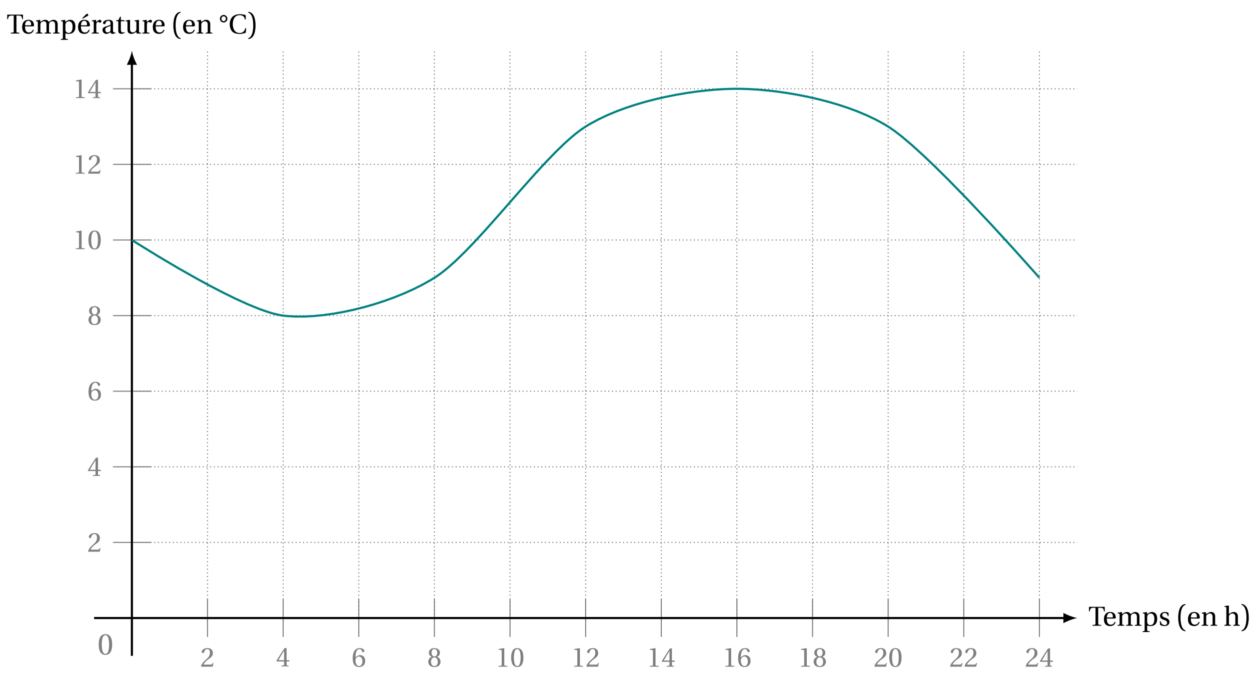
VARIATIONS D'UNE FONCTION

ACTIVITÉ 1

On étudie l'évolution de la température au cours de la journée du mercredi 22 avril 2025.



1. Sur quel(s) moment(s) de la journée la température augment-elle ? Et diminue-t-elle ?

2. Soit f la fonction définie sur $[0;24]$ qui donne la température associée à un moment t exprimé en heures. Compléter les phrases suivantes.

a. Sur l'intervalle ...., la fonction f est croissante.

b. Sur les intervalles $[0;4]$ et $[16;24]$, la fonction f est ....

3. Soit g une fonction croissante sur un intervalle I. Soient $x, y \in I$ tels que $x \leq y$. Comparer $g(x)$ et $g(y)$.

