Copyright(C)Nature&Human
http://www3.coara.or.jp/~phoenix/

第二章

线性时不变系统的时域分析

主讲人 杨明强
山东大学信息学院

信号与系统分析的基本任务是在给定系统和输入的条件下，求解系统的输出响应。连续信号与系统的时域分析是指信号与系统的整个分析过程都在连续时间域进行，即所涉及的函数自变量均为连续时间 t 的一种分析方法。

核心：信号的分解

2.1 信号的时域分解

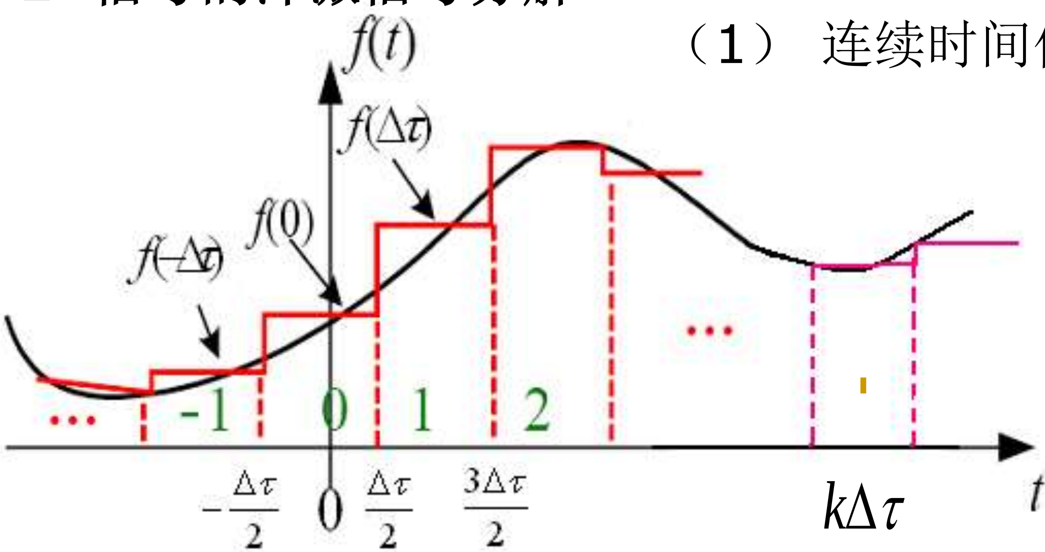
阅读p3-4及教材对应内容，回答以下问题：

1、脉冲信号p(t)具有什么样的特征？

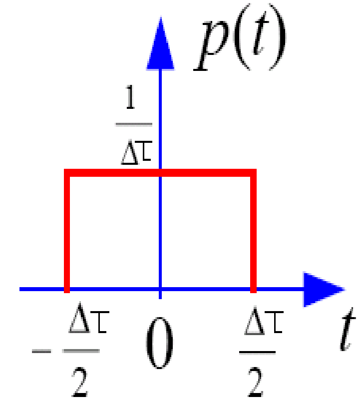
2、为什么函数f(t)上一小段信号可以用p(t)近似？怎样近似？

1. 信号的冲激信号分解

（1） 连续时间信号



设：



$$p(t)=\frac{1}{\Delta\tau}G_{\Delta\tau}(t)$$

$$f(t)\approx\cdots+f(0)\Delta\tau p(t)+f(\Delta\tau)\Delta\tau p(t-\Delta\tau)+\cdots$$
$$+f(k\Delta\tau)\Delta\tau p(t-k\Delta\tau)+\cdots$$
$$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}f(k\Delta\tau)\Delta\tau p(t-k\Delta\tau)$$

