

## OBJECTIFS

- Reconnaître les ensembles usuels vus par le passé ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{D}$  et  $\mathbb{Q}$ ).
- Découvrir les nombres irrationnels et apprivoiser l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels, avec sa représentation sous forme de droite numérique.
- Connaître les différents intervalles de  $\mathbb{R}$  avec les notations  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- Savoir utiliser la valeur absolue et sa caractérisation en tant que distance.
- Représenter l'intervalle  $[a - r; a + r]$  et utiliser sa caractérisation par la condition  $|x - a| \leq r$ .

## I Ensembles usuels

### 1. Ensembles déjà connus

#### À RETENIR

#### Définitions

- L'ensemble des **nombres entiers naturels**, noté  $\mathbb{N}$ , est l'ensemble des nombres entiers positifs :  $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$ .
- L'ensemble des **nombres entiers relatifs**, noté  $\mathbb{Z}$ , est l'ensemble des nombres entiers positifs ou négatifs :  $\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$ .
- L'ensemble des **nombres décimaux**, noté  $\mathbb{D}$ , est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire  $\frac{a}{10^n}$  avec  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$  (ie.  $\mathbb{D}$  est l'ensemble des nombres à virgule ayant un nombre fini de chiffres après la virgule).
- L'ensemble des **nombres rationnels**, noté  $\mathbb{Q}$ , est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire  $\frac{a}{b}$  avec  $a, b \in \mathbb{Z}$  et  $b \neq 0$ .

#### EXERCICE 1

On souhaite démontrer que  $\frac{1}{3}$  n'est pas un nombre décimal. Nous allons procéder *par l'absurde*.

- Supposons que  $\frac{1}{3}$  est un nombre décimal. Montrer qu'il existe  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$  tels que  $10^n = 3a$ . ....

.....

- Est-ce que  $10^n$  peut être un multiple de 3? Justifier. ....

.....

- Conclure. ....

.....

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-1>.



## 2. Nombres réels

### À RETENIR

#### Définitions

On appelle :

- **nombre irrationnel**, un nombre qui n'est pas rationnel;
- **nombre réel**, un nombre rationnel ou irrationnel.

On note  $\mathbb{R}$  l'ensemble des nombres réels : c'est l'ensemble des nombres que l'on peut placer sur une droite graduée.



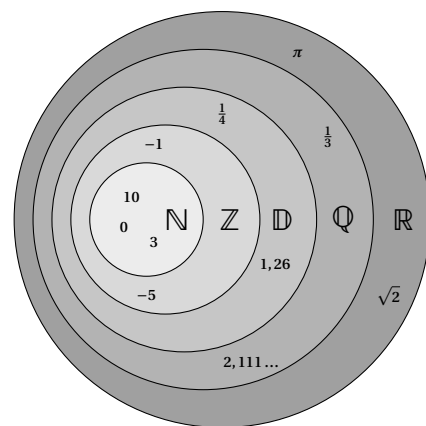
### EXEMPLE

Les ensembles vus depuis le début sont inclus les uns dans les autres :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On a, par exemple :

- $5 \in \mathbb{N}$ , donc  $5 \in \mathbb{Z}$ .
- $5,2 = \frac{52}{10}$ , donc  $5,2 \in \mathbb{D}$  et ainsi  $5,2 \in \mathbb{Q}$ .
- $-14 \notin \mathbb{N}$ , mais  $-14 \in \mathbb{Z}$ .
- $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ , mais  $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ .
- $\pi$  est irrationnel :  $\pi \notin \mathbb{Q}$ .
- $0 \in \mathbb{N}$ , donc  $0 \in \mathbb{Z}$ ,  $0 \in \mathbb{D}$ ,  $0 \in \mathbb{Q}$  et  $0 \in \mathbb{R}$ .



### EXERCICE 2

Compléter le tableau suivant avec  $\in$  ou  $\notin$ .

Nombre	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
3					
$\frac{18}{3}$					
$2 \times 10^{-2}$					
$-\frac{9}{11}$					
$\frac{\pi^2}{6}$					
$\sqrt{1,44}$					
$-\sqrt{64}$					









• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-2>.

