PROBABILITÉS

OBJECTIFS

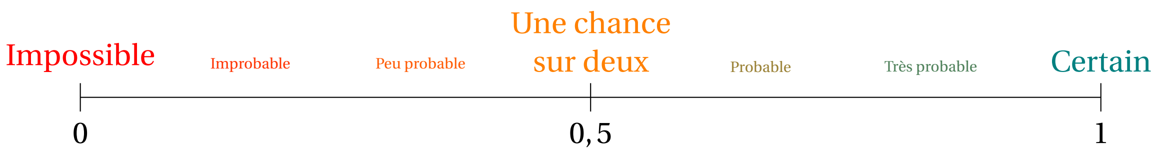
- Connaître le vocabulaire des probabilités : expérience aléatoire (et univers associé), événement, loi de probabilité.
- Savoir manier réunion, intersection, complémentaire d'événements ainsi que les formules associées.
- Savoir dénombrer à l'aide de tableaux et d'arbres.
- Utiliser des modèles théoriques de référence (dé, pièce équilibrée, tirage au sort avec équiprobabilité dans une population) en comprenant que les probabilités sont définies a priori. Construire un modèle à partir de fréquences observées, en distinguant nettement modèle et réalité.
- Calculer des probabilités dans des cas simples : expérience aléatoire à deux ou trois épreuves.

I Vocabulaire

À RETENIR

Définitions

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont les différents résultats possibles appelés **issues** sont connus mais dont on ne sait pas, a priori, lequel va se produire. L'ensemble des issues forme **l'univers** de l'expérience.
- La **probabilité d'une issue** est un nombre compris entre 0 et 1, qui peut s'interpréter comme « la proportion de chances » d'obtenir cette issue.



On dit que les issues d'une expérience sont **équiprobables** si elles ont la même probabilité.

- Définir une **loi de probabilité** pour une expérience aléatoire revient à attribuer une probabilité à chaque issue, de sorte que la somme des probabilités de chaque issue soit égale à 1.
- Un **événement** désigne un ensemble d'issues. Si le résultat de l'expérience aléatoire est une des issues de l'événement, on dit que l'événement est **réalisé**. La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

EXEMPLE

On lance un dé équilibré à 6 faces. Les issues sont :

- « Obtenir 1 » ;
- « Obtenir 2 » ;
- « Obtenir 3 » ;
- « Obtenir 4 » ;
- « Obtenir 5 » ;
- « Obtenir 6 ».

Chacune de ces issues à une probabilité de $\frac{1}{6}$ de se produire : il s'agit donc d'une situation d'équiprobabilité. Soit A l'événement « Obtenir un nombre pair ». Alors, on peut calculer la probabilité de A, notée $P(A)$:

$$\begin{aligned} P(A) &= \overbrace{\frac{1}{6}}^{\text{Probabilité d'obtenir 2}} + \overbrace{\frac{1}{6}}^{\text{Probabilité d'obtenir 4}} + \overbrace{\frac{1}{6}}^{\text{Probabilité d'obtenir 6}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

EXERCICE 1

Dans un sac se trouvent trois boules : une blanche, une bleue et une rouge. On en tire une au hasard.

1. Compléter le tableau ci-dessous en écrivant les issues possibles dans la première colonne et la probabilité correspondante dans la deuxième.

Issue	**Probabilité**

Le tableau ci-dessus représente la loi de probabilité de notre expérience aléatoire.

2. A-t-on une situation d'équiprobabilité ? ....

3. Que vaut la somme des probabilités de la deuxième colonne ? ....

4. Quelle est la probabilité de l'événement « Tirer une boule colorée » ? ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/probabilites/#correction-1.

