院系________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线

第四章　随机变量的数字特征同步测试 A 卷

一、选择题(1 ～ 5 小题,每题 4 分,共 20 分)

(1) 设随机变量 X,Y 相互独立,且 $X \sim B(16,0.5)$,$Y \sim P(9)$,则 $D(X-2Y+1)=$ (　　)

(A) -14　　(B) 13　　(C) 40　　(D) 41

(2) 已知随机变量 X 的分布律为

X	-2	1	x
P	$\frac{1}{4}$	p	$\frac{1}{4}$

且 $EX=1$,则常数 $x=$ (　　)

(A) 2　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 8

(3) 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
1	$\frac{1}{3}$	0

则 (X,Y) 的协方差 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$ (　　)

(A) $-\frac{1}{9}$　　(B) 0　　(C) $\frac{1}{9}$　　(D) $\frac{1}{3}$

(4) 设 X 是一随机变量,$EX=\mu$,$DX=\sigma^2$($\mu,\sigma>0$ 常数),则对任意常数 c,必有 (　　)

(A) $E(X-c)^2=EX^2-c^2$　　(B) $E(X-c)^2=E(X-\mu)^2$

(C) $E(X-c)^2<E(X-\mu)^2$　　(D) $E(X-c)^2 \geqslant E(X-\mu)^2$

(5) 设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布,且它们不相关,则 (　　)

(A) X 与 Y 一定独立　　(B) (X,Y) 服从二维正态分布

(C) X 与 Y 未必独立　　(D) $X+Y$ 服从一维正态分布

二、填空题(6 ～ 10 小题,每题 4 分,共 20 分)

(6) 已知 $EX=-1$,$DX=3$,则 $E(3X^2-2)=$ ________.

(7) 设 X_1,X_2,Y 均为随机变量,已知 $\mathrm{Cov}(X_1,Y)=-1$,$\mathrm{Cov}(X_2,Y)=3$,则 $\mathrm{Cov}(X_1+2X_2,Y)=$ ________.

(8) 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数,每次射中目标的概率为 0.4,则 X^2 的数学期望 $EX^2=$ ________.

(9) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{4}{x^2}, & x \geqslant 2,\\ 0, & x<2.\end{cases}$ 则 X 的数学期望 $EX=$ ________.

(10) 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立，且都服从参数为 λ 的泊松分布，令 $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$，则 Y^2 的数学期望等于________.

三、解答题(11 ～ 16 小题，每题 10 分，共 60 分)

(11) 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	1	2
0	0.1	0.2	0.1
1	0.2	α	β

且已知 $EY = 1$，试求：(Ⅰ) 常数 α, β；(Ⅱ) $E(XY)$；(Ⅲ) EX.

(12) 已知随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(1,3^2)$ 和 $N(0,4^2)$，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$，设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$，

(Ⅰ) 求 Z 的数学期望 EZ 和方差 DZ；

(Ⅱ) 求 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ}.

(13) 设 X,Y 相互独立,其密度函数分别为 $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-(y-5)}, & y>5,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 求 $E(XY)$.

(14) 设两个随机变量相互独立,且都服从均值为 0,方差为 $\frac{1}{2}$ 的正态分布,求随机变量 $|X-Y|$ 的方差.

(15) 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2,机器发生故障时全天停止工作,若一周 5 个工作日里无故障,可获利润 10 万元;发生一次故障仍可获利润 5 万元;发生二次故障所获利润 0 元;发生三次或三次以上故障就要亏损 2 万元.求一周内利润期望是多少?

(16) 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} ye^{-(x+y)}, & x,y>0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ 判断 X,Y 是否不相关,是否独立.