NOTION DE FONCTION

OBJECTIFS

— Connaître les différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique, …
— Déterminer graphiquement des images et des antécédents.
— Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation.
— Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations.
— Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées).

I Image, antécédent

À RETENIR

Définition

Soit $\mathscr{D}$ un ensemble de nombres réels. Définir une **fonction** f sur $\mathscr{D}$ revient à associer à chaque réel a de $\mathscr{D}$ un unique réel, noté $f(a)$, et appelé **image** de a par la fonction f.

Antécédent a $\xrightarrow{\text{Fonction } f}$ Image $f(a)$

$a \in \mathscr{D}$ $\qquad$ $f(a) \in \mathbb{R}$

On dit également que a est **un antécédent** de $f(a)$ par la fonction f. L'ensemble $\mathscr{D}$ est **l'ensemble de définition** de la fonction f.

À RETENIR

Notation

Pour une fonction f, à un nombre x, on fait correspondre le nombre $f(x)$ (lire « f de x »). On note $f : x \mapsto f(x)$. Attention donc à ne pas confondre f et $f(x)$: f est une *fonction*, mais $f(x)$ est un *nombre*.

EXERCICE 1

On considère la fonction $f : x \mapsto -5x + 7$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	-2	-1	0	1	2
Image $f(x)$					

2. En utilisant le tableau, répondre aux questions suivantes.

a. Que vaut $f(-2)$? ……………………………………………………………………

b. Donner un antécédent de 7 par la fonction f. ……………………………………………

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-1.

À RETENIR

Remarque

Un nombre peut avoir zéro, un, ou plusieurs antécédents par une fonction, mais une unique image.

EXERCICE 2

On considère la fonction carré $f : x \mapsto x^2$.

1. Donner tous les antécédents de 4 par la fonction f.

. . . .

2. Est-ce que -9 peut avoir un antécédent par la fonction f ? Justifier.

. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-2.

II Représentation graphique

1. Tracer la représentation graphique d'une fonction

À RETENIR

Définition

Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$. Cette représentation graphique est également appelée **courbe représentative de la fonction** f.

EXERCICE 3

Le but de cet exercice est de tracer la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto 0,5x^2$.

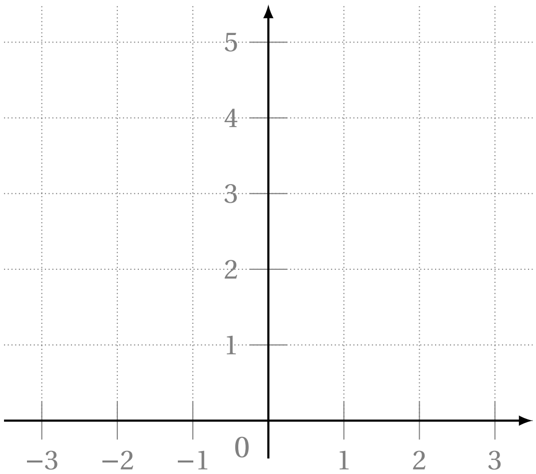
1. Est-ce que le point $A(2;-1)$ appartient à la courbe représentative de f ? Justifier.

. . . .

2. Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Image $f(x)$							

3. Dans le repère ci-dessous, placer les points de coordonnées $(x; f(x))$ donnés par le tableau. Puis, les relier pour tracer $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de f.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-3.

2. Exploiter la représentation graphique d'une fonction

À RETENIR

Méthodes

1. Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre x, on place x sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant.
2. Pour déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre y, on place y sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

EXERCICE 4

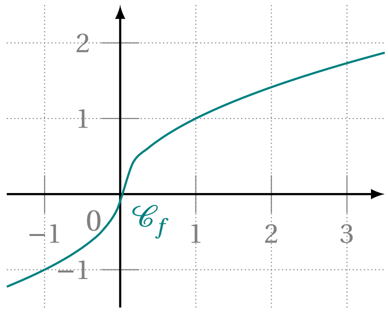
On a tracé ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f.