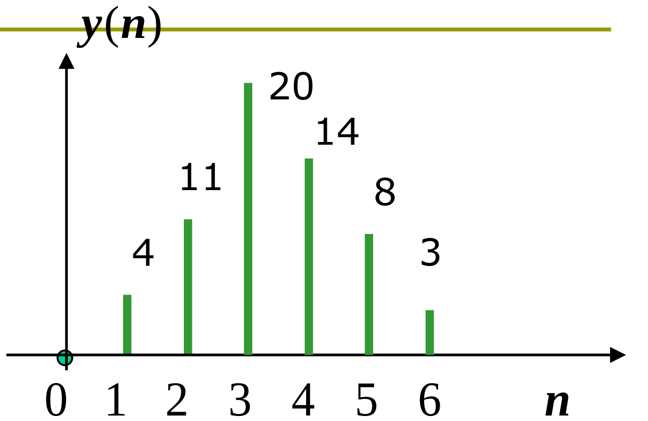
$$f(t) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta\tau)\Delta\tau p(t-k\Delta\tau)$$

当 $\Delta\tau \to 0$ 时，$\begin{cases} \Delta\tau \to d\tau \\ k\Delta\tau \to \tau \\ p(t) \to \delta(t) \\ \sum \to \int \end{cases}$

于是：$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$

表明：任何连续时间信号 $f(t)$ 都可以被分解成时移加权的单位冲激信号的线性组合。

（2） 离散时间信号



$$x(n)=\ldots+x(0)\delta(n)+x(1)\delta(n-1)+x(2)\delta(n-2)+\ldots$$

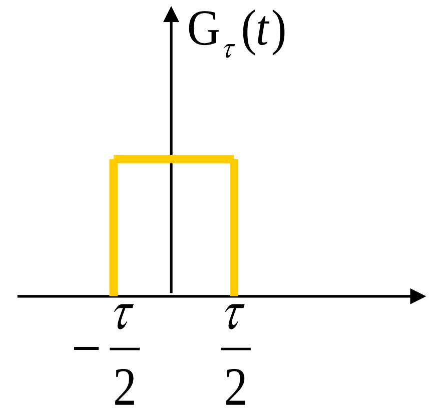
$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m)$$

