OBJECTIFS 3

- Effectuer des calculs littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.
- Utiliser les identités remarquables dans les deux sens.
- Manipuler des exemples simples de calcul expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.
- Savoir décrire l'ensemble des solutions d'une équation.

I Rappels

1. Règles de base

À RETENIR 99

Définition

Soient *a* et *b* deux nombres réels et soit *n* un entier naturel.

| Opération | Notation | Opération | Notation |
|---|------------|--|----------|
| a + a | 2 <i>a</i> | $a \times a$ | a^2 |
| $\underbrace{a + \dots + a}_{n \text{ fois}}$ | na | $\underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$ | a^n |
| $a \times 2$ ou $2 \times a$ | 2 <i>a</i> | $a \times b$ ou $b \times a$ | ab |

2. Développement

À RETENIR 00

Définition

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme (ou en différence).

EXEMPLE 9

$$5(3a-1) = 5 \times 3a + 5 \times (-1)$$

= $5 \times 3a - 5$
= $15a - 5$

EXEMPLE 9

$$(2x+3)(5x+7) = 2x \times 5x + 2x \times 7 + 3 \times 5x + 3 \times 7$$
$$= 10x^2 + 14x + 15x + 21$$
$$= 10x^2 + 29x + 21$$

Compléter en développant et en réduisant les expressions suivantes.

- 1. $(2x-1)x = \dots$
- **2.** $(x+3)(x+2) = \dots$
- 3. $(1+x)(x-9) = \dots$
- **4.** $(-2x+8)(4-x) = \dots$

◆Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-1.



3. Factorisation

À RETENIR 99

Définition

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme (ou une différence) en produit.

EXEMPLE 9

$$85r + 15r = (85 + 15)r$$
$$= 100r$$

EXEMPLE •

$$57(b+1) - 4(b+1) = (57-4)(b+1)$$
$$= 53(b+1)$$

EXERCICE 2

Compléter en factorisant les expressions suivantes.

1.
$$7z + 9z = \dots$$

2.
$$10x - 10y = \dots$$

3.
$$11a + 11b - 11c = \dots$$

4.
$$4x(y-6)+5(y-6)=$$

5.
$$(x-1)5x+3(x-1)=$$

Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-2.

II Identités remarquables

À RETENIR 99

Propriété

Soient a et b deux nombres réels. On a les égalités suivantes.

| Forme factorisée | Forme développée |
|------------------|-------------------|
| $(a+b)^2$ | $a^2 + 2ab + b^2$ |
| $(a-b)^2$ | $a^2 - 2ab + b^2$ |
| (a+b)(a-b) | a^2-b^2 |

1. Développer les expressions suivantes.

| a. | (-2x | $(+3)^2 =$ | |
|----|------|------------|--|
| - | | | |

b.
$$(3t+2)(3t-2) = \dots$$

c.
$$5(x-3)^2 = \dots$$

2. Factoriser les expressions suivantes.

a.
$$16x^2 - 49 = \dots$$

b.
$$x^2 + 12x + 36 =$$

c.
$$4a^2 + 4a + 1 = \dots$$

◆Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-3.

III Équations

1. Équations du premier degré

À RETENIR 99

Méthode

Pour résoudre une équation du premier degré (ie. dont l'exposant de l'inconnue est 1), on isole l'inconnue d'un côté du symbole « = ».

EXEMPLE •

On veut résoudre l'équation 2x - 1 = 0. On isole le x du côté gauche du symbole « = » :

$$2x - 1 = 0$$

$$\iff$$
 2 $x = 1$

$$\iff x = \frac{1}{2}$$

Donc $\frac{1}{2}$ est la solution de cette équation. On note ceci $\mathscr{S} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.



Résoudre les équations suivantes.

1.
$$-5x + 3 = -3x + 2$$
.

2.
$$3(x+4) = -(x+5) + 1$$
.



◆Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-4.

2. Équations « produit nul »

À RETENIR 99

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

EXEMPLE \$

On veut résoudre l'équation (3x + 4)(2x - 3) = 0. C'est une équation de type « produit nul », qui peut se traduire par :

$$3x + 4 = 0$$

$$\iff 3x = -4$$

$$\iff x = -\frac{4}{3}$$

ou

$$2x - 3 = 0$$

$$\iff 2x = 3$$

$$\iff x = \frac{3}{2}$$

Donc $-\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont les solutions de cette équation. On note ceci $\mathscr{S} = \left\{-\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\right\}$.

Résoudre les équations suivantes.

1.
$$x(7x+2) = 0$$
.

2.
$$(x+3)^2 = 0$$
.

3.
$$x^2 = 2x$$
.



√Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-5.

3. Équations du type $x^2 = a$

À RETENIR 00

Propriété

Les solutions d'une équation du type $x^2=a$ dépendent du signe de a :

- si a > 0, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{a}$ et \sqrt{a} ;
- si a = 0, l'équation a une solution : 0;
- si a < 0, l'équation n'a pas de solution.

EXEMPLE 💡

L'équation $x^2 = 9$ a deux solutions : -3 et 3. On a $\mathcal{S} = \{-3, 3\}$.

EXEMPLE 💡

L'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solution. On note ceci $\mathcal{S} = \emptyset$.

Résoudre, si possible, l'équation $-5x^2 = -125$.



◆Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-6.

4. Équations quotient

À RETENIR 00

Définition

Les valeurs qui annulent le dénominateur d'une expression littérale fractionnaire sont appelées **valeurs interdites**.

À RETENIR ••

Propriété

Si une fraction $\frac{A}{B}$ est nulle, alors A=0 et $B\neq 0$.

EXEMPLE 💡

On veut résoudre l'équation $\frac{x+3}{x-2}=0$. Alors 2 est une valeur interdite. Pour $x\neq 2$, on a :

$$\frac{x+3}{x-2} = 0$$

$$\iff x+3=0$$

$$\iff x = -3$$

Donc $\mathcal{S} = \{-3\}$.

EXERCICE 7

Résoudre l'équation $\frac{(3x+1)(1-x)}{x^2-25}=0$ en précisant la ou les valeurs interdites.



Voir la correction: https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-7.