

第五章 大数定律及中心极限定理同步测试 A 卷

一、选择题(1~4 小题,每题 6 分,共 24 分)

(1) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是独立同分布的随机变量序列,且

X_i	0	1
P	$1-p$	p

$i = 1, 2, \dots, 0 < p < 1$, 令 $Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{Y_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq 1\right\} = \quad (\quad)$$

- (A) 0 (B) $\Phi(1)$ (C) $1 - \Phi(1)$ (D) 1

(2) 假设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布且 $EX_n = 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\sum_{i=1}^n X_i < n\right\} = (\quad)$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

(3) 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_{50} 相互独立, 且 X_i 服从泊松分布 $P(0.1)$, $i = 1, 2, \dots, 50$, 则

$\sum_{i=1}^{50} X_i$ 近似服从 ()

- (A) $N(5, 5)$ (B) $N(\frac{1}{5}, \frac{1}{5})$
(C) $N(5, \frac{1}{5})$ (D) $N(0.1, \frac{1}{500})$

(4) 设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, $X_i = \begin{cases} 0, A \text{ 不发生,} \\ 1, A \text{ 发生} \end{cases} (i = 1, 2, \dots, 100)$, 且 $P(A) = 0.8$,

X_1, X_2, \dots, X_{100} 相互独立, 令 $Y = \sum_{i=1}^{100} X_i$, 则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于 ()

- (A) $\Phi(y)$ (B) $\Phi(\frac{y-80}{4})$
(C) $\Phi(16y+80)$ (D) $\Phi(4y+80)$

二、填空题(5~8 小题,每题 6 分,共 24 分)

(5) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布, $EX_i = \mu$, $DX_i = \sigma^2$, 令 $Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则对任意正数 ϵ ,

有 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|Z_n - \mu| \leq \epsilon\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(6) 设随机变量 $X \sim U[0, 1]$, 由切比雪夫不等式可得 $P\{|X - \frac{1}{2}| \geq \frac{1}{\sqrt{3}}\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$.

(7) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布, $EX_i = \mu, DX_i = \sigma^2 > 0$, 则对于任意实数 x ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \leq x\right\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(8) 设随机变量 $X \sim B(100, 0.2)$, 应用中心极限定理可得 $P\{X \geq 30\} \approx \underline{\hspace{2cm}}$. (附表:
 $\Phi(2.5) = 0.9938$)

三、解答题(9 ~ 12 小题, 每题 13 分, 共 52 分)

(9) 某市有 50 个无线寻呼台, 每个寻呼台在每分钟内收到的电话呼叫次数服从参数 $\lambda = 0.05$ 的泊松分布, 则该市在某时刻一分钟内的呼叫次数的总和大于 3 次的概率.

附表: $\Phi(0.3162) = 0.6255, \Phi(0.3262) = 0.6293$.

(10) 设某供电网有 10000 盏灯, 夜晚每一盏灯开灯的概率都是 0.7, 而所有电灯开或关是彼此独立的, 试用切比雪夫不等式估计夜晚同时开着的灯数在 6800 到 7200 的概率.

- (11) 调整某种仪表 200 台, 调整无误的概率为 0, 设调整过大或过小的概率都是 $\frac{1}{2}$, 问调整过大的仪表在 95 台到 105 台之间的概率是多少?

附表: $\Phi(0.7071) = 0.7611, \Phi(0.7171) = 0.7642$.

(12) 设随机变量 $X \sim B(100, 0.2)$, 求 $P\{X \leq 20\}$.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
P	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

(13) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(14) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(15) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(16) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(17) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(18) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(19) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(20) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(21) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(22) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(23) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(24) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(25) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(26) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(27) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(28) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(29) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(30) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(31) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(32) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(33) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(34) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(35) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(36) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(37) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(38) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(39) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(40) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(41) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(42) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(43) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(44) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(45) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(46) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(47) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(48) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(49) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X > 1\}$.

(50) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 求 $P\{X < -1\}$.

(12) 对敌人的阵地进行 100 次射击, 每次射击时命中目标的炮弹数是一个随机变量, 其数学期望为 2, 均方差为 1.5, 求在 100 次射击中有 180 颗到 220 颗炮弹命中目标的概率.

附表: $\Phi(1.33) = 0.9082, \Phi(1.34) = 0.9099$.

X_i	0	1
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\bar{Y}_n - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \leq 1\right\} =$$

(2) 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立且 $EX_i = \mu, \lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\sum_{i=1}^n X_i < n\mu\right\} = 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\sum_{i=1}^n X_i > n\mu\right\} =$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 1

(3) 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立, 且 X_i 服从标准正态分布 $N(0, 1), i = 1, 2, \dots, n$, 则

- (A) $N(0, 1)$ (B) $N(0, \frac{1}{n})$ (C) $N(0, \frac{1}{n^2})$ (D) $N(0, \frac{1}{n^3})$

(4) 设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立, $X_i \sim N(0, 1), i = 1, 2, \dots, n$, 则 $P\{X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq 0\} =$

(5) 设某供电网有 10000 盏灯, 每盏灯开灯的概率都是 $\frac{1}{2}$, 且所有灯的开闭是彼此独立的, 求该供电网同时开灯的灯数 X 的分布列.

- (A) $\Phi(\frac{\sqrt{n}}{2})$ (B) $\Phi(\frac{\sqrt{n}}{4})$ (C) $\Phi(\frac{\sqrt{n}}{8})$ (D) $\Phi(\frac{\sqrt{n}}{16})$

(6) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立, $EX_i = \mu, DX_i = \sigma^2, \lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\sum_{i=1}^n X_i < n\mu\right\} = 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\sum_{i=1}^n X_i > n\mu\right\} =$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 1