**2019年离散数学期中试卷 答案**

**一、填空题（每空2分，共20分）**

1. **∅**

2. *P*(*A*) = {**∅,**{1},{{2}},{1,{ 2}}}

3. *R*= {<2,1>,<4, 2>,<6,3>} , *R*∘*R* = {<4,1>}

4. { {a,c },{b,d}}

5. 2x+7

6. ¬p∧¬q→r

7. 11, 00

8. 永真式（重言式）

9. ∃x(R(x)∧¬Q(x)) (或 ¬∀x(R(x)→Q(x)) )

**二、单项选择题（每题2分，共20分）**

1.C 2.D 3.C 4.D 5.C 6.A 7.A 8.B 9.D 10.B

**三、（10分）**

证明：(A-C)∩(B-C)

=(A∩~C)∩(B∩~C)

= A∩B∩(~C∩~C)

= A∩B∩~C

= (A∩~C)∩B

= (A - C)∩B

**四、（共20分）**

1. （10分）

证明：① 证R是自反的

∀x∈N,x+x=2x是偶数,所以<x,x>∈R,故R是自反的。

② 证R是对称的

若∀x∈N, ∀y∈N,如果<x,y>∈R,即x+y是偶数，则y+x是偶数，即<y,x>∈R,故R是对称的。

③ 证R是传递的

若∀x∈N, ∀y∈N, ∀z∈N,如果<x,y>∈R,且 <y,z>∈R,即x+y是偶数,且y+z是偶数,则x+y+y+z=x+z+2y是偶数，2y是偶数，那么x+z=(x+z+2y)-2y也是偶数,所以<x,z>∈R,故R是传递的。

综上①②③知R是**A**上的等价关系。

2. （10分）

2

30

6

10

5

（1）给出R的哈斯图；

（2）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 极大元 | 极小元 | 最大元 | 最小元 | 上界 | 上确界 | 下界 | 下确界 |
| 10 | 2,5 | 10 | 无 | 10,30 | 10 | 无 | 无 |

**五、（共30分）**

1、（8分）

证明：(¬*p*→¬*q*) → *r*

⇔ ¬ (¬¬*p*∨¬*q*) ∨ *r*

⇔ ¬ (*p*∨¬*q*) ∨ *r*

⇔ (¬ *p*∧*q*) ∨ *r*

⇔(¬*p*∨*r*) ∧ (*q*∨*r*)

2、（12分）

(1) 按下表格式写出公式*A*的详细真值表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | ¬*q* | *p*→¬*q* | *q*∧*r* | *A* |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

(2) 求公式*A*的主析取范式和主合取范式。

主析取范式：m3∨m6∨m7

主合取范式：M0∧M1∧M2∧M4∧M5

3、（10分）

解：设 p：张三努力工作， q：李四高兴， r：王五高兴， s：刘六高兴。

前提：p→q∨r , q→¬p, s→¬r

结论：p→¬s

证明： (1) p 附加前提引入

(2) p→q∨r 前提引入

(3) q→¬p 前提引入

(4) q∨r (1)(2)假言推理

(5) ¬q (1)(3)拒取式

(6) r (4)(5)析取三段论

(7) s→¬r 前提引入

(8) ¬s (6)(7) 拒取式