FONCTIONS USUELLES

OBJECTIFS

— Découvrir les fonctions carré, inverse, racine carrée, cube : définitions et courbes représentatives.
— Pour deux nombres a et b donnés et une fonction de référence f, savoir comparer $f(a)$ et $f(b)$ numériquement ou graphiquement.
— Pour les fonctions affines, carré, inverse, racine carrée et cube, résoudre graphiquement ou algébriquement une équation ou une inéquation du type $f(x) = k$, $f(x) < k$.

I Fonctions affines

1. Définition

À RETENIR

Définition

Une **fonction affine** est une fonction f de la forme $f : x \mapsto ax + b$ où a et b désignent deux nombres. Si $b = 0$, on dit que f est **linéaire**.

EXERCICE 1

Montrer que les fonctions ci-dessous sont des fonctions affines.

1. $f : x \mapsto -3x + 6$: ....

....

2. $g : x \mapsto \frac{2x+5}{3}$: ....

....

3. $h : x \mapsto 4x$: ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-1.

2. Représentation graphique

À RETENIR

Proposition

Soit f une fonction. Alors f est affine si et seulement si sa courbe représentative est une droite.

À RETENIR

Méthode

Pour représenter graphiquement une fonction affine, il suffit de connaître deux points par lesquels passe la courbe représentative de cette fonction. Ensuite, on trace la droite passant par ces points.

EXERCICE 2

On considère la fonction $f : x \mapsto 1 - x$.

1. f est-elle une fonction affine ? ....

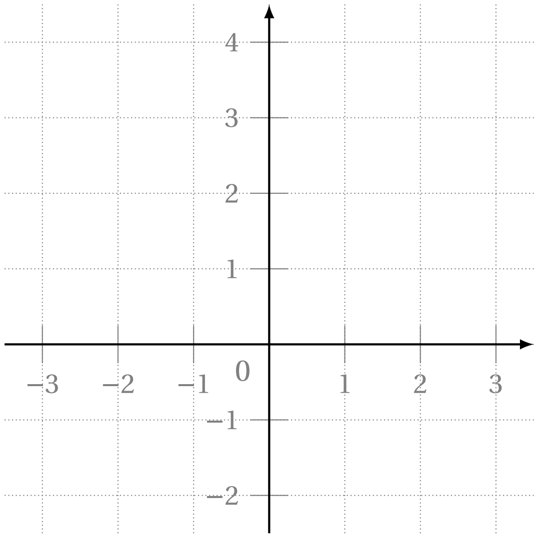
....

....

2. Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	0	1
Image $f(x)$		

3. Tracer $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-contre.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-2.

3. Paramètres

À RETENIR

Définitions

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine dont on note (d) la courbe représentative.

— a est le **coefficient directeur** de f ; aussi appelé **pente** de (d). En restant sur la droite (d), en augmentant l'abscisse de 1, l'ordonnée augmente de a.

— b est l'**ordonnée à l'origine** de (d) (ou de f). Il s'agit de l'ordonnée du point d'intersection de (d) avec l'axe des ordonnées.

— L'équation $y = f(x)$ est **l'équation réduite** de (d).

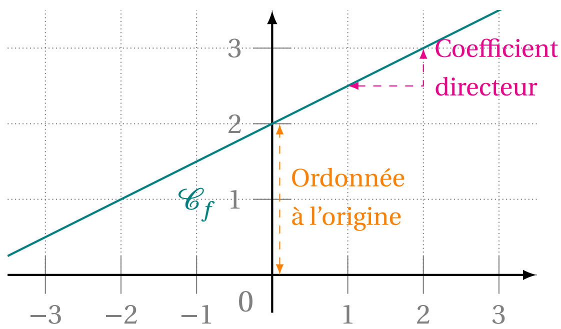
EXEMPLE

On considère f une fonction affine dont la courbe a été représentée dans le repère ci-contre. Par lecture graphique, on déduit que :

— le coefficient directeur de f est $0,5$;

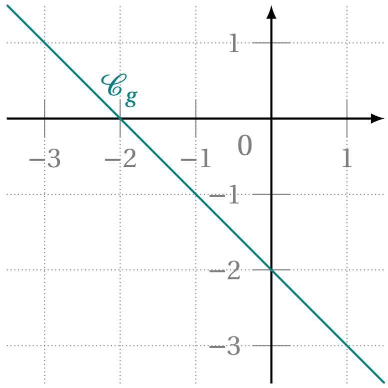
— l'ordonnée à l'origine de f est 2.

Donc l'expression de f en fonction de x est $f : x \mapsto 0,5x + 2$.



EXERCICE 3

On a représenté une fonction g ci-contre.



1. Expliquer pourquoi g est affine. ....
2. Quel est son coefficient directeur ? ....
3. Quelle est son ordonnée à l'origine ? ....
4. En déduire l'expression de $g(x)$ où x est un nombre.

   $g(x) =$ ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-3.

