学院：________ 专业：________ 班级：________ 姓名：________ 学号：________

装 订 线

浙江海洋大学 2019–2020 学年第 一 学期

《概率统计 A》 第三章试卷（A 卷）

（适用班级 经管类 ）　　　　　　　　　　考试时间： 100 分钟

一	二	三	总 分

一、单选题 (共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

1. 设 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
2	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

, 则 $P\{XY=2\}=$ ( )

(A) $\frac{1}{5}$;　(B) $\frac{3}{10}$;　(C) $\frac{1}{2}$;　(D) $\frac{3}{5}$.

2. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}4xy, 0\leqslant x\leqslant 1, & 0\leqslant y\leqslant 1,\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$,

则当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时, (X,Y) 关于 X 的边缘概率密度为 $f_X(x)=$ ( )

(A) $\frac{1}{2x}$;　(B) $2x$;　(C) $\frac{1}{2y}$;　(D) $2y$.

3. 二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数是 $f(x,y)$, 分布函数是 $F(x,y)$, 关于 X, Y 的边缘分布函数是 $F_X(x)$, $F_Y(y)$, 则 $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$, $\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$, $\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$ 分别为 ( )

(A) 0, $F_X(x)$, $F_Y(y)$　　(B) 1, $F_Y(x)$, $F(x,y)$

(C) $f(x,y)$, $F(x,y)$, $F_Y(y)$　　(D) 1, $F_X(x)$, $F(x,y)$

4. 设随机变量 X, Y 独立同分布且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布函数为 ( )

(A) $F(z)^2$;　　(B) $F(x)F(y)$;

(C) $1-[1-F(z)]^2$;　　(D) $[1-F(x)][1-F(y)]$.

5. 设 $X\sim N(-1,2)$, $Y\sim N(1,3)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X+2Y\sim$ ( )

(A) $N(1,8)$;　(B) $N(1,14)$;　(C) $N(1,22)$;　(D) $N(1,40)$.

二、填空题 (共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

1. 设 X 和 Y 为两个随机变量, 且 $P\{X\geqslant 0, Y\geqslant 0\}=\frac{3}{7}$, $P\{X\geqslant 0\}=P\{Y\geqslant 0\}=\frac{4}{7}$, 则 $P\{\max\{X,Y\}\geqslant 0\}=$ ___ .

2. 设随机变量 $X_i \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, $(i = 1,2)$, 且满足 $P\{X_1X_2 = 0\} = 1$, 则 $P\{X_1 = X_2\} =$ ___ .

3. 设平面区域 D 由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 及直线 $y = 0$, $x = 1$, $x = \mathrm{e}^2$ 所围成. 二维随机变量 (X, Y) 在区域 D 上服从均匀分布, 则 (X, Y) 关于 X 的边缘概率密度在 $x = 2$ 处的值为 ___ .

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则 $P\{\max\{X, Y\} \leqslant 1\} =$ ___ .

5. 设随机变量 $(X, Y) \sim N(0, 2^2, 1, 3^2, 0)$, 则 $P\{|2X - Y| \geqslant 1\} =$ _______ .

三、解答题 (共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分．要求写出详细步骤)

1. 已知随机变量 X 和 Y 的联合概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leqslant x \leqslant 1, 0 \leqslant y \leqslant 1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

求 X 和 Y 的联合分布函数 $F(x, y)$.

2. 袋中有 1 个红球, 2 个黑球, 3 个白球, 现有放回地从袋中取球两次, 每次取一球, 以 X, Y, Z 分别表示两次取到的红、黑、白球的个数.

(I) 求 $P\{X = 1 \mid Z = 0\}$;　(II) 求二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律.

3. 设 (X,Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$

求 (I) X, Y 的边缘分布律;　(II) $Z=X+Y$ 的分布律.

4. 设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} Axy^2, & 0<x<1, 0<y<1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

求 (I) 常数 A;　(II) 证明 X 与 Y 相互独立.

5. 设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0\leqslant x\leqslant y, 0\leqslant y\leqslant 1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$ 求 $P\{X\leqslant \frac{1}{2}\}$.

6. 设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-y}, & 0\leqslant x\leqslant 1, y\geqslant 0,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$ 求 $Z=2X+Y$ 的密度函数 $f_Z(z)$.