## 1. Définition

### À RETENIR

#### Définitions

L'ensemble des nombres réels compris entre  $a$  et  $b$  (inclus) est appelé **intervalle** et se note  $[a; b]$ .  $a$  et  $b$  sont les **bornes** de l'intervalle. On peut définir d'autres types d'intervalle.

Intervalle	Signification	Représentation
$[a; b]$	Les nombres compris entre $a$ inclus et $b$ inclus	
$]a; b]$	Les nombres compris entre $a$ exclu et $b$ inclus	
$[a; b[$	Les nombres compris entre $a$ inclus et $b$ exclu	
$]a; b[$	Les nombres compris entre $a$ exclu et $b$ exclu	
$[a; +\infty[$	Les nombres supérieurs à $a$	
$]a; +\infty[$	Les nombres strictement supérieurs à $a$	
$] - \infty; b]$	Les nombres inférieurs à $b$	
$] - \infty; b[$	Les nombres strictement inférieurs à $b$	

Quand le crochet est **fermé** (orienté vers la borne), la borne est incluse; quand il est **ouvert** (non orienté vers la borne), la borne est exclue. À noter que le crochet est toujours ouvert en  $-\infty$  et  $+\infty$ . On note généralement  $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$  et  $\mathbb{R}^- = ]-\infty, 0]$ .

### EXERCICE 3

- Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $-3 \leq x < 4$ . Puis, le représenter sur une droite graduée. ....
- Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres strictement supérieurs à  $\frac{1}{5}$ . Puis, le représenter sur une droite graduée. ....



## 2. Union, intersection

### À RETENIR

#### Définitions

Soient  $I$  et  $J$  deux intervalles.

- L'**intersection** de  $I$  et  $J$ , noté  $I \cap J$ , est l'ensemble des nombres qui appartiennent à la fois à  $I$  et à  $J$ .
- La **réunion** de  $I$  et  $J$ , noté  $I \cup J$ , est l'ensemble des nombres qui appartiennent à  $I$  ou à  $J$  (ou aux deux).

### EXEMPLE

Par exemple,  $\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \mathbb{R}^+$ .

### EXERCICE 4

Écrire les intersections et les réunions suivantes sous la forme d'un seul intervalle.

1.  $[-4; 5] \cup [0; 10] = \dots\dots\dots$
2.  $]0; 5] \cap [-2; 3] = \dots\dots\dots$
3.  $[0; 4[ \cap [4; +\infty[ = \dots\dots\dots$
4.  $[-10; 5] \cup [4; 12] = \dots\dots\dots$
5.  $[1; 2] \cup [2; 3] \cup [2; 4] = \dots\dots\dots$
6.  $\mathbb{R}^- \cap \mathbb{R}^+ = \dots\dots\dots$

✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-4>.

## III Inégalités et inéquations

### 1. Manipulation d'inégalités

### À RETENIR

#### Propriétés

1. Ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une inégalité **conserve** l'ordre de l'inégalité.
2. Multiplier ou diviser par un même nombre strictement positif les deux membres d'une inégalité **conserve** l'ordre de l'inégalité. Mais, multiplier ou diviser par un même nombre strictement négatif les deux membres d'une inégalité **change** l'ordre de l'inégalité.

### EXEMPLE

$$3x + 8 < 7 \iff 3x < -1$$

L'ordre ne change pas car on soustrait 8.

### EXEMPLE

$$2x > 8 \iff x > 4$$

L'ordre ne change pas car on divise par 2.

### EXEMPLE

$$-3x < 18 \iff x > -6$$

L'ordre change car on divise par  $-3$ .

### EXERCICE 5

Compléter par le symbole «  $<$  », «  $\leq$  », «  $>$  » ou «  $\geq$  ».

1.  $x + 2 > 0 \iff x \dots\dots -2$ .
2.  $a < 10 \iff -6a \dots\dots -60$ .
3.  $y \geq 4 \iff y - 4 \dots\dots 0$ .
4.  $3c \leq 4 \iff -12c \dots\dots -16$ .

✎ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-5>.

## 2. Résolution d'inéquations

### À RETENIR

#### Définition

Une **inéquation** est une inégalité dans laquelle est présente une inconnue (ou des inconnues). Résoudre une inéquation revient à déterminer l'ensemble de toutes les valeurs de l'inconnue qui vérifient l'inégalité.

