电磁场的基本规律[1]

电磁场与电磁波不挂科第二讲讲义

知识点预备

■ 「场」、「源」概念的理解

源：在讲散度和旋度的时候已经接触到了流量源、漩涡源，源量引起场量。常用$\vec{r}'$来表示源点。

（如静电荷即为静电场的源；运动电荷形成电流，电流产生磁场，恒定电流为恒定磁场的源等。）

场：一个空间分布的量（矢量或标量的空间分布），可以是时间的函数也可以不是。常用$\vec{r}$来表示场点。

（静态场：静电场、恒定电场、恒定磁场

时变场：时变电磁场、平面电磁波、导行电磁波）

■ 柱坐标系的应用

表示一个柱坐标系中的位置矢量：$\begin{cases} \vec{r} = \vec{e}_\rho \rho + \vec{e}_z z \\ \vec{e}_\rho = \vec{e}_x \cos\phi + \vec{e}_y \sin\phi \\ \vec{e}_\phi = -\vec{e}_x \sin\phi + \vec{e}_y \cos\phi \end{cases}$，

其中：$\dfrac{\partial \vec{e}_\rho}{\partial \phi} = \vec{e}_\phi$，$\dfrac{\partial \vec{e}_\phi}{\partial \phi} = -\vec{e}_\rho$；

又有：$\vec{e}_a = \vec{e}_x \dfrac{\partial x}{\partial a} + \vec{e}_y \dfrac{\partial y}{\partial a} + \vec{e}_z \dfrac{\partial z}{\partial a}$，其中$\vec{e}_a$表示不是常矢量的基矢量。

■ 球坐标系的应用

表示一个球坐标系中的位置矢量：$\vec{r} = \vec{e}_r r$；

$$
其中：\begin{cases} \vec{e}_r = \vec{e}_x \sin\theta\cos\phi + \vec{e}_y \sin\theta\sin\phi + \vec{e}_z \cos\theta \\ \vec{e}_\theta = \vec{e}_x \cos\theta\cos\phi + \vec{e}_y \cos\theta\sin\phi - \vec{e}_z \sin\theta \\ \vec{e}_\phi = -\vec{e}_x \sin\phi + \vec{e}_y \cos\phi \end{cases}
$$

$$
又有：\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{e}_r}{\partial \theta} = \vec{e}_\theta\ ,\quad \dfrac{\partial \vec{e}_r}{\partial \phi} = \vec{e}_\phi \sin\theta \\ \dfrac{\partial \vec{e}_\theta}{\partial \theta} = -\vec{e}_r\ ,\quad \dfrac{\partial \vec{e}_\theta}{\partial \phi} = \vec{e}_\phi \cos\theta \\ \dfrac{\partial \vec{e}_\phi}{\partial \theta} = 0\ ,\quad \dfrac{\partial \vec{e}_\phi}{\partial \phi} = -\vec{e}_r \sin\theta - \vec{e}_\phi \cos\theta \end{cases}
$$

■ 几个常用的常数

常数	符号	说明
真空介电常数	ε_0	$\varepsilon_0 = \dfrac{1}{36\pi} \times 10^{-9}\quad F/m$
相对介电常数	ε_r	因介质的不同而不同，无量纲；$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$，其中$\chi_e$为电介质的电极化率
电介质的介电常数	ε	$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$，单位为$F/m$
真空磁导率	μ_0	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\quad H/m$
磁介质的磁化率	μ_r	因介质的不同而不同，无量纲；$\varepsilon_r = 1 + \chi_m$，其中$\chi_m$为磁介质的磁化率
磁介质的磁导率	μ	$\mu = \mu_0 \mu_r$，单位为H/m

2.1.电荷、电流

2.1.1.电荷及电荷守恒定律

■ **点电荷**

点电荷可视为一个体积很小而电荷密度很大的带电小球的极限；

若点电荷在空间坐标系中的位置矢量为$\overrightarrow{r'}$，则其点电荷密度可表示为

$\rho(\overrightarrow{r'}) = q\delta(\vec{r} - \overrightarrow{r'})$;

其中$\delta(\vec{r} - \overrightarrow{r'}) = \begin{cases} 0\ , & \vec{r} \neq \overrightarrow{r'} \\ \infty\ , & \vec{r} = \overrightarrow{r'} \end{cases}$ 。

