

3、计算 $\int_L (2x - y + 4)dx + (5y + 3x - 6)dy$, 其中 L 为三顶点分别为 $(0,0)$, $(3,0)$, $(3,2)$ 的三角形正向边界。

1. 函数 $z = e^{x^2+y^2}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

2. 函数 $z = xye^{x^2y^2}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

3. 求函数 $z = y + \ln y + \ln x$ 的全微分。

4. 求函数 $z = y^2 \sin x$ 的全微分。

5. 求函数 $z = \ln x^2 + \ln y^2 + xy + 3$ 的全微分。

6. 计算二重积分 $I = \iint_D (3x + 2y) d\sigma$, 其中 D 是由 $y = x$, $y = 2x$, $x = 1$ 所围成的区域。

7. 计算二重积分 $I = \iint_D xy^2 d\sigma$, 其中 D 是由抛物线 $y^2 = 4x$ 和直线 $x = 1$ 所围成的区域。

8. 求二重积分 $\iint_D e^{x^2+y^2} d\sigma$, 其中 $D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9$

9. 计算三重积分 $I = \iiint_G xy^2 z^2 dx dy$, 其中 G 是 $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 4$ 。

10. 计算三重积分 $I = \iiint_G yz^2 \sin x dx dy$, 其中 G 是 $0 < x < \frac{\pi}{2}, 0 < y < 1, 0 < z < 2$ 。

11. 求三重积分 $\iiint_{\Omega} xyz^2 dV$, Ω : 平面 $x = 0, x = 3, y = 0, y = 2, z = 0, z = 2$ 所围区域

12. 求由曲面 $z = 2x^2 + 2y^2$ 及 $z = 6 - x^2 - y^2$ 所围成的立体体积。

13. 判断下列级数的敛散性

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n(n+2)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{1+n^2} \quad \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n-1} \right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+2n} - \sqrt{n^2-3})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n - \ln n}$$

14. 求下列幂级数的收敛半径与收敛域

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2) \cdot 3^n} x^n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^n}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [1 - (-3)^n] x^n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+1)^2}$$



设 $z = e^{\sin xy}$, 则 $dz = y \cos xy e^{\sin xy} dx + x e^{\sin xy} \cos xy dy$.

交换积分次序: $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy = \int_0^2 dy \int_0^y e^{-y^2} dx$.

设 L 是任意一条光滑的闭曲线, 则 $\oint_L 2xy dx + x^2 dy = 0$.

设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 3, 则幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x-1)^{n+1}$ 的收敛区域为 $(-2, 4)$.

设 L : 点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的直线段, 则 $\int_L x^2 ds = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

已知平面 $\pi: x - 2y + z - 4 = 0$ 与直线 $L: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 的位置关系是 ()

设 L 为连接 $(1, 0)$ 与 $(0, 1)$ 两点的直线段, 则 $\int_L (x+y) ds = 0$.

设 L 是连接 $A(1, 0)$ 和 $B(0, 1)$ 的直线段, 则 $\int_L (x+y) ds =$

设向量 $a = (2, 0, -2)$, $b = (3, -4, 0)$, 则 $a \times b =$

椭球面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 15$ 在点 $(1, -1, 2)$ 处的切平面方程为

求下列微分方程的通解

$(x+xy^2)dx - (x^2y+y)dy = 0$

$xy' - x \sin \frac{y}{x} = 0$

$x y' + y = x e^x$

$y'' - y' = x$

$y'' = x \sin x$

$y'' - 5y' + 6y = 0$

$y'' - 4y' + 4y = 0$

求满足微分方程初始条件的特解。

$\cos y dx - (1+e^x) \sin y dy = 0, y|_{x=0} = \frac{\pi}{4}$

求通过三点 $A(0, 4, -5)$, $B(-1, -2, 2)$, $C(4, 2, 1)$ 的平面方程

求经过点 $P(1, 2, -1)$ 且垂直于两平面 $2x - y + 5z + 3 = 0$ 及 $x + 3y - z - 7 = 0$ 的平面方程

求 $\int_L y dx - x dy$, L : 圆周 $x^2 + y^2 = 9$, 逆时针 \rightarrow Green 法.

