

Nom : Prénom : Classe :

OBSERVATIONS

.....
.....

- Il est **toléré** de travailler avec **une personne de la classe**, à condition de l'avoir indiqué sur la copie.
- Il est **interdit** d'utiliser **un logiciel d'intelligence artificiel** pour répondre aux questions. Des explications seront demandées en cas de doute.

Tout manquement à l'une de ces règles entraînera l'attribution de la note minimale de zéro.

NOTE

20

EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-5; 5]$ par

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 8$$

1. Vérifier que f est une fonction polynômiale de degré 3.
.....
2. **a.** Soit $x \in [-5; 5]$. Calculer $f'(x)$
b. Démontrer que $f'(x) = 3(x - 4)(x + 2)$.
3. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-5; 5]$.

b. En déduire les variations de f sur $[-5; 5]$.
4. Déterminer la valeur de x pour laquelle la fonction f admet un maximum sur $[-5; 5]$ et en préciser la valeur.

EXERCICE 2

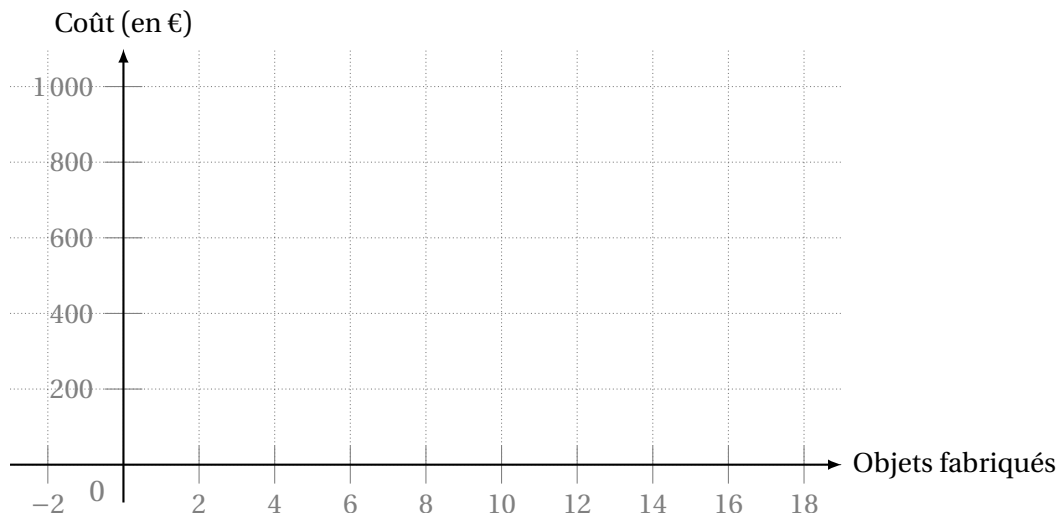
Dans le cours, il est spécifié qu'une fonction f polynômiale de degré 3 admet au maximum trois racines distinctes. Mais f peut-elle admettre exactement deux racines distinctes? Justifier avec vos mots.

EXERCICE 3

Une entreprise familiale fabrique des objets en bois. On suppose qu'elle vend tous les objets qu'elle fabrique. La fabrication peut varier entre 0 et 18 objets. On appelle x le nombre d'objets fabriqués et vendus par l'entreprise. Le coût de fabrication en euros d'un nombre x d'objets, est donné par la fonction f définie par

$$f(x) = 0,5x^3 - 12x^2 + 105,5x + 68$$

1. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessous.



2. a. Quels sont les coûts fixes de cette entreprise?
 b. Donner le coût de fabrication de 6 objets.
 c. Pour combien d'objets produits le coût de fabrication est-il de 400 €?

3. Chaque objet fabriqué est vendu en moyenne 50 €.
- a. Donner l'expression de la fonction recette g en fonction du nombre d'objets x

- b. Tracer la courbe représentative de g dans le repère ci-dessus.
- c. Déterminer graphiquement l'intervalle sur lequel l'entreprise réalise un bénéfice. Justifier la réponse.

4. On considère la fonction $h : x \mapsto f(x) - g(x)$.
- a. Déterminer l'expression de h en fonction de x

- b. Que représente la fonction h dans le contexte de cet exercice?

- c. Calculer les images de -1 , 8 et 17 par la fonction h

- d. En déduire l'expression factorisée de h en fonction de x . Justifier.

- e. Pour combien d'objets fabriqués l'entreprise est-elle rentable?
