

第四章 随机变量的数字特征同步测试 A 卷

一、选择题 (1~5 小题, 每题 4 分, 共 20 分)

(1) 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $X \sim B(16, 0.5), Y \sim P(9)$, 则 $D(X - 2Y + 1) =$

()

(A) -14

(B) 13

(C) 40

(D) 41

(2) 已知随机变量 X 的分布律为

X	-2	1	x
P	$\frac{1}{4}$	p	$\frac{1}{4}$

且 $EX = 1$, 则常数 $x =$

()

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8

(3) 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
1	$\frac{1}{3}$	0

则 (X, Y) 的协方差 $Cov(X, Y) =$

()

(A) $-\frac{1}{9}$

(B) 0

(C) $\frac{1}{9}$

(D) $\frac{1}{3}$

(4) 设 X 是一随机变量, $EX = \mu, DX = \sigma^2 (\mu, \sigma > 0 \text{ 常数})$, 则对任意常数 c , 必有

()

(A) $E(X - c)^2 = EX^2 - c^2$

(B) $E(X - c)^2 = E(X - \mu)^2$

(C) $E(X - c)^2 < E(X - \mu)^2$

(D) $E(X - c)^2 \geq E(X - \mu)^2$

(5) 设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布, 且它们不相关, 则

()

(A) X 与 Y 一定独立

(B) (X, Y) 服从二维正态分布

(C) X 与 Y 未必独立

(D) $X + Y$ 服从一维正态分布

二、填空题 (6~10 小题, 每题 4 分, 共 20 分)

(6) 已知 $EX = -1, DX = 3$, 则 $E(3X^2 - 2) =$ _____.

(7) 设 X_1, X_2, Y 均为随机变量, 已知 $Cov(X_1, Y) = -1, Cov(X_2, Y) = 3$, 则 $Cov(X_1 + 2X_2, Y) =$ _____.

(8) 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数, 每次射中目标的概率为 0.4, 则 X^2 的数学期望 $EX^2 =$ _____.

(9) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{4}{x^2}, & x \geq 2, \\ 0, & x < 2. \end{cases}$ 则 X 的数学期望 $EX =$ _____.

- (10) 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 且都服从参数为 λ 的泊松分布, 令 $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$, 则 Y^2 的数学期望等于_____.

三、解答题(11 ~ 16 小题, 每题 10 分, 共 60 分)

- (11) 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.1	0.2	0.1
1	0.2	α	β

且已知 $EY = 1$, 试求: (I) 常数 α, β ; (II) $E(XY)$; (III) EX .

- (12) 已知随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(1, 3^2)$ 和 $N(0, 4^2)$, 且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$, 设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$,

- (I) 求 Z 的数学期望 EZ 和方差 DZ ;
 (II) 求 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ} .

- (13) 设 X, Y 相互独立, 其密度函数分别为 $f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-(y-5)}, & y > 5, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \text{ 求 } E(XY).$$

	Y	
X		
1.0	0.2	0.1
2.0	0.1	0.2
3.0	0.1	0.2
4.0	0.1	0.2
5.0	0.1	0.2
6.0	0.1	0.2
7.0	0.1	0.2
8.0	0.1	0.2
9.0	0.1	0.2
10.0	0.1	0.2

- (14) 设两个随机变量相互独立, 且都服从均值为 0, 方差为 $\frac{1}{2}$ 的正态分布, 求随机变量 $|X - Y|$ 的方差.

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$

- (15) 设 X 是一随机变量, $EX = \mu$, $DX = \sigma^2$ ($\sigma > 0$), 则对任意常数 a , 必有

- (A) $E(X-a)^2 < E(X-\mu)^2$ (B) $E(X-a)^2 > E(X-\mu)^2$ (C) $E(X-a)^2 = E(X-\mu)^2$ (D) $E(X-a)^2 \geq E(X-\mu)^2$

- (16) 设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布, 且它们不相关, 则

- (A) X 与 Y 一定独立 (B) X 与 Y 未必独立 (C) X 与 Y 未必独立 (D) X 与 Y 一定独立

- (17) 已知 $EX = -1$, $DX = 1$, 则 $E(3X^2 - 2) =$

- (18) 设 X_1, X_2, Y 均为随机变量, 已知 $\text{Cov}(X_1, Y) = -1$, $\text{Cov}(X_2, Y) = 3$, 则 $\text{Cov}(X_1 + 2X_2, Y) =$

- (19) 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数, 每次命中目标的概率为 0.4, 则 X^2 的数学期望 $EX^2 =$

- (20) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x}, & x > 1, \\ 0, & x \leq 1. \end{cases}$ 则 X 的数学期望 $EX =$

- (15) 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2, 机器发生故障时全天停止工作, 若一周 5 个工作日里无故障, 可获利润 10 万元; 发生一次故障仍可获利润 5 万元; 发生二次故障所获利润 0 元; 发生三次或三次以上故障就要亏损 2 万元. 求一周内利润期望是多少?

	Y	0	1	2	3
X	0	1	2	3	4
	1/16	1/8	1/4	1/8	1/16

- (16) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} ye^{-(x+y)}, & x, y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 判断 X, Y 是否不相关, 是否独立.

	Y	0	1	2
X	0	1/3	1/3	1/3
	1	1/3	1/3	1/3