TRIGONOMÉTRIE

OBJECTIFS

— Connaître les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente.
— Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

I Les fonctions trigonométriques

1. Définitions

À RETENIR

Définitions

Soit ABC un triangle rectangle en A.

— On appelle **cosinus de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

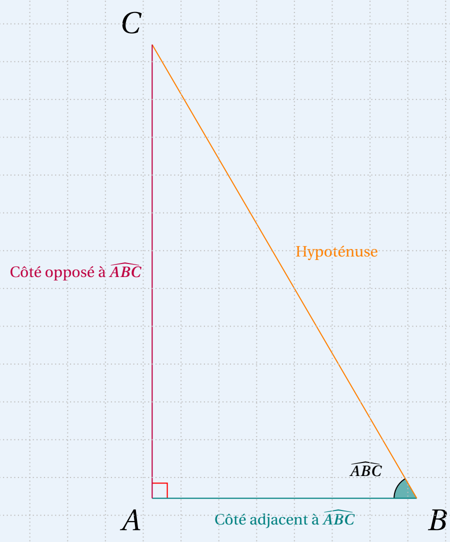
$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

— On appelle **sinus de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{CA}{BC}$$

— On appelle **tangente de l'angle** $\widehat{ABC}$ le rapport :

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ABC}} = \frac{CA}{AB}$$



Le cosinus, le sinus et la tangente sont des grandeurs sans unité.

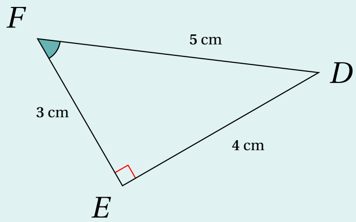
INFORMATION

On peut retenir ces définitions à l'aide du mnémotechnique « CAH-SOH-TOA » :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \qquad \sin(\text{angle}) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \qquad \tan(\text{angle}) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

EXERCICE 1

On considère le triangle DEF ci-contre. Effectuer les calculs suivants.



1. $\cos(\widehat{EFD}) =$ ....
2. $\sin(\widehat{EFD}) =$ ....
3. $\tan(\widehat{EFD}) =$ ....

Voir la correction : `https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-1.`

2. Propriétés

À RETENIR

EXERCICE 2

L'objectif de cet exercice est de prouver la dernière propriété. Soit ABC un triangle rectangle en A.

1. Que vaut $\sin(\widehat{ABC})$?

   $\sin(\widehat{ABC}) =$ ....

2. Que vaut $\cos(\widehat{ABC})$?

   $\cos(\widehat{ABC}) =$ ....

3. Simplifier le quotient $\frac{\sin(\widehat{ABC})}{\cos(\widehat{ABC})}$.

   $\frac{\sin(\widehat{ABC})}{\cos(\widehat{ABC})} =$ ....

4. Conclure. ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-2.

II Utilisation dans un triangle rectangle

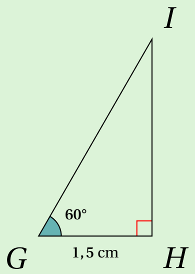
1. Calculer la longueur d'un côté

À RETENIR

EXEMPLE

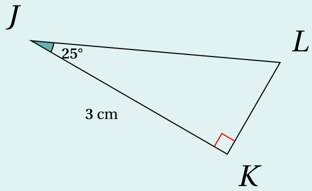
Le triangle GHI ci-contre est rectangle en H. Calculons IG.

$$\cos(\widehat{IGH}) = \frac{GH}{IG}$$
$$\cos(60°) = \frac{1,5}{IG}$$
$$IG = \frac{1,5}{\cos(60°)} = 3$$



EXERCICE 3

On considère le triangle JKL ci-contre. Calculer une valeur approchée de KL.



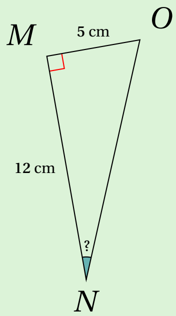
Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-3.

2. Calculer la mesure d'un angle

À RETENIR

EXEMPLE

Le triangle MNO ci-contre est rectangle en M. Calculons une valeur approchée de $\widehat{MNO}$.



$$\tan(\widehat{MNO}) = \frac{OM}{MN}$$
$$\tan(\widehat{MNO}) = \frac{5}{12}$$
$$\widehat{MNO} = \arctan\left(\frac{5}{12}\right) \approx 23°$$

INFORMATION

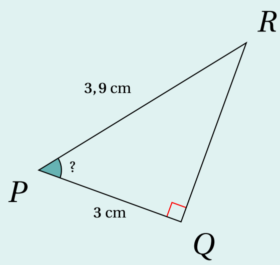
Remarque

Les fonctions arccos, arcsin et arctan permettent d'inverser respectivement cos, sin et tan. Ainsi, si α désigne la mesure d'un angle aigu :

$$\arccos(\cos(\alpha)) = \alpha \qquad \arcsin(\sin(\alpha)) = \alpha \qquad \arctan(\tan(\alpha)) = \alpha$$

EXERCICE 4

On considère le triangle PQR ci-contre. Calculer une valeur approchée de $\widehat{RPQ}$.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/trigonometrie/#correction-4.