NOTION DE FONCTION

2nde
Cours

OBJECTIFS

- Connaître les différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique, …
- Étudier des fonctions définies sur un intervalle ou une réunion finie d'intervalles.
- Graphiquement, savoir déterminer des images et des antécédents ; et résoudre une équation ou une inéquation.
- Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) et connaître la traduction géométrique de la parité d'une fonction.

I Ensemble de définition

À RETENIR

Définition

Soit $\mathscr{D}$ un ensemble de nombres réels. Définir une **fonction** f sur $\mathscr{D}$ revient à associer à chaque réel a de $\mathscr{D}$ un unique réel, noté $f(a)$, et appelé **image** de a par la fonction f.

Antécédent a ($a \in \mathscr{D}$) $\xrightarrow{\text{Fonction } f}$ Image $f(a)$ ($f(a) \in \mathbb{R}$)

On dit également que a est **un antécédent** de $f(a)$ par la fonction f. L'ensemble $\mathscr{D}$ est **l'ensemble de définition** de la fonction f.

EXERCICE 1

Pour chaque fonction, déterminer son ensemble de définition.

1. $f : x \mapsto \frac{1}{x}$: ……………………………
2. $g : x \mapsto \sqrt{x}$: ……………………………
3. $h : x \mapsto x^2$: ……………………………
4. $i : x \mapsto \frac{1}{x-2}$: ……………………………

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-1.

À RETENIR

Notation

Pour une fonction f, à un nombre x, on fait correspondre le nombre $f(x)$ (lire « f de x »). On note $f : x \mapsto f(x)$. Attention donc à ne pas confondre f et $f(x)$: f est une *fonction*, mais $f(x)$ est un *nombre*.

EXERCICE 2

On considère la fonction $f : x \mapsto -5x + 7$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	-2	-1	0	1	2
Image $f(x)$					

2. En utilisant le tableau, répondre aux questions suivantes.
   a. Que vaut $f(-2)$? ……………………………
   b. Donner un antécédent de 7 par la fonction f. ……………………………

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-2.

À RETENIR

Remarque

Un nombre peut avoir zéro, un, ou plusieurs antécédents par une fonction, mais une unique image.

EXERCICE 3

On considère la fonction carré $f : x \longmapsto x^2$.

1. Donner tous les antécédents de 4 par la fonction f.

2. Est-ce que -9 peut avoir un antécédent par la fonction f ? Justifier.

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-3.

II Représentation graphique

1. Tracer la représentation graphique d'une fonction

À RETENIR

Définition

Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$. Cette représentation graphique est également appelée **courbe représentative de la fonction** f.

EXERCICE 4

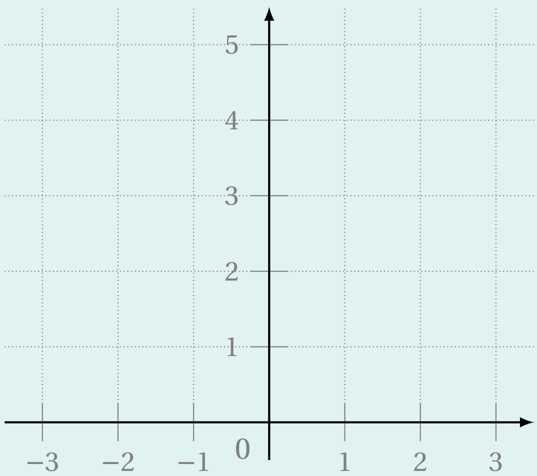
Le but de cet exercice est de tracer la courbe représentative de la fonction $f : x \longmapsto 0,5x^2$.

1. Est-ce que le point $A(2;-1)$ appartient à la courbe représentative de f ? Justifier.

2. Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Image $f(x)$							

3. Dans le repère ci-contre, placer les points de coordonnées $(x ; f(x))$ donnés par le tableau. Puis, les relier pour tracer $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de f.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-4.

