

## OBJECTIFS

- Connaître la notion de base orthonormée. Savoir y lire les coordonnées d'un vecteur et donner l'expression de la norme d'un vecteur.
- Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées. Lire les coordonnées d'un vecteur.
- Connaître l'expression des coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de celles de  $A$  et de  $B$ .
- Savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Savoir calculer le déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée, et connaître le lien avec la colinéarité.
- Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs.

## I Repères du plan

### 1. Bases du plan

#### À RETENIR

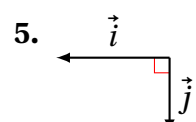
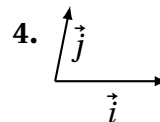
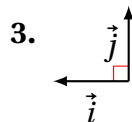
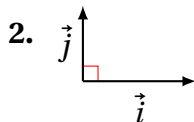
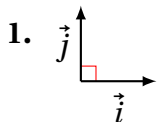
##### Définitions

Soient  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  deux vecteurs non colinéaires. Le couple  $(\vec{i}; \vec{j})$  forme une **base** du plan.

- Si les directions de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  sont perpendiculaires, la base  $(\vec{i}; \vec{j})$  est dite **orthogonale**.
- Si de plus  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$ , la base  $(\vec{i}; \vec{j})$  est dite **orthonormée**.

#### EXERCICE 1

Parmi les bases ci-dessous, dire lesquelles sont orthogonales, orthonormées ou ne le sont pas.



.....

.....

.....

.....

.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-repere/#correction-1>.

### 2. Coordonnées d'un vecteur

#### À RETENIR

##### Propriété

Soit  $(\vec{i}; \vec{j})$  une base du plan. Tout vecteur  $\vec{u}$  du plan se décompose de manière unique sous la forme

$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

où  $x$  et  $y$  sont deux nombres réels.  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  (parfois également noté  $(x; y)$ ) sont les **coordonnées** de  $\vec{u}$ . Deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes coordonnées.

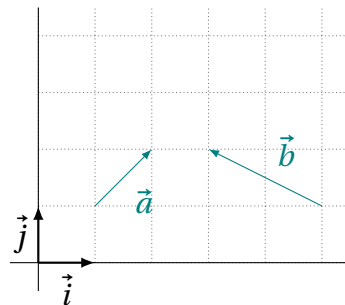
## EXERCICE 2

1. Pour chacun des vecteurs ci-dessous, lire ses coordonnées dans la base  $(\vec{i}; \vec{j})$ .

a.  $\vec{a}$  : ..... c.  $\vec{i}$  : .....

b.  $\vec{b}$  : ..... d.  $\vec{j}$  : .....

2. Représenter le vecteur  $\vec{c} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ .



Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-repere/#correction-2>.

## 3. Coordonnées d'un point

### À RETENIR

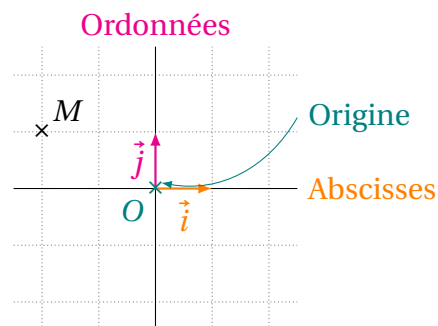
#### Définitions

- On appelle **repère cartésien** un triplet  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  constitué par les vecteurs d'une base  $(\vec{i}; \vec{j})$  et par un point  $O$  du plan appelé **origine**.
- Si la base  $(\vec{i}; \vec{j})$  est orthonormée, le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  est également qualifié d'**orthonormé**.
- La droite  $(\vec{O}\vec{i})$  est l'axe des **abscisses** et  $(\vec{O}\vec{j})$  est l'axe des **ordonnées**.
- Les **coordonnées** d'un point  $M$  du plan sont les coordonnées du vecteur  $\vec{OM}$  dans la base  $(\vec{i}; \vec{j})$ .

