

OBJECTIFS

- Connaître les notations de \mathbb{N} pour les nombres entiers naturels et de \mathbb{Z} pour les nombres entiers relatifs.
- Définition des notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair.
- Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair, de nombre premier.
- Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible.

I Divisibilité

1. Multiples et diviseurs

À RETENIR

Définition

Soient $a, b \in \mathbb{N}$. On dit que a est un **multiple** de b s'il existe $q \in \mathbb{N}$ tel que

$$a = bq$$

On dit également que b est un **diviseur** de a . Cela revient à dire que a est dans la table de multiplication de b .

Dans la définition, on peut aisément remplacer \mathbb{N} par \mathbb{Z} . Mais, pour simplifier les choses dans la suite, on ne considérera que les multiples et diviseurs positifs.

EXERCICE 1

Soit n un nombre entier. Montrer que la somme de deux multiples de n est un multiple de n .

.....
.....
.....

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-1>.

À RETENIR

Méthode

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier n , on teste la divisibilité de n par tous les nombres inférieurs ou égaux à \sqrt{n} .

EXERCICE 2

Dresser la liste des diviseurs des nombres suivants.

- | | |
|---------------|---------------|
| 1. 21 : | 3. 15 : |
| 2. 6 : | 4. 11 : |

☞ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-2>.

À RETENIR ∞

Propriété

Tout nombre entier est divisible par 1 et par lui-même.

2. Nombres pairs, nombres impairs

À RETENIR ∞

Définitions

Soit n un nombre entier.

- On dit que n est **pair** s'il existe un entier k tel que $n = 2k$. Autrement dit, n est pair s'il est divisible par 2.
- On dit que n est **impair** s'il existe un entier k tel que $n = 2k + 1$. Autrement dit, n est impair s'il n'est pas divisible par 2.

EXEMPLE 💡

Par exemple, 66 est pair car $66 = 2 \times 33$, mais 17 est impair car $17 = 2 \times 8 + 1$.

EXERCICE 3 📝

Montrer que le carré de tout nombre pair est pair.

.....
.....
.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-3>.

3. Nombres premiers

À RETENIR ∞

Définition

Un **nombre premier** est un nombre entier plus grand que 1 qui n'est divisible que par 1 et par lui-même.

EXERCICE 4 📝

Donner 4 nombres premiers inférieurs à 100.

1. 2. 3. 4.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-4>.

À RETENIR ∞

Méthode

Pour montrer qu'un entier naturel n est premier, on vérifie qu'il ne possède aucun diviseur inférieur ou égal à \sqrt{n} .

EXERCICE 5

1. Montrer que 23 est un nombre premier.

.....

2. Montrer que 12 345 678 n'est pas un nombre premier.

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-5>.

À RETENIR

Propriété

Il existe une infinité de nombres premiers.

4. Décomposition en produit de facteurs premiers

À RETENIR

Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout nombre entier plus grand que 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers. Il s'agit de la **décomposition en produit de facteurs premiers** de ce nombre.

De plus, cette décomposition est unique (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

EXERCICE 6

Décomposer les nombres entiers suivants en produit de facteurs premiers.

1. $360 =$ 2. $1\,515 =$

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-6>.

II Fractions irréductibles

À RETENIR

Définition

Deux nombres entiers sont dits **premiers entre eux** s'ils n'admettent aucun diviseur commun hormis 1.

EXERCICE 7

Est-ce que 5 et 11 sont premiers entre eux?

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-7>.

À RETENIR

Méthode

Pour montrer que deux nombres sont premiers entre eux, on vérifie qu'ils n'ont aucun facteur commun dans leur décomposition en produit de facteurs premiers.

EXEMPLE 💡

46 et 5 460 ne sont pas premiers entre eux car $46 = 2 \times 23$ et $5\,460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$.

À RETENIR ☞

Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque l'on ne peut plus la simplifier (ie. l'écrire avec un numérateur et un dénominateur plus petits).

EXEMPLE 💡

$\frac{3}{4}$ est une fraction irréductible mais $\frac{5}{10}$ ne l'est pas (car $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$).

À RETENIR ☞

Propriété

Une fraction est irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

EXERCICE 8 📄

Dire si les fractions suivantes sont irréductibles. Les réduire dans le cas contraire.

1. $\frac{10}{14}$: 2. $\frac{55}{35}$: 3. $\frac{23}{3}$:

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/arithmetique/#correction-8>.