■ **电荷守恒定律**

电荷是守恒的，不能凭空创造和消失；

只能从一个部分转移到另一个部分，从一个物体转移到另一个物体。

■ **电荷密度**

电荷体密度：$\rho(\overrightarrow{r'})$，其中$\overrightarrow{r'}$是源点的位置矢量；利用电荷体密度$\rho(\overrightarrow{r'})$可求得体积内的总电荷量：$q = \int_V \rho(\overrightarrow{r'})dV'$。

电荷面密度：$\rho_S(\overrightarrow{r'})$，其中$\overrightarrow{r'}$是源点的位置矢量；利用电荷面密度$\rho_S(\overrightarrow{r'})$可求得面积$S'$上的总电荷量：$q = \int_S \rho_S(\overrightarrow{r'})dS'$。

电荷体密度：$\rho_l(\overrightarrow{r'})$，其中$\overrightarrow{r'}$是源点的位置矢量；利用电荷体密度$\rho_l(\overrightarrow{r'})$可求得细线$l'$上的总电荷量：$q = \int_l \rho_l(\overrightarrow{r'})dl'$。

■ **例题2-1**

已知半径为a的导体球面上分布着面电荷密度为$\rho_S = \rho_{S_0}\cos\theta$的电荷，$\rho_{S_0}$为常数，计算球面总电荷量。

1.1.2电流及电流连续方程

■ 电流

电荷定向运动形成电流，在dt时间内通过某一截面（面元）dS的电荷量为dq，称通过该截面的电流强度为$i = \dfrac{dq}{dt}$；

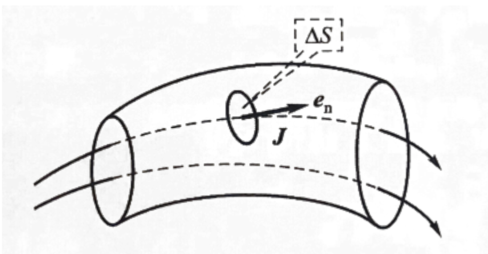
电流强度一般简称为电流，单位为A（安培）；

若电荷的运动速度不随时间改变，则为恒定电流，用I表示；

电流是电流密度在某一面积上的通量。

■ 三个电流模型及相应的电流密度「体电流」

体电流指的是电荷在某一体积内定向运动所形成的电流；



引入电流密度矢量$\vec{J}$描述导体内某一截面上电流的分布：

$\vec{J}$的方向是该点上正电荷运动的方向，即电流方向，

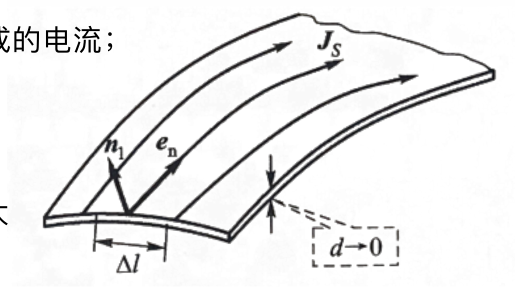
$\vec{J}$的大小是该点与$\vec{J}$垂直的单位面积的电流，即$\vec{J} = \vec{e}_n \dfrac{di}{dS}$；

（其中$\vec{e}_n$为电流密度矢量$\vec{J}$的方向，为该点上正电荷的运动方向也是面元ΔS的正法线单位矢量。）

电流密度是一个点函数；

通过任意横截面的电流为$i=\int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$。

■ **三个电流模型及相应的电流密度「面电流」**



面电流指的是电荷在某一厚度可忽略的薄层内定向运动所形成的电流；

引入面电流密度矢量$\vec{J}_S$描述其分布：

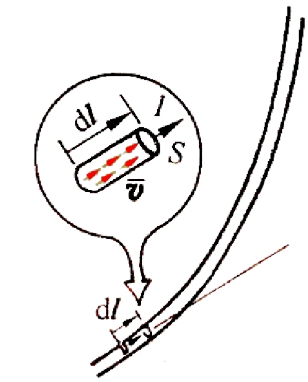
$\vec{J}_S$的方向是该点上正电荷运动的方向，即电流方向，$\vec{J}_S$的大小是$\vec{J}_S=\vec{e}_n\dfrac{di}{dl}$；