II Opérations sur les événements

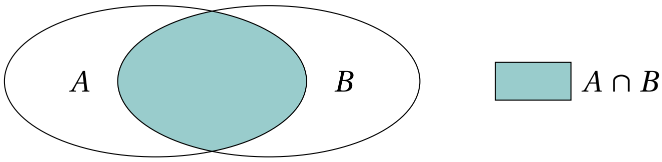
1. Union et intersection d'événements

À RETENIR

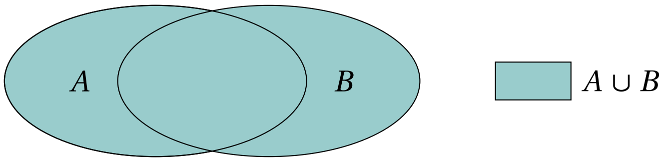
Définitions

Soient A et B deux événements.

— L'événement constitué des issues appartenant à A et à B est noté $A \cap B$.



— L'événement constitué des issues appartenant à A ou à B est noté $A \cup B$.



À RETENIR

Propriété

Soient A et B deux événements. Alors,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

EXERCICE 2

Un vendeur ambulant vend des fleurs rouges et jaunes de deux sortes. Il dispose de 15 roses rouges et 12 jaunes ainsi que de 20 tulipes rouges et 22 jaunes. Il propose au hasard une fleur à un client. On considère les événements suivants :

— J : « La fleur proposée est jaune » ;

— T : « La fleur proposée est une tulipe ».

1. Déterminer les probabilités suivantes.

a. $P(J) =$ ....

b. $P(T) =$ ....

2. Décrire les événements $T \cap J$ et $T \cup J$, puis déterminer leur probabilité. ....

....

....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/probabilites/#correction-2.

2. Complémentaire d'un événement

À RETENIR

Définition

Soit A un événement. On appelle **événement contraire** de A, l'événement constitué des issues n'appartenant pas à A. On le note $\overline{A}$.

À RETENIR

Propriété

Soit A un événement. Alors,

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

EXERCICE 3

Le jeu de cartes français est un jeu de 54 cartes organisées en quatre couleurs : trèfle, carreau, cœur et pique. Il comporte 52 cartes à jouer réparties en quatre familles de treize, plus deux jokers.

On dispose d'un tel jeu, et on tire au hasard une carte.

1. Quelle est la probabilité que cette carte soit un Roi ? ....
2. Quelle est la probabilité que cette carte ne soit pas un cœur ? ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/probabilites/#correction-3.

III Expériences aléatoires à plusieurs épreuves

À RETENIR

Définition

La succession de deux épreuves aléatoires constitue une **expérience aléatoire à deux épreuves**. Pour étudier une telle expérience aléatoire, on peut utiliser un **arbre de probabilités**.

EXEMPLE

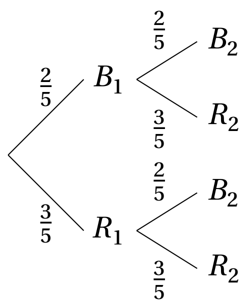
Une urne contient deux boules blanches et trois boules rouges. On tire une première boule, on note sa couleur et on la remet dans l'urne. On en fait de même avec une deuxième boule.

On note :

— B_1 l'événement « La première boule est blanche » et B_2 l'événement « La deuxième boule est blanche ». On a donc $P(B_1) = P(B_2) = \frac{2}{5}$.

— R_1 l'événement « La première boule est rouge » et R_2 l'événement « La deuxième boule est rouge ». On a donc $P(R_1) = P(R_2) = \frac{3}{5}$.

C'est une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes que l'on peut représenter par l'arbre ci-contre.



La probabilité de tirer deux boules blanches est donnée en suivant les branches de l'arbre, et en multipliant les probabilités rencontrées : $P(B_1 \cap B_2) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$.

EXERCICE 4

On lance une pièce équilibrée deux fois de suite. On note P_i l'événement « Obtenir Pile au i-ième lancer », et F_i l'événement « Obtenir Face au i-ième lancer ».

1. Représenter cette expérience aléatoire dans un arbre de probabilités.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir une fois Face et une fois Pile ? ....

....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/probabilites/#correction-4.