

VARIABLES ALÉATOIRES

EXERCICE 1

Un couple projette d'avoir 2 enfants. Le nombre de naissances par sexe en France en 2023 est donné par le tableau suivant.

Année	Garçons	Filles	Total
On notera E l'événement « Le i -ième enfant est une fille » et on arrondira les résultats au millième. 2023	351 296	335 268	686 564

1. Lorsqu'un enfant naît en France, quelle est la probabilité que ce soit une fille (si l'on se fie au tableau)?
2. Représenter la situation de l'énoncé par un arbre de probabilités.
3. On note X le nombre de filles qu'aura le couple.
 - a. Quelles sont les valeurs possibles pour X ?
 - b. Que peut signifier l'événement « $X = 1$ »? Combien de branches conduisent à ce résultat?
 - c. Calculer $P(X = 1)$ et interpréter ce résultat par une phrase.
 - d. Que peut signifier l'événement « $X < 1$ »? Calculer sa probabilité.

En mathématiques, l'**espérance** d'une variable aléatoire permet de mesurer la moyenne des valeurs obtenues si l'on répète un grand nombre de fois la même expérience aléatoire. Ainsi, dans le cadre d'un jeu de hasard, elle représente le gain moyen ou la perte moyenne que le joueur aurait s'il participait plusieurs fois au même jeu.

Nous allons nous en servir pour déterminer le gain moyen lors du jeu du Loto. Pour rappel, le principe est le suivant : il faut obtenir cinq numéros parmi 49, plus un « numéro chance » parmi 10 pour gagner le pactole. Pour simplifier les choses, on supposera que le pactole s'élève à 5 701 258 € (ce qui correspond au pactole moyen sur les dernières années).

Ainsi, voici les gains possibles au Loto et les probabilités que nous avons de les obtenir.

Résultat	Probabilité	Gain
5 numéros + numéro chance	0,000 005 %	5 701 258 €
5 numéros	0,000 047 %	102 634 €
4 numéros + numéro chance	0,001 154 %	1 086 € + mise
4 numéros	0,010 383 %	1 086 €
3 numéros + numéro chance	0,049 610 %	10 € + mise
3 numéros	0,446 488 %	10 €
2 numéros + numéro chance	0,694 536 %	5 € + mise
2 numéros	6,250 826 %	5 €
1 numéro + numéro chance	3,559 498 %	2 €
1 numéro	32,035 483 %	0 €
0 numéro + numéro chance	5,695 197 %	2 €
Richard, joueur régulier de Loto, joue une grille à 2 €. On note X la variable aléatoire qui modélise son gain.	31,236 573 %	0 €

- Source : fr.wikipedia.org.
1. a. Quelles sont les valeurs possibles pour X ?
 - b. Donner la loi de probabilité de X sous forme de tableau.
 2. a. En additionnant les produits de chaque probabilité par le gain associé, calculer $E(X)$, l'espérance de X .
 - b. Quel est le gain moyen de Richard depuis qu'il joue au Loto ?



Logo : FDJ.