（其中$\vec{e}_n$为电流密度矢量$\vec{J}$的方向，为该点上正电荷的运动方向。）

通过薄导体层上任意有向曲线的电流为$i=\int_l \vec{J}_S\cdot(\vec{n}_1\times d\vec{l})$。

（其中$\vec{n}_1$为薄导体层的法向单位矢量。）

■ **三个电流模型及相应的电流密度「线电流」**



线电流指的是电荷在一个横截面积可以忽略的细线中做定向流动所形成的电流；

线电流电流元$Id\vec{l}$。

■ **电流连续工程**

由电荷守恒定律得，任取一闭合面S其流出的电荷量应该等于它所限定的体积V内电荷的减少量：

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S}=-\frac{dq}{dt}=-\frac{d}{dt}\int_V \rho dV=-\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV \text{（电流连续方程的积分形式）}$$

由散度定理$\int_V \nabla\cdot\vec{A}dV=\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{S}$可得：$\int_V(\nabla\cdot\vec{J}+\frac{\partial\rho}{\partial t})dV=0$；

由于S是任意取的，因此其所限定的体积V也是任意的，故上式可化为：

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$ （电流连续方程的微分形式）

对于稳恒电源，电荷密度不随时间的变化，故$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$，则电流连续方程化为$\nabla \cdot \vec{J} = 0$；

上式说明恒定电流场是一个无散度的场。

又由散度定理$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{J} dV$得：$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$；

上式说明从任意闭合面穿出的恒定电流为0，其宏观表现为基尔霍夫电流定律$\sum_j i_j = 0$。

■ **电流密度、电荷密度和电荷运动速度之间的关系**

运流电流密度与电荷密度之间的关系：$\vec{J} = \rho \vec{v}$。

推导：设单位体积内的电荷密度为ρ，电荷的运动速度为$\vec{v}$，考虑空间中一面元ΔS，Δt内

穿过该面元电荷总量为$\Delta Q = \rho \Delta V = \rho \vec{v} \cdot \vec{a_n} \Delta S \Delta t = \rho \vec{v} \cdot \Delta \vec{S} \Delta t$，

则$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = = \rho \vec{v} \cdot \Delta \vec{S}$ 由电流密度的定义可知：$\vec{J} = \frac{\Delta I}{\Delta S} = \rho \vec{v}$。

■ **例题2-2**

电荷q均匀分布在半径为a的导体球面上，当导体球以角速度ω绕通过球心的Z轴旋转时，求导体球表面的电流密度。

2.2.静电场

2.2.1.真空中的静电场

■ **真空中静电场的基本公理**

静电场是指场源为静止电荷的电场，且电场不随时间改变；

由亥姆霍兹定理，矢量场的散度和旋度给定时，这个矢量函数就可以确定了。确定场强概念，也要先规定它的散度和旋度。即真空中静电学的基本公理：

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \text{高斯定理} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \text{基尔霍夫电压定律} \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

■ **真空中静电场的基本公理「散度」**

高斯定理的积分形式：$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV;$

表示电场强度矢量穿过闭合曲面S的通量等于该闭合面所包围的总电荷与ε_0之比。

由散度定理$\int_V \nabla \cdot \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$推导得$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{E} dV = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$。

高斯定理的微分形式：$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0};$

表示静电荷是静电场的通量源，空间中任意一点的电场强度的散度与该处的电荷密度有关。

■ **真空中静电场的基本公理「旋度」**

基尔霍夫电压定律：$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0;$

表示在静电场$\vec{E}$中，沿任意闭合路径C的积分恒等于0；

其物理意义为将单位正电荷沿静电场中的任一个闭合路径移动一周，电场力不做功。

由斯托克斯定理$\int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{S} = \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l}$推导:$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = 0$。

静电场电场强度的旋度：$\nabla \times \vec{E} = 0$，微分形式表明静电场是无旋场。

■ 库仑定律

两个点电荷之间的作用力为：$\vec{F}=\dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{R}}{|\vec{R}|^3}$；

真空中某一点电荷q_1作为电场源产生的场强：$\vec{E}(\vec{r})=\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{R}}{|\vec{R}|^3}$；

（其中$\vec{R}=\vec{r}-\vec{r}'$，$\vec{r}'$为源点位置矢量，$\vec{r}$为场点位置矢量）

若空间中多处离散电荷（离散电荷系统），计算总场强时将每个点电荷的场强叠加；

若为连续分布的电荷系统，总场强可通过元电荷积分得到：

电荷按体密度$\rho(\vec{r}')$分布时，场点$\vec{r}'$处的电场强度为:$\vec{E}(\vec{r})=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_V\dfrac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\rho(\vec{r}')dV'$

