.
2. À quel intervalle x doit-il appartenir pour qu'un utilisateur ayant souscrit à l'abonnement *avec pub* devienne plus rentable qu'un utilisateur ayant souscrit à l'abonnement *sans pub*?

ACTIVITÉ 7

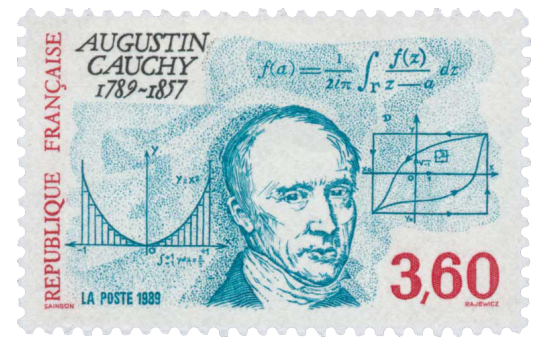
1. Sur la droite graduée ci-dessous, placer les points A , B et C d'abscisses respectives 1, 3 et -4 .



2.
 - a. Quelle est la distance entre A et B ? Comment la calculer à partir des abscisses de A et de B ?
 - b. Même question pour la distance entre A et C .
3. Soit M un point d'abscisse x . On suppose que la distance entre A et M est inférieure ou égale à 2. À quel intervalle appartient x ?

C'est le mathématicien français Augustin Louis Cauchy qui a introduit la notion de **valeur absolue** en 1821 dans son cours d'analyse de l'Ecole Royale Polytechnique. À l'époque, il avait fait la distinction entre *nombre* et *quantité* et avait utilisé le terme *valeur numérique* pour désigner la valeur absolue.

Nous prendrons toujours la dénomination de **nombres** dans le sens où on l'emploie en Arithmétique, en faisant naître les nombres de la mesure absolue des grandeurs, et nous appliquerons uniquement la dénomination de **quantités** aux quantités réelles positives ou **négatives**, c'est-à-dire aux nombres précédés des signes + ou -. (...) Cela posé, le signe + ou - placé devant un nombre en modifiera la signification, à peu près comme un adjectif modifie celle du substantif. Nous appellerons **valeur numérique** d'une quantité le nombre qui en fait la base.








1. Pour chaque ligne du tableau, compléter la dernière case en résolvant l'inéquation demandée.

| Numéro | Inéquation | Ensemble solution |
|--------|--------------------------------------|-------------------|
| 1 | $x - 3 \geq 0$ | |
| 2 | $x + 3 \leq 0$ | |
| 3 | $x - 3 < 0$ | |
| 4 | $3x - 9 \leq 0$ | |
| 5 | $-x < -3$ | |
| 6 | $\frac{x}{3} < 1$ | |
| 7 | $2x - 2 < 1 + x$ | |
| 8 | $-\frac{x}{9} \geq -\frac{1}{3}$ | |
| 9 | $\frac{13}{3}x - 15 > -\frac{2}{3}x$ | |
| 10 | $108 \leq 36x$ | |
| 11 | $2 \geq 5x - 13$ | |
| 12 | $2x \leq x - 3$ | |
| 13 | $3 - x < 0$ | |
| 14 | $3^{-12}x \leq -3^{-11}$ | |
| 15 | $\frac{26x}{14} \geq \frac{42-x}{7}$ | |

2. Au verso de la page, en se référant au tableau, colorier la grille de façon à obtenir un pixel art.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 14 | 13 | 7 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 13 | 7 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 13 | 7 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 7 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 7 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 13 | 7 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 13 | 7 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 13 | 13 | 7 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 11 | 14 | 13 | 13 | 13 | 13 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 14 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 11 | 11 | 14 | 7 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 7 | 7 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 8 | 8 | 12 | 6 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 6 | 12 | 12 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 8 | 12 | 6 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 12 | 8 | 8 | 8 |
| 8 | 12 | 6 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 6 | 6 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 12 | 8 |
| 8 | 12 | 6 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 6 | 12 | 6 | 6 | 6 | 6 | 12 | 12 | 12 |
| 8 | 12 | 6 | 8 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 8 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 6 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| 8 | 12 | 6 | 12 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 8 | 12 | 12 | 13 | 13 | 13 | 6 | 12 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 12 | 15 | 15 | 12 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 12 | 12 | 13 | 13 | 13 | 6 | 12 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 12 | 15 | 15 | 15 | 13 | 13 | 12 | 13 | 13 | 13 | 12 | 12 | 12 | 15 | 13 | 13 | 6 | 12 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 12 | 10 | 10 | 10 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 10 | 10 | 10 | 10 | 13 | 6 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 8 |
| 8 | 12 | 10 | 13 | 13 | 13 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 10 | 10 | 10 | 10 | 13 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 8 |
| 4 | 4 | 2 | 2 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 2 | 2 | 2 | 9 | 1 | 2 | 2 | 3 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 2 | 4 |
| 4 | 2 | 3 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 9 | 9 | 2 | 3 | 9 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 2 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 9 | 9 | 9 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 9 | 2 | 9 | 9 | 9 | 9 | 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 9 | 3 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 2 | 3 | 9 | 9 | 9 | 9 | 2 | 4 | 4 | 2 | 4 | 4 | 2 | 9 | 9 | 3 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 2 | 3 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 2 | 4 | 4 | 4 | 2 | 5 | 5 | 3 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 4 | 2 | 3 | 5 | 2 | 5 | 5 | 5 | 2 | 2 | 2 | 5 | 5 | 3 | 2 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 4 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 4 | 4 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

| Solution | $] - \infty; -3]$ | $] - \infty; 3]$ | $[3; +\infty[$ | $] - \infty; 3[$ | $]3; +\infty[$ |
|----------|--|---|---|--|---|
| Couleur |  Noir |  Blanc |  Rouge |  Orange |  Jaune |

Dessin original : fr.pinterest.com.