

这个密码能算出来吗？

头条  
新闻

头条新闻 V 认证

9月6日 22:17 来自 微博 weibo.com

#我们的开学季#据说这是某高校食堂的WiFi，来看看你能连的上吗？🐱

收起 | 查看大图 | 向左旋转 | 向右旋转



@头条新闻

# 本学期高等数学I，共64学时

提出几点要求

- 1、不能缺课，有事要请假；
- 2、上课手机不能发出声音；
- 3、作业每周交一次，不能抄；
- 4、中间有两次测验，计入期末总成绩。  
要认真对待。

## 说明：

1、期末考试的总评成绩包括三部分，平时成绩（20%）随堂测验（40%）和期末考试成绩（40%）；

2、平时成绩指的是课后作业的完成情况和上课的表现情况；

作业完成情况指：写作业的态度、交作业的次数，是否有抄袭现象；

上课的表现情况指：是否回答问题，是否有旷课、迟到、早退、课堂纪律差等。

3、辅导答疑每周一次，时间、地点待定

# 第一章 函数

## §1.1 函数的概念及简单性质

### 一、区间与邻域

#### 1 区间

按区间端点划分： 开区间 $(a, b), (-\infty, +\infty)$ , 闭区间 $[a, b]$   
半开闭区间 $(a, b], [a, b)$

$$(a, b) = \{x | a < x < b\} \quad [a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$$

按区间的长度划分： 有限区间 $(a, b), (a, b], [a, b), [a, b]$   
无限区间 $(-\infty, b], [a, +\infty)$

$$(-\infty, b] = \{x | -\infty < x \leq b\} \quad (-\infty, +\infty) = \{x | -\infty < x < +\infty\}$$

## 2 邻域

(1) 点 $a$ 的 $\delta$ 邻域：以 $a$ 为中心， $\delta$ 为半径的开区间称为点 $a$ 的 $\delta$ 邻域，记为 $U(a, \delta)$ ，如图1.1(a)

$$\begin{aligned} \text{即 } U(a, \delta) &= (a - \delta, a + \delta) = \{ x \mid a - \delta < x < a + \delta \} \\ &= \{ x \mid |x - a| < \delta \} \end{aligned}$$

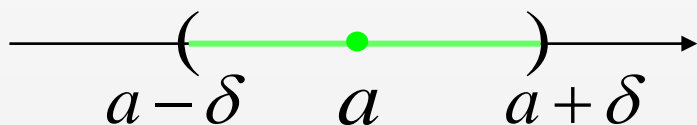


图1.1 (a)

**邻域**实际上就是一个**对称的开区间**

例如：  $U(2, \delta) = (2 - \delta, 2 + \delta)$

若 $\delta=0.01$ ，则 $U(2, 0.01) = (1.99, 2.01)$

## (2) $a$ 的 $\delta$ 去心邻域:

区间  $(a-\delta, a) \cup (a, a+\delta)$  即为  $a$  的  $\delta$  去心邻域, 记为  $\overset{\circ}{U}(a, \delta)$ ,  
即  $\overset{\circ}{U}(a, \delta) = (a-\delta, a) \cup (a, a+\delta)$ , 如图1.1(b)

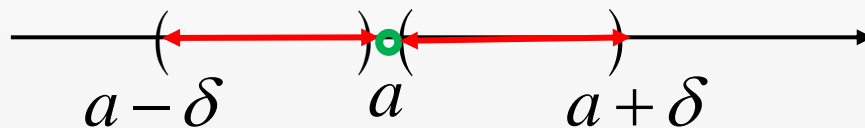


图1.1 (b)

$a$  的  $\delta$  去心邻域  $\overset{\circ}{U}(a, \delta) = \{x \mid 0 < |x - a| < \delta\}$

其中,  $a$  称为邻域中心,  $\delta$  称为邻域半径.

**去心邻域就是两个并联的长度一样的开区间**

例如:  $\overset{\circ}{U}(2, \delta) = (2 - \delta, 2) \cup (2, 2 + \delta)$



## 二、函数

### 1. 函数的概念

定义. 设数集  $D \subset \mathbb{R}$ , 则称映射  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  为定义在  $D$  上的函数, 记为