Pour toute la suite, sauf mention contraire, on se place dans un repère cartésien  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

### EXEMPLE

Dans le repère orthonormé ci-contre (où l'on a indiqué l'origine, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées), les coordonnées du vecteur  $\vec{OM}$  sont  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ , donc les coordonnées du point  $M$  sont  $(-2; 1)$ .



### À RETENIR

#### Propriétés

Soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points du plan.

1. Le milieu du segment  $[AB]$  a pour coordonnées

$$\left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

2. Le vecteur  $\vec{AB}$  a pour coordonnées

$$\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

**EXERCICE 3**

Soient  $A(3;5)$ ,  $B(2;-1)$ ,  $C(-2;-4)$  et  $D(-1;2)$ .

1. a. Calculer les coordonnées de  $E$ , milieu de  $[AB]$ .  
.....  
.....
- b. Calculer les coordonnées de  $F$ , milieu de  $[CD]$ .  
.....  
.....
2. Montrer que  $EFDA$  est un parallélogramme. ....  
.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-3>.

## II Utilisation des coordonnées

### 1. Opérations sur les vecteurs

**À RETENIR**

Propriété

Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  deux vecteurs du plan et  $k$  un nombre réel. Les coordonnées de  $\vec{u} + \vec{v}$  sont  $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$  et celles de  $k\vec{u}$  sont  $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ .

**EXERCICE 4**

Soient trois vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ . Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.

1.  $\vec{u} + \vec{v}$  : .....
2.  $-2\vec{v}$  : .....
3.  $3\vec{w} - 2\vec{u}$  : .....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-4>.

### 2. Calcul de la norme

**À RETENIR**

Propriété

Soit  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  un vecteur du plan. On suppose le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. Alors,

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

**EXERCICE 5**

Soient deux points  $A(-1;1)$  et  $B(3;4)$ . On suppose le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. Calculer  $AB$ . ....

.....  
.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-reperee/#correction-5>.

### 3. Condition de colinéarité

#### À RETENIR

##### Définition

Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  deux vecteurs du plan. On appelle **déterminant** de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  le nombre

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = xy' - x'y$$

#### EXEMPLE

Par exemple, avec  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ , on a

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}; \vec{v}) &= \det \left( \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} \right) \\ &= -1 \times (-6) - 2 \times 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'une sorte de « généralisation » du produit en croix.

#### À RETENIR

##### Propriété

Soient  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  deux vecteurs du plan. Alors  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si et seulement si  $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$ .

#### EXERCICE 6

1. Dans le repère ci-contre, placer les points  $A(-2; -1)$ ,  $B(2; -3)$ ,  $C(-4; 4)$  et  $D(4; 0)$ .

2. Montrer que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles. ....

.....

.....

.....

.....

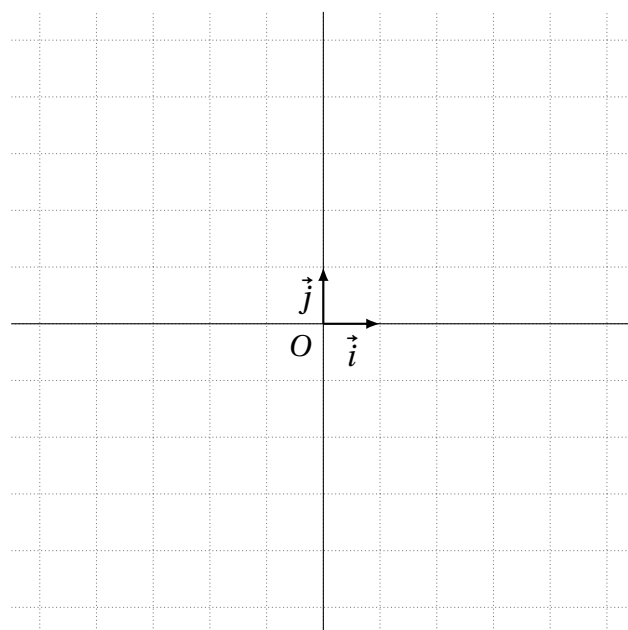
3. Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont-ils alignés? Justifier par un calcul. ....

.....

.....

.....

.....



✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/geometrie-repere/#correction-6>.