**《离散数学》复习题**

1. **单项选择题**

1. 设S={φ,{1},{1,2}}，则有（ ）⊆S

A.{{1,2}} B.{1,2} C.{1} D.{2}

2.设X,Y,Z为任意集合，且X⊕Y={1，2，3},X⊕Z={2，3，4},若2∈Y，则一定有

A. 1∈Z B. 2∈Z C. 3∈Z D, 4∈Z

3.设A,B为集合，当（ ）时，A-B=B

A. A=B B. A⊆B C. B⊆A D. A=B=∅

4. 集合A={{1,2},{1,2,2},{2,1,2,1}}的基数为（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 集合A={1,2,…,10}上的关系R={<x,y>|x+y=10,x,y∈A}，则R满足（ ）

A．自反性； B．对称性； C．传递性； D．反自反性。

6. 设R和S是P上的关系，P是所有人的集合，R={<x,y>|x是y的父亲，x,y∈P}，

S={<x,y>|x是y的母亲，x,y∈P}，则SR表示关系（ ）

A. {<x,y>|x是y的丈夫，x,y∈P} B. {<x,y>|x是y的孙子或孙女，x,y∈P}

C. {<x,y>|x是y的祖母，x,y∈P} D.φ

7. 设S={1，2，3}，S上关系R={<1,1>,<1,2>,<2,2>,<2,1>,<3,2>,<3,1>,<3,3>}，

则R具有（ ）性质。

A．自反性、传递性； B．自反性、传递性；

C．反自反性、反对称性； D．反自反性、传递性。

8. 设函数f:A→B是一个满射，且A、B均为有限集，则（ ）

A. |A|≥|B|； B. |A|≤|B|； C. |A|=|B|；

D. |A|和|B|的关系不确定。

9. 设集合X={1,2,3,4,5,6,10}上的关系R是整除关系，则关系R（ ）

A．有最大元，有最小元； B．有最大元，无最小元；

C．无最大元，有最小元； D．无最大元，无最小元。

10. 设R\*是非零实数集，下面关系中是等价关系的是（ ）

A．{<x,y>|x+y>0, x,y∈R\*} B．{<x,y>|x+y<0, x,y∈R\*}

C．{<x,y>|xy>0, x,y∈R\*} D．{<x,y>|xy<0, x,y∈R\*}

11. 设X={a,b,c}，Y={1,2}，f={<a,1>,<b,2>,<c,1>}，则下列命题中正确的是

A. f是从X到Y的二元关系，但不是从X到Y的函数；

B. f是从X到Y的满射，但不是单射；

C. f是从X 到Y的双射；

D. f是从X 到Y的函数，但不是满射，也不是单射。

12. 设R是实数集，函数f：R→R, f(x)=2x，则f是（ ）

A.满射函数 B. 单射函数

C. 双射函数 D. 既不是单射函数，也不是满射函数

13． 设A={1,2,3}，则A上的二元关系有（ ）个。

A. 23 B. 32 C. 23×3 D. 32×2

14. 若P：他聪明；Q：他用功，则“他虽然聪明，但不用功”可符号化为（ ）

A.P∨Q B.P∧¬Q C. P → ¬Q D. P∨¬Q

15. 下列语句中，（ ）是命题。

A．请把门关上。 B. 地球外的星球上也有人。

C. x+5 > 6 D. 下午有会吗？

16. 以下命题公式中，为永假式的是（ ）

A. p→(p∨q∨r) B. (p→¬p)→¬p C. ¬(q→p) ∧p D. ¬(q∨¬p)→(p∧¬p)

17. 下列各命题中真值为真的命题是（ ）

A. 若2+2≠4则3是奇数 B. 2+2=4当且仅当3不是奇数

C. 若2+2=4则3不是奇数 D. 2+2 ≠ 4当且仅当3是奇数

18. 设M(x)：x是人；S(x)：x是要死的，“人总是要死的”谓词公式表示为（ ）

1. ∃x(M(x)∧S(x)) B．∃x(M(x)→S(x))

