

À RETENIR ☀

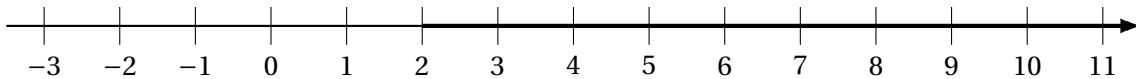
Méthode

Pour résoudre une inéquation du premier degré, on procède comme pour une équation, en isolant l'inconnue d'un côté du symbole de comparaison (« < », « > », « ≤ » ou « ≥ »).

Cependant, la solution se donne sous forme d'un intervalle. Il est possible d'utiliser une droite graduée pour la représenter.

EXEMPLE ☀

$$\begin{aligned} 2x + 4 &\geq 8 \\ \iff 2x &\geq 4 \\ \iff x &\geq 2 \end{aligned}$$



L'ensemble solution est $\mathcal{S} = [2; +\infty[$.

À RETENIR ☀

Rappels

- Lorsque les symboles « < » ou « > » sont dans l'énoncé, les crochets doivent être ouverts.
- Lorsque les symboles « ≤ » ou « ≥ » sont dans l'énoncé, les crochets sont fermés.
- Autour de l'infini, les crochets sont toujours ouverts.

EXEMPLE ☀

Dans l'inéquation précédente, le crochet enferme la valeur 2 car dans l'énoncé, le symbole « ≥ » est utilisé.

À RETENIR ☀

Remarque

Attention. On change le sens d'une inégalité en multipliant ou divisant par un nombre négatif. Mais on ne le change pas sinon.

EXEMPLE ☀

$$3x + 8 < 7 \iff 3x < 7 - 8$$

Le sens n'a pas changé car on a fait une soustraction (de 8).

EXEMPLE ☀

$$2x > 8 \iff x > 4$$

Le sens n'a pas changé car on a divisé par un nombre positif (par 2).

EXEMPLE ☀

$$-3x < 18 \iff x > -6$$

Le sens a changé car on a divisé par un nombre négatif (par -3).

EXERCICE 1

Parmi les inéquations suivantes, lesquelles acceptent le nombre 9 comme solution ?

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1. $-3x + 2 \geq 0.$ | 3. $3x < 2.$ |
| 2. $5(x - 9) > 0.$ | 4. $\frac{x+1}{4} \geq (-3) \times \frac{x-2}{3}.$ |

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

- 1.** Tous les nombres de $[9; 13]$ appartiennent à $]8; 13[.$
- 2.** $[9; 10] \cup [-6; 9,5] = [-6; 10].$
- 3.** Si $x > 3$, alors $x - 3 > 0.$
- 4.** Si $t \geq -2$, alors $-2t + 5 \leq 10.$
- 5.** Si $x \geq 3$ et $y \geq 2$, alors $3x + 4y \geq 17.$
- 6.** Les nombres vérifiant $|x - 7| \leq 3$ sont les nombres de l'intervalle $[4; 11].$

EXERCICE 3

Pour chaque question, représenter l'ensemble des nombres vérifiant l'encadrement sur une droite graduée.

- | | |
|-------------------------------|---|
| 1. $-1 \leq x \leq 2.$ | 3. $\sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}.$ |
| 2. $x > 9.$ | 4. $-5 < x.$ |

EXERCICE 4

Résoudre les inéquations suivantes.

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|--|
| 1. $-3x + 7 \leq x + 2.$ | 3. $-\frac{x}{4} < 5.$ | 5. $-3x + 7 \leq 9 - x.$ |
| 2. $-6x + 1 > 0.$ | 4. $-3(x + 5) < x + 5.$ | 6. $\frac{3x-1}{4} + x \leq x + 2.$ |

EXERCICE 5

Résoudre les inéquations suivantes.

- 1.** $x^2 + x + 1 \geq (x + 1)(x - 1).$
- 2.** $(x + 2)^2 < x^2 + 5x - 2.$

EXERCICE 6

Soient a et b deux nombres réels.

- 1.** Résoudre l'inéquation $ax + b \leq 0.$
- 2.** Donner une interprétation graphique de ce résultat.

EXERCICE 7

1. Soient a et b deux nombres réels. À quelle condition a-t-on $ab \geq 0?$

- 2.** En déduire la solution de l'inéquation $(x + 1)(x - 1) \geq 0.$
- 3.** En utilisant la méthode précédente, résoudre l'inéquation $(x + 1)^2 \leq 1.$