

三. 导数与微分(一) (6 学时)

提高班大纲要求:

1.全部章节内容

- (1) 导数定义式与其潜在的细节问题;
- (2) 复合函数求导法, 隐函数求导法, 反函数求导法, 参数式函数求导法;
- (4) 高阶导数, 莱布尼兹求导公式以及泰勒公式;
- (5) 利用微分估值以及微分变体运用.

2.第一次课内容要求

- (1) 导数定义式与其潜在的细节问题;
- (2) 复合函数求导法, 隐函数求导法, 反函数求导法, 参数式函数求导法;

1. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导且满足 $f(1)=0$, $f'(1)=1$, 求

(1) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x}$

(2) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1-x)}{x}$

2. 设 $f(x) = x(x+1)(x+2) \cdots (x+2018)$, 求 $f'(0)$, $f^{(2018)}(0)$ 和 $f^{(2019)}(0)$

3. 设 $f(x) = \frac{(x+1)(x+2)\cdots(x+2018)}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2018)}$, 求 $f'(-2)$

4. 设 $f(x)$ 二阶可导且 $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = 2$

令 $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 若 $g(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 求 a 的值和 $g'(0)$

5. 设 $y = x^{\sin(2x) + \frac{1}{x}}$, 求 y'

6. 设 $y = e^x + \ln(1+x)$, $x = \varphi(y)$ 是 $y = y(x)$ 的反函数, 求 $\varphi'(y)$

7. 设 $y = y(x)$ 由 $2^{xy} = x + y$ 确定, 求 $dy|_{x=0}$

8. 参数方程 $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$, t 为参数, $a > 0$, 求 $\frac{dy}{dx}$

9. 求下列函数的导数

(1) $y = \log_x^{\sin x} (x \in (0, 1))$

(2) $y = \arctan x \cdot \ln(1 + x^2) - \sqrt{1 - e^{x^2}}$