

? DEVOIR SURVEILLÉ 4

EXERCICE 1

Les questions suivantes sont des questions de *cours*. Elles visent à tester votre apprentissage du cours et ne nécessitent pas de justification particulière.

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Quelle est la dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$?
2. Quel lien peut-on faire entre la dérivée d'une fonction et les variations de celle-ci ?
3. Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs 1, 2, 3 et 4. Donner la formule permettant de calculer l'espérance de X .
4. Résoudre l'équation $x^3 = 4$.
5. Donner un exemple de fonction polynomiale de degré 3.

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie pour tout $x \in [-4; 4]$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$.

1. Montrer que $f'(x) = (x - 2)(x + 2)$ pour tout $x \in [-4; 4]$.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-4; 4]$.
3. Un fabricant produit dans une usine des t-shirts. Après la fabrication et la vente de x centaines de t-shirts, en un mois, le bénéfice net réalisé en centaines d'euros est donné par la fonction f . Ce fabricant produit 400 t-shirts au maximum (et 0 au minimum).

Quel est le bénéfice maximal que peut obtenir le fabricant? Pour combien de t-shirts fabriqués et vendus ce bénéfice est-il atteint?

EXERCICE 3

Dans un casino, il y a une machine à sous qui fonctionne à l'aide d'un lancer de pièce. Si le joueur lance la pièce et tombe sur Pile, il gagne 5 € mais si la pièce tombe sur Face, il ne gagne rien. Cependant, la pièce est truquée et celle-ci a trois chances sur quatre de tomber sur Face. Les lancers de pièce sont supposés indépendants. La partie coûte 2 €.

Un joueur joue deux fois à ce jeu. On note X la variable aléatoire qui modélise le gain à l'issue des parties.

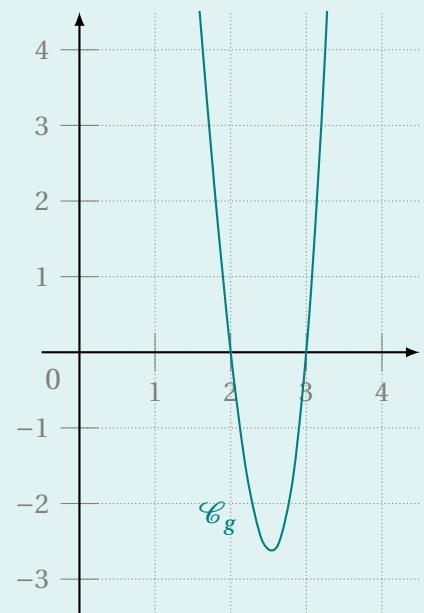
1. Représenter la succession d'expériences aléatoires sous la forme d'un arbre de probabilités.
2. Interpréter $\{X = 5\}$ par une phrase, puis calculer $P(X = 5)$.
3. Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau.
4. Quelle somme le joueur peut-il espérer gagner en moyenne en jouant deux parties?
5. **Question bonus.** Par quel nombre pourrait-on remplacer les 5 € de gains associés à Pile afin que l'espérance à l'issue de deux parties soit égale à 0 (en prenant en compte le coût de la partie)?

Le but de cet exercice est de factoriser l'expression littérale

$$3x^3 - 12x^2 + 3x + 18$$

Pour cela, on définit la fonction g pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $g(x) = 3x^3 - 12x^2 + 3x + 18$.

1. a. À quelle famille de fonctions appartient g ?
b. Combien de racines distinctes admet-elle au maximum?
2. Calculer $g(-1)$.
3. On a tracé la courbe représentative de g ci-contre.
 - a. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$ pour $x \in [1; 4]$.
 - b. En déduire l'expression de la forme factorisée de g en fonction de $x \in \mathbb{R}$.



Bon courage!

La calculatrice est **autorisée**.