? DEVOIR SURVEILLÉ 4

EXERCICE 1

Les questions suivantes sont des questions de *cours*. Elles visent à tester votre apprentissage du cours et ne nécessitent pas de justification particulière.

- **1.** Soit $n \in \mathbb{N}$. Quelle est la dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$?
- 2. Quel lien peut-on faire entre la dérivée d'une fonction et les variations de celle-ci?
- **3.** Soit *X* une variable aléatoire prenant les valeurs 1, 2, 3 et 4. Donner la formule permettant de calculer l'espérance de *X*.
- **4.** Résoudre l'équation $x^3 = 4$.
- 5. Donner un exemple de fonction polynômiale de degré 3.

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie pour tout $x \in [-4;4]$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$.

- **1.** Montrer que f'(x) = (x-2)(x+2) pour tout $x \in [-4;4]$.
- **2.** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur [-4;4].
- **3.** Un fabricant produit dans une usine des t-shirts. Après la fabrication et la vente de x centaines de t-shirts, en un mois, le bénéfice net réalisé en centaines d'euros est donné par la fonction f. Ce fabricant produit 400 t-shirts au maximum (et 0 au minimum).

Quel est le bénéfice maximal que peut obtenir le fabricant? Pour combien de t-shirts fabriqués et vendus ce bénéfice est-il atteint?

EXERCICE 3

Dans un casino, il y a une machine à sous qui fonctionne à l'aide d'un lancer de pièce. Si le joueur lance la pièce et tombe sur Pile, il gagne 5 € mais si la pièce tombe sur Face, il ne gagne rien. Cependant, la pièce est truquée et celle-ci a trois chances sur quatre de tomber sur Face. Les lancers de pièce sont supposés indépendants. La partie coûte 2 €.

Un joueur joue deux fois à ce jeu. On note X la variable aléatoire qui modélise le gain à l'issue des parties.

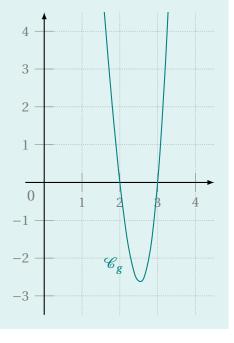
- 1. Représenter la succession d'expériences aléatoires sous la forme d'un arbre de probabilités.
- 2. Interpréter $\{X = 5\}$ par une phrase, puis calculer P(X = 5).
- 3. Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau.
- 4. Quelle somme le joueur peut-il espérer gagner en moyenne en jouant deux parties?
- **5. Question bonus.** Par quel nombre pourrait-on remplacer les 5 € de gains associés à Pile afin que l'espérance à l'issue de deux parties soit égale à 0 (en prenant en compte le coût de la partie)?

Le but de cet exercice est de factoriser l'expression littérale

$$3x^3 - 12x^2 + 3x + 18$$

Pour cela, on définie la fonction g pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $g(x) = 3x^3 - 12x^2 + 3x + 18$.

- 1. a. À quelle famille de fonctions appartient g?
 - **b.** Combien de racines distinctes admet-elle au maximum?
- **2.** Calculer g(-1).
- **3.** On a tracé la courbe représentative de *g* ci-contre.
 - **a.** Résoudre graphiquement l'équation g(x) = 0 pour $x \in [1;4]$.
 - **b.** En déduire l'expression de la forme factorisée de g en fonction de $x \in \mathbb{R}$.



Bon courage!

La calculatrice est autorisée.