II Fonctions puissances

1. Fonction carré

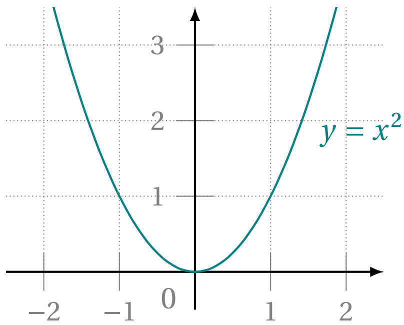
À RETENIR

Définition

La **fonction carré** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^2$. Sa courbe représentative est une **parabole**.

EXERCICE 4

On a tracé ci-contre la courbe représentative de la fonction carré.



1. Résoudre graphiquement l'équation $x^2 = 1$. ....
2. Donner une valeur approchée de la racine carrée de 2.

   $\sqrt{2} \approx$ ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-4.

À RETENIR

Propriété

La fonction carré est une fonction paire.

2. Fonction cube

À RETENIR

Définition

La **fonction cube** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^3$.

EXERCICE 5

1. Effectuer les calculs suivants.

a. $2^3 =$ .... **b.** $-2^3 =$ .... **c.** $(-3)^3 =$ .... **d.** $5^3 =$ ....

2. Soient a et b deux nombres réels. Conjecturer à quelle condition on a $a^3 \leq b^3$. ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-5.

À RETENIR

Propriétés

1. La fonction cube est une fonction impaire.

2. Tout nombre réel a admet un unique antécédent par la fonction cube : il s'agit de sa **racine cubique**, que l'on note $\sqrt[3]{a}$.

EXERCICE 6

Effectuer les calculs de racines cubiques suivants.

1. $\sqrt[3]{125} =$ .... **2.** $\sqrt[3]{-8} =$ .... **3.** $\sqrt[3]{-1} =$ .... **4.** $\sqrt[3]{27} =$ ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-6.

3. Fonction racine carrée

À RETENIR

Définition

La **fonction racine carrée** est la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $x \mapsto \sqrt{x}$.

EXERCICE 7

On a tracé ci-contre les courbes des fonctions $f : x \mapsto x$, $g : x \mapsto x^2$, $h : x \mapsto x^3$ et $i : x \mapsto \sqrt{x}$.

1. Attribuer à chaque fonction sa courbe représentative.

a. f : ....

b. g : ....

c. h : ....

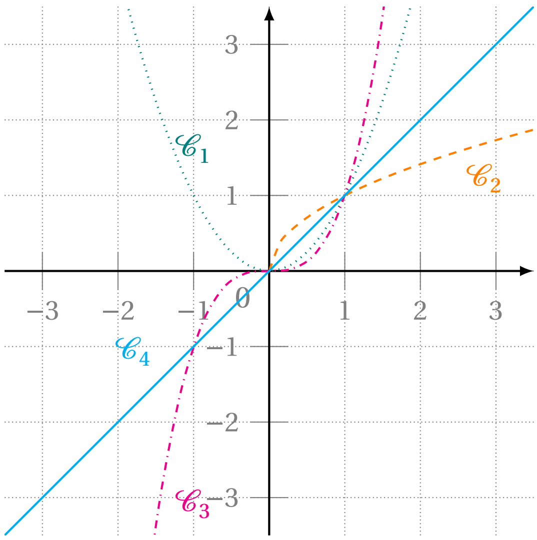
d. i : ....

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes.

a. $x^3 > x^2$: ....

b. $x \geq x^2$: ....

c. $\sqrt{x} \geq x$: ....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-7.

III Fonction inverse

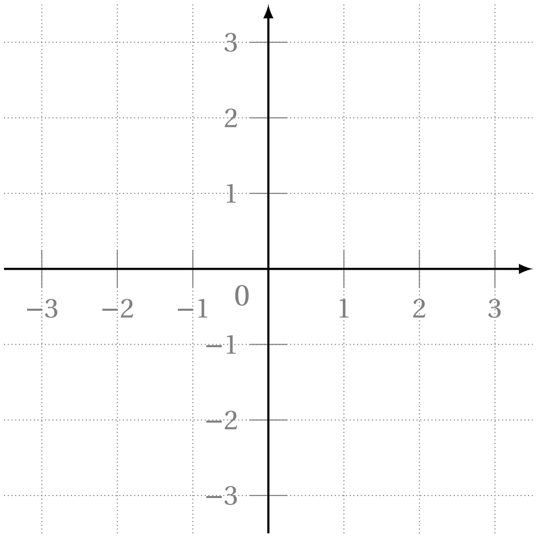
À RETENIR

Définition

La **fonction inverse** est la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $x \mapsto \frac{1}{x}$. Sa courbe représentative est une **hyperbole**.

EXERCICE 8

1. En utilisant éventuellement la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction inverse dans le repère ci-dessous.



2. Que semble-t-il se passer aux alentours de l'origine ? ....
....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-8.

À RETENIR

Propriétés

1. La fonction inverse est une fonction impaire.
2. Tout nombre réel non nul a admet une image par la fonction inverse : il s'agit de son **inverse**.

EXERCICE 9

En utilisant la courbe représentative tracée à l'exercice précédent, déterminer l'inverse de chacun des nombres suivants.

1. 4 : .... **2.** $\frac{1}{2}$: .... **3.** $-\frac{1}{3}$: .... **4.** $\frac{1}{3}$: ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/fonctions-usuelles/#correction-9.