任何离散时间信号都可以被分解成时移加权的单位冲激序列的线性组合。

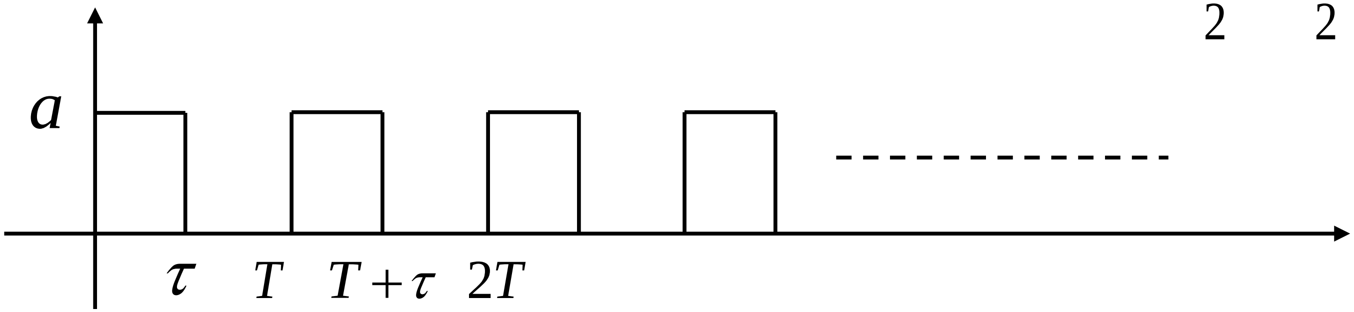
2. 连续信号的阶跃信号分解

阅读**p6-9**及教材对应内容，理解连续信号的阶跃信号分解的方法。

（1）连续脉冲信号



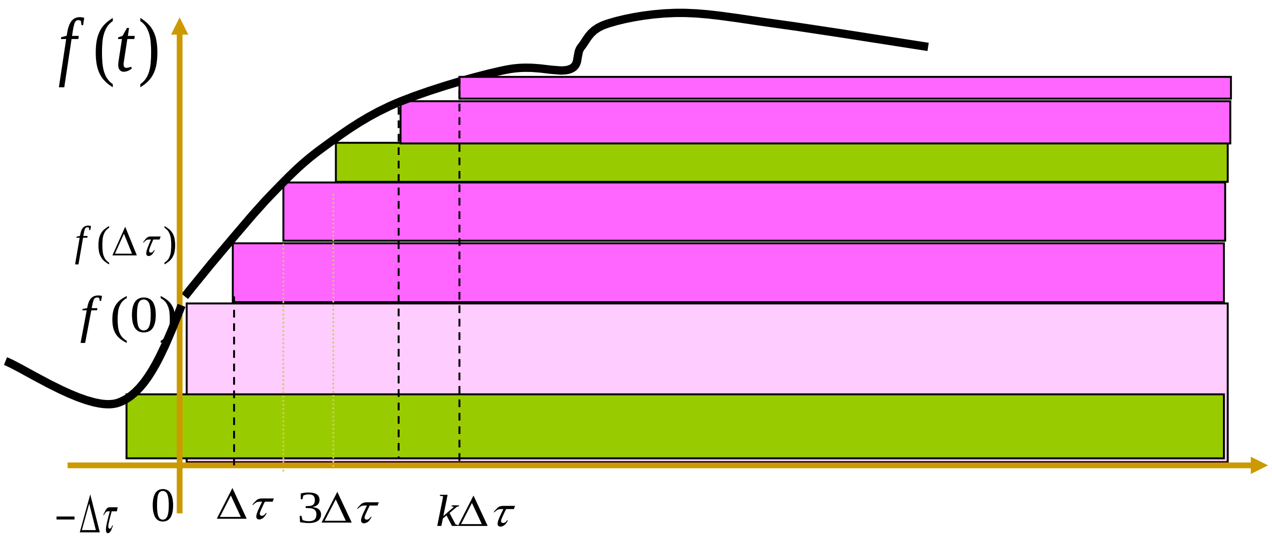
$$G_\tau(t)=u(t+\frac{\tau}{2})-u(t-\frac{\tau}{2})$$



$$f(t)=a[u(t)-u(t-\tau)+u(t-T)-u(t-T-\tau)+(t-2T)-u(t-2T-\tau)+\cdots]$$

$$=a\sum_{n=0}^{\infty}[u(t-nT)-u(t-nT-\tau)]$$

（2）一般连续时间信号



$$f(t) \approx \cdots + [f(0) - f(-\Delta\tau)]u(t) + [f(\Delta\tau) - f(0)]u(t-\Delta\tau) + \cdots$$

$$+ [f(k\Delta\tau) - f(k\Delta\tau - \Delta\tau)]u(t - k\Delta\tau) + \cdots$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} [f(k\Delta\tau) - f(k\Delta\tau - \Delta\tau)]u(t - k\Delta\tau)$$

$$f(t) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{f(k\Delta\tau) - f(k\Delta\tau - \Delta\tau)}{\Delta\tau} u(t - k\Delta\tau)\Delta\tau$$

