NOMBRE DÉRIVÉ

1ère STMG
Cours

OBJECTIFS

- Découvrir les sécantes à une courbe passant par un point donné, et faire le lien avec le taux de variation en un point.
- Définir la tangente à une courbe en un point en tant que position limite des sécantes passant par ce point.
- Découvrir la notion de nombre dérivé en un point, défini comme limite du taux de variation en ce point.
- Connaître la formule de l'équation réduite de la tangente d'une fonction en un point.

I Tangentes

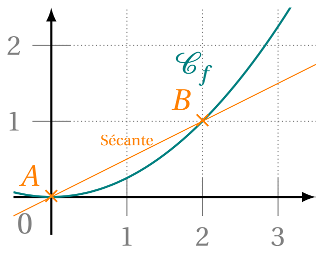
1. Sécante à une courbe

À RETENIR

Définition

Soit f une fonction dont on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative. On appelle **sécante** à $\mathscr{C}_f$ toute droite passant par deux points distincts $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ de $\mathscr{C}_f$. Pour rappel, le **coefficient directeur** de cette sécante est donné par la formule

$$\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A}$$



À RETENIR

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soient $a, b \in I$ distincts. On appelle **taux de variation** ou **taux d'accroissement** de f entre a et b, le quotient

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

c'est aussi le coefficient directeur de la sécante à $\mathscr{C}_f$ aux points de coordonnées $(a;f(a))$ et $(b;f(b))$.

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-4$.

1. Calculer les images par f de -1 et 2. ....

....

2. Calculer le taux de variation de f entre ces deux valeurs. ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-1.

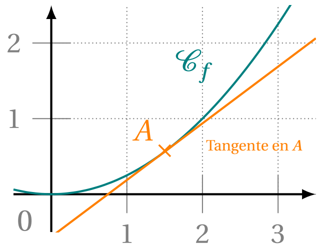
2. Tangente en un point

À RETENIR

Définition

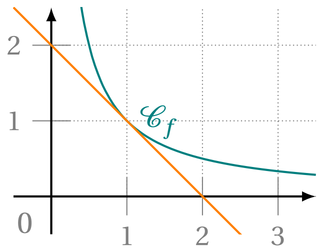
Soit f une fonction définie sur un intervalle et « suffisamment régulière » et soient deux points A et B situés sur la courbe $\mathscr{C}_f$. Quand B se rapproche de A, la sécante (AB) semble se rapprocher d'une droite limite « collée » à $\mathscr{C}_f$.

Cette droite s'appelle la **tangente** à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A. Elle est unique : on ne peut pas tracer deux tangentes différentes à une courbe en un même point.



EXERCICE 2

On a tracé la courbe représentative d'une fonction f ci-contre ainsi que sa tangente au point d'abscisse 1.



1. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de cette tangente. ....

   ....
2. Quelle est son équation réduite ? ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-2.

II Nombre dérivé

À RETENIR

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$. On note $\mathscr{T}_a$ la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(a; f(a))$ lorsqu'elle existe.

On appelle **nombre dérivé** de f en a le coefficient directeur de $\mathscr{T}_a$. On le note $f'(a)$.

EXERCICE 3

Soit f la fonction de l'exercice précédent. Déterminer $f'(1)$. ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-3.

À RETENIR

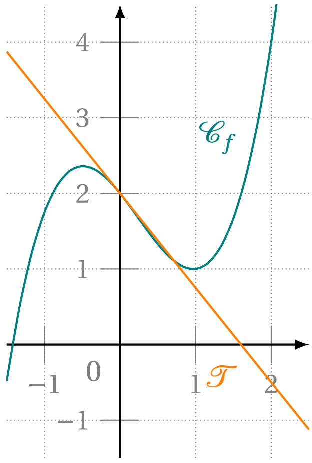
Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$. Alors, une équation de la tangente au point $(a; f(a))$ est

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

EXERCICE 4

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ que l'on représente ci-contre. On a tracé sa tangente $\mathscr{T}$ au point d'abscisse 0.



1. Déterminer graphiquement $f(0)$. ....
2. Déterminer graphiquement $f'(0)$. ....
....
3. En déduire l'équation réduite de $\mathscr{T}$. ....
....
4. En déduire une valeur approchée de $f(0,1)$. ....
....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-4.

III Interprétation

À RETENIR

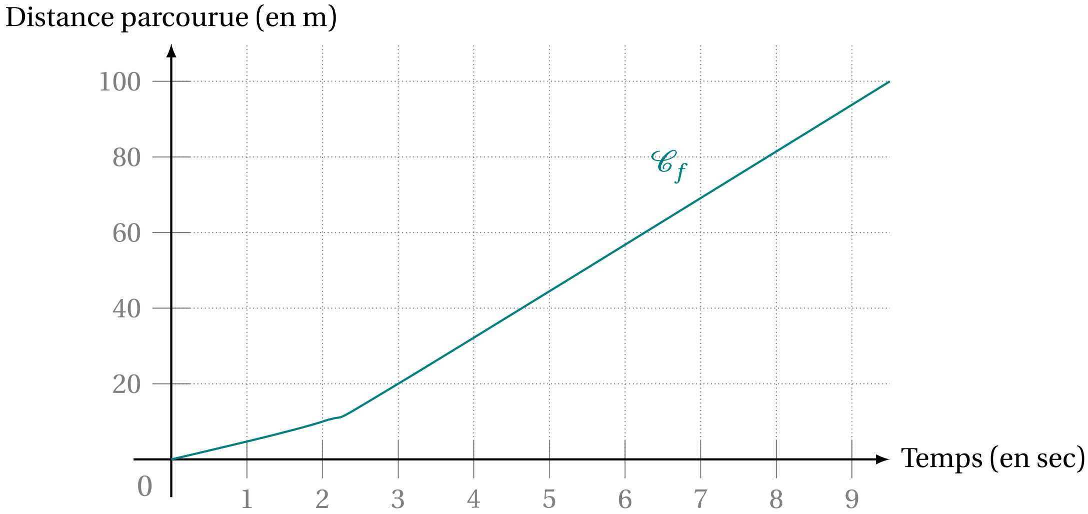
Propriétés

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soient $a, b \in I$. Alors :

1. le taux de variation de f entre a et b correspond à la **vitesse moyenne** de croissance de f entre a et b;
2. $f'(a)$ correspond à la **vitesse instantanée** de le croissance de f en a.

EXERCICE 5

Sur le graphique ci-dessous, on observe la distance d parcourue en mètres par un sprinteur en fonction du temps en secondes.



1. Calculer approximativement la vitesse moyenne du coureur entre 1 sec et 3 sec. ....

....

2. Estimer graphiquement la vitesse instantanée du coureur à 5 sec. ....

....

👉 Voir la correction : `https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/nombre-derive/#correction-5`.