### EXERCICE 6

Parmi les inéquations suivantes, lesquelles acceptent le nombre 9 comme solution ?

1.  $-3x + 2 \geq 0$  : ..... 3.  $2x < 1$  : .....  
2.  $5(x - 9) > 0$  : ..... 4.  $\frac{x+1}{4} \geq (-3) \times \frac{x-2}{3}$  : .....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-6>.

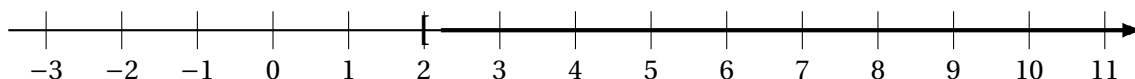
### À RETENIR

#### Méthode

Pour résoudre une inéquation du premier degré, on procède comme pour une équation, en isolant l'inconnue d'un côté du symbole de comparaison (« < », « > », « ≤ » ou « ≥ »). Cependant, la solution se donne sous la forme d'un intervalle.

### EXEMPLE

$$\begin{aligned} 2x + 4 &\geq 8 \\ \iff 2x &\geq 4 \\ \iff x &\geq 2 \end{aligned}$$



L'ensemble solution est  $\mathcal{S} = [2; +\infty[$ .

### À RETENIR

#### Propriété

Lorsque les symboles « < » ou « > » sont dans l'énoncé, les crochets doivent être ouverts. Mais, lorsque les symboles « ≤ » ou « ≥ » sont dans l'énoncé, les crochets doivent être fermés.

### EXEMPLE

Dans l'inéquation précédente, le crochet enferme la valeur 2 car dans l'énoncé, le symbole « ≥ » est utilisé.

### EXERCICE 7

Résoudre l'inéquation  $-x + 1 < 2x + 10$ .

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-7>.

### 3. Valeur absolue

#### À RETENIR

#### Définition

Soit  $x$  un nombre réel. On appelle **valeur absolue** de  $x$ , notée  $|x|$ , le nombre défini par

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{sinon} \end{cases}$$

#### EXERCICE 8

Déterminer les valeurs absolues suivantes.

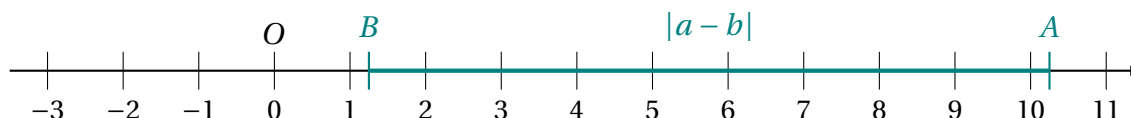
1.  $|-8| = \dots\dots\dots$
2.  $|5| = \dots\dots\dots$
3.  $|1 - 3| = \dots\dots\dots$
4.  $|3 - 1| = \dots\dots\dots$

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-8>.

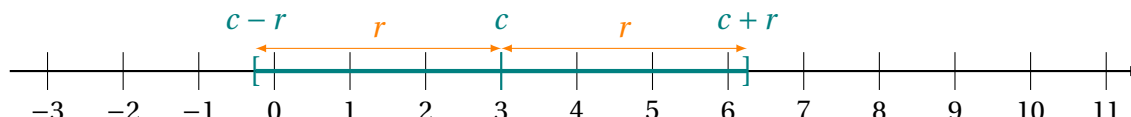
#### À RETENIR

#### Propriétés

1. Soit une droite graduée d'origine  $O$ . Sur cette droite, on considère le point  $A$  d'abscisse  $a$  et le point  $B$  d'abscisse  $b$ . Alors,  $AB = |a - b| = |b - a|$ .



2. Soient  $c$  un nombre réel et  $r$  un nombre réel strictement positif. Alors,  $x \in [c - r; c + r]$  si et seulement si  $|x - c| \leq r$ .



#### EXERCICE 9

1. Déterminer sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $|x - 4| \leq 3$ .

.....

2. On considère l'intervalle  $I = [8; 20]$ . Écrire une inégalité sous la forme  $|x - c| \leq r$  (où  $c$  et  $r$  sont deux nombres réels à déterminer) vérifiée par tous les nombres appartenant à  $I$ .

.....

☛ Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/ensembles-de-nombres/#correction-9>.