第二章 极限与连续 小结

本章主要内容

1. 求函数的极限

求极限方法一：用四则运算法则

求极限方法二：用无穷小的运算法则

求极限方法三：因式分解，约去零因子

求极限方法四：去根号

求极限方法五：用公式

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots}{b_0x^m+b_1x^{m-1}+\cdots}=\begin{cases}0 & n<m\\ \dfrac{a_0}{b_0} & n=m\\ \infty & n>m\end{cases}$$

求极限方法九：利用两个重要求极限

求极限方法十：用无穷小等价代换求极限

当$x\to 0$时，常用的等价无穷小量有（见教材**P29**）

(1) $\sin x \sim \arcsin x \sim \tan x \sim \arctan x \sim x$ (2) $1-\cos x \sim \frac{1}{2}x^2$

(3) $\ln(1+x) \sim x$ (4) $e^x - 1 \sim x$ (5) $\sqrt[n]{1+x} - 1 \sim \frac{1}{n}x$

利用等价无穷小，以简代繁，使求极限变得简单.

2. 函数的连续性

(1) 理解函数连续定义

(2) 记住结论：一切初等函数在其定义区间内都连续

(3) 理解闭区间上连续函数的性质

对于函数连续的问题，我们不做深入研究.

出些有难度的题，选做

$$(1)\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-2}{3n^2+4}\right)^{n(n+1)} \qquad (2)\lim_{n\to\infty}\frac{n^3\sin\frac{1}{n}}{3n^2+4} \qquad (3)\lim_{x\to 0}\frac{\csc x-\cot x}{x}$$

$$(4)\lim_{x\to\infty}x(e^{\frac{1}{x}}-1) \qquad (5)\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x^2}{x^2\sin^2 x} \qquad (6)\lim_{x\to\infty}\frac{(4x^2-3)^3(3x+4)^4}{(6x^2+5)^5}$$

$$(7)\lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) \qquad (8)\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3} \qquad (9)\lim_{x\leftarrow\infty}\left(\frac{3+x}{6+x}\right)^{\frac{x-1}{2}}$$

自己做，不会在课堂上讲，难度超出大纲要求.