

OBJECTIFS

- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations de proportionnalité.
- Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité.
- Appliquer un pourcentage.
- Reproduire une figure en respectant une échelle donnée.
- Agrandir ou réduire une figure.
- Comprendre la notion de ratio.

I Reconnaître une situation de proportionnalité

À RETENIR

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

EXERCICE 1

Pour chaque situation ci-dessous, nommer les deux grandeurs en précisant leurs unités s'il y en a, puis dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

- Marie achète 3 kg de pommes à 2,40 € le kilogramme. Elle doit payer 7,20 €.
 - Grandeur 1 :
 - Grandeur 2 :
 - Véracité de l'affirmation :
- Dimitri pesait 7 kg à 6 mois ; il pèsera donc 14 kg à 1 an et 28 kg à 2 ans.
 - Grandeur 1 :
 - Grandeur 2 :
 - Véracité de l'affirmation :
- Maya a fait 1 tour de terrain en 4 min. Si elle court à la même vitesse, elle fera 3 tours en 12 min.
 - Grandeur 1 :
 - Grandeur 2 :
 - Véracité de l'affirmation :

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-1>.

À RETENIR

Définition

On peut organiser les données d'une situation de proportionnalité dans un tableau simple. Un tel tableau s'appelle un **tableau de proportionnalité**.

EXERCICE 2

À une station-essence, le gazole est vendu à 1,34 € le litre. Younes fait un plein de 30 L et paye 40,20 €. Léa va seulement prendre 10 L, et elle paye 13,40 €.

1. Organiser ces données dans un tableau simple.

2. Est-ce un tableau de proportionnalité?

.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-2>.

II Calculer une quatrième proportionnelle

À RETENIR

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, la **quatrième proportionnelle** est un nombre manquant à calculer. On peut la calculer dès lors que l'on connaît au moins trois valeurs.

1. Lien entre les colonnes

À RETENIR

Méthode

Pour obtenir les nombres d'une colonne d'un tableau de proportionnalité, on peut :

- ajouter ou soustraire les nombres de deux autres colonnes ;
- multiplier ou diviser les nombres d'une autre colonne par un même nombre.

EXERCICE 3

Au restaurant scolaire, tous les repas sont au même prix. Sachant que 2 repas coûtent 8,60 € et que 3 repas coûtent 12,90 €, compléter le tableau suivant.

Nombre de repas	1	2	3	5
Prix (en €)				

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-3>.

EXERCICE 4

Mathis possède une collection de livres ayant tous la même épaisseur. Une pile de 12 livres a une hauteur de 30 cm. Compléter le tableau suivant.

Nombre de livres	1	3	12	24
Hauteur de la pile (en cm)				

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-4>.

2. Passage à l'unité

À RETENIR

Méthode

Pour traiter une situation de proportionnalité, il est parfois utile de trouver la valeur qui correspond à l'unité.

EXERCICE 5

Avec 4 L d'une peinture, on peut recouvrir 26 m^2 . Remplir la deuxième colonne de ce tableau, puis s'en servir pour remplir la troisième et la quatrième.

Volume de peinture (en L)	4	1	11	13
Surface peinte (en m^2)				

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-5>.

3. Coefficient de proportionnalité

À RETENIR

Méthode

Dans un tableau de proportionnalité, on peut passer d'une ligne à l'autre en multipliant ou en divisant par le coefficient de proportionnalité.

EXERCICE 6

Une usine fabrique des sacs. Pour en fabriquer 10, elle a besoin de 21 m^2 de tissu.

1. Quel est le nombre qui, multiplié par 10, donne 21 ?
2. Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous correspondant à la situation (éventuellement en arrondissant).

Nombre de sacs	10		99
Surface de tissu (en m^2)	21	55	

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-6>.

III Pourcentages

À RETENIR ∞

Définition

La **proportion** d'un groupe dans un ensemble, c'est le nombre d'éléments de ce groupe divisé par le nombre total d'éléments de l'ensemble. On peut écrire une proportion sous différentes formes :

- sous forme décimale (éventuellement avec des approximations);
- sous forme fractionnaire.

