SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

OBJECTIFS

— Conjecturer, à partir de sa représentation graphique, la nature arithmétique ou géométrique d'une suite.
— Démontrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique.
— Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide de la raison.

I Suites arithmétiques

À RETENIR

Définition

Une suite (u_n) est dite **arithmétique** si l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours la même valeur, appelée **raison** de la suite.

EXEMPLE

La suite (u_n) définie par $u_0 = -2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 3$ est la suite arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = -2$.

À RETENIR

Proposition

Soit (u_n) une suite. Alors (u_n) est arithmétique de raison r si et seulement si, on peut exprimer (u_n),

— par récurrence : $u_{n+1} = u_n + r$ pour tout entier n ;
— par son terme général : $u_n = u_0 + r \times n$ pour tout entier n.

EXERCICE 1

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -2$.

1. Déterminer l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$. ....
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$. ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites-arithmetiques-geometriques/#correction-1.

À RETENIR

Propriétés

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.

1. Sa représentation graphique est un nuage de points alignés.
2. Les variations de (u_n) dépendent du signe de r :
   — si $r > 0$, elle est strictement croissante ;
   — si $r < 0$, elle est strictement décroissante ;
   — si $r = 0$, elle est constante.

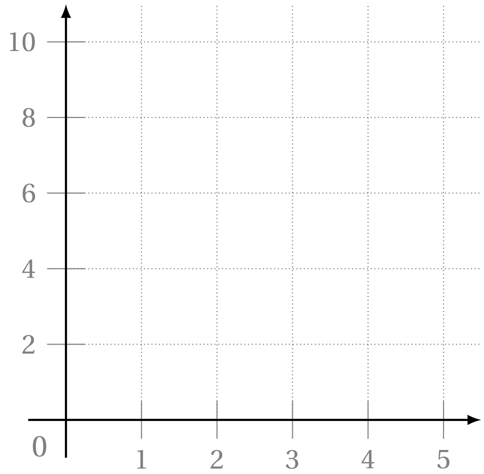
EXERCICE 2

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 1$.

1. Montrer que (u_n) est arithmétique. Préciser son premier terme et sa raison. ....

....

2. Représenter les premiers termes de la suite dans le repère ci-dessous.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites-arithmetiques-geometriques/#correction-2.

II Suites géométriques

À RETENIR

Définition

Une suite (v_n) est dite **géométrique** si l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par la même valeur, appelée **raison** de la suite.

EXEMPLE

La suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n \times (-5)$ est la suite arithmétique de raison $q = -5$ et de premier terme $v_0 = 1$.

À RETENIR

Proposition

Soit (v_n) une suite. Alors (v_n) est géométrique de raison q si et seulement si, on peut exprimer (v_n),

— par récurrence : $v_{n+1} = v_n \times q$ pour tout entier n ;

— par son terme général : $v_n = v_0 \times q^n$ pour tout entier n.

EXERCICE 3

Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison $q = -3$.

1. Déterminer l'expression de v_{n+1} en fonction de v_n pour tout $n \in \mathbb{N}$. ....

2. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$. ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites-arithmetiques-geometriques/#correction-3.

À RETENIR

Propriété

Soit (v_n) une suite géométrique de raison $q > 0$. Les variations de (v_n) dépendent de q :

— si $q > 1$, elle est strictement croissante ;

— si $q \in]0;1[$, elle est strictement décroissante ;

— si $q = 1$, elle est constante.

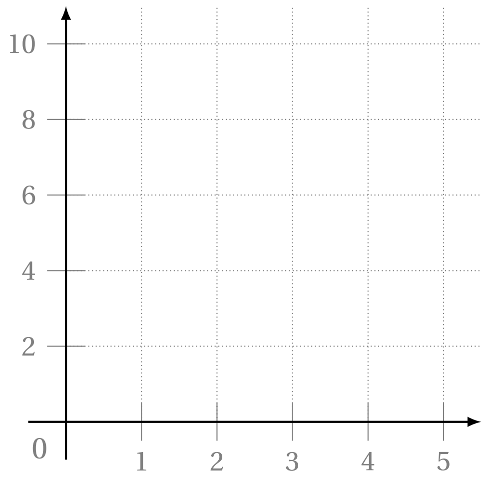
EXERCICE 4

Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = 10 \times \frac{1}{2^n}$.

1. Montrer que (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison. ....

....

2. Représenter les premiers termes de la suite dans le repère ci-dessous.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites-arithmetiques-geometriques/#correction-4.