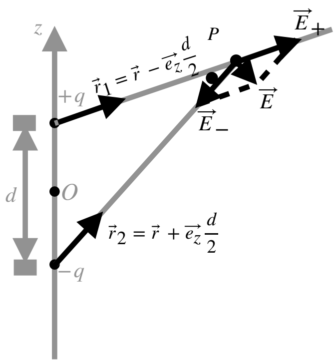
电荷按体密度$\rho_S(\vec{r}')$分布时，场点$\vec{r}'$处的电场强度为:$\vec{E}(\vec{r})=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_S\dfrac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\rho_S(\vec{r}')dS'$

电荷按体密度$\rho_l(\vec{r}')$分布时，场点$\vec{r}'$处的电场强度为:$\vec{E}(\vec{r})=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_l\dfrac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\rho_l(\vec{r}')dl'$

■ 例题2-3

电偶极子是相距很小距离d的两个等值异号的点电荷组成的系统。

计算如图所示的电偶极子的电场强度。



■ 例题2-4

半径为a的半圆环上均匀分布线电荷ρ_l，求垂直于半圆环所在平面的轴线上$z=a$处的电场强度。

例题2-5

计算均匀带电环形薄圆盘轴线上任一点的电场强度。

例题2-6

a位于点$P_1(-a,0,0)$处的点电荷$q_1 = q$和位于点$P_2(a,0,0)$处的点电荷$q_2 = -2q$共同影响空间电场，空间中是否存在电场强度为0的点?

例题2-7

无限长线电荷通过点(6,8,0)且平行于z轴，线电荷密度ρ_l，求点 $P(x, y, z)$处的电场强度。

电位

因为$\nabla \times \vec{E} = 0$，故场强是一个无旋的矢量；

由于任意一标量场的梯度的旋度恒等于0，所以场强可以用一个标量的梯度来表示；

定义一个标量φ，使其满足$\vec{E} = -\nabla\varphi$；

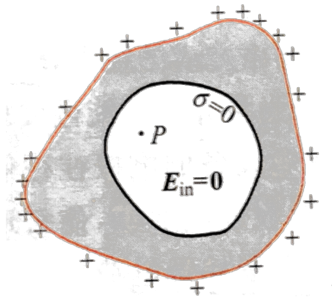
其中φ即电位。

导体与电介质

	带电粒子	电导率	内部是否存在电场
理想导体	自由电荷	无穷大	不能存在电场
理想电介质	被原子、分子的内力或者分子间的力束缚的束缚电荷	零	可以存在电场

■ **静电场中的导体**

导体内部有自由电荷，在静电场中达到静电平衡时，导体的电荷都存在于导体表面，故导体内部无电荷和电场。静态条件下导体表面电场$\vec{E}$处处都垂直于表面，故导体表面时等位面，且导体本身是等位体。

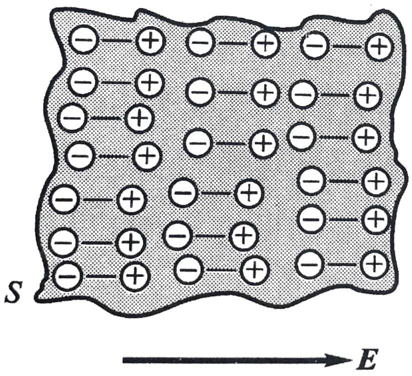


2.2.2.电介质中的静电场

■ **静电场中的电介质—电介质的极化**

理想电介质中不含自由电子，只有束缚电荷（与导体的不同）；

在外电场作用下束缚电荷只能做微小位移，产生电介质的**极化**，根据电介质束缚电荷分布时正负电荷中心是否重合，将电介质的分子分为无极分子和有极分子；



对有极分子，可将其等效为有正、负电荷中心的电偶极子，无外电场时，有极分子随机排列，没有统一方向，不显电性，有外电场时，排列有序，排列方向与外电场大体一致，进而对外电场产生影响；

$\vec{E} = \vec{E_0} + \vec{E'}$ 电介质内电场=自由电荷产生的外电场+**极化电荷**产生的附加电场

引入**极化强度**$\vec{P}$（点函数）来求极化电场；

其定义为：$\vec{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \dfrac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$，物理意义为单位体积内电偶极矩的矢量和。

对**线性和各向同性物质**，极化强度为$\vec{P}(\vec{r}) = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r})$。

引入**极化电荷密度**ρ_P来描述极化电场；

闭合面S限定的体积V内的极化电荷体密度为$\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$。

电介质表面上的极化电荷面密度为$\rho_{PS} = \vec{P} \cdot \vec{e_n}$.

