

OBJECTIFS

- Utiliser la racine carrée d'un nombre positif en lien avec des situations géométriques (théorème de Pythagore ; agrandissement, réduction et aires).
- Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs des deux autres côtés.
- Démontrer qu'un triangle est un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs de ses côtés.
- Dans une configuration de Thalès, savoir calculer une longueur manquante en utilisant la proportionnalité.
- Démontrer le parallélisme de deux droites en s'appuyant sur des rapports de longueurs.

I Théorème de Pythagore

1. Calculer une longueur

À RETENIR

Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

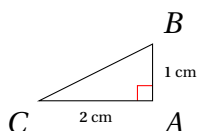
À RETENIR

Méthode

Pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle, on peut utiliser le théorème de Pythagore.

EXEMPLE

Le triangle ABC ci-contre est rectangle en A . On applique le théorème de Pythagore.

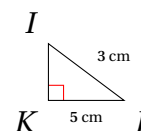


$$\begin{aligned} BC^2 &= BA^2 + AC^2 \\ &= 1^2 + 2^2 \\ &= 1 + 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Donc $BC = \sqrt{5} \text{ cm} \approx 2,24 \text{ cm}$.

EXEMPLE

Le triangle IJK ci-contre est rectangle en K . On applique le théorème de Pythagore.



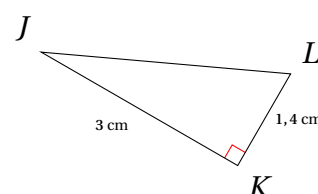
$$\begin{aligned} IJ^2 &= IK^2 + KJ^2 \\ 5^2 &= 3^2 + KJ^2 \\ 5^2 - 3^2 &= KJ^2 \\ 16 &= KJ^2 \end{aligned}$$

Donc $KJ = \sqrt{16} \text{ cm} = 4 \text{ cm}$.

EXERCICE 1

On considère le triangle JKL ci-contre. Calculer une valeur approchée de JL .

.....
.....
.....



2. Montrer que des droites sont perpendiculaires

À RETENIR

Réciproque du théorème de Pythagore

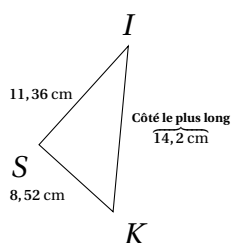
Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

À RETENIR

Méthode

Pour montrer qu'un triangle est ou n'est pas rectangle, on peut utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

EXEMPLE



D'une part :

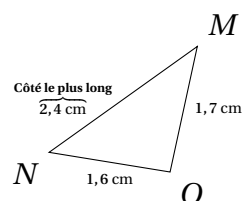
$$\begin{aligned} KI^2 \\ &= 14,2^2 \\ &= 201,64 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} IS^2 + SK^2 \\ &= 11,36^2 + 8,52^2 \\ &= 201,64 \end{aligned}$$

$KI^2 = IS^2 + SK^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, SKI est rectangle.

EXEMPLE



D'une part :

$$\begin{aligned} MN^2 \\ &= 2,4^2 \\ &= 5,76 \end{aligned}$$

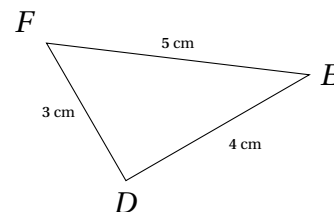
D'autre part :

$$\begin{aligned} NO^2 + OM^2 \\ &= 1,6^2 + 1,7^2 \\ &= 5,45 \end{aligned}$$

$MN^2 \neq NO^2 + OM^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, MNO n'est pas rectangle.

EXERCICE 2

On considère le triangle DEF ci-dessous. Est-il rectangle?



.....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/pythagore-thales/#correction-2>.

II Théorème de Thalès

1. Calculer une longueur

À RETENIR

Théorème de Thalès

Soient un triangle ABC et deux points $D \in (AB)$ et $E \in (AC)$. Si $(DE) \parallel (BC)$, alors $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

À RETENIR

Méthode

En présence d'un triangle et d'une droite parallèle à un côté, on peut utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur.

