

OBJECTIFS

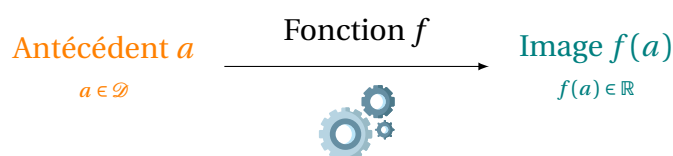
- Connaître les différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique, ...
- Déterminer graphiquement des images et des antécédents.
- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation.
- Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations.
- Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées).

I Image, antécédent

À RETENIR

Définition

Soit \mathcal{D} un ensemble de nombres réels. Définir une **fonction** f sur \mathcal{D} revient à associer à chaque réel a de \mathcal{D} un unique réel, noté $f(a)$, et appelé **image** de a par la fonction f .



On dit également que a est **un antécédent** de $f(a)$ par la fonction f . L'ensemble \mathcal{D} est **l'ensemble de définition** de la fonction f .

À RETENIR

Notation

Pour une fonction f , à un nombre x , on fait correspondre le nombre $f(x)$ (lire « f de x »). On note $f : x \mapsto f(x)$. Attention donc à ne pas confondre f et $f(x)$: f est une *fonction*, mais $f(x)$ est un *nombre*.

EXERCICE 1

On considère la fonction $f : x \mapsto -5x + 7$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	-2	-1	0	1	2
Image $f(x)$					

2. En utilisant le tableau, répondre aux questions suivantes.

- Que vaut $f(-2)$?
- Donner un antécédent de 7 par la fonction f

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-1>.

À RETENIR

Remarque

Un nombre peut avoir zéro, un, ou plusieurs antécédents par une fonction, mais une unique image.

EXERCICE 2

On considère la fonction carré $f : x \mapsto x^2$.

- Donner tous les antécédents de 4 par la fonction f .

.....

- Est-ce que -9 peut avoir un antécédent par la fonction f ? Justifier.

.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-2>.

II Représentation graphique

1. Tracer la représentation graphique d'une fonction

À RETENIR

Définition

Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$. Cette représentation graphique est également appelée **courbe représentative de la fonction f** .

EXERCICE 3

Le but de cet exercice est de tracer la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto 0,5x^2$.

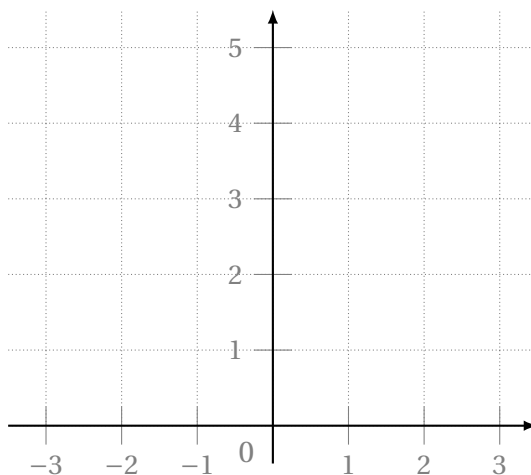
- Est-ce que le point $A(2; -1)$ appartient à la courbe représentative de f ? Justifier.

.....

- Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Image $f(x)$							

- Dans le repère ci-dessous, placer les points de coordonnées $(x; f(x))$ donnés par le tableau. Puis, les relier pour tracer \mathcal{C}_f , la courbe représentative de f .



☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-3>.

2. Exploiter la représentation graphique d'une fonction

À RETENIR 99

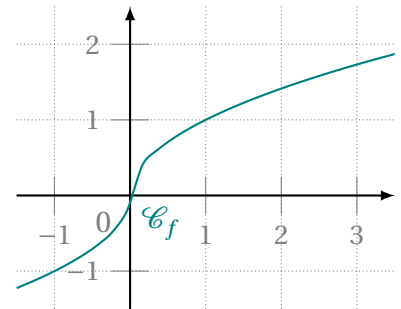
Méthodes

1. Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre x , on place x sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant.
2. Pour déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre y , on place y sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

EXERCICE 4

On a tracé ci-contre la courbe représentative \mathcal{C}_f d'une fonction f .

