

# 函数拟合实验报告

王蔚达 2151300

## 问题描述

根据理论和实验证明，一个两层的ReLU网络能够模拟任何函数。本实验定义了一个目标函数，并使用基于ReLU的神经网络来进行拟合。

## 函数定义

目标函数选取为  $\sin(x)$ ，这是因为  $\sin(x)$  是一个周期性的、连续的函数，具有一定的挑战性，同时也是一个常见的测试非线性函数拟合能力的选择。同时，也选取了  $x^3 + 3x^2 + 1$  作为常用的多项式函数的代表。

## 数据采集

我们在  $[-\pi, \pi]$  区间内均匀采样了700个点作为训练数据，另外采样了300个点作为测试数据。这样可以保证模型在整个定义域内都有良好的拟合能力。训练数据用于模型的学习，而测试数据用于验证模型对于未见数据的预测能力。

## 模型描述

本实验中使用的模型是一个简单的两层神经网络，其中第一层为隐藏层，使用了ReLU（Rectified Linear Unit）作为激活函数。ReLU函数的选择是因为其简单高效且在实践中表现良好，尤其是在处理非线性问题时。

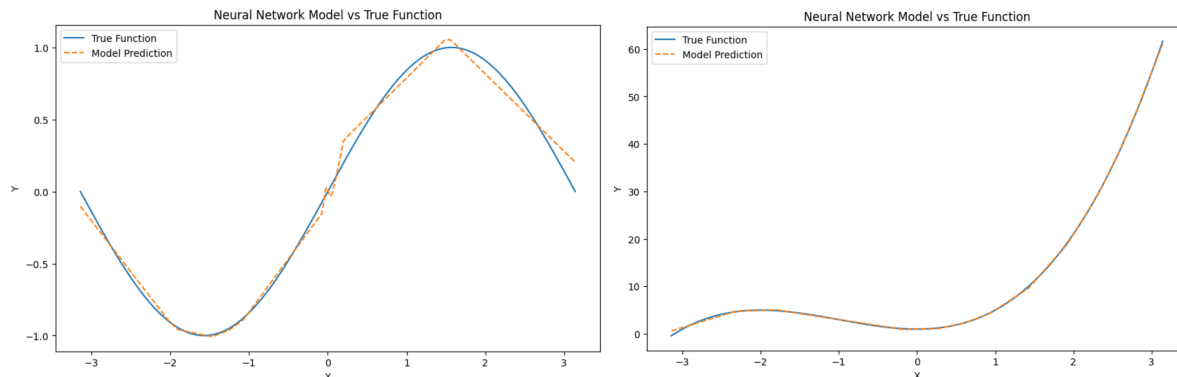
具体地，模型的结构如下：

- 输入层：**接受单一输入（ $x$ 值）
- 隐藏层：**包含30个神经元，使用ReLU作为激活函数
- 输出层：**单一输出，预测的  $\sin(x)$ （或  $x^3 + 3x^2 + 1$ ）值

模型通过最小化均方误差（MSE）损失来训练，使用梯度下降法更新权重和偏置。

## 拟合效果

训练完成后，模型在测试集上的表现通过与真实  $\sin(x)$ （ $x^3 + 3x^2 + 1$ ）函数值的比较来评估。可视化结果显示，神经网络模型成功学习了目标函数的波形，与真实的  $\sin(x)$ （ $x^3 + 3x^2 + 1$ ）函数曲线吻合较为紧密，证明了使用基于ReLU的两层神经网络对于复杂函数的强大拟合能力。



通过本实验，我们验证了理论上的预期，即通过适当的训练，一个简单的两层ReLU神经网络能够有效拟合复杂的非线性函数，如  $\sin(x)$ （或  $x^3+3x^2+1$ ）。这进一步说明了深度学习模型特别是神经网络在函数近似上的强大能力和潜力。