

OBJECTIFS

- Utiliser des modèles pré-algébriques pour résoudre des problèmes algébriques.
- Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité.

I Algèbre

1. Problèmes algébriques

À RETENIR

Définition

Un **problème algébrique** met en relation des quantités dont certaines sont connues et d'autres inconnues. En 6^{ème} on le traduit d'abord par des mots, des dessins, des schémas (avant d'introduire une lettre l'année prochaine).

EXEMPLE

Thomas a 8 stylos. A eux deux, Thomas et Léa ont 13 stylos. On peut représenter cela par le schéma ci-dessous :

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{8 \text{ } \checkmark}_{\text{Thomas}} & + & \underbrace{? \text{ } \checkmark}_{\text{Léa}} = \underbrace{13 \text{ } \checkmark}_{\text{Total}} \end{array}$$

Léa a donc $13 - 8 = 5$ stylos.

2. Schémas en barres

À RETENIR

Définition

Un **schéma en barres** est une représentation par rectangles qui permet de comparer, additionner ou répartir des quantités visuellement.

EXEMPLE

Lors d'une compétition de ski, 650 € sont répartis entre les trois premiers. Le premier reçoit deux fois plus que le troisième et le second reçoit 50 € de plus que le troisième.

On représente la part du troisième par . On obtient le schéma ci-dessous :

Part du premier	<input type="text"/>	<input type="text"/>	650 € d'où :	$+50 \text{ } \text{€}$	$= 650 \text{ } \text{€}$
Part du second	<input type="text"/>	<input type="text"/> $+50 \text{ } \text{€}$			
Part du troisième	<input type="text"/>				

Ainsi, le troisième reçoit 150 €, le second $150 + 50 = 200$ € et le premier $2 \times 150 = 300$ €.

EXERCICE 1

Pour la fête d'un village, on organise une course cycliste. Une prime totale de 320 € sera répartie entre les trois premiers coureurs. Le premier touchera la prime d'or, le deuxième la prime d'argent et le troisième la prime de bronze.

La prime d'or s'élève à 70 € de plus que la prime d'argent, et la prime de bronze à 80 € de moins que la prime d'argent.

En utilisant un schéma en barres, donner la valeur en euros de chacune des primes.

💡 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/sixieme/algebre-logique/#correction-1>.

3. Modèle de l'équilibre

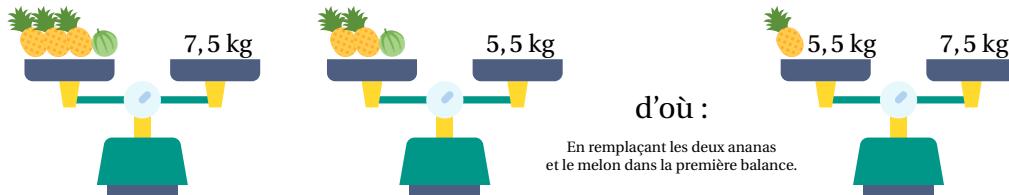
À RETENIR

Méthode

Une autre façon de représenter des problèmes algébriques (notamment ceux mettant en jeu des masses), est de schématiser une balance.

EXEMPLE

On pèse des melons et un ananas. En réalisant deux pesées, on obtient les résultats suivants :



Ainsi, un ananas pèse $7,5 \text{ kg} - 5,5 \text{ kg} = 2 \text{ kg}$. En utilisant la deuxième balance, on obtient que le melon pèse $5,5 \text{ kg} - 2 \times 2 \text{ kg} = 1,5 \text{ kg}$.

EXERCICE 2

On pèse des pommes et des poires. En réalisant deux pesées, on obtient les résultats suivants :

Fruits	🍎🍎🍏🍏	🍎🍏🍏
Poids (en g)	620	500

En procédant comme dans l'exemple ci-dessus, déterminer les poids d'une pomme et d'une poire.

💡 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/sixieme/algebre-logique/#correction-2>.

II Motifs évolutifs

À RETENIR ☀

Définition

Un **motif évolutif** est une figure construite étape par étape suivant une règle simple (on ajoute un nombre fixe d'éléments, on multiplie, etc.). L'objectif est de repérer la règle qui relie le rang de l'étape au nombre d'éléments.

EXEMPLE💡

On considère un triangle équilatéral que l'on colorie en noir. À chaque étape, on trace dans chaque triangle noir un triangle blanc qui a pour sommet les milieux des côtés du triangle noir.



Étape 1



Étape 2



Étape 3



Étape 4



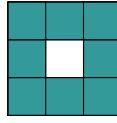
Étape 5

Cette construction porte un nom : c'est le triangle de Sierpiński. On peut déduire le nombre de triangles noirs à une étape donnée.

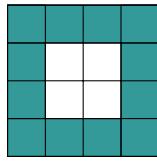
- À l'étape 1, il y en a 1.
- ...
- À l'étape 2, il y en a 3.
- À l'étape 6, il y en a $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$.

EXERCICE 3 📸

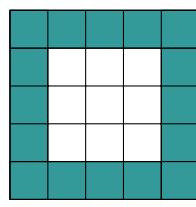
La mosaïque est un art décoratif que l'on retrouve dans beaucoup de constructions. Voici un exemple de mosaïque où des carreaux colorés sont disposés autour de carreaux blancs formant un carré.



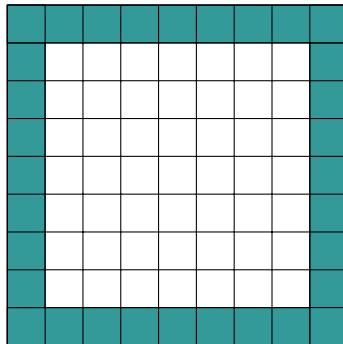
Carré de taille 1



Carré de taille 2



Carré de taille 3



Carré de taille 7

1. Combien y a-t-il de carreaux colorés entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ?
.....
2. Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux colorés entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56.
.....

