第五章　大数定律及中心极限定理同步测试A卷

一、选择题(1～4小题,每题6分,共24分)

(1) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是独立同分布的随机变量序列,且

X_i	0	1
P	$1-p$	p

$i=1,2,\cdots, 0<p<1$,令 $Y_n=\sum_{i=1}^{n} X_i, \Phi(x)$ 为标准正态分布函数,则 $\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{Y_n-np}{\sqrt{np(1-p)}} \leqslant 1\right\}=$ （　　）

(A) 0　　(B) $\Phi(1)$　　(C) $1-\Phi(1)$　　(D) 1

(2) 假设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 独立同分布且 $EX_n=0$,则 $\lim_{n\to\infty} P\left\{\sum_{i=1}^{n} X_i<n\right\}=$ （　　）

(A) 0　　(B) $\frac{1}{4}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) 1

(3) 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_{50}$ 相互独立,且 X_i 服从泊松分布 $P(0.1), i=1,2,\cdots,50$,则 $\sum_{i=1}^{50} X_i$ 近似服从 （　　）

(A) $N(5,5)$　　(B) $N(\frac{1}{5}, \frac{1}{5})$

(C) $N(5, \frac{1}{5})$　　(D) $N(0.1, \frac{1}{500})$

(4) 设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数,$X_i=\begin{cases}0, A\text{ 不发生}, \\ 1, A\text{ 发生}\end{cases}(i=1,2,\cdots,100)$,且 $P(A)=0.8$,$X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ 相互独立,令 $Y=\sum_{i=1}^{100} X_i$,则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于 （　　）

(A) $\Phi(y)$　　(B) $\Phi(\frac{y-80}{4})$

(C) $\Phi(16y+80)$　　(D) $\Phi(4y+80)$

二、填空题(5～8小题,每题6分,共24分)

(5) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 独立同分布,$EX_i=\mu, DX_i=\sigma^2$,令 $Z_n=\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$,则对任意正数 ε,有 $\lim_{n\to\infty} P\{|Z_n-\mu| \leqslant \varepsilon\}=$ ______.

(6) 设随机变量 $X \sim U[0,1]$,由切比雪夫不等式可得 $P\{|X-\frac{1}{2}| \geqslant \frac{1}{\sqrt{3}}\} \leqslant$ ______.

院系______　班级______　姓名______　学号______

密　封　线

(7) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 独立同分布，$EX_i=\mu,DX_i=\sigma^2>0$，则对于任意实数 x，

$$\lim_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\leqslant x\right\}=\underline{\qquad\qquad}.$$

(8) 设随机变量 $X\sim B(100,0.2)$，应用中心极限定理可得 $P\{X\geqslant 30\}\approx$ ________.（附表：$\Phi(2.5)=0.9938$）

三、解答题(9～12 小题，每题 13 分，共 52 分)

(9) 某市有 50 个无线寻呼台，每个寻呼台在每分钟内收到的电话呼叫次数服从参数 $\lambda=0.05$ 的泊松分布，则该市在某时刻一分钟内的呼叫次数的总和大于 3 次的概率.

附表：$\Phi(0.3162)=0.6255$，$\Phi(0.3262)=0.6293$.

(10) 设某供电网有 10000 盏灯，夜晚每一盏灯开灯的概率都是 0.7，而所有电灯开或关是彼此独立的，试用切比雪夫不等式估计夜晚同时开着的灯数在 6800 到 7200 的概率.

(11) 调整某种仪表 200 台，调整无误的概率为 0，设调整过大或过小的概率都是$\frac{1}{2}$，问调整过大的仪表在 95 台到 105 台之间的概率是多少？

附表：$\Phi(0.7071)=0.7611$，$\Phi(0.7171)=0.7642$.

(12) 对敌人的阵地进行 100 次射击，每次射击时命中目标的炮弹数是一个随机变量，其数学期望为 2，均方差为 1.5，求在 100 次射击中有 180 颗到 220 颗炮弹命中目标的概率.

附表：$\Phi(1.33) = 0.9082$，$\Phi(1.34) = 0.9099$.