## OBJECTIFS 3

- Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier.
- Déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100.
- Utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10.
- Déterminer les diviseurs d'un nombre à la main, à l'aide d'un tableur, d'une calculatrice.
- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main ou à l'aide d'un logiciel).
- Simplifier une fraction pour la rendre irréductible.
- Modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité.

# 1

# **Nombres entiers**

# 1. Multiples et diviseurs

#### À RETENIR 99

## Définition

On dit qu'un nombre entier est un **multiple** d'un autre, si ce nombre est dans la table de multiplication de l'autre. On dit également que cet autre nombre est un **diviseur** du premier nombre. On a la relation suivante :

multiple = diviseur × quotient

## EXERCICE 1

Compléter la phrase suivante.

J'ai 100 pommes à répartir équitablement dans 5 cartons. Cela revient à mettre ..... pommes par carton, car ......

 $\begin{tabular}{l} \hline \textbf{FVoir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/\#correction-1.} \\ \hline \end{tabular}$ 

## À RETENIR 99

## Méthode

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier n, on teste la divisibilité de n par tous les nombres inférieurs ou égaux à  $\sqrt{n}$ .

#### **EXERCICE 2**

Dresser la liste des diviseurs des nombres suivants.

 1. 21:
 3. 15:

 2. 6:
 4. 11:

 $\textcolor{red}{\bullet} \textbf{Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/\#correction-2.} \\$ 



## À RETENIR 99

## Propriété

Tout nombre entier est divisible par 1 et par lui-même.

## À RETENIR 00

## Propriétés

- 1. Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0; 2; 4; 6 ou 8.
- 2. Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- 3. Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- 4. Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- 5. Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

## 2. Division euclidienne

## À RETENIR 99

## Définition

Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier (le **dividende**) par un autre différent de 0 (le **diviseur**), c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

dividende = diviseur × quotient + reste

Le reste étant toujours inférieur au diviseur.

## EXERCICE 3

Compléter la phrase suivante.

✓ Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-3.

## EXERCICE 4

Poser et effectuer la division euclidienne de 621 par 3.

◆ Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-4.

## À RETENIR ••

## Propriété

Si, à l'issue de la division euclidienne d'un nombre par un autre, le reste vaut 0; alors, le premier nombre est divisible par le second.



EXERCICE 5 💆
Expliquer de deux manières différentes pourquoi 621 est divisible par 3.
1
◆ Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-5
3. Nombres premiers
À RETENIR 🌣
Définition
Un <b>nombre premier</b> est un nombre entier plus grand que 1 qui n'est divisible que par 1 et par lui-même.
EXERCICE 6
Donner 4 nombres premiers inférieurs à 100.
1
✓ Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-6
À RETENIR 30
Méthode
Pour montrer qu'un entier naturel $n$ est premier, on vérifie qu'il ne possède aucun diviseur inférieur ou égal à $\sqrt{n}$ .
EXERCICE 7 💆
1. Montrer que 23 est un nombre premier.
Mantray gua 12 245 670 plast nagun nambra pramiar
2. Montrer que 12 345 678 n'est pas un nombre premier.
√ Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-7

À RETENIR 00

## Propriété

Il existe une infinité de nombres premiers.

# 4. Décomposition en produit de facteurs premiers

## À RETENIR 99

## Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout nombre entier plus grand que 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers. Il s'agit de la **décomposition en produit de facteurs premiers** de ce nombre.

De plus, cette décomposition est unique (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

#### EXERCICE 8

Décomposer les nombres entiers suivants en produit de facteurs premiers.





◆Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-8.

# Ш

# Fractions irréductibles

#### À RETENIR 99

## Définition

Deux nombres entiers sont dits **premiers entre eux** s'ils n'admettent aucun diviseur commun hormis 1.

#### EXERCICE 9

Est-ce que 5 et 11 sont premiers entre eux? .....



## À RETENIR 99

## Méthode

Pour montrer que deux nombres sont premiers entre eux, on vérifie qu'ils n'ont aucun facteur commun dans leur décomposition en produit de facteurs premiers.

## EXEMPLE 🔋

46 et 5 460 ne sont pas premiers entre eux car  $46 = \mathbf{2} \times 23$  et  $5 460 = \mathbf{2}^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$ .

## À RETENIR 99

## Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque l'on ne peut plus la simplifier (ie. l'écrire avec un numérateur et un dénominateur plus petits).

## EXEMPLE •

 $\frac{3}{4}$  est une fraction irréductible mais  $\frac{5}{10}$  ne l'est pas (car  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ).

## À RETENIR 99

## Propriété

Une fraction est irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

## EXERCICE 10

Dire si les fractions suivantes sont irréductibles. Les réduire dans le cas contraire.

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/arithmetique/#correction-10.