课前复习：

1.导数的运算法则：

$(1)(u \pm v)' = u' \pm v'$, $(2)(uv)' = u'v + uv'$,

$(3)\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$,其中$v \neq 0$

$y = f(u)$及$u = \varphi(x)$必须是基本初等函数

2.复合函数求导法：

求导要点：$y = f\left[\varphi(x)\right] \xrightarrow[\text{及}u=\varphi(x)\text{构成}]{\text{由}y=f(u)} y' = f'(u) \cdot \varphi'(x)$

只要是复合函数，就必引入u，只要引入u，就必乘以u'.

§3.1 高阶导数

要求：理解高阶导数定义，会求二阶导数

复习一阶导数定义

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

给出二阶导数定义

若 $f'(x)$可导，则

$$\left[f'(x)\right]'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f'(x+\Delta x)-f'(x)}{\Delta x}=f''(x)$$

以此类推，可得到n阶导数，n阶导数记为 $f^{(n)}(x)$，$y^{(n)}$或$\dfrac{\mathrm{d}^n y}{\mathrm{d}x^n}$.

二阶及二阶以上的导数统称为高阶导数.

补充例题　求下列函数的二阶导数：

$$(1)\ f(x)=x^3-4x^2+5$$

先求函数的一阶导数$f'(x)$

解 $y'=3x^2-8x$

$y''=6x-8$

在函数的一阶导数$f'(x)$的基础上再求一阶导数$[f'(x)]'=f''(x)$

$$(2)\ f(x)=(1+x^2)\arctan x$$

解 $f'=(1+x^2)'\arctan x+(1+x^2)(\arctan x)'$

$=2x\arctan x+1$

$f''=(2x\arctan x+1)'=(2x)'\arctan x+2x(\arctan x)'$

$$=2\arctan x+\frac{2x}{1+x^2}$$

从计算可以看出，基本求导公式的重要性，凡是求导数都要用，后面计算积分也要用这些公式.

例3.12 求函数$f(x)=2xe^{x^2}$的三阶导数. $(P48)$

解 $f'(x)=[2xe^{x^2}]'=2[(x)'e^{x^2}+xe^{x^2}(x^2)']$ 公式:$(uv)'=u'v+uv'$

$$=2(1+2x^2)e^{x^2}$$

$$f''(x)=[2(1+2x^2)e^{x^2}]'=2[(1+2x^2)'e^{x^2}+(1+2x^2)(e^{x^2})']$$

$$=(12x+8x^3)e^{x^2}$$

$$f'''(x)=[(12x+8x^3)e^{x^2}]'=(12x+8x^3)'e^{x^2}+(12x+8x^3)(e^{x^2})'$$

$$=4(3+12x^2+4x^4)e^{x^2}$$

总之，求高阶导数就是一阶，二阶的计算，没有计算技巧，按步就班.

求n阶导数的方法，逐阶求导，由低阶到高阶，总结规律，写出结果，必要时用数学归纳法证明.

例3.13　已知物体的运动规律为 $s(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$，其中$A,\omega,\varphi$为常数，求物体的运动速度与加速度.　（P48）

解　已知运动速度是运动方程的一阶导数，

加速度是运动方程的二阶导数；

本题实际上是计算一、二阶导数

所以，$v(t)=s'(t)=A\cos(\omega t+\varphi)\cdot(\omega t+\varphi)' = A\omega\cos(\omega t+\varphi)$

$$a(t)=v'(t)=\left[A\omega\cos(\omega t+\varphi)\right]' = A\omega\left[\cos(\omega t+\varphi)\right]'$$

$$=-A\omega^2\sin(\omega t+\varphi)$$

通过本例要学会导数的物理意义：

$\boxed{\text{物体运动方程的一阶导数表示速度，二阶导数表示加速度.}}$

补充例题　求下列函数的n阶导数.

$(1)\ y=\sin x$　　$(2)\ y=a^{x}$, 其中$a>0$且$a\neq 1$

不要求会，有兴趣的同学自己看.

课堂练习

求下列函数的二阶导数

$(1)\ y=e^{-x}$

$(2)\ y=x\sin x$

$(3)\ y=\ln\left(1+x^{2}\right)$

作业　教材P48

写在作业本上　1 $(2), (4), (6)$

选做　3^{*} $(1), (2)$