■ 电位移矢量

真空中，自由电荷作为通量源，对其写高斯定律：$\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$;

电介质中，自由电荷和极化电荷作为通量源，对其写高斯定律：$\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho + \rho_P}{\varepsilon_0}$;

因为$\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$，故上式可化为$\nabla \cdot [\varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}\,) + \vec{P}(\vec{r}\,)] = \rho$。

定义电位移矢量$\vec{D}(\vec{r}\,) = \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}\,) + \vec{P}(\vec{r}\,) = \varepsilon \vec{E}(\vec{r}\,)$，将其称为电介质的本构关系。

得到推广后的高斯定律$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$，其积分形式$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$;

其物理意义为：穿过任何闭曲面向外的总电位移通量等于封闭面所包围的总自由电荷。

例题2-8

已知电介质的介电为常数$\varepsilon = 2\varepsilon_0$，若其中的电场强度为$\vec{E} = \vec{e_x}2x + \vec{e_y}y + \vec{e_z}3z$，求介质中的自由电荷体密度和极化电荷体密度。

■ 欧姆定律、焦耳定律

对**线性和各向同性**的导电媒质，欧姆定律的微分形式为$\vec{J} = \sigma \vec{E}$;

欧姆定律的微分形式说明了电场强度对电流密度的影响。

对**线性和各向同性**的导电媒质，焦耳定律的微分形式为$p = \vec{J} \cdot \vec{E} = \sigma E^2$;

焦耳定律的微分形式说明了电场强度对单位体积功率的影响。

整个体积V中的导电媒质所消耗的焦耳热功率为$P = \int_V p\,dV = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}\,dV$。

2.3.静磁场

2.3.1.真空中的静磁场

■ 静磁场

磁场的基本规律：安培定则（右手螺旋定则）、左手定则、安培力定律、毕奥-萨伐尔定律、楞次定律、法拉第电磁感应定律；

静磁场或恒定磁场指恒定电流产生的磁场；

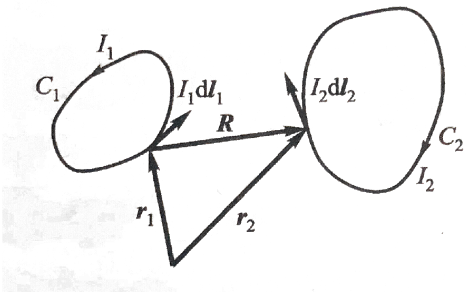
用磁感应强度 $\vec{B}$ 作为描述磁场的基本物理量。

■ 安培力定律

安培力定律指载有恒定电流的两个回路之间存在相互作用力；

对于右图：电流1产生磁场（右手螺旋定则），

磁场对电流2产生作用力（左手定则）。



■ 真空中静磁场的基本公理

静磁场的场源为恒定电流，恒定电流指任意点电流的大小和方向都不改变；

根据亥姆霍兹定理，定义磁感应强度的旋度和散度，即真空中静磁场的基本公理：

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$磁通连续性定理$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$安培环路定理$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

■ **真空中静磁场的基本公理「散度」**

磁通量守恒定律：$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$；

表示穿过任意闭合面的磁感应强度的通量为零，磁感应线（磁力线）是无头无尾的闭合曲线，也即自然界中没有像电荷一样的孤立磁荷存在。

由散度定理$\int_V \nabla \cdot \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$推导得$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{B} dV = 0$,

静磁场的磁感应强度的散度：$\nabla \cdot \vec{B} = 0$；

微分形式表示磁场是一个无通量源的矢量场。

■ **真空中静磁场的基本公理「旋度」**

安培环路定理：$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$；

表示静磁场的磁感应强度在任意闭合曲线上的环量等于该闭合曲线交链的恒定电流代数和与μ_0之积。

由斯托克斯定理$\int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{S} = \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l}$推导得

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}。$$

静磁场的磁感应强度的旋度：$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$，即安培环路定理的微分形式；

微分形式表明静磁场为有旋场，恒定电流是产生恒定磁场的漩涡源。

■ **毕奥-萨伐尔定律**

任一电流元$Id\vec{l}$（考虑线电流）作为源点，它产生的磁感应强度为

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3};$$

（其中$\overrightarrow{R}=\vec{r}-\vec{r}'$，$\vec{r}'$为源点位置矢量，$\vec{r}$为场点位置矢量）

整个回路C对某一场点的磁感应强度为:$\overrightarrow{B}(\vec{r})=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\oint_C\dfrac{Id\vec{l}'\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$