C. ∀x(M(x)∧S(x)) D．∀x (M(x)→S(x))

19. 设M(x)：x是人；H(x)：x能活一百岁，“有人能活一百岁”谓词公式表示为（ ）

A. ∃x(M(x)∧H(x)) B．∃x(M(x)→H(x))

C. ∀x(M(x)∧H(x)) D．∀x (M(x)→H(x))

20. 设P：2+2=5，Q ：雪是黑的，R：2×4=8，S：太阳从东方升起，下列（ ）命题的真值为真。

A. P→Q∨R B. R→P∧S C. S→Q∧R D. (P∧R) ∨ (Q∧S)

21. 设<{a,b,c},\*>为代数系统，\*运算如下，则零元为（ ）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| \* | a | b | c |
| a | a | b | c |
| b | b | a | c |
| c | c | c | c |

1. a B. b C. c D. 没有

22. 设S=，\*为普通乘法，则<S,\*>是（ ）

A.代数系统 B. 半群 C.群 D.都不是

23. 设Z为整数集合，则 下列集合关于数的加法运算不能构成独异点的是（ ）

A.Z B. {2k|k∈Z} C. {2k+1|k∈Z} D.{3m+5n|m,n∈Z}

24. 设R+为正实数集，\*是数的乘法运算，<R+，\*>是一个群，则下列集合关于数的乘法运算构成群<R+，\*>的子群的是（     ）

 A．{R+中的有理数}      B．{R+中的无理数}

 C．{R+中的自然数}      D．{1，2，3}

25. 在自然数集N上，下列哪个运算是可结合的？（ ）

A. a﹡b=a-b； B. a﹡b=max{a,b}； C. a﹡b=a+2b； D. a﹡b=|a-b|

26. 设Q为有理数集，Q上的二元运算﹡定义为：a﹡b=a+b-ab，则在代数系统

<Q, ﹡>中，单位元是（ ）。

A. a； B. b； C. 1； D. 0。

27. 设Q为有理数集，Q上的二元运算﹡定义为：a﹡b=a+b-ab，则在代数系统

<Q, ﹡>中，零元是（ ）。

A. a； B. b； C. 1； D. 0。

28. 下列几种代数系统中，不是群的是（ ）

A. <Z,+> B. <Q,+> C. <R,+> D. <N,+>

29. 设G是5个顶点的无向完全图，则从G中删去（ ）条边可以得到树。

A. 6 B. 5 C. 10 D. 4

30. 一个含4个顶点的无向图中有3个顶点的度数分别为1,2,3，则第4个顶点的度数不可能是（ ）

A.0 B.1 C.2 D.4

31. 若供选择答案中的数值表示一个简单图中各顶点的度数，能画出图的是（ ）

A . (1,2,2,3,4,5) B. (1,2,3,4,5,6) C. (1,1,2,2,3,3) D. (2,3,3,4,5,6)

32. 哈密顿回路是 （ ）

A.基本回路 B. 简单回路

C. 既是基本回路也是简单回路 D. 既不是基本回路也不是简单回路

33. 欧拉回路是（ ）

A.基本回路 B. 简单回路

C. 既是基本回路也是简单回路 D. 既不是基本回路也不是简单回路

34. 设G为连通的无向图，若G仅有2个结点的度数是奇数，则G一定具有（ ）

A.欧拉通路 B.欧拉回路 C.哈密顿通路 D.哈密顿回路

**二、填空题**

1. 设A是素数集合，B是奇数集合，则A-B= 。

2. 设A,B是集合，R是实数集，A={x|-1≤x<1,x∈R}，B={ x|0≤x<2,x∈R}，则A-B= ，A⊕B= 。

3. 设集合A={{2,3}}，P(A)= 。

4. A={1,2,3,4}上二元关系R={<2,4>,<3,3>,<4,2>},的关系矩阵MR中m24= , m34= 。

5. 设R是非空集合A上的等价关系，其等价类记为[x]R。对于任意的x,y∈R，若<x,y>∈R则[x]R与[y]R的关系是 。若<x,y>∉R，则[x]R**∩**[y]R= 。