$$y = f(x), x \in D$$

定义域

$f(D)$  称为值域

因变量

自变量

**要求：会求函数的定义域**

例如 (1)  $y = \sqrt{1-x^2}$

解 开偶次方时, 被开方数要大于等于零

$$\therefore 1-x^2 \geq 0, \quad \text{解得} \quad -1 \leq x \leq 1$$

故定义域为  $-1 \leq x \leq 1$

$$(2) \quad y = \frac{1}{\ln(1+x)}$$

$$(3) \quad y = \sqrt{9-x^2} + \frac{1}{x^2-5x+6}$$

解(2) 真数 $1+x > 0$ , 有 $x > -1$

分母 $\ln(1+x) \neq 0$ , 真数 $1+x \neq 1$ ,  $x \neq 0$

故定义域为:  $x > -1$  且  $x \neq 0$

或表示为:  $\{x | -1 < x < 0 \vee 0 < x < +\infty\}$

解(3) 由 $9-x^2 \geq 0$ , 得 $-3 \leq x \leq 3$ ,

由 $\frac{1}{x^2-5x+6}$ , 得 $x \neq 2$ ,  $x \neq 3$

故函数定义域为:  $-3 \leq x < 2$  或  $2 < x \leq 3$ ,

或表示为:  $\{x | -3 \leq x < 2 \vee 2 < x \leq 3\}$

**注意: 定义域取两个函数定义域的公共部分**



## 2. 函数的表达式 教材P2

(1) 显函数:  $y$  由  $x$  的解析式直接表示, 如  $y = x^3 + 3$

(2) 隐函数:  $y$  和  $x$  之间的对应关系由方程确定,

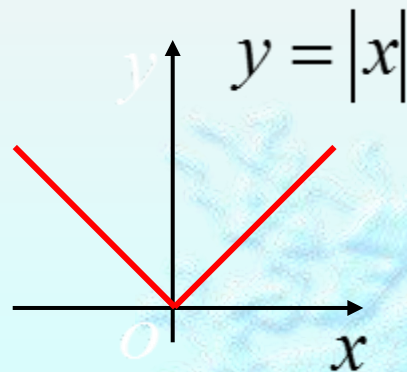
如  $e^x \cos(x + y) = 1$

(3) 分段函数: 在定义域的不同范围内具有不同的数学表达式, 如

绝对值函数 
$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

定义域  $D = \mathbb{R}$

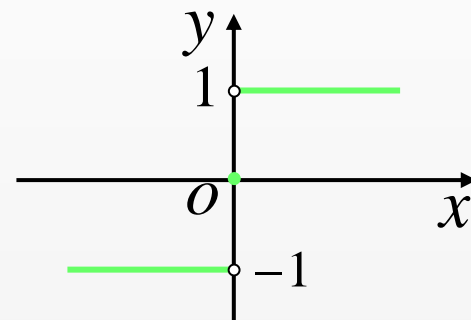
值域  $f(D) = [0, +\infty)$



## 分段函数举例:

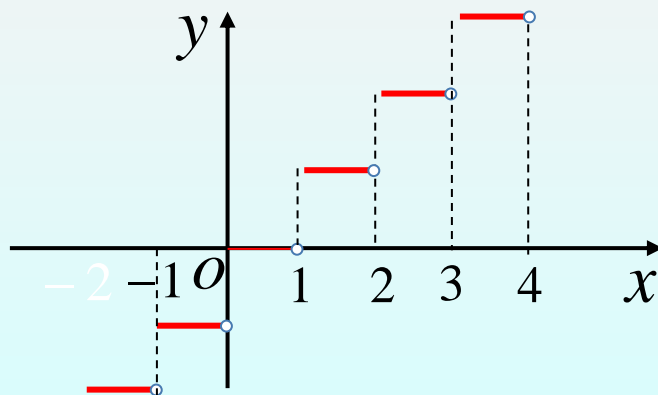
### 符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & \text{当 } x > 0 \\ 0, & \text{当 } x = 0 \\ -1, & \text{当 } x < 0 \end{cases}$$



### 取整函数

$$y = [x] = n, \text{ 当 } n \leq x < n+1, n \in \mathbb{Z}$$



### 三、函数的简单性质 (P3)

#### 1、有界性

例如：  $y = \sin x$   $|\sin x| \leq 1$ , 函数有界

#### 2、单调性

例如：  $y = x^3$ , 在定义域内单调递增

$y = x^2$ , 在  $(-\infty, 0)$  内单调递减,  
 $(0, +\infty)$  内单调递增

### 3、奇偶性

设函数  $y = f(x)$  在  $(-a, a)$  上有定义，对于任意  $x \in (-a, a)$ ,

若  $f(-x) = -f(x)$ , 称  $f(x)$  为奇函数;

若  $f(-x) = f(x)$ , 称  $f(x)$  为偶函数.

例如:  $y = e^x - e^{-x}$  是奇函数,

$$\because f(-x) = e^{(-x)} - e^{-(-x)} = e^{-x} - e^x = -f(x)$$

$y = x^2 + 1$  是偶函数

$$\because f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$$

## 4、周期性

$\forall x \in D, \exists T > 0$ , 且  $x \pm T \in D$ , 若

$$f(x \pm T) = f(x)$$

则称  $f(x)$  为周期函数, 称  $T$  为周期 (一般指最小正周期).

例如:  $y = \sin x$ , 满足  $\sin x = \sin(x + 2\pi) = \sin(x + 4\pi) \cdots$

故周期为  $2\pi$

$y = \tan x$ , 满足  $\tan x = \tan(x + \pi) = \tan(x + 2\pi) \cdots$

所以, 周期为  $\pi$

注: 周期函数不一定存在最小正周期.

例如, 常量函数  $f(x) = C$

作业：P5

必做：3. (1) (4) (5) 5.

在草稿纸上演算： $2^\#$ ,  $8^\#$

选做： $9^*$