

## OBJECTIFS

- Être en mesure de vérifier qu'une valeur conjecturée est racine d'un polynôme de degré 2.
- Savoir factoriser, dans des cas simples, une expression du second degré.
- Utiliser la forme factorisée (en produit de facteurs du premier degré) d'un polynôme de degré 2 pour trouver ses racines et étudier son signe.
- Déterminer des éléments caractéristiques de la fonction  $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$  (signe, extremum, allure de la courbe, axe de symétrie...).
- Savoir associer une parabole à une expression algébrique de degré 2, pour les fonctions de la forme  $x \mapsto ax^2$ ,  $x \mapsto ax^2 + c$  et  $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ .

## I Définitions

### 1. Fonction du second degré

#### À RETENIR

##### Définition

On appelle **fonction polynômiale du second degré** (ou **fonction du second degré** pour abréger) toute fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a, b, c \in \mathbb{R}$  avec  $a \neq 0$ .

L'expression littérale  $ax^2 + bx + c$  est un **polynôme de degré 2**.

#### EXEMPLE

La fonction carré  $x \mapsto x^2$  est une fonction du second degré.

### 2. Racines

#### À RETENIR

##### Définition

Soit  $f$  une fonction du second degré. On appelle **racine** de  $f$ , tout nombre  $x$  vérifiant  $f(x) = 0$ . Une fonction du second degré admet au plus deux racines distinctes dans  $\mathbb{R}$ .

#### EXERCICE 1

Combien de racines distinctes la fonction  $f : x \mapsto x^2 + 1$  possède-t-elle dans  $\mathbb{R}$ ? .....

.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-second-degre/#correction-1>.

### 3. Forme développée, forme factorisée

#### À RETENIR

##### Définitions

Soit  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$  une fonction du second degré.

- La forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$  est appelée **forme développée** de  $f$ .
- Si  $f$  admet deux racines  $x_1$  et  $x_2$ , alors on peut écrire  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ . Cette dernière expression est appelée **forme factorisée** de  $f$ .

#### EXEMPLE

On définit une fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ . C'est une fonction du second degré (avec  $a = 1$ ,  $b = 2$  et  $c = 1$ ). Comme  $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ , on a :

- La forme factorisée de  $f : f(x) = (x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$ .
- La forme développée de  $f : f(x) = x^2 + 2x + 1$ .

#### EXERCICE 2

On définit une fonction  $f$  du second degré sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 4$ .

1. Factoriser  $f(x)$ .
2. Quelles sont les racines de  $f$ ?
3. En déduire formes développées et factorisées de  $f$ .
  - a. Forme factorisée de  $f$  :
  - b. Forme développée de  $f$  :

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-second-degre/#correction-2>.

## II Courbe représentative

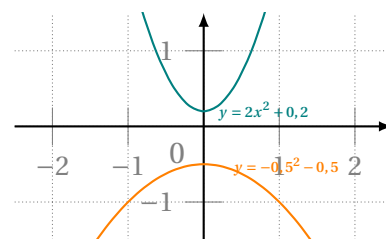
### 1. Orientation de la parabole

#### À RETENIR

##### Définition

Soit  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$  une fonction du second degré. La courbe représentative de  $f$ , notée  $\mathcal{C}_f$ , est une **parabole**.

- Lorsque  $a > 0$ , on dit que la parabole  $\mathcal{C}_f$  est **tournée vers le haut** : elle forme un « sourire ».
- Lorsque  $a < 0$ , on dit que la parabole  $\mathcal{C}_f$  est **tournée vers le bas** : elle forme un « sourire inversé ».



#### EXERCICE 3

Pour chacune des fonctions du second degré ci-dessous, donner l'orientation de sa courbe représentative.

1.  $f : x \mapsto 3x^2 + 2x + 1$  :
2.  $g : x \mapsto 1 - x^2$  :
3.  $h : x \mapsto (1 - x)^2$  :

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-second-degre/#correction-3>.

## 2. Sommet, axe de symétrie

### À RETENIR

#### Propriétés

Soit  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$  une fonction du second degré.

1. Le sommet de la parabole  $\mathcal{C}_f$  a pour coordonnées  $(\alpha; \beta)$  où  $\alpha = -\frac{b}{2a}$  et  $\beta = f(\alpha)$ .
2. La parabole  $\mathcal{C}_f$  admet un axe de symétrie vertical d'équation  $x = -\frac{b}{2a}$ .

### EXERCICE 4

Après avoir esquissé la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto 4x^2 + 8x + 1$ , déterminer le tableau de variation de  $f$ .

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-second-degre/#correction-4>.



### 3. Fonctions $x \mapsto ax^2 + c$

À RETENIR

Propriété

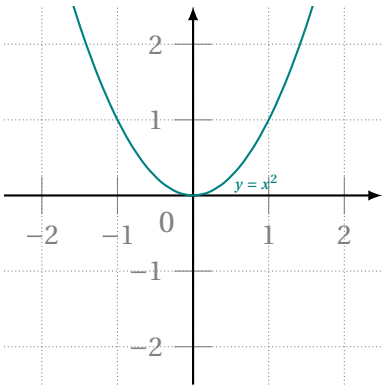
Soit  $f : x \mapsto ax^2 + c$  une fonction du second degré (notons que le coefficient  $b$  est nul).

Propriété	Illustration
L'axe de symétrie de $f$ est la droite d'équation $x = 0$ . Plus $a$ est proche de zéro, plus la courbe « s'écarte ». À l'inverse, plus le coefficient $a$ s'éloigne de zéro, plus la courbe « se contracte ».	
La courbe représentative de $x \mapsto ax^2$ est symétrique à celle de $x \mapsto -ax^2$ par rapport à l'axe des abscisses.	
La courbe représentative de $f$ est la même que celle de $x \mapsto ax^2$ , mais translatée de $c$ unités de longueur vers le haut.	

EXERCICE 5

On a tracé ci-contre la courbe représentative de la fonction carré  $x \mapsto x^2$ . Tracer à main levée l'allure de la courbe représentative de la fonction  $x \mapsto -3x^2 - 0,5$ . Décrire les différentes étapes.

- Étape 1. ....
- Étape 2. ....
- Étape 3. ....



• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-second-degre/#correction-5>.

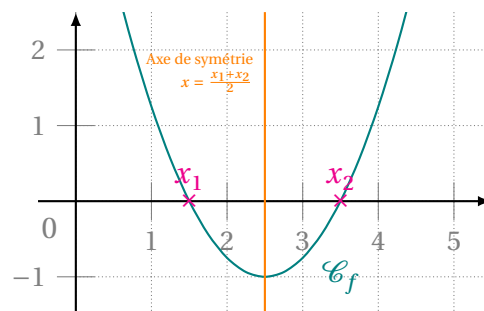
## 4. Lien avec les racines

### À RETENIR

#### Propriété

Soit  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$  une fonction du second degré. Alors,  $f$  admet deux racines  $x_1$  et  $x_2$  si et seulement si  $\mathcal{C}_f$  admet deux points d'intersection avec l'axe des abscisses.

Dans ce cas, les coordonnées de ces points d'intersection sont  $(x_1; 0)$  et  $(x_2; 0)$ . De plus, l'axe de symétrie vertical de  $f$  a pour équation  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ .



### EXERCICE 6

On définit une fonction  $f$  du second degré sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 - 9x - 30$ .

1. Vérifier que  $-2$  et  $5$  sont les racines de  $f$ . .....
2. En déduire la forme factorisée de  $f$ . .....
3. Donner les tableaux de signes et de variation de  $f$ .

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-second-degre/#correction-6>.