

Nom : ..... Prénom : ..... Classe : .....

## OBSERVATIONS

.....  
.....

- Il est **toléré** de travailler avec **une personne de la classe**, à condition de l'avoir indiqué sur la copie.
- Il est **interdit** d'utiliser **un logiciel d'intelligence artificiel** pour répondre aux questions. Des explications seront demandées en cas de doute.

Tout manquement à l'une de ces règles entraînera l'attribution de la note minimale de zéro.

## NOTE

20

## EXERCICE 1

En utilisant les techniques du cours, étudier les variations de la fonction  $f : x \mapsto x^3 - 3x + 1$  sur  $\mathbb{R}$ .

## EXERCICE 2

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -x^2 - 2x + 1$ .

1. a. Soit  $h$  un nombre réel non nul. Montrer que  $\frac{g(0+h)-g(0)}{h} = -h - 2$ .

b. En déduire  $g'(0)$ . .....

c. Interpréter graphiquement ce nombre. ....

.....

2. Retrouver le résultat de la question précédente en calculant la fonction dérivée de  $g$  et en l'évaluant en 0.

### EXERCICE 3

Une entreprise fabrique des robots ménagers. On note  $x$  le nombre de robots fabriqués par jour. On sait que cette entreprise peut fabriquer jusqu'à 60 appareils par jour. Le coût de fabrication, en euros, de  $x$  appareils, est donné par la fonction  $C$  définie par  $C(x) = x^2 + 160x + 800$ .

1. Déterminer les coûts fixes de cette entreprise. *Un coût fixe est une dépense qui ne change pas lorsque les ventes ou les volumes de production augmentent ou diminuent.*
  
2.
  - a. On sait que chaque appareil est vendu 250 €. Déterminer l'expression de la fonction  $R$ , qui représente la recette de l'entreprise, en fonction du nombre de robots vendus. ....
  - b. En déduire que le bénéfice réalisé par la vente de  $x$  appareils est donné par la fonction  $B$  définie par  $B(x) = -x^2 + 90x - 800$ . ....
  - c. Après avoir soigneusement calculé  $B'$ , déterminer les variations de  $B$  sur l'intervalle  $[0; 60]$ .
  
  - d. En déduire le nombre de robots à fabriquer et vendre par jour pour obtenir le bénéfice maximal et indiquer le montant de ce bénéfice maximal. ....
  
3. On appelle **coût marginal** au rang  $x$ , noté  $C_m(x)$  le coût de fabrication d'un robot supplémentaire lorsque  $x$  robots ont déjà été produits. Ainsi,  $C_m(x) = C(x + 1) - C(x)$ .
  - a. Montrer que  $C_m(x) = 2x + 161$ .
  
  - b. Calculer  $C_m(5)$  et donner une interprétation. ....
  - c. En économie, on approxime le coût marginal par la dérivée du coût total (ie.  $C_m(x) \approx C'(x)$ ). Approximer  $C_m(5)$  à l'aide de cette technique. ....
  - d. Quelle est l'erreur commise par rapport à la question 3. b.? Qu'en pensez-vous? ....