

OBJECTIFS

- Connaître la notion de fonction dérivée.
- Connaître les formules pour dériver les fonctions puissances ainsi que les sommes et les produits de fonctions puissances par un nombre.
- Savoir calculer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à trois.
- Connaître le lien entre la dérivée d'une fonction et son sens de variation.
- Déterminer le sens de variation et les extremums d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

I Dérivée d'une fonction

1. Nombre dérivé, fonction dérivée

À RETENIR

INFORMATION

Remarque

Si f est une fonction dérivable en $a \in \mathbb{R}$, $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente en a (lorsqu'elle existe). C'est par conséquent la « limite » du taux de variation $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ lorsque b « tend » vers a .

En faisant le changement de variable $b = a + h$, on obtient que $f'(a)$ est la « limite » du taux de variation $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ lorsque h « tend » vers 0.

EXERCICE 1

Soit f la fonction constante égale à 3. Soit $h \in \mathbb{R}$.

1. Calculer $\frac{f(0+h)-f(0)}{h}$.

a. Pour $h = 1$: b. Pour $h = 0,1$: c. Pour $h = 0,01$:

2. Conjecturer la valeur de $f'(0)$

3. Conjecturer la valeur de $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

.....
.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonction-derivee/#correction-1>.

2. Dérivées usuelles

À RETENIR

Fonction	Dérivée
$x \mapsto 1$	$x \mapsto 0$
$x \mapsto x$	$x \mapsto 1$
$x \mapsto x^2$	$x \mapsto 2x$
$x \mapsto x^3$	$x \mapsto 3x^2$

EXERCICE 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

1. $x \mapsto x^4$:
2. $x \mapsto x^7$:
3. $x \mapsto x^{101}$:

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonction-derivee/#correction-2>.

3. Opérations sur les dérivées

À RETENIR

Fonction	Dérivée
$u + v$	$u' + v'$
λu	$\lambda u'$

EXERCICE 3

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

1. $f : x \mapsto x^3 + x$:
.....
2. $g : x \mapsto 7x^2$:
.....
3. $h : x \mapsto \frac{2}{3}x^3 - 4x$:
.....
4. $i : x \mapsto 4x^3 - x^2 + 3x - 5$:
.....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonction-derivee/#correction-3>.

II Études de fonctions

1. Lien entre dérivée et variations d'une fonction

À RETENIR ∞

Signe de la dérivée

$$f'(x) > 0$$

$$f'(x) \geq 0$$

$$f'(x) < 0$$

$$f'(x) \leq 0$$

$$f'(x) = 0$$

Variation de la fonction

f est strictement croissante

f est croissante

f est strictement décroissante

f est décroissante

f est constante

EXEMPLE 💡

La fonction f du premier exercice est constante et de dérivée nulle.

EXERCICE 4 📝

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3 + 4,5x^2 - 12x + 0,5$, définie et dérivable sur $[-5; 4]$.


1. Montrer que $f'(x) = 3(x - 1)(x + 4)$ pour tout $x \in [-5; 4]$.


2. Étudier les variations de f sur $[-5; 4]$.



2. Extrema

À RETENIR

Valeur de x		c	
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f			

Valeur de x		c	
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f			

EXERCICE 5

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - 16x$, définie et dérivable sur $[-6;6]$.

1. Étudier les variations de f sur $[-6;6]$.

2. En déduire les extrema de f sur $[-6;6]$.
.....
.....
.....

Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonction-derivee/#correction-5>.