6. 设A={a，b，c}，则A到A可定义\_\_ \_个双射函数。

7. 设A={1,2,3}，A上的关系R={<x,y>|y=x-1或y=2x}，则R2= 。

8. 设集合A={a,b,c}，A上的等价关系R={<a,a>, <a,b>, <b,a> ,<b,b>,<c,c>}，则等价类[b]R= 。

9. 设f:R→R, f(x)=x+3, g: R→R, g(x)=2x+1,则(f**◦**g)(x)= 。

10.设集合X={1，2，3}，函数f:X→X和g:X→X，且f={<1,3>,<2,1>,<3,2>},

g={<1,2>,<2,2>,<3,3,>}，则g∘f-1= 。

11. 公式 (p∨**¬**q)∧ (**¬**p∨**¬**q)) 化简为 。

12. n个命题变元有 个互不等价的极小项。

13. 设F（x）：x具有性质F，G（y）：y具有性质G，命题“若存在x具有性质F，则所有的y都没有性质G”的符号化形式为 。

14. 设命题公式,则使公式G为真的解释有 。

15. 设R\*为非零实数集，以下各式右边的运算为普通四则运算，

（1） ；（2）；（3） ；（4）

则在R\*上不可结合的运算是 运算。

16. 设<S,\*>是群，则S中除 外，不可能有别的等幂元；若<S,\*>有零元，则|S|= 。

17. 在模10加法群<N10,⊕10>中，元素5的阶为 ，元素6的阶为 。

18. 设Z为整数集， ， 则a的逆元a-1= 。

19. 在模7加群〈N7，7〉中，2-3 = 。

20. 设<G,\*>是一个群，若a,b,x**∈**G,a\*x=b，则x= 。

21. 4阶3条边的所有非同构的无向简单图共有 个。

22. n阶有向完全图的顶点v的度数deg（v）= 。

23. n阶无向简单图的顶点的度数最多为 。

24. 无向图G是由k（k≥2）棵树组成的森林，至少要添加 条边才能使G成为一棵树。

25. 4阶无向连通图至多有 棵不同构的生成树。

26. 设G是具有7个顶点的树，则G中增加 条边才能把G变成完全图。

27. 设有向图G=<V,E>，V={v1,v2,v3,v4}，邻接矩阵A=，则v1的入度= ，

v4的出度= 。

28. 树T有8片树叶，2个3度分支点，其余的分支点都是4度，T有 个4度分支点。

**三、判断题**

1．可能有某种二元关系，既不是自反的，也不是反自反的。（ ）

2. 如果一个有向图D是欧拉图，则D是强连通的。 （ ）

3. 设R,S是集合A上的对称关系，则R**◦**S是A上的对称关系。( )

4.存在某种关系，既是对称的，又是反对称的。 （ ）

5.设集合A={1,2,3}，A/IA={{1},{2},{3}}。( )

6.设A是非空集合，则<P(A)，∪>是独异点。（ ）

7. 代数系统中一个元素的左逆元不一定等于该元素的右逆元。（ ）

8.若无向图G的一个生成子图是连通图，则G必为连通图。（ ）

9. 设p,q是两个命题，当且仅当p,q的真值均为1时，p↔q的真值为1。 ( )

10.若两图结点数相同，边数相等，度数相同的结点数相等，则两图是同构的。（ ）

11. 设<A, **≼**>是偏序集，B**⊆**A，则B的极大元b**∈**B存在且唯一。（ ）

12.无平行边的图是简单图。 （ ）

13. 群中存在唯一的零元。（ ）

14. 设G是具有5个顶点，11条边的无向图，则G是简单图。（ ）

15. 代数系统中一个元素若有左逆元，则该元素一定有右逆元。 （ ）

**四、计算证明题：**

一．设A＝{-2，-1，0，1，2}，R是A上的二元关系，对任意*x*，*y*∈A，*x*R*y*当且仅当*xy>*0。

（1）用枚举法表示R。

（2）写出R的关系矩阵。

（3）画出R的关系图。

（4）写出R的性质（自反性，反自反性，对称性，反对称性，传递性）。

二．设A＝{0，1，2，3，4，5，6}，R是A上的二元关系，对任意*x*，*y*∈A，*x*R*y*当且仅当3|(*x*-*y*)（*x*|*y*表示*y*是*x*的整数倍）。