1. Déterminer graphiquement l'image des nombres suivants par la fonction f.

   — 2 : .... — 0 : ....

2. Déterminer graphiquement un antécédent de 1 par la fonction f.

   ....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-4.

À RETENIR

Méthodes

Soient f et g deux fonctions et k un nombre réel.

1. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = k$, on cherche l'abscisse des points de la courbe représentative de f qui ont pour ordonnée le réel k.
2. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$, on cherche l'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives de f et de g.

Avec des techniques similaires, on peut résoudre des inéquations du type $f(x) \leq k$, $f(x) < g(x)$, ...

EXERCICE 5

On a tracé ci-contre les courbes représentatives de $f : x \mapsto -0,5x^3 + 4,67x^2 - 12,5x + 9,33$ et $g : x \mapsto -0,33x^2 + 2x - 0,67$.

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.

   ....

2. Résoudre graphiquement l'équation $-0,33x^2 + 2x - 0,67 = 3$.

   ....

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

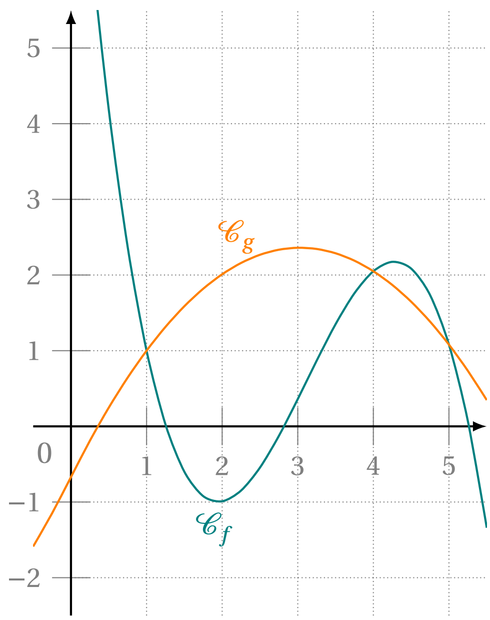
   ....

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 2$.

   ....

5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.

   ....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-5.

III Études de fonctions

1. Parité

À RETENIR

Définitions

Soit f une fonction d'ensemble de définition $\mathscr{D}$.

— On dit que f est **paire** si pour tout $x \in \mathscr{D}$, on a $-x \in \mathscr{D}$ et $f(-x) = f(x)$.

— On dit que f est **impaire** si pour tout $x \in \mathscr{D}$, on a $-x \in \mathscr{D}$ et $f(-x) = -f(x)$.

À RETENIR

Propriétés

Dans un repère orthogonal :

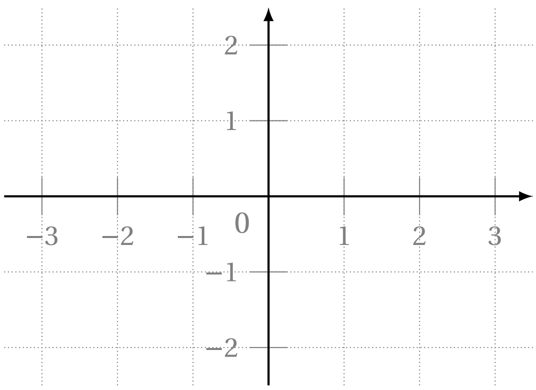
1. la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ;
2. la courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

EXERCICE 6

1. Représenter graphiquement sur $[-3;3]$ la fonction $f : x \mapsto x^2$ dans le repère ci-contre.
2. Représenter de même la fonction $g : x \mapsto x^3$.
3. Que peut-on en déduire ?

....

....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-6.

2. Signe

À RETENIR

Définition

Étudier le signe d'une fonction f définie sur un ensemble $\mathscr{D}$ revient à déterminer le signe des images $f(x)$ en fonction de $x \in \mathscr{D}$. On présente souvent ces résultats dans un **tableau de signes**.

