姓名　　学号　　级　　专业　　学院

密　　封　　线

山东大学 2012-2013 学年 2 学期 概率统计 课程试卷A

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、选择题

1. 设随机变量X,Y,Z相互独立，且

$X\sim N(1,2),Y\sim N(2,2),Z\sim N(3,7)$，记$a=P\{X<Y\},b=P\{Y<Z\}$，则（　　）

$(A)\ a>b$　　$(B)\ a<b$　　$(C)\ a=b$　　(D)无法确定

2. 设A,B是任意两个概率不为零的互不相容事件，则下列结论中肯定正确的是（　　）

(A) $\overline{A}$与$\overline{B}$不相容　　(B) $\overline{A}$与$\overline{B}$相容

(C) $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$　　(D) $P(A-B)=P(A)$

3. 设二维连续型随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)$，则$E(Y)=$（　　）

(A) $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} yf(x,y)dxdy$　　(B) $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y)dxdy$

(C) $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xyf(x,y)dxdy$　　(D) $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy$

4. 设A,B是两个随机事件，且$0<P(A)<1,P(B)>0,P(B|A)=P(B|\overline{A})$，则必有（　　）

(A) $P(A|B)=P(\overline{A}|B)$　　(B) $P(A|B)\neq P(\overline{A}|B)$

(C) $P(AB)=P(A)P(B)$　　(D) $P(AB)\neq P(A)P(B)$

5. 设随机变量X在区间$(2,5)$上服从均匀分布。现对X进行三次独立观测，则至少有两次观测值大于3的概率为（　　）

$(A)\frac{20}{27}$　　$(B)\frac{27}{30}$　　$(C)\frac{2}{5}$　　$(D)\frac{2}{3}$

得分	阅卷人

二、填空题

1. 设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\frac{10}{x^2}, & x\geq 10,\\ 0, & x<10\end{cases}$

则X的分布函数$F(x)$ =__________.

2. 设(X,Y)的联合概率分布为

X \ Y	−1	0	1
0	0.07	0.18	0.15
1	0.08	0.32	0.20

则$\rho_{XY}=$________.

3. 设随机变量X服从参数为λ的指数分布，则$P\{X>\sqrt{DX}\}=$________

4. 设A和B独立，$P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，则$P(\overline{A}\cup\overline{B}|A\cup B)=$______.

5. 设随机变量X服从$[0,1]$上的均匀分布，则随机变量$Y=-2\ln X$的概率密度$f_Y(y)=$________.

6. 设二维随即变量(X,Y)服从$N(\mu,\mu;\sigma^2,\sigma^2;0)$，则$E(XY^2)=$__________

7. 设随机变量X的分布函数为$F(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan x$，则$P(X^2\leq 1)=$__________.

8. 已知X的分布律为$X\sim\begin{pmatrix}-2 & 0 & 2\\ 0.4 & k & 0.3\end{pmatrix}$，则$Y=X^2+1$的分布律为__________.

9. 设随机变量X服从$\lambda=2$的泊松分布，则根据切比雪夫不等式$P\{|X-2|\geq 2\}\leq$____.

10. 设随机变量$X_1,X_2,\Lambda,X_n(n>1)$独立同分布，且其方差为$\sigma^2>0$. 令$Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则

$D(X_1-Y)=$______.

得分	阅卷人

三、计算题

1. 设二维随机变量(X,Y)的概率分布为

X \ Y	−1	0	1
−1	a	0	0.2
0	0.1	b	0.2
1	0	0.1	c

其中a,b,c为常数，且X的数学期望$EX=-0.2$，$P\{Y\leq 0|X\leq 0\}=0.5$，记$Z=X+Y$，

求：(1) a,b,c的值；(2) Z的概率分布；(3) $P\{X=Z\}$.

山东大学__________学年____学期________________课程试卷

姓名 密 线 学院

2.玻璃杯成箱出售，每箱20只. 假设各箱含0, 1, 2只残次品的概率应为0.8, 0.1, 0.1.一顾客欲买下一箱玻璃杯，在购买时，售货员随意取出一箱，而顾客开箱随意查看其中的4只，若无残次品，则买下该箱玻璃杯，否则退回.

求:(1)顾客买下该箱的概率; (2)在顾客买下的一箱中确实没有残次品的概率.

3. 设二维随机变量(X,Y)在区域$D=\{(x,y)\,|\,x\geq 0,\ y\geq 0,\ x+y\leq 1\}$上服从均匀分布.