$\oint_L P dx - Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma = -18\pi$

计算曲线积分 $\int_L \sqrt{y} ds$, 其中 L 是抛物线 $y = x^2$ 上的由原点到 $(1, 1)$ 之间的一段弧.

弧长曲线积分.

$y = 2x, 0 \leq x \leq 2$

$ds = \sqrt{1 + y'^2} dx = \sqrt{1 + 4x^2}$

$\int_0^2 x \sqrt{1 + 4x^2} dx = 10$



扫描全能王 创建

$$1. \frac{\partial z}{\partial x} = 2xe^{x^2+y^2}.$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2ye^{x^2+y^2}.$$

$$2. \frac{\partial z}{\partial x} = y(e^{x^2y^2} + 2x^2y^2e^{x^2y^2}).$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x(e^{x^2y^2} + 2x^2y^2e^{x^2y^2}).$$

$$3. dz = \frac{1}{x}dx + (1 + \frac{1}{y})dy \quad 4. dz = y^2 \cos x dx + 2y \sin x dy.$$

$$5. dz = \frac{2}{x}(\frac{2}{x} + y)dx + (\frac{2}{y} + x)dy.$$

$$6. 0 \leq x \leq 1 \quad x \leq y \leq 2x \quad \int_0^1 dx \int_x^{2x} (3x + 2y) dy = 2.$$

$$7. 0 \leq x \leq 1 \quad -\sqrt{x} \leq y \leq \sqrt{x} \quad \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} (xy^2) dy = \frac{32}{21}.$$

$$8. \begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 1 \leq r \leq 3 \end{cases} \quad \int_0^{2\pi} d\theta \int_1^3 r e^{r^2} dr = e^9 \pi - e.$$

$$9. \int_0^1 \int_0^2 \int_0^4 x^2 y^2 z^2 dx dy dz = \int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^4 xy^2 z^2 dz = \frac{128}{9}.$$

$$10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^1 dy \int_0^2 y z^2 \sin x dz = \frac{4}{3}.$$

$$11. \int_0^3 dx \int_0^2 dy \int_0^2 xy z^2 dz =$$

$$11. \int_0^3 dx \int_0^2 dy \int_0^2 xy z^2 dz = 12.$$



$$13 \textcircled{1} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right).$$

②

$$S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right).$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right).$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{3}{4} \text{ 收敛.}$$

$$\textcircled{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3^{n+1}}{(n+1) \cdot 2^{n+1}} \cdot \frac{n \cdot 2^n}{3^n} = \frac{3}{2} > 1$$

发散.

$$\textcircled{4} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{2n-1} \right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n-1} = \frac{1}{2} < 1 \text{ 收敛.}$$

⑤

⑥ $\frac{1}{n - \ln n}$ 单调递减.

$$\frac{1}{n - \ln n} > \frac{1}{n}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - \ln n} \text{ 发散.}$$

\therefore 原级数条件收敛.

$$14 \textcircled{1} R \in (-3, 3).$$

②.

$$x=3 \text{ 时 } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2} \text{ 收敛.}$$

$$x=-3 \text{ 时 } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+2} \text{ 发散.}$$

$$\therefore R \in (-3, 3].$$

$$R \in [1, 1].$$

收敛

$$\textcircled{3} R \in \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right).$$

$x = -\frac{1}{3}$ 时 发散
 $x = \frac{1}{3}$ 时 收敛

$$\textcircled{4} -1 < x-5 < 1$$

$$4 < x < 6$$

$$\textcircled{1} x=4 \text{ 时 } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)2^{n+1}} \text{ 收敛. } [4, 6).$$

$$x=6 \text{ 时 } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)2^{n+1}} \text{ 收敛}$$