EXEMPLE

Le tableau de signes de la fonction g de l'exercice précédent sur l'intervalle $[-3;3]$ est construit ci-contre.

Valeur de x	-3		0		3
Signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	

À RETENIR

Propriété

On peut obtenir le signe d'un produit à partir du signe de ses facteurs en appliquant la règle des signes. On peut obtenir de même le signe d'un quotient à partir du signe de son numérateur et de son dénominateur.

EXERCICE 7

1. **a.** Résoudre l'inéquation $2x + 4 > 0$ pour $x \in \mathbb{R}$.

b. En déduire le signe de $2x + 4$ sur $\mathbb{R}$.

2. Étudier le signe de $-x + 3$ sur $\mathbb{R}$.

3. **a.** Déduire de ce qui précède le signe de la fonction $f : x \mapsto (2x + 4)(-x + 3)$ sur $\mathbb{R}$.

b. Quel est le signe de $f(-1)$? ....

4. Étudier de même le signe de la fonction $g : x \mapsto \frac{2x+4}{-x+3}$ sur $\mathbb{R}$.

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-7.

3. Variations

À RETENIR

Définition

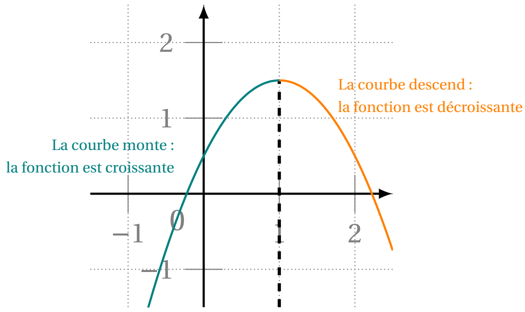
Soit f une fonction définie sur un intervalle I. f est dite :

— **croissante** sur I si, lorsque x augmente, alors $f(x)$ augmente ;

— **décroissante** sur I si, lorsque x augmente, alors $f(x)$ diminue ;

— **constante** sur I si elle garde la même valeur sur I ;

— **monotone** sur I si f est croissante ou décroissante sur I.

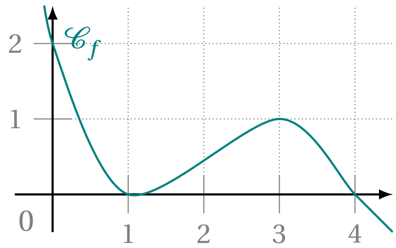


Étudier les variations de f revient à déterminer comment f croît ou décroît sur I. On présente souvent ces résultats dans un **tableau de variations**.

EXEMPLE

La fonction f est décroissante sur $[0;1] \cup [3;4]$, et croissante sur $[1;3]$. On peut regrouper cela dans le tableau de variations ci-dessous.

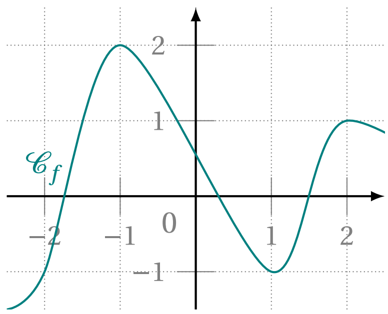
Valeur de x	0		1		3		4
Variations de f	2	↘	0	↗	1	↘	0



EXERCICE 8

On a tracé la courbe représentative d'une fonction f ci-contre.

1. Dresser son tableau de variations sur l'intervalle $[-2;2]$.



2. Comparer les nombres $f(1)$ et $f(1,2)$ en justifiant. ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-8.

À RETENIR

Définitions

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Le **maximum** de f est la plus grande valeur atteinte par cette fonction sur I ; et le **minimum** de f est la plus petite valeur atteinte par cette fonction sur I.

EXERCICE 9

Déterminer le maximum de la fonction f précédente sur $[-2;2]$. ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions/#correction-9.