（1）画出R的关系图。

（2）证明R是等价关系。

（3）写出商集A/R。

三．设集合A={ 2, 3, 5, 6, 10, 12}，R是A上的整除关系。

（1）画出偏序关系R的哈斯图；

（2）对集合A的子集B={2, 3, 6}，填写下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 子集 | 极大元 | 极小元 | 最大元 | 最小元 | 上界 | 下界 | 上确界 | 下确界 |
| B |  |  |  |  |  |  |  |  |

（3）写出R的关系矩阵。

四．命题符号化：

（1）用命题公式表示下述命题，并给出该命题的真值：

如果7是3的倍数且5是素数，则老虎会飞。

（2）设P(*x*)表示“*x*是猫”，Q(*x*)表示“*x*是动物”，用谓词公式表示下述命题：

猫是动物，但反之不然。

五．用等值演算证明以下命题公式的等值式，其中A、B、C为任意公式。

A→(B∨C)⇔ (A∧┐B)→C

六．设命题公式A为(┓*p*→*r*)∧┓(*q*∧*p*)。

（1）按下表格式写出A的详细真值表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *p* | *q* | *r* | ┓*p*→*r* | *q*∧*p* | ┓(*q*∧*p*) | A |
| 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 0 |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 1 |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 0 |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |

（2）根据A的真值表写出A的主析取范式和主合取范式。

七．符号化下述推理，并用命题逻辑的构造证明法证明其有效性：

如果合同是有效的，那么张三应受罚。如果张三应受罚，他将破产。如果银行给张三贷款，他就不会破产。因此，如果合同有效，则银行不会给张三贷款。

八．设集合G＝{2,4,6,8}，\*是定义在G上的模10乘法，即∀*a*，*b*∈G，*a*\**b*=(*ab*)(*mod* 10)。已知<G，\*>是半群。

（1）构造<G，\*>的运算表。

（2）证明<G，\*>是有限群。

九．给定代数系统<A，\*>，其中A={0，60，120，180，240，300}，\*是定义在A上的模360加法，即∀a，b∈A，a\*b=(a+b)(mod 360)。则<A，\*>是群。

（1）列出<A，\*>的运算表。

（2）指出<A，\*>的幺元。

（3）求出<A，\*>中每个元素的逆元和阶，填入下表。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 60 | 120 | 180 | 240 | 300 |
| *x*-1 |  |  |  |  |  |  |
| |*x*| |  |  |  |  |  |  |

十．给定代数系统<A，\*>，其中A={1，2，3，4，5，6}，\*是定义在A上的模7乘法，即∀a，b∈A，a\*b=(ab)(mod 7)。已知<A，\*>是半群。

（1）列出<A，\*>的运算表。

（2）证明<A，\*>是群。

（3）写出<A，\*>的所有子群。

十一．设有两个图G1和G2如下：

c

8

2

5

3

9

7

7

6

10

6

4

1

f

e

d

b

a

B

A

C

F

D

E

图G1

图G2

（1）画出图G2的一棵最小生成树，并计算其权值。

（2）证明图G1和图G2同构(只需正确填写下表，要按提示：A对应*a*，B对应*b*)。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| G1的顶点 | A | B | C | D | E | F |
| G2中对应的顶点 | *a* | *b* |  |  |  |  |

（3）写出图G1的邻接矩阵，顶点次序为A、B、C、D、E、F。

十二．给定图G如下图：

2

10

8

e

9

7

5

c

6

3

8

f

d

a

12

b

（1）画出图G的一棵最小生成树，并计算其权值。

（2）写出图G的一条欧拉回路。要求：以顶点a为起点和终点，以a→b→…→a的形式表示。

（3）写出图G的一条哈密顿回路。要求：以顶点a为起点和终点，以a→b→…→a的形式表示。

十二．无向树中有7个叶结点，3个度数为3的结点，其余结点度数都为4。

（1）求无向树中度数为4的结点个数。

（2）列出无向树的顶点度数序列（按降序排列，即从大到小）。

（3）根据无向树的顶点度数序列，画出2个非同构的无向树。