EXEMPLE

On considère le triangle ci-contre. Calculons les longueurs CN et CA .

On sait :

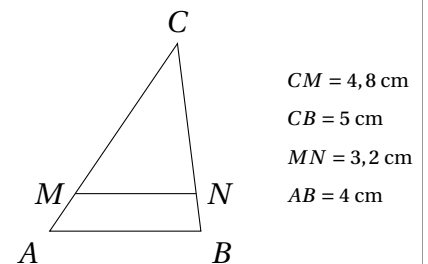
- C, M et A sont alignés.
- C, N et B sont alignés.
- $(MN) \parallel (AB)$.

On applique le théorème de Thalès.

$$\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB} \Rightarrow \frac{4,8}{CA} = \frac{CN}{5} = \frac{3,2}{4}$$

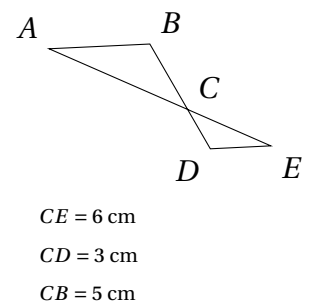
Ainsi :

- $\frac{CN}{5} = \frac{3,2}{4}$, donc $CN = 5 \times \frac{3,2}{4} = 4$ cm.
- $\frac{4,8}{CA} = \frac{3,2}{4}$, c'est à dire $\frac{CA}{4,8} = \frac{4}{3,2}$, donc $CA = 4,8 \times \frac{4}{3,2} = 6$ cm.



EXERCICE 3

On considère la figure ci-contre où $(AB) \parallel (DE)$. Calculer AC .



2. Montrer que des droites sont parallèles

À RETENIR ∞

Réciproque du théorème de Thalès

Soient un triangle ABC et deux points $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$. Si $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, alors $(DE) \parallel (BC)$.

À RETENIR ∞

Méthode

Pour montrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles, on peut utiliser la réciproque du théorème de Thalès.

EXEMPLE 💡

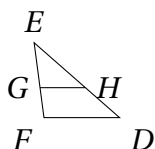
On se demande si (GH) et (FD) sont parallèles. On sait :

- E, G et F sont alignés dans le même ordre.
- E, H et D sont alignés dans le même ordre.

Or,

$$\frac{EG}{EF} = 0,6 \text{ et } \frac{EH}{ED} = 0,6$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, (GH) et (FD) sont parallèles.



$$\begin{aligned} EG &= 0,6 \text{ cm} \\ EF &= 1 \text{ cm} \\ EH &= 0,9 \text{ cm} \\ ED &= 1,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

EXEMPLE 💡

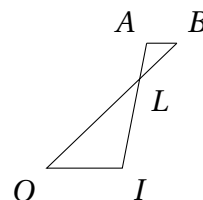
On se demande si (AB) et (OI) sont parallèles. On sait :

- A, L et I sont alignés dans le même ordre.
- B, L et O sont alignés dans le même ordre.

Or,

$$\frac{LA}{LI} = 0,4 \text{ et } \frac{LB}{LO} = 0,5$$

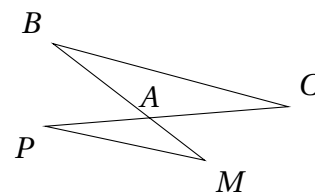
D'après la réciproque du théorème de Thalès, (AB) et (OI) ne sont pas parallèles.



$$\begin{aligned} LA &= 0,48 \text{ cm} \\ LI &= 1,2 \text{ cm} \\ LB &= 0,85 \text{ cm} \\ LO &= 1,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

EXERCICE 4 📖

On considère la figure ci-contre. Les droites (BM) et (PC) sont-elles parallèles?



$$\begin{aligned} BC &= 15 \text{ cm} \\ AB &= 7 \text{ cm} \\ AC &= 8 \text{ cm} \\ AM &= 4 \text{ cm} \\ AP &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/pythagore-thales/#correction-4>.