

OBJECTIFS

- Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier.
- Déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100.
- Utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10.
- Déterminer les diviseurs d'un nombre à la main, à l'aide d'un tableur, d'une calculatrice.
- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main ou à l'aide d'un logiciel).
- Simplifier une fraction pour la rendre irréductible.
- Modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité.

I Nombres entiers

1. Multiples et diviseurs

À RETENIR

Définition

On dit qu'un nombre entier est un **multiple** d'un autre, si ce nombre est dans la table de multiplication de l'autre. On dit également que cet autre nombre est un **diviseur** du premier nombre. On a la relation suivante :

$$\text{multiple} = \text{diviseur} \times \text{quotient}$$

EXERCICE 1

Compléter la phrase suivante.

J'ai 100 pommes à répartir équitablement dans 5 cartons. Cela revient à mettre pommes par carton, car

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-1>.

À RETENIR

Méthode

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier n , on teste la divisibilité de n par tous les nombres inférieurs ou égaux à \sqrt{n} .

EXERCICE 2

Dresser la liste des diviseurs des nombres suivants.

1. 21 :
2. 6 :
3. 15 :
4. 11 :

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-2>.

À RETENIR

Propriété

Tout nombre entier est divisible par 1 et par lui-même.

À RETENIR ☞

Propriétés

1. Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
2. Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
3. Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
4. Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
5. Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

2. Division euclidienne

À RETENIR ☞

Définition

Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier (le **dividende**) par un autre différent de 0 (le **diviseur**), c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}$$

Le reste étant toujours inférieur au diviseur.

EXERCICE 3 📝

Compléter la phrase suivante.

J'ai 101 pommes à répartir équitablement dans 5 cartons. Cela revient à mettre pommes par carton et il en restera, car

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-3>.

EXERCICE 4 📝

Poser et effectuer la division euclidienne de 621 par 3.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-4>.

À RETENIR ☞

Propriété

Si, à l'issue de la division euclidienne d'un nombre par un autre, le reste vaut 0 ; alors, le premier nombre est divisible par le second.

EXERCICE 5 📝

Expliquer de deux manières différentes pourquoi 621 est divisible par 3.

1.
2.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-5>.

3. Nombres premiers

À RETENIR

Définition

Un **nombre premier** est un nombre entier plus grand que 1 qui n'est divisible que par 1 et par lui-même.

EXERCICE 6

Donner 4 nombres premiers inférieurs à 100.

1. 2. 3. 4.

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-6>.

À RETENIR

Méthode

Pour montrer qu'un entier naturel n est premier, on vérifie qu'il ne possède aucun diviseur inférieur ou égal à \sqrt{n} .

EXERCICE 7

1. Montrer que 23 est un nombre premier.

.....

2. Montrer que 12 345 678 n'est pas un nombre premier.

.....

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-7>.

À RETENIR

Propriété

Il existe une infinité de nombres premiers.

4. Décomposition en produit de facteurs premiers

À RETENIR

Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout nombre entier plus grand que 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers. Il s'agit de la **décomposition en produit de facteurs premiers** de ce nombre.

De plus, cette décomposition est unique (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

EXERCICE 8

Décomposer les nombres entiers suivants en produit de facteurs premiers.

1. $360 =$ 2. $1\,515 =$

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-8>.

II Fractions irréductibles

À RETENIR ☞

Définition

Deux nombres entiers sont dits **premiers entre eux** s'ils n'admettent aucun diviseur commun hormis 1.

EXERCICE 9 📝

Est-ce que 5 et 11 sont premiers entre eux?
.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-9>.

À RETENIR ☞

Méthode

Pour montrer que deux nombres sont premiers entre eux, on vérifie qu'ils n'ont aucun facteur commun dans leur décomposition en produit de facteurs premiers.

EXEMPLE 💡

46 et 5 460 ne sont pas premiers entre eux car $46 = 2 \times 23$ et $5\,460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$.

À RETENIR ☞

Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque l'on ne peut plus la simplifier (ie. l'écrire avec un numérateur et un dénominateur plus petits).

EXEMPLE 💡

$\frac{3}{4}$ est une fraction irréductible mais $\frac{5}{10}$ ne l'est pas (car $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$).

À RETENIR ☞

Propriété

Une fraction est irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

EXERCICE 10 📝

Dire si les fractions suivantes sont irréductibles. Les réduire dans le cas contraire.

1. $\frac{10}{14}$: 2. $\frac{55}{35}$: 3. $\frac{23}{3}$:

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-10>.