

**OBJECTIFS** ⚡

- Connaître la notion de fonction dérivée.
- Connaître les formules pour dériver les fonctions puissances ainsi que les sommes et les produits de fonctions puissances par un nombre.
- Savoir calculer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à trois.
- Connaître le lien entre la dérivée d'une fonction et son sens de variation.
- Déterminer le sens de variation et les extrema d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

**I Dérivée d'une fonction****1. Nombre dérivé, fonction dérivée****À RETENIR** ☀**INFORMATION** 🌟**Remarque**

Si  $f$  est une fonction dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ ,  $f'(a)$  est le coefficient directeur de la tangente en  $a$  (lorsqu'elle existe). C'est par conséquent la « limite » du taux de variation  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$  lorsque  $b$  « tend » vers  $a$ .

En faisant le changement de variable  $b = a + h$ , on obtient que  $f'(a)$  est la « limite » du taux de variation  $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  lorsque  $h$  « tend » vers 0.

**EXERCICE 1** 📋

Soit  $f$  la fonction constante égale à 3. Soit  $h \in \mathbb{R}$ .

1. Calculer  $\frac{f(0+h)-f(0)}{h}$ .
  - a. Pour  $h = 1$  : ..... **b.** Pour  $h = 0,1$  : ..... **c.** Pour  $h = 0,01$  : .....
2. Conjecturer la valeur de  $f'(0)$ . ....
3. Conjecturer la valeur de  $f'(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ . ....  
.....  
.....

## 2. Dérivées usuelles

### À RETENIR ☺

#### Fonction

$$x \mapsto 1$$

$$x \mapsto x$$

$$x \mapsto x^2$$

$$x \mapsto x^3$$

#### Dérivée

$$x \mapsto 0$$

$$x \mapsto 1$$

$$x \mapsto 2x$$

$$x \mapsto 3x^2$$

### EXERCICE 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

1.  $x \mapsto x^4$  : .....    2.  $x \mapsto x^7$  : .....    3.  $x \mapsto x^{101}$  : .....

► Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonction-derivee/#correction-2>.

## 3. Opérations sur les dérivées

### À RETENIR ☺

#### Fonction

$$u + v$$

$$\lambda u$$

#### Dérivée

$$u' + v'$$

$$\lambda u'$$

### EXERCICE 3

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

1.  $f : x \mapsto x^3 + x$  : .....  
.....
2.  $g : x \mapsto 7x^2$  : .....  
.....
3.  $h : x \mapsto \frac{2}{3}x^3 - 4x$  : .....  
.....
4.  $i : x \mapsto 4x^3 - x^2 + 3x - 5$  : .....  
.....

► Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonction-derivee/#correction-3>.

## II Études de fonctions

### 1. Lien entre dérivée et variations d'une fonction

#### À RETENIR

##### Signe de la dérivée

$$f'(x) > 0$$

$$f'(x) \geq 0$$

$$f'(x) < 0$$

$$f'(x) \leq 0$$

$$f'(x) = 0$$

##### Variation de la fonction

$f$  est strictement croissante

$f$  est croissante

$f$  est strictement décroissante

$f$  est décroissante

$f$  est constante

#### EXEMPLE

La fonction  $f$  du premier exercice est constante et de dérivée nulle.

#### EXERCICE 4

On considère la fonction  $f : x \mapsto x^3 + 4,5x^2 - 12x + 0,5$ , définie et dérivable sur  $[-5; 4]$ .

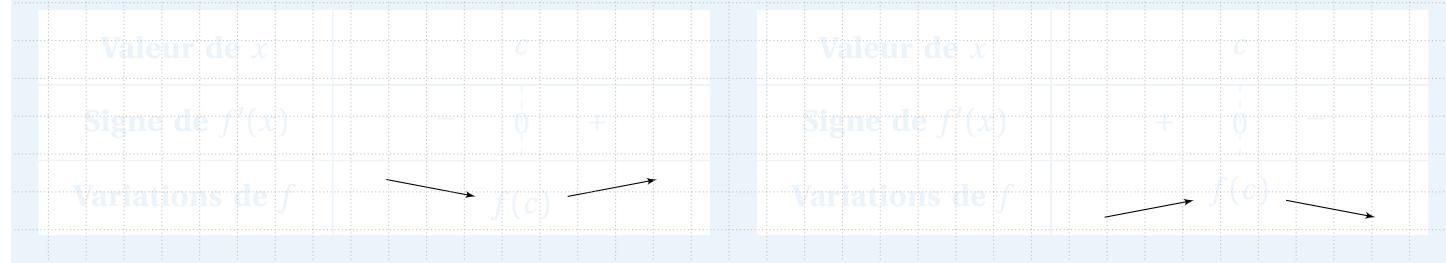
- Montrer que  $f'(x) = 3(x - 1)(x + 4)$  pour tout  $x \in [-5; 4]$ .

- Étudier les variations de  $f$  sur  $[-5; 4]$ .



## 2. Extrema

### À RETENIR ☺



### EXERCICE 5 📋

On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - 16x$ , définie et dérivable sur  $[-6; 6]$ .

1. Étudier les variations de  $f$  sur  $[-6; 6]$ .

2. En déduire les extrema de  $f$  sur  $[-6; 6]$ .  
.....  
.....

► Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonction-derivee/#correction-5>.

