

OBJECTIFS

- Développer (par simple et double distributivités), factoriser, réduire des expressions algébriques simples.
- Factoriser une expression du type $a^2 - b^2$ et développer des expression du type $(a + b)(a - b)$.
- Résoudre algébriquement différents types d'équations.

I Calcul littéral

À RETENIR

Rappel

Une **expression littérale** est une expression mathématique comportant une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

EXEMPLE

L'aire \mathcal{A} d'un carré de côté c est donnée par $\mathcal{A} = c \times c$. Il s'agit-là d'une expression littérale.

1. Réduction

À RETENIR

Définition

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous une forme plus simple en regroupant les termes et les facteurs qui la composent.

EXEMPLE

$$\begin{aligned} 5x + 1 + x + 3 &= 5x + x + 1 + 3 \\ &= (5 + 1)x + (1 + 3) \\ &= 6x + 4 \end{aligned}$$

EXEMPLE

$$\begin{aligned} 2y \times 5y \times 7y &= 2 \times 5 \times 7 \times y \times y \times y \\ &= 70 \times y^3 \\ &= 70y^3 \end{aligned}$$

EXERCICE 1

Compléter en réduisant les expressions suivantes.

- $-2x + 5 - 4x + 3 = \dots\dots\dots$
- $-5x + 4x + 3 = \dots\dots\dots$
- $x^2 + x + 3x + 5x^2 + 1 = \dots\dots\dots$
- $6x^2 - 3 + 5x - 7x^2 + 4 - 2x = \dots\dots\dots$
- $-3x \times 3x + 2x + 3x^2 - 4x = \dots\dots\dots$
- $2 \times (3x^2) - (4x) \times x + x^2 = \dots\dots\dots$

2. Développement

À RETENIR ∞

Définition

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme (ou en différence).

EXEMPLE 💡

$$\begin{aligned} 5(3a - 1) &= 5 \times 3a + 5 \times (-1) \\ &= 5 \times 3a - 5 \\ &= 15a - 5 \end{aligned}$$

EXEMPLE 💡

$$\begin{aligned} (2x + 3)(5x + 7) &= 2x \times 5x + 2x \times 7 + 3 \times 5x + 3 \times 7 \\ &= 10x^2 + 14x + 15x + 21 \\ &= 10x^2 + 29x + 21 \end{aligned}$$

EXERCICE 2 📝

Compléter en développant et en réduisant les expressions suivantes.

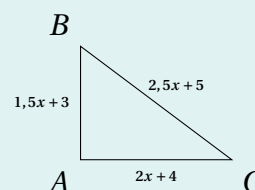
1. $3 \times (2x + 4) = \dots\dots\dots$
2. $(2x - 1)x = \dots\dots\dots$
3. $(x + 3)(x + 2) = \dots\dots\dots$
4. $(1 + x)(x - 9) = \dots\dots\dots$
5. $(-2x + 8)(4 - x) = \dots\dots\dots$

✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-2>

EXERCICE 3 📝

Soit x , un nombre positif. On considère le triangle ABC ci-contre.

1. Le triangle ABC est-il rectangle pour $x = 0$? Justifier. $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
2. Démontrer que ABC est un triangle rectangle quelle que soit la valeur de $x \geq 0$. $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$



✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-3>

3. Factorisation

À RETENIR ∞

Définition

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme (ou une différence) en produit.

EXEMPLE

$$85r + 15r = (85 + 15)r \\ = 100r$$

EXEMPLE

$$57(b+1) - 4(b+1) = (57 - 4)(b+1) \\ = 53(b+1)$$

EXERCICE 4

Compléter en factorisant les expressions suivantes.

1. $7z + 9z = \dots\dots\dots$
2. $10x - 10y = \dots\dots\dots$
3. $11a + 11b - 11c = \dots\dots\dots$
4. $4x(y - 6) + 5(y - 6) = \dots\dots\dots$
5. $(x - 1)5x + 3(x - 1) = \dots\dots\dots$

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-4>.

À RETENIR

Propriété

Pour factoriser une expression littérale, on peut utiliser l'**identité remarquable** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

EXEMPLE

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 \\ = (x - 2)(x + 2)$$

EXERCICE 5

Factoriser l'expression $x^4 - 9$.

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-5>.

II Équations

1. Rappels

À RETENIR

Propriété

Une égalité reste vraie lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres. Une égalité reste aussi vraie lorsqu'on multiplie (ou divise) ses membres par un même nombre non nul.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $x - 7 = 2$. On ajoute 7 à chacun des deux membres.

$$\begin{aligned}x - 7 + 7 &= 2 + 7 \\x &= 9\end{aligned}$$

Donc 9 est la solution de cette équation.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $3x = -1$. On divise par 3 chacun des deux membres.

$$\begin{aligned}\frac{3x}{3} &= \frac{-1}{3} \\x &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

Donc $-\frac{1}{3}$ est la solution de cette équation.

2. Équations produit nul

À RETENIR

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $(3x + 4)(2x - 3) = 0$. C'est une équation de type « produit nul », qui peut se traduire par :

$$3x + 4 = 0$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

ou

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Donc $-\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont les solutions de cette équation.

EXERCICE 6

Résoudre les équations suivantes.

1. $x(7x + 2) = 0$

2. $(x + 3)^2 = 0$

3. $x^2 = 2x$

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-6>.

3. Équations du type $x^2 = a$

À RETENIR ∞

Propriété

Les solutions d'une équation du type $x^2 = a$ dépendent du signe de a :

- si $a > 0$, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{a}$ et \sqrt{a} ;
- si $a = 0$, l'équation a une solution : 0;
- si $a < 0$, l'équation n'a pas de solution.

EXEMPLE 💡

L'équation $x^2 = 9$ a deux solutions : -3 et 3 .

EXEMPLE 💡

L'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solution.

EXERCICE 7 📝

Résoudre, si possible, l'équation $-5x^2 = -125$.

.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/calcul-litteral-equations/#correction-7>.