1. Déterminer graphiquement l'image des nombres suivants par la fonction f .
— 2 : — 0 :
2. Déterminer graphiquement un antécédent de 1 par la fonction f .
.....



👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-4>.

À RETENIR 99

Méthodes

Soient f et g deux fonctions et k un nombre réel.

1. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = k$, on cherche l'abscisse des points de la courbe représentative de f qui ont pour ordonnée le réel k .
2. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$, on cherche l'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives de f et de g .

Avec des techniques similaires, on peut résoudre des inéquations du type $f(x) \leq k$, $f(x) < g(x)$, ...

EXERCICE 5

On a tracé ci-contre les courbes représentatives de $f : x \mapsto -0,5x^3 + 4,67x^2 - 12,5x + 9,33$ et $g : x \mapsto -0,33x^2 + 2x - 0,67$.

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.

.....

2. Résoudre graphiquement l'équation $-0,33x^2 + 2x - 0,67 = 3$.

.....

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

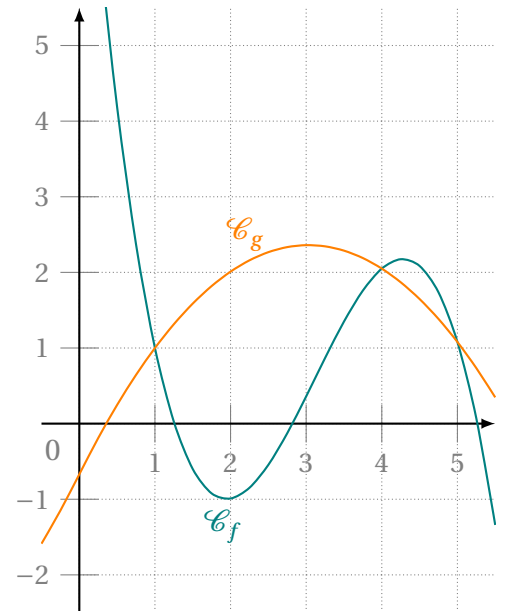
.....

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 2$.

.....

5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.

.....



👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-5>.

III Études de fonctions

1. Parité

À RETENIR

Définitions

Soit f une fonction d'ensemble de définition \mathcal{D} .

- On dit que f est **paire** si pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a $-x \in \mathcal{D}$ et $f(-x) = f(x)$.
- On dit que f est **impaire** si pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a $-x \in \mathcal{D}$ et $f(-x) = -f(x)$.

À RETENIR

Propriétés

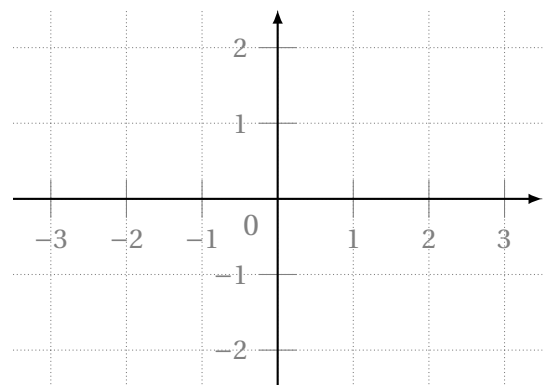
Dans un repère orthogonal :

1. la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ;
2. la courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

EXERCICE 6

1. Représenter graphiquement sur $[-3;3]$ la fonction $f : x \mapsto x^2$ dans le repère ci-contre.
2. Représenter de même la fonction $g : x \mapsto x^3$.
3. Que peut-on en déduire?

.....
.....



👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-6>.

