

## OBJECTIFS

- Connaître les notations de  $\mathbb{N}$  pour les nombres entiers naturels et de  $\mathbb{Z}$  pour les nombres entiers relatifs.
- Définition des notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair.
- Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair, de nombre premier.
- Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible.

## I Divisibilité

### 1. Multiples et diviseurs

#### À RETENIR

#### Définition

Soient  $a, b \in \mathbb{N}$ . On dit que  $a$  est un **multiple** de  $b$  s'il existe  $q \in \mathbb{N}$  tel que

$$a = bq$$

On dit également que  $b$  est un **diviseur** de  $a$ . Cela revient à dire que  $a$  est dans la table de multiplication de  $b$ .

Dans la définition, on peut aisément remplacer  $\mathbb{N}$  par  $\mathbb{Z}$ . Mais, pour simplifier les choses dans la suite, on ne considérera que les multiples et diviseurs positifs.

#### EXERCICE 1

Soit  $n$  un nombre entier. Montrer que la somme de deux multiples de  $n$  est un multiple de  $n$ .

.....  
.....  
.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-1>.

#### À RETENIR

#### Méthode

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier  $n$ , on teste la divisibilité de  $n$  par tous les nombres inférieurs ou égaux à  $\sqrt{n}$ .

#### EXERCICE 2

Dresser la liste des diviseurs des nombres suivants.

- |               |               |
|---------------|---------------|
| 1. 21 : ..... | 3. 15 : ..... |
| 2. 6 : .....  | 4. 11 : ..... |

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-2>.

#### À RETENIR

### Propriété

Tout nombre entier est divisible par 1 et par lui-même.

## 2. Nombres pairs, nombres impairs

#### À RETENIR

### Définitions

Soit  $n$  un nombre entier.

- On dit que  $n$  est **pair** s'il existe un entier  $k$  tel que  $n = 2k$ . Autrement dit,  $n$  est pair s'il est divisible par 2.
- On dit que  $n$  est **impair** s'il existe un entier  $k$  tel que  $n = 2k + 1$ . Autrement dit,  $n$  est impair s'il n'est pas divisible par 2.

#### EXEMPLE

Par exemple, 66 est pair car  $66 = 2 \times 33$ , mais 17 est impair car  $17 = 2 \times 8 + 1$ .

#### EXERCICE 3

Montrer que le carré de tout nombre pair est pair.

.....  
.....  
.....

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-3>.

## 3. Nombres premiers

#### À RETENIR

### Définition

Un **nombre premier** est un nombre entier plus grand que 1 qui n'est divisible que par 1 et par lui-même.

#### EXERCICE 4

Donner 4 nombres premiers inférieurs à 100.

1. .... 2. .... 3. .... 4. ....

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-4>.

#### À RETENIR

### Méthode

Pour montrer qu'un entier naturel  $n$  est premier, on vérifie qu'il ne possède aucun diviseur inférieur ou égal à  $\sqrt{n}$ .

#### EXERCICE 5

1. Montrer que 23 est un nombre premier.

.....

2. Montrer que 12 345 678 n'est pas un nombre premier.

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-5>.

#### À RETENIR

##### Propriété

Il existe une infinité de nombres premiers.

## 4. Décomposition en produit de facteurs premiers

#### À RETENIR

##### Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout nombre entier plus grand que 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers. Il s'agit de la **décomposition en produit de facteurs premiers** de ce nombre.

De plus, cette décomposition est unique (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

#### EXERCICE 6

Décomposer les nombres entiers suivants en produit de facteurs premiers.

1.  $360 =$  ..... 2.  $1\,515 =$  .....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-6>.

## II Fractions irréductibles

#### À RETENIR

##### Définition

Deux nombres entiers sont dits **premiers entre eux** s'ils n'admettent aucun diviseur commun hormis 1.

#### EXERCICE 7

Est-ce que 5 et 11 sont premiers entre eux? .....

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-7>.

#### À RETENIR

##### Méthode

Pour montrer que deux nombres sont premiers entre eux, on vérifie qu'ils n'ont aucun facteur commun dans leur décomposition en produit de facteurs premiers.

#### EXEMPLE 💡

46 et 5 460 ne sont pas premiers entre eux car  $46 = 2 \times 23$  et  $5\,460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$ .

#### À RETENIR ∞

### Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque l'on ne peut plus la simplifier (ie. l'écrire avec un numérateur et un dénominateur plus petits).

#### EXEMPLE 💡

$\frac{3}{4}$  est une fraction irréductible mais  $\frac{5}{10}$  ne l'est pas (car  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ).

#### À RETENIR ∞

### Propriété

Une fraction est irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

#### EXERCICE 8 📝

Dire si les fractions suivantes sont irréductibles. Les réduire dans le cas contraire.

1.  $\frac{10}{14}$  : ..... 2.  $\frac{55}{35}$  : ..... 3.  $\frac{23}{3}$  : .....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-8>.

