TRIGONOMÉTRIE

3ème
Cours

OBJECTIFS

— Connaître les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente.
— Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

I Les fonctions trigonométriques

1. Définitions

À RETENIR

Définitions

Soit ABC un triangle rectangle en A.

— On appelle **cosinus de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

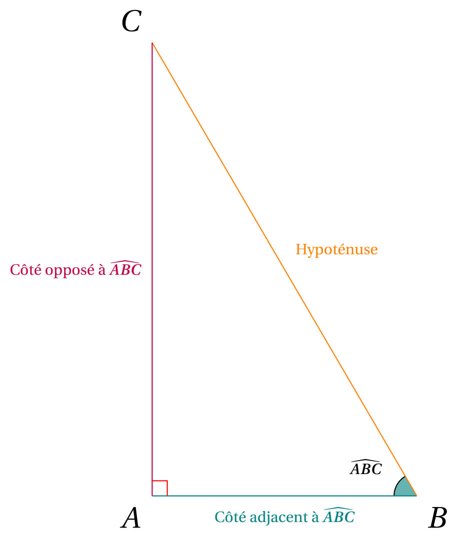
$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

— On appelle **sinus de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{CA}{BC}$$

— On appelle **tangente de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ABC}} = \frac{CA}{AB}$$



Le cosinus, le sinus et la tangente sont des grandeurs sans unité.

INFORMATION

On peut retenir ces définitions à l'aide du mnémotechnique « CAH-SOH-TOA » :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \qquad \sin(\text{angle}) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \qquad \tan(\text{angle}) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

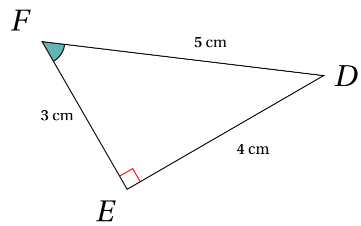
EXERCICE 1

On considère le triangle DEF ci-contre. Effectuer les calculs suivants.

1. $\cos(\widehat{EFD}) =$ ....

2. $\sin(\widehat{EFD}) =$ ....

3. $\tan(\widehat{EFD}) =$ ....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-1.

2. Propriétés

À RETENIR

Propriétés

Soit α la mesure d'un angle aigu.

1. $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$ sont des nombres compris entre 0 et 1.
2. $\tan(\alpha) > 0$.
3. $\cos(\alpha)^2 + \sin(\alpha)^2 = 1$.
4. $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.

EXERCICE 2

L'objectif de cet exercice est de prouver la dernière propriété. Soit ABC un triangle rectangle en A.

1. Que vaut $\sin(\widehat{ABC})$?

   $\sin(\widehat{ABC}) =$ ....
2. Que vaut $\cos(\widehat{ABC})$?

   $\cos(\widehat{ABC}) =$ ....
3. Simplifier le quotient $\frac{\sin(\widehat{ABC})}{\cos(\widehat{ABC})}$.

   $\frac{\sin(\widehat{ABC})}{\cos(\widehat{ABC})} =$ ....
4. Conclure. ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-2.

II Utilisation dans un triangle rectangle

1. Calculer la longueur d'un côté

À RETENIR

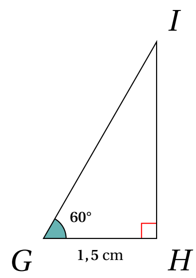
Méthode

Il est possible de calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle si on connaît la longueur d'un côté et la mesure d'un des angles aigus. On trouve la longueur inconnue en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle connu, la longueur connue et la longueur inconnue.

EXEMPLE

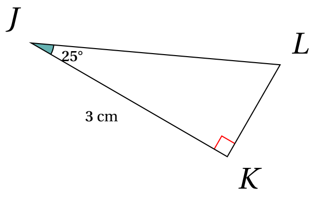
Le triangle GHI ci-contre est rectangle en H. Calculons IG.

$$\cos(\widehat{IGH}) = \frac{GH}{IG}$$
$$\cos(60°) = \frac{1{,}5}{IG}$$
$$IG = \frac{1{,}5}{\cos(60°)} = 3$$



EXERCICE 3

On considère le triangle JKL ci-contre. Calculer une valeur approchée de KL.



. . . .

. . . .

. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-3.

2. Calculer la mesure d'un angle

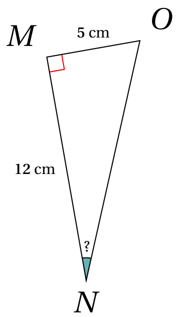
À RETENIR

Méthode

Il est possible de calculer la mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle si on connaît les longueurs de deux côtés. On trouve la mesure inconnue en utilisant le rapport trigonométrique qui fait intervenir l'angle inconnu et les deux longueurs connues.

EXEMPLE

Le triangle MNO ci-contre est rectangle en M. Calculons une valeur approchée de $\widehat{MNO}$.



$$\tan(\widehat{MNO}) = \frac{OM}{MN}$$
$$\tan(\widehat{MNO}) = \frac{5}{12}$$
$$\widehat{MNO} = \arctan\left(\frac{5}{12}\right) \approx 23°$$

INFORMATION

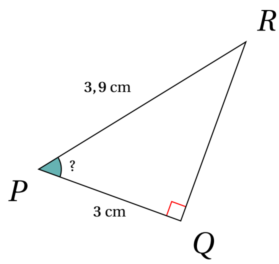
Remarque

Les fonctions arccos, arcsin et arctan permettent d'inverser respectivement cos, sin et tan. Ainsi, si α désigne la mesure d'un angle aigu :

$$\arccos(\cos(\alpha)) = \alpha \qquad \arcsin(\sin(\alpha)) = \alpha \qquad \arctan(\tan(\alpha)) = \alpha$$

EXERCICE 4

On considère le triangle PQR ci-contre. Calculer une valeur approchée de $\widehat{RPQ}$.



. . . .

. . . .

. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-4.