

OBJECTIFS ☈

- Savoir réaliser et interpréter des tableaux croisés de données sur deux critères à partir de données brutes : tableaux croisés d'effectifs et de fréquences.
- Déterminer une fréquence conditionnelle, une fréquence marginale.

I Tableaux croisés d'effectifs

1. Vocabulaire

À RETENIR ☈

Définitions

Une série statistique étudiant deux **caractères** X et Y est une **série statistique à deux variables**. On la note $(X; Y)$.

- Les valeurs prises par X sont généralement notées x_1, \dots, x_k et celles prises par Y sont généralement notées y_1, \dots, y_m .
- L'**effectif** correspondant au couple $(x_i; y_j)$ est noté $n_{i,j}$, et N désigne l'**effectif total**.
- Les **effectifs marginaux** correspondent aux effectifs de chaque caractère (à lire dans une case « Total »).

EXEMPLE ☈

Une agence de voyage propose à ses 400 clients trois destinations : Madrid, Berlin et Milan. Tous les clients choisissent une destination et une seule. La moitié d'entre eux choisit Madrid, et 30 % des personnes partent pour Berlin. Une enquête est réalisée à leur retour de voyage. 8 clients partis pour Milan se disent déçus, alors que 80 % des clients ayant fait le voyage pour Berlin sont satisfaits. Par ailleurs, l'enquête a montré que 72 % des personnes étaient satisfaites de leur voyage.

Dans cette situation :

- X désigne le résultat de l'enquête (x_1 sont les clients satisfaits et x_2 les clients déçus) et Y la destination du voyage (y_1 est la destination Madrid, y_2 est Berlin et y_3 est Milan).
- $n_{1,1}$ est le nombre de client satisfaits de leur voyage à Madrid.
- N vaut 400.
- L'effectif marginal de y_1 est le nombre de personnes parties à Madrid, soit 200 clients.

2. Construction et lecture

À RETENIR ☀

Méthode

Un **tableau croisé d'effectifs** permet d'étudier une série à deux variables ($X; Y$). Pour le construire :

- À l'intersection de la ligne i et de la colonne j , le tableau indique le nombre $n_{i;j}$ d'individus présentant simultanément la valeur x_i du caractère X et la valeur y_j du caractère Y .
- On ajoute ensuite une ligne et une colonne « Total » indiquant le nombre d'individus présentant chacune des valeurs du caractère.
- À l'intersection de la ligne et de la colonne « Total », on indique l'effectif total, c'est-à-dire le nombre d'individus de la population de référence.

EXERCICE 1

- À partir de l'exemple précédent, compléter le tableau suivant.

$(X; Y)$	$y_1 = \text{Madrid}$	$y_2 = \text{Berlin}$	$y_3 = \text{Milan}$	Total
$x_1 = \text{Clients satisfaits}$				
$x_2 = \text{Clients déçus}$				
Total				

- a. Que vaut $n_{1;3}$?
b. Donner une interprétation de $n_{1;3}$ dans le contexte de l'exercice.
.....
- Quel est l'effectif des clients ayant fait le voyage à Berlin et étant déçus?
- a. Quel est l'effectif marginal de la valeur x_2 ?
b. Donner une interprétation de cet effectif marginal dans le contexte de l'exercice.
.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/croisement-deux-variables/#correction-1>

II Fréquences marginales et conditionnelles

1. Fréquences

À RETENIR ☀

Définition

Soit $(X; Y)$ une série à deux variables. On considère l'effectif $n_{i;j}$ d'individus présentant simultanément la valeur x_i du caractère X et y_j du caractère Y . On note N l'effectif total de la série. Alors, la **fréquence** $f_{i;j}$ d'individus présentant simultanément la valeur x_i du caractère X et y_j du caractère Y est

$$f_{i;j} = \frac{n_{i;j}}{N}$$

À RETENIR

Méthode

On peut utiliser un **tableau croisé de fréquences** pour étudier les fréquences d'une série à deux variables ($X; Y$). Il se construit comme un tableau croisé d'effectifs. Mais, à l'intersection de la ligne i et la colonne j , on indique la fréquence $f_{i,j}$ d'individus présentant simultanément la valeur x_i du caractère X et la valeur y_j du caractère Y .

EXEMPLE

On s'intéresse à la couleur de certains vins des régions Bordeaux et Bourgogne. On a un échantillon de 19 vins avec 10 Bordeaux, dont 7 sont rouges, et 5 Bourgognes blancs. On peut construire le tableau croisé d'effectifs.

$(X; Y)$	$y_1 = \text{Bordeaux}$	$y_2 = \text{Bourgogne}$	Total
$x_1 = \text{Blanc}$	4	5	9
$x_2 = \text{Rouge}$	7	3	10
Total	8	11	19

Et on peut en déduire un tableau croisé de fréquences.

$(X; Y)$	$y_1 = \text{Bordeaux}$	$y_2 = \text{Bourgogne}$	Total
$x_1 = \text{Blanc}$	$\frac{4}{19} \approx 0,21$	$\frac{5}{19} \approx 0,26$	$\frac{9}{19} \approx 0,47$
$x_2 = \text{Rouge}$	$\frac{7}{19} \approx 0,37$	$\frac{3}{19} \approx 0,16$	$\frac{10}{19} \approx 0,53$
Total	$\frac{8}{19} = 0,42$	$\frac{11}{19} = 0,58$	1

Par exemple, $f_{2;1}$ correspond à la fréquence de Bordeaux rouges : il y en a 42 %.

2. Fréquences marginales

À RETENIR

Définition

Les **fréquences marginales** correspondent aux fréquences de chaque caractère. Dans un tableau croisé de fréquences, ce sont les fréquences indiquées dans les cases « Total ».

EXERCICE 2

1. Construire le tableau croisé de fréquences de l'exercice précédent.

2. Quel est le pourcentage de clients satisfaits?

3. Fréquences conditionnelles

À RETENIR ☀

Définition

La **fréquence conditionnelle** de la valeur x_i d'un caractère X par rapport à la valeur y_j du second caractère Y est la proportion des individus présentant également la valeur x_i parmi tous ceux présentant la valeur y_j .

À RETENIR ☀

Méthode

On peut utiliser un **tableau de fréquences conditionnelles** pour étudier des fréquences conditionnelles. Pour le construire, on part du tableau croisé d'effectifs, on sélectionne la ligne ou colonne voulue, et on divise chaque case par la case « Total ».

EXEMPLE💡

On reprend l'exemple précédent d'étude de vins. Voici le tableau de fréquences conditionnelles de Y par rapport à $x_2 = \text{Rouge}$.

$Y = \text{Vin}$	$y_1 = \text{Bordeaux}$	$y_2 = \text{Bourgogne}$	Total
$x_2 = \text{Rouge}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

EXERCICE 3📝

Lors d'une compétition de tennis, on a relevé que sur 126 compétiteurs, 46 sont des femmes. Parmi ces femmes, 21 sont classées. Parmi les compétiteurs hommes, 53 sont classés.

- Construire un tableau croisé d'effectifs représentant la situation.
- Donner le tableau des fréquences conditionnelles du classement par rapport aux hommes (arrondir à 0,01 près).
- Donner une interprétation des données de ce tableau par rapport au contexte de l'exercice.
.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/croisement-deux-variables/#correction-3>