电流按体电流密度$\overrightarrow{J}(\vec{r}')$分布时，某一场点的磁感应强度为:

$$\overrightarrow{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\overrightarrow{J}(\vec{r}')\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}dV';$$

电流按体电流密度$\overrightarrow{J}_S(\vec{r}')$分布时，某一场点的磁感应强度为:

$$\overrightarrow{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_S\frac{\overrightarrow{J_S}(\vec{r}')\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}dS'。$$

例题2-9

一长度为L的直线段内通有电流I，在它周围存在一点P到导线的距离为r，求直线段电流在处产生的磁感应强度。

例题2-10

假设电流$I=8A$从无限远处沿x轴流向原点，再离开原点沿y轴流向无限远，试求xy平面上一点$P(0.4,0.3,0)$处的磁感应强度。

例题2-11

计算线电流圆环轴线上任意一点的磁感应强度。

矢量磁位

因$\nabla\cdot\overrightarrow{B}=0$，可以将$\overrightarrow{B}$表示为一矢量的旋度。

设一矢量$\vec{A}$，满足$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$，$\vec{A}$称为矢量磁位，单位为$Wb/m$。

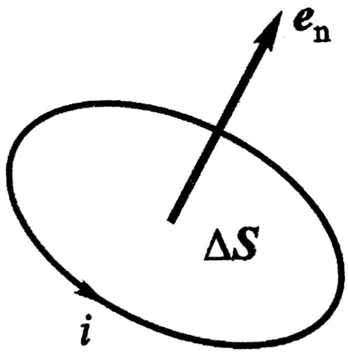
1.3.2.磁介质中的静磁场

■ **磁场中的磁介质-磁介质的磁化**

电子绕原子核运动，形成环形电流，即分子电流；

这一环形电流产生磁场，磁场方向由右手定则定出；

定义磁偶极子，分子电流的磁偶极矩$\overrightarrow{p_m} = i\Delta\vec{S}$；



无外磁场，磁介质的分子电流方向杂乱无章，总磁矩为0，

在外磁场中，分子电流受磁场作用，排列有序，

磁矩与外磁场取向几乎一致，合成磁矩不为0，进而对磁场产生影响。

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$磁介质内磁场=中央电流产生的外磁场+**磁化电流**产生的附加磁场

引入**磁化强度**$\vec{M}$（点函数）来求极化电场；

其定义为：$\vec{M} = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}$，物理意义为单位体积内分子磁矩的矢量和。

借助**磁化电流密度**J_M来描述极化电场；

磁介质内磁化电流体密度为：$\overrightarrow{J_M} = \nabla \times \vec{M}$；

磁介质表面磁化电流面密度为：$\overrightarrow{J_{SM}} = \vec{M} \times \vec{e_n}$。

■ **磁场强度**

在真空中，写安培环路定理：$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$；

磁介质中，中央电流和磁化电流作为旋度源，对其写安培环路定理：

$\nabla \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \overrightarrow{J_M})$；

因为$\overrightarrow{J_M} = \nabla \times \overrightarrow{M}$，故上式可化为$\nabla \times [\dfrac{\overrightarrow{B}(\vec{r})}{\mu_0} - \overrightarrow{M}(\vec{r})] = \overrightarrow{J}$。

定义磁场强度$\overrightarrow{H}(\vec{r}) = \dfrac{\overrightarrow{B}(\vec{r})}{\mu_0} - \overrightarrow{M}(\vec{r}) = \dfrac{1}{\mu}B(\vec{r})$，将其称为磁介质的本构关系。

得到推广后的安培环路定理$\nabla \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{J}$，其积分形式$\oint_C \overrightarrow{H}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \int_S \overrightarrow{J}(\vec{r}) \cdot d\overrightarrow{S} = I$;

其物理意义为：磁场强度沿磁介质内任意闭合路径的环量，等于与该闭合路径交链的传导电流。

■ 例题2-11

判断下列矢量函数哪些可以表示磁场并求出其源量$\overrightarrow{J}$。

（1）$\overrightarrow{H} = \overrightarrow{e_\rho} a\rho$，$\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{H}$（圆柱坐标系）

（2）$\overrightarrow{H} = \overrightarrow{e_x}(-ay) + \overrightarrow{e_y} ax$，$\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{H}$

（3）$\overrightarrow{H} = \overrightarrow{e_x} ax - \overrightarrow{e_y} ay$，$\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{H}$

（4）$\overrightarrow{H} = \overrightarrow{e_\phi} ar$，$\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{H}$