2. Signe

À RETENIR

Définition

Étudier le signe d'une fonction f définie sur un ensemble \mathcal{D} revient à déterminer le signe des images $f(x)$ en fonction de $x \in \mathcal{D}$. On présente souvent ces résultats dans un **tableau de signes**.

EXEMPLE

Le tableau de signes de la fonction g de l'exercice précédent sur l'intervalle $[-3;3]$ est construit ci-contre.

Valeur de x	-3	0	3
Signe de $g(x)$	-	0	+

Propriété

On peut obtenir le signe d'un produit à partir du signe de ses facteurs en appliquant la règle des signes. On peut obtenir de même le signe d'un quotient à partir du signe de son numérateur et de son dénominateur.

EXERCICE 7

1. a. Résoudre l'inéquation $2x + 4 > 0$ pour $x \in \mathbb{R}$.

b. En déduire le signe de $2x + 4$ sur \mathbb{R} .

2. Étudier le signe de $-x + 3$ sur \mathbb{R} .

3. a. Déduire de ce qui précède le signe de la fonction $f : x \mapsto (2x + 4)(-x + 3)$ sur \mathbb{R} .

b. Quel est le signe de $f(-1)$?

4. Étudier de même le signe de la fonction $g : x \mapsto \frac{2x+4}{-x+3}$ sur \mathbb{R} .



3. Variations

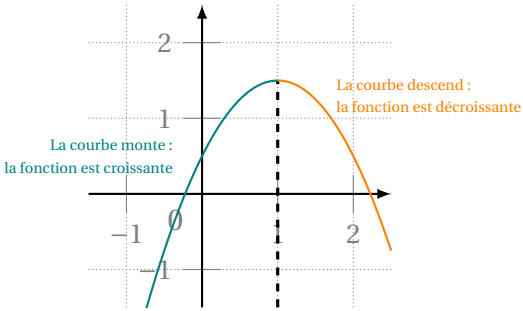
À RETENIR

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . f est dite :

- **croissante** sur I si, lorsque x augmente, alors $f(x)$ augmente;
- **décroissante** sur I si, lorsque x augmente, alors $f(x)$ diminue;
- **constante** sur I si elle garde la même valeur sur I ;
- **monotone** sur I si f est croissante ou décroissante sur I .

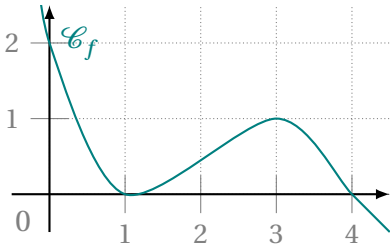
Étudier les variations de f revient à déterminer comment f croît ou décroît sur I . On présente souvent ces résultats dans un **tableau de variations**.



EXEMPLE

La fonction f est décroissante sur $[0; 1] \cup [3; 4]$, et croissante sur $[1; 3]$. On peut regrouper cela dans le tableau de variations ci-dessous.

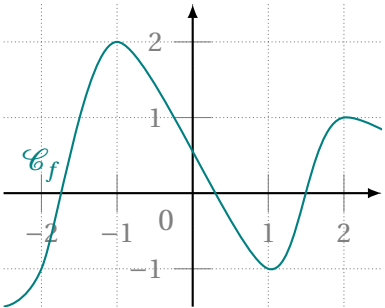
Valeur de x	0	1	3	4
Variations de f	2	0	1	0



EXERCICE 8

On a tracé la courbe représentative d'une fonction f ci-contre.

1. Dresser son tableau de variations sur l'intervalle $[-2; 2]$.
2. Comparer les nombres $f(1)$ et $f(1,2)$ en justifiant.
.....



Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-8>.

À RETENIR

Définitions

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . Le **maximum** de f est la plus grande valeur atteinte par cette fonction sur I ; et le **minimum** de f est la plus petite valeur atteinte par cette fonction sur I .

EXERCICE 9

Déterminer le maximum de la fonction f précédente sur $[-2; 2]$

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-9>.