当 $\Delta\tau \to 0$ 时，

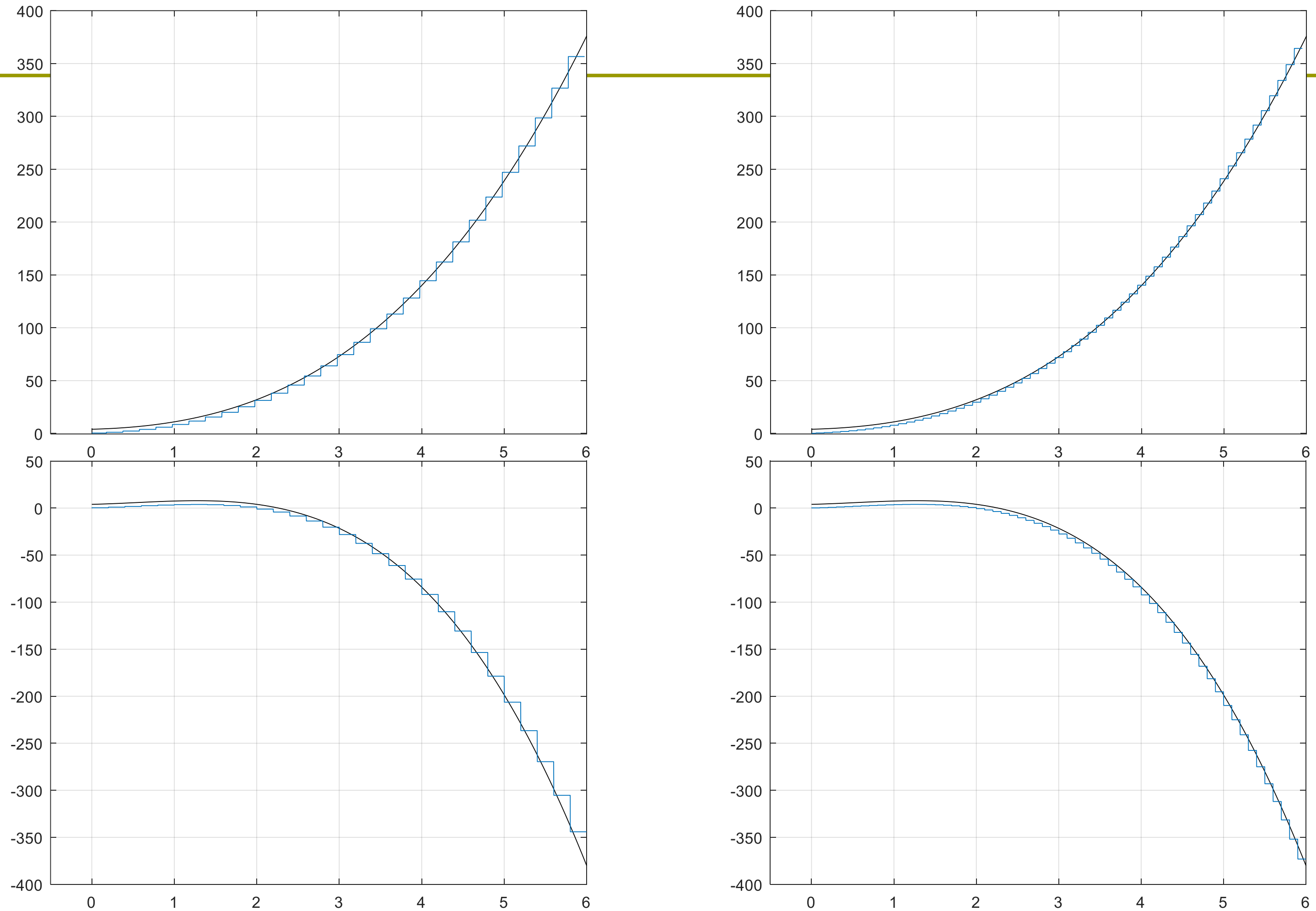
$$\begin{cases} \Delta\tau \to d\tau \\ k\Delta\tau \to \tau \\ \dfrac{f(k\Delta\tau) - f(k\Delta\tau - \Delta\tau)}{\Delta\tau} \to f'(\tau) \\ \sum \to \int \end{cases}$$

$$\boxed{f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau}$$

于是： $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f'(\tau)u(t-\tau)d\tau$

表明：任何连续时间信号 $f(t)$ 都可以被分解成移位加权的单位阶跃信号的线性组合。

$\Delta\tau$ 变化与信号逼近的图示



完成实验二