2. Exploiter la représentation graphique d'une fonction

À RETENIR

Méthodes

1. Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre x, on place x sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant.
2. Pour déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre y, on place y sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

EXERCICE 5

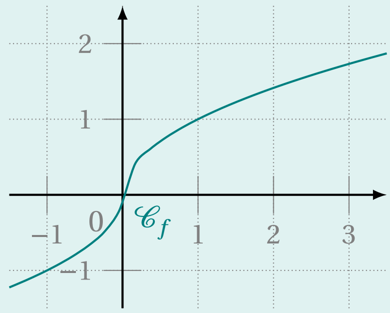
On a tracé ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f.

1. Déterminer graphiquement l'image des nombres suivants par la fonction f.

   — 2 : .... — 0 : ....

2. Déterminer graphiquement un antécédent de 1 par la fonction f.

   ....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-5.

À RETENIR

Méthodes

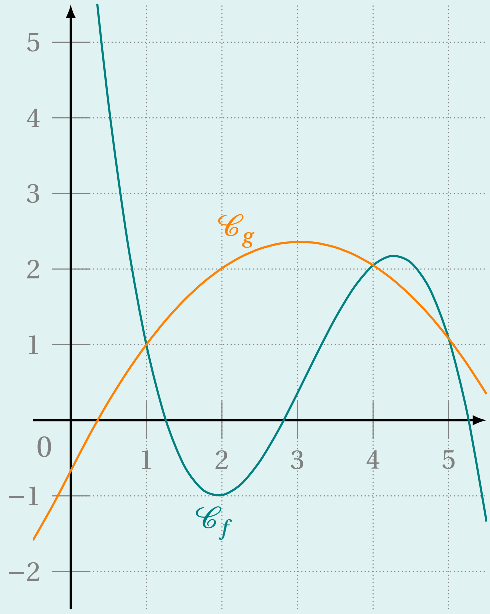
Soient f et g deux fonctions et k un nombre réel.

1. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = k$, on cherche l'abscisse des points de la courbe représentative de f qui ont pour ordonnée le réel k.
2. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$, on cherche l'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives de f et de g.

Avec des techniques similaires, on peut résoudre des inéquations du type $f(x) \leq k$, $f(x) < g(x)$, ...

EXERCICE 6

On a tracé ci-contre les courbes représentatives de $f : x \mapsto -0,5x^3 + 4,67x^2 - 12,5x + 9,33$ et $g : x \mapsto -0,33x^2 + 2x - 0,67$.



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.

   ....

2. Résoudre graphiquement l'équation $-0,33x^2 + 2x - 0,67 = 3$.

   ....

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

   ....

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 2$.

   ....

5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.

   ....

👉 Voir la correction : `https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-6`.

III Parité

À RETENIR

Définitions

Soit f une fonction d'ensemble de définition $\mathscr{D}$.

— On dit que f est **paire** si pour tout $x \in \mathscr{D}$, on a $-x \in \mathscr{D}$ et $f(-x) = f(x)$.

— On dit que f est **impaire** si pour tout $x \in \mathscr{D}$, on a $-x \in \mathscr{D}$ et $f(-x) = -f(x)$.

EXERCICE 7

En justifiant, donner la parité des fonctions suivantes.

1. $f : x \mapsto x$: ....

   ....
2. $g : x \mapsto x^4$: ....

   ....
3. $h : x \mapsto x+1$: ....

   ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-7.

À RETENIR

Propriétés

Dans un repère orthogonal :

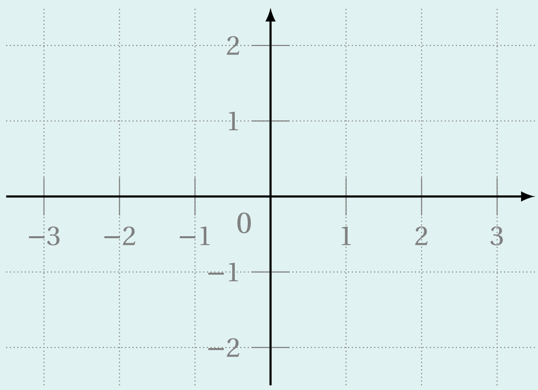
1. la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées;
2. la courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

EXERCICE 8

1. Représenter graphiquement sur $[-3;3]$ la fonction $f : x \mapsto x^2$ dans le repère ci-contre.
2. Représenter de même la fonction $g : x \mapsto x^3$.
3. Que peut-on en déduire?

   ....

   ....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions/#correction-8.