Lorsqu'il est écrit sous forme fractionnaire avec un dénominateur égal à 100, on parle de **pourcentage**. Au lieu d'écrire $\frac{t}{100}$, on peut alors écrire $t \%$.

INFORMATION 📢

Remarque

Ainsi, un pourcentage est une proportion par rapport à 100 : c'est un nombre décimal qui traduit une situation de proportionnalité.

EXERCICE 7 📝

Parmi les 32 057 325 voix exprimées au cours du second tour de l'élection présidentielle de 2022, le candidat arrivé en tête a recueilli 18 768 639 voix. Quelle proportion de voix a-t-il recueilli? L'exprimer sous forme fractionnaire, puis sous forme de pourcentage.

EXERCICE 8 📝

Sur un pot de 250 g de crème fraîche est inscrit « 15 % de matière grasse ». Quelle est la masse de matière grasse, en grammes, contenue dans ce pot?

.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-8>.

À RETENIR ∞

Propriété

Pour calculer $t \%$ d'une quantité, on multiplie celle-ci par $\frac{t}{100}$.

EXERCICE 9 📝

Dans un magasin, un pull qui coûte 30 € est soldé à 20 %. Quel est le nouveau prix de ce pull?

.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-9>.

IV Échelles

À RETENIR

Définitions

- Dans une représentation dite **à l'échelle**, les longueurs représentées et les longueurs réelles sont proportionnelles.
- L'**échelle** est le coefficient de proportionnalité. Elle est égale à $\frac{\text{longueur représentée}}{\text{longueur réelle}}$ (où les longueurs sont exprimées dans la même unité).
- Si l'échelle est inférieure à 1, la représentation est une **réduction**. Sinon, c'est un **agrandissement**.

EXERCICE 10

Sur la carte ci-contre, 1 km est représenté par 1 cm.

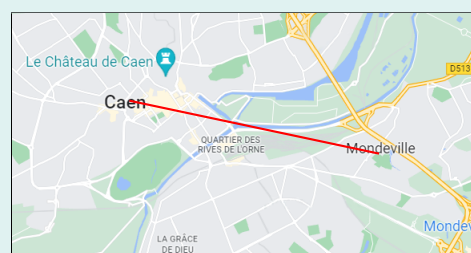
1. Quelle est l'échelle de cette carte?

.....

2. Calculer la distance approximative séparant Caen de Mondeville.

.....

.....



Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-10>.

V Ratios

À RETENIR

Définitions

- On dit que deux nombres positifs a et b sont dans le ratio $i : j$ si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j}$.
- On dit que trois nombres positifs a , b et c sont dans le ratio $i : j : k$ si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j} = \frac{c}{k}$.

EXERCICE 11

En classe de 5^{ème} D, il y a 24 élèves dont 13 filles. Quel est le ratio garçons : filles de cette classe?

.....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-11>.

EXEMPLE

Partager des œufs de Pâques selon le ratio 2 : 3 entre Matthieu et Inès signifie qu'à chaque fois qu'on donne 2 œufs à Matthieu, on en donne 3 à Inès.

Matthieu



Inès



Méthode

Pour partager une quantité selon un ratio, on utilise les propriétés de la proportionnalité.

EXERCICE 12

Dans la recette d'un gâteau, il faut mélanger du sucre, de la farine et du lait selon le ratio 2 : 3 : 5. Pour 4 personnes, il faut 200 g de sucre.

1. Compléter le tableau suivant avec les données de l'énoncé.

Ratio	2	3	5
Quantité (en g)			

2. Terminer de compléter ce tableau en faisant en sorte qu'il soit un tableau de proportionnalité.
3. a. Combien faudra-t-il de farine pour faire ce gâteau pour 4 personnes?
-
- b. Combien faudra-t-il de lait pour faire ce gâteau pour 4 personnes?
-

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/cinquieme/proportionnalite/#correction-12>.

