PROBABILITÉS

3ème
Cours

OBJECTIFS

— Connaître le vocabulaire des probabilités, la notion de probabilité d'un événement.
— Connaître la probabilité d'événements certains, impossibles, contraires.
— Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.
— Calculer des probabilités dans des cas simples.
— Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).
— Faire le lien entre fréquence et probabilité.

I Vocabulaire

1. Expériences aléatoires

À RETENIR

Définition

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont les différents résultats possibles appelés **issues** sont connus mais dont on ne sait pas, a priori, lequel va se produire.

EXEMPLE

On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6. Il s'agit d'une expérience aléatoire dont les issues sont :

— « Obtenir 1 » ;
— « Obtenir 2 » ;
— « Obtenir 3 » ;
— « Obtenir 4 » ;
— « Obtenir 5 » ;
— « Obtenir 6 ».

2. Événements

À RETENIR

Définitions

— Un **événement** désigne un ensemble d'issues. Si le résultat de l'expérience aléatoire est une des issues de l'événement, on dit que l'événement est **réalisé**.
— L'**événement contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé. On le note généralement $\overline{A}$.

EXEMPLE

On considère l'expérience aléatoire précédente. « Obtenir un nombre pair » est un événement ; c'est l'ensemble des issues suivantes :

— « Obtenir 2 » ;
— « Obtenir 4 » ;
— « Obtenir 6 ».

L'événement contraire de celui-ci est « Obtenir un nombre impair ».

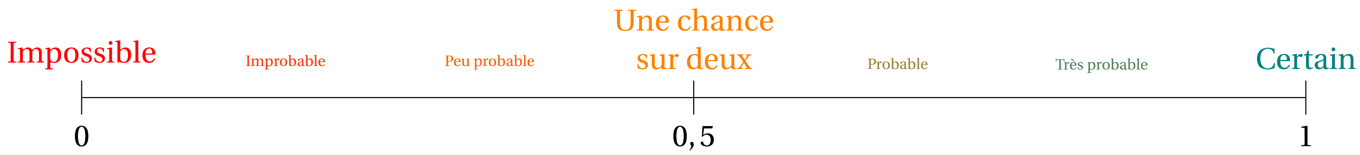
II Probabilité d'un événement

1. Définition

À RETENIR

Définition

La **probabilité d'une issue** est un nombre compris entre 0 et 1, qui peut s'interpréter comme « la proportion de chances » d'obtenir cette issue.



On dit que les issues d'une expérience sont **équiprobables** si elles ont la même probabilité.

À RETENIR

Propriétés

1. La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.
2. Si une expérience aléatoire comporte n issues équiprobables, la probabilité de chacune d'elles vaut $\frac{1}{n}$.

EXERCICE 1

Dans un sac se trouvent trois boules : une blanche, une bleue et une rouge. On en tire une au hasard.

1. Compléter le tableau ci-dessous en écrivant les issues possibles dans la première colonne et la probabilité correspondante dans la deuxième.

Issue	Probabilité

2. A-t-on une situation d'équiprobabilité ? ....
3. Que vaut la somme des probabilités de la deuxième colonne ? ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/probabilites/#correction-1.

À RETENIR

Définition

La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

EXERCICE 2

Dans l'exercice précédent, quelle est la probabilité de l'événement « Tirer une boule colorée » ? ....
....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/probabilites/#correction-2.

2. Calcul

À RETENIR

Propriétés

Soit A un événement. On note $P(A)$ la probabilité de A.

1. Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables, on a :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent l'événement } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

2. Il existe un lien entre la probabilité de A et celle de son contraire :

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

EXERCICE 3

Le jeu de cartes français est un jeu de 54 cartes organisées en quatre couleurs : trèfle, carreau, cœur et pique. Il comporte 52 cartes à jouer réparties en quatre familles de treize, plus deux jokers.

On dispose d'un tel jeu, et on tire au hasard une carte.

1. Quelle est la probabilité que cette carte soit un Roi? ....
2. Quelle est la probabilité que cette carte ne soit pas un cœur? ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/probabilites/#correction-3.

3. Lien avec les statistiques

À RETENIR

Théorème

Si on répète une expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la fréquence de n'importe quel événement de cette expérience finit par se stabiliser autour d'un nombre qui est la probabilité de cet événement.

EXERCICE 4

Avec Scratch, on a simulé un grand nombre de lancers d'une pièce de monnaie équilibrée, et on a obtenu les résultats suivants.

Nombre de lancers	100	1 000	10 000	100 000
Nombre de Pile	51	477	5 074	50 026
Nombre de Face	49	523	4 926	49 974

1. Calculer les fréquences de Pile et de Face pour 100 000 lancers. ....
2. Dans un lancer de pièce équilibrée, quelle est la probabilité d'obtenir Pile? Et d'obtenir Face? ......

....

3. Qu'observe-t-on? ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/probabilites/#correction-4.

INFORMATION

C'est la **loi des grands nombres** : c'est sur cette loi que reposent la plupart des sondages. Ils interrogent un nombre suffisamment important de personnes pour connaître l'opinion (probable) de la population entière.

C'est aussi sur cette loi que se basent les modèles d'*expected goals* au football.

III Expériences aléatoires à plusieurs épreuves

À RETENIR

Définition

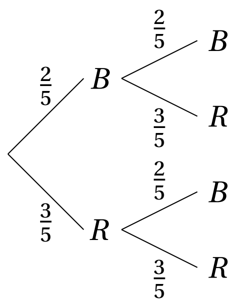
La succession de deux épreuves aléatoires constitue une **expérience aléatoire à deux épreuves**. Pour étudier une telle expérience aléatoire, on peut utiliser un **arbre de probabilités**.

EXEMPLE

Une urne contient deux boules blanches et trois boules rouges. On tire une première boule, on note sa couleur et on la remet dans l'urne. On en fait de même avec une deuxième boule.
On note :

- B l'événement « Tirer une boule blanche ». On a donc $P(B) = \frac{2}{5}$.
- R l'événement « Tirer une boule rouge ». On a donc $P(R) = \frac{3}{5}$.

C'est une expérience aléatoire à deux épreuves que l'on peut représenter par l'arbre ci-contre.



La probabilité d'avoir deux boules blanches est donnée en suivant les branches de l'arbre, et en multipliant les probabilités rencontrées : $P(B \text{ et } B) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$.

EXERCICE 5

On lance une pièce équilibrée deux fois de suite. On note P l'événement « Obtenir Pile » et F l'événement « Obtenir Face ».

1. Représenter cette expérience aléatoire dans un arbre de probabilités.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir une fois Face et une fois Pile ? ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/probabilites/#correction-5.