

## 第十章习题《基础物理 I 波动理论导引》

**习题 10.1:** 杨氏双缝干涉实验中, 光的波长为  $\lambda$ , 两缝相距  $d$ , 屏离缝的距离为  $L$ ,  $L \gg d$ 。试求: (1) 屏上明纹中心和暗纹中心的位置; (2) 如何使屏上的干涉条纹间距变宽?

(3) 将双缝干涉装置由空气中放入水中时, 屏上的干涉条纹有何变化?

**解:**

(1) 明纹中心的位置为:  $d \sin \theta = m\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

暗纹中心的位置为:  $d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

(2) 相邻干涉条纹间距为  $\Delta y = y_{m+1} - y_m \approx L(\sin \theta_{m+1} - \sin \theta_m) = L\lambda/d$ , 要使干涉条纹间距变宽, 可以通过增加屏缝距离  $L$  或者减少缝宽  $d$  来实现。

(3) 当装置放入水中是, 折射率变大, 水中波长变小, 因此干涉条纹间距变小。

**习题 10.2:** 杨氏双缝干涉实验中, 两缝相距 1 mm, 屏离缝的距离为 1 m, 若所用光源含有波长 600 nm 和 540 nm 两种光波。试求: (1) 两光波分别形成的条纹间距; (2) 两组条纹之间的距离与级数之间的关系; (3) 这两组条纹有可能重合吗?

**解:** 两光波在屏上形成各自的干涉条纹。两组干涉条纹的中央明纹中心重合, 分布于两侧的各明、暗纹中心因波长不同而相互错开。当短波长的第  $(m+1)$  级条纹与长波长的第  $(m)$  级条纹重合或处于其内侧时, 两组干涉条纹开始重叠。

已知两缝距离  $d = 1 \text{ mm}$ , 屏与缝的距离  $L = 1 \text{ m}$ , 短波长  $\lambda_1 = 540 \text{ nm}$ , 长波长  $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ 。

(1) 条纹间距与波长成正比。两组条纹的间距分别是:

$$\Delta y_1 = \frac{\lambda_1 L}{d} = \frac{540 \text{ nm} \times 1 \text{ m}}{1 \text{ mm}} = 0.54 \text{ mm}$$

$$\Delta y_2 = \frac{\lambda_2 L}{d} = \frac{600 \text{ nm} \times 1 \text{ m}}{1 \text{ mm}} = 0.6 \text{ mm}$$

(2) 两组干涉条纹中, 第  $m$  级明纹中心的位置为

$$y_{bm} = m \frac{\lambda L}{d}$$

则第  $m$  级明纹中心的间隔为

$$\Delta y_{bm} = m \frac{L}{d} (\lambda_2 - \lambda_1) = 6m \times 10^{-2} \text{ mm}$$

(3) 两组干涉条纹中, 当  $\lambda_2$  的  $m$  级和  $\lambda_1$  的  $m+1$  级条纹重合时, 有

$$m \frac{\lambda_2 L}{d} = (m+1) \frac{\lambda_1 L}{d}$$

得

$$m = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{540}{600 - 540} = 9$$

因此从  $\lambda_2$  的第 9 级开始，两组条纹重合。

**习题 10.3:** 用白光作双缝干涉实验时，能观察到几级清晰可辨的彩色光谱？考虑白光波长范围 400 nm（紫光）到 760 nm（红光）。

**解:** 用白光照射时，除中央明纹为白光外，两侧形成内紫外红的对称彩色光谱。当  $m$  级红色明纹位置  $y_m$ （红）大于  $m+1$  级紫色明纹位置  $y_{m+1}$ （紫）时，光谱就发生重叠。也就是不发生重叠的条件为

$$y_m(\text{红}) < y_{m+1}(\text{紫})$$

$$y_m(\text{红}) = m \frac{\lambda_{\text{红}} L}{d}, \quad y_{m+1}(\text{紫}) = (m+1) \frac{\lambda_{\text{紫}} L}{d}。$$

代入不重叠条件，得到

$$m \frac{\lambda_{\text{红}} L}{d} < (m+1) \frac{\lambda_{\text{紫}} L}{d} \Rightarrow m \lambda_{\text{红}} < (m+1) \lambda_{\text{紫}}$$

求得  $m = 1$ ，因此只有第一级彩色光谱是清晰可辨的。

**习题 10.4:** 水银灯发出的波长为 546 nm 的绿色平行光，垂直入射于宽 0.437 mm 的单缝，缝后放置一焦距为 40 cm 的透镜，试求在透镜焦面上出现的衍射条纹中央明纹的宽度。

**解:**

两个第一级暗纹中心间的距离即为中央明纹的宽度，对第一级暗条纹（ $m = 1$ ）求出其衍射角： $a \sin \theta_1 = \lambda$ ，作小角度近似，则中央明纹的角宽度为  $\Delta\theta = 2\theta_1 = 2\lambda/a$ ，透镜焦平面上中央明纹宽度为

$$\Delta y = 2L \tan \theta_1 \approx 2L\theta_1 = 2L\lambda/a = \frac{2 \times 0.4 \times 546 \times 10^{-9}}{0.437 \times 10^{-3}} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

**习题 10.5:** 一束波长为 500 nm 的平行光垂直照射在一个单缝上。如果所用的单缝的宽度为 0.5 mm，缝后紧挨着的薄透镜焦距为 1 m，求：（1）中央明条纹的角宽度  $\Delta\theta$ ；（2）中央亮纹的线宽度；（3）第一级与第二级暗纹的距离。

**解:**

- (1)  $a \sin \theta_1 = \lambda \Rightarrow$  中央明纹角宽度为  $\Delta\theta = 2\theta_1 = 2\lambda/a = \frac{2 \times 500 \times 10^{-9}}{0.5 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-3} \text{ rad}$
- (2) 中央明纹的线宽度为  $\Delta y = 2L \tan \theta_1 \approx L \Delta\theta = 1 \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$
- (3) 第一级与第二级暗纹间距为  $\Delta y_{21} = y_2 - y_1 = L \frac{\lambda}{a} (2-1) = L \frac{\lambda}{a} = 1 \times \frac{500 \times 10^{-9}}{0.5 \times 10^{-3}} = 1 \text{ mm}$