

二. 极限与连续(一) (6 学时)

1. 无穷小与高阶无穷小关系
2. 等价无穷小与推广等价无穷小
3. 极限四则运算、两类重要极限以及常用极限结论
4. 洛必达法则计算极限
5. 泰勒展开计算极限
6. 夹逼准则求解数列极限与函数极限
7. 函数在定点连续与间断

[例题精选]

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arcsin x}{x^3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - \sin x}{x^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + 2^x + 3^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+\frac{1}{2}} + \cdots + \frac{1}{n+\frac{1}{n}} \right)$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + 2^n + 3^n}$$

6. 设 $a_1 = \sqrt{6}, a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$, 证明数列 $\{a_n\}$ 收敛并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

7. 求 ① $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ ② $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \arcsin x}{\tan x - \sin x}$

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln \cos x}{x^a}, & x \neq 0 \\ b, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 求非零常数 a, b 的值

10. 若函数 $f(x) = \frac{x}{e^{ax} + b}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
求 a, b 的值