PROJECTION ORTHOGONALE

OBJECTIFS

— Construire le projeté orthogonal d'un point sur une droite.
— Calculer des longueurs et des angles à l'aide des relations trigonométriques dans un triangle rectangle.

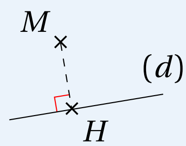
I Projeté orthogonal

1. Définition

À RETENIR

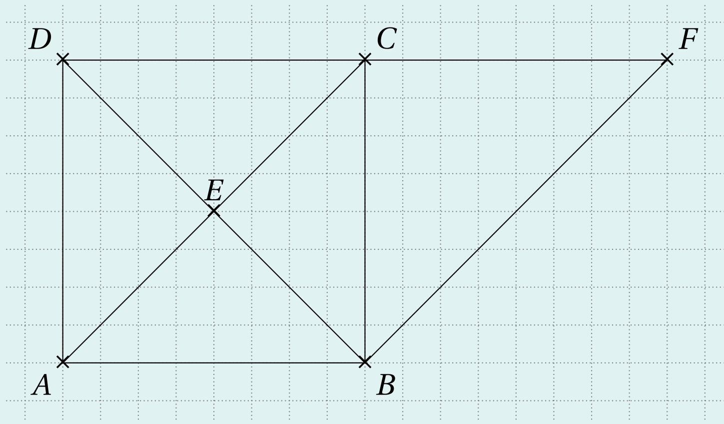
Définition

Soient (d) une droite et M un point. Le **projeté orthogonal** du point M sur la droite (d) est le point d'intersection H de la droite (d) avec la perpendiculaire à (d) passant par M.



EXERCICE 1

1. Dans chaque cas ci-contre, donner le projeté orthogonal du point sur la droite.
   - **a.** C sur (AB) : ...
   - **b.** B sur (DF) : ...
   - **c.** D sur (AC) : ...
   - **d.** F sur (AD) : ...
2. **a.** Représenter sur la figure M, le projeté orthogonal de C sur (BF).
   b. Représenter sur la figure N, le projeté orthogonal de F sur (AB).



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/projection-orthogonale/#correction-1.

2. Distance d'un point à une droite

À RETENIR

Définition

La **distance entre un point et une droite** est la longueur du plus petit segment reliant ce point à l'un des points de la droite.

À RETENIR

Propriété

La distance entre un point M et une droite (d) est la longueur du segment $[MH]$, où H est le projeté orthogonal de M sur (d).

EXERCICE 2

L'objectif de cet exercice est de prouver la propriété précédente. Soient (d) une droite, $M \in (d)$ et H le projeté orthogonal de M sur (d). Soit H' un autre point de (d). Afin de prouver la propriété, il suffit de montrer que $MH' > MH$.

1. On suppose $M \in (d)$. Que vaut MH ? ....
2. On suppose $M \notin (d)$.
   a. Quelle est la nature du triangle MHH' ? ....
   b. Comment s'appelle le côté $[MH']$ dans ce triangle ? ....
   c. En déduire que $MH' > MH$. ....
   ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/projection-orthogonale/#correction-2.

II Trigonométrie

1. Définitions

À RETENIR

Rappel

Soit ABC un triangle rectangle en A.

— On appelle **cosinus de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

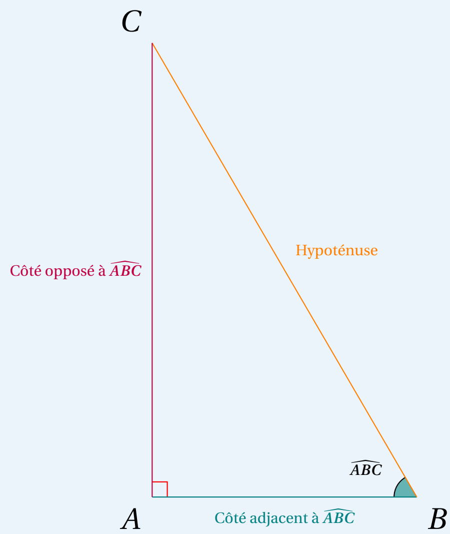
$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

— On appelle **sinus de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{CA}{BC}$$

— On appelle **tangente de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ABC}} = \frac{CA}{AB}$$

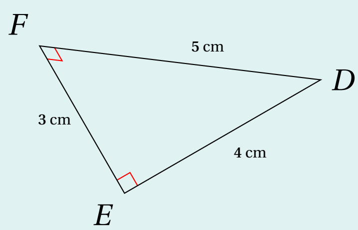


Le cosinus, le sinus et la tangente sont des grandeurs sans unité.

EXERCICE 3

On considère le triangle DEF ci-contre. Effectuer les calculs suivants.

1. $\cos(\widehat{EFD}) =$ ....
2. $\sin(\widehat{EFD}) =$ ....
3. $\tan(\widehat{EFD}) =$ ....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/projection-orthogonale/#correction-3.

2. Calcul de longueurs et d'angles

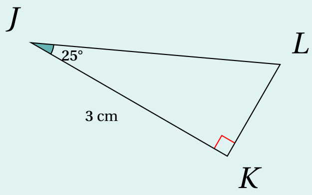
À RETENIR

Méthode

Il est possible de calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle si on connaît la longueur d'un côté et la mesure d'un des angles aigus. On trouve la longueur inconnue en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle connu, la longueur connue et la longueur inconnue.

EXERCICE 4

On considère le triangle JKL ci-contre. Calculer une valeur approchée de KL.



....

....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/projection-orthogonale/#correction-4.

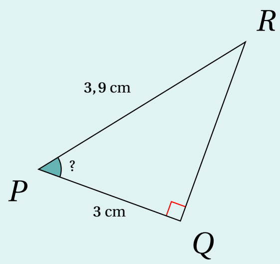
À RETENIR

Méthode

Il est possible de calculer la mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle si on connaît les longueurs de deux côtés. On trouve la mesure inconnue en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle inconnu et les deux longueurs connues.

EXERCICE 5

On considère le triangle PQR ci-contre. Calculer une valeur approchée de $\widehat{RPQ}$.



....

....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/projection-orthogonale/#correction-5.

À RETENIR

Propriété

Soit α la mesure d'un angle aigu. On a

$$\cos(\alpha)^2 + \sin(\alpha)^2 = 1$$

EXERCICE 6

Soit α la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle tel que $\sin(\alpha) = 0,8$. Déterminer $\cos(\alpha)$.

....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/projection-orthogonale/#correction-6.