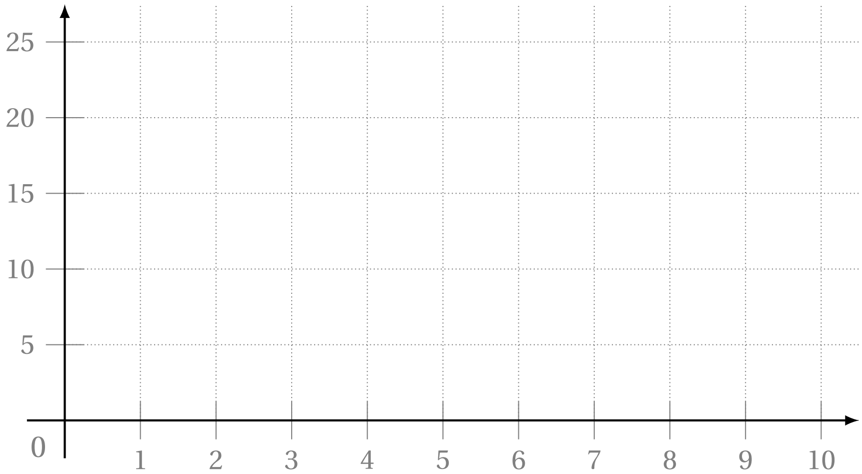
ACTIVITÉ 2

Une entreprise produit et vend des maillots de bain. Le prix de vente unitaire peut être fixé entre 1 € et 10 €. En fonction de celui-ci, le nombre de ventes et la recette journalière varient.

Le gérant modélise l'évolution de la recette journalière, en milliers d'euros, en fonction du prix de vente par une fonction f définie sur $[1;10]$ par

$$f(x) = -x^2 + 10x$$

1. **a.** Tracer sa courbe représentative dans le repère ci-dessous à l'aide de la calculatrice.

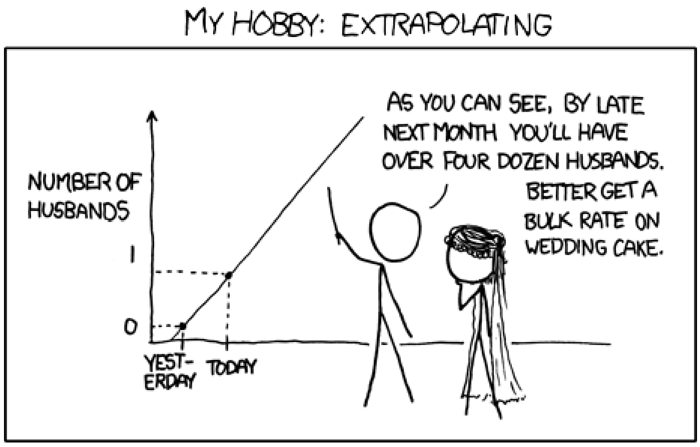


   b. En déduire la plus grande valeur prise par la fonction f. En quelle valeur celle-ci est-elle atteinte ?

2. **a.** Montrer que $f(x) = -(x-5)^2 + 25$ pour tout $x \in [0;10]$.
   b. Montrer que $f(x) \leq 25$ pour tout $x \in [0;10]$.
   c. Calculer $f(5)$.
   d. Que vient-on de justifier ?

ACTIVITÉ 3

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine. Soient $x, y \in \mathbb{R}$ tels que $x \leq y$. Comparer $f(x)$ et $f(y)$ en discutant suivant le signe de a.

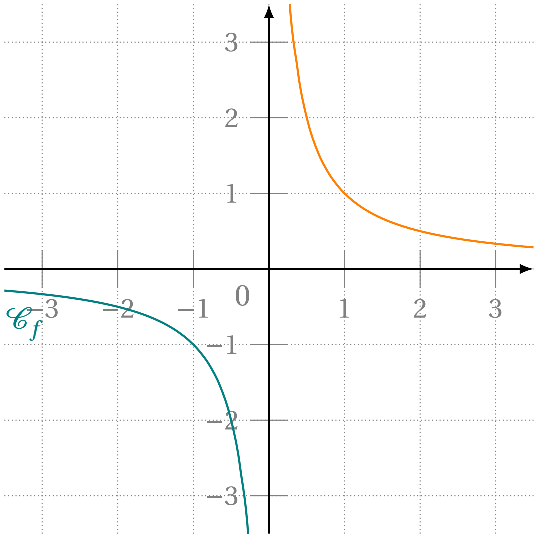


ACTIVITÉ 4

L'objectif de cette activité est d'étudier les variations de la fonction inverse $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ dont la courbe représentative est dessinée ci-dessous.

1. Compléter le tableau de variations ci-dessous à partir de la courbe représentative de f.

Valeur de x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de f			



2. Nous allons prouver les observations effectuées à la question précédente. Soient $x, y \neq 0$ tels que $x \leq y$.

a. Démontrer que $\frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{x-y}{xy}$.

b. On suppose $x, y < 0$. Quel est le signe de $x - y$? Et de xy ? En déduire que la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty; 0[$.

c. On suppose $x, y > 0$. Démontrer, comme dans la question précédente, que la fonction inverse est décroissante sur $]0; +\infty[$.