求(1) X的边缘密度$f_X(x)$； (2) $P\{Y>X\}$；(3) $Z=X+Y$的概率密度$f_Z(z)$.

4.设某种商品每周的需求量$X\sim U[10,30]$，而经销商店进货数量为区间[10, 30]中的某一整数,商店每销售一单位商品可获利500元；若供大于求则削价处理，每处理一单位商品亏损100元；若供不应求，则可从外部调剂供应，此时每一单位商品仅获利300元，为使商店所获利润期望值不小于9280，试确定最少进货量.

4.假设一电路装有三个同种电器元件，且相互独立，无故障工作时间都服从参数为λ的指数分布。当三个元件都无故障时，电路才能正常工作。求电路正常工作的时间T的概率密度.

5. 设随机变量(X,Y)的分布函数$F(x,y)=\begin{cases}1-e^{-0.5x}-e^{-0.5y}+e^{-0.5(x+y)}, & x\geq 0, y\geq 0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$,

求: (1)边缘分布函数$F_X(x), F_Y(y)$,并判断X,Y独立性; (2) (X,Y)的联合概率密度.

6.设有50位学生，单位时间内每个人收到的短信数服从$P(0.06)$，求单位时间内50人收到的短信总数大于3条的概率.

学院

山东大学 2011-2012 学年第一学期 概率统计 课程试卷　概率统计

姓名　学号　班级　专业　学院　密　封　线

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

（注：对相同序号的题目，每周两学时（不考统计）的同学作带*号的）

得分	阅卷人

一、填空题

1. 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
p	0.1	0.2	0.3	0.4

则 $D(2X+3)=$________.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.7$

2. 设 A,B 为随机事件，$P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(A\cup B)=0.7$，则 $P(A|B)=$ 0.8；

$P(AB)=\frac{P(AB)}{P(A)}=$

3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，则 $P\{X>\sqrt{DX}\}=$________.

4. 设 $X\sim B(2,p)$，$Y\sim B(3,p)$，若 $P\{X\ge1\}=\frac{5}{9}$，则 $P\{Y\ge1\}=$ $\frac{65}{81}$ $\frac{19}{27}$；

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 为已知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为样本，则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为________________；

5*. 已知 X 的分布律为

X	-2	-1	0	1	3
P	$3a$	$\frac{1}{6}$	$3a$	a	$\frac{11}{30}$

则 $Y=X^2-1$ 的分布律为________________.

得分	阅卷人

二、选择题

1. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 $P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$，则必有（　　）

(A) $\sigma_1<\sigma_2$　(B) $\sigma_1>\sigma_2$　(C) $\mu_1<\mu_2$　(D) $\mu_1>\mu_2$

2. 设事件 A 与 B 互不相容，则（ D ）

A.B 互斥，A.B 不可能同时发生 $P(AB)=0$

(A) $P(\overline{AB})=0$　(B) $P(AB)=P(A)P(B)$ × 相互独立

(C) $P(A)=1-P(B)$ 对立　(D) $P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$

A.B 相互独立 $P(AB)=P(A)P(B)$

$P(AB)=P(A)P(B)$

3. 设 X_1 与 X_2 相互独立，它们的概率密度分别为 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$，分布函数分别为 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$，则（ D ）

(A) $f_1(x)+f_2(x)$ 是某一随机变量的概率密度

(B) $f_1(x)\cdot f_2(x)$ 是某一随机变量的概率密度

(C) $F_1(x)+F_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数

(D) $F_1(x)\cdot F_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数

4. 设随机变量 X，Y 相互独立，其联合分布为

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	α	β

则有（ B ）

(A) $\alpha=\frac{1}{9},\beta=\frac{2}{9}$　(B) $\alpha=\frac{2}{9},\beta=\frac{1}{9}$

(C) $\alpha=\frac{1}{3},\beta=\frac{2}{3}$　(D) $\alpha=\frac{2}{3},\beta=\frac{1}{3}$

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的一个样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则不是总体期望 μ 的无偏估计量的是（ D ）

(A) $\overline{X}$　(B) $X_1+X_2-X_3$　(C) $0.2X_1+0.3X_2+0.5X_3$　(D) $\sum_{i=1}^{n}X_i$

5*. 设随机变量 (X,Y) 满足方差 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有（ B ）

(A) X 与 Y 独立　(B) X 与 Y 不相关

(C) X 与 Y 不独立　(D) $D(X)=0$ 或 $D(Y)=0$

得分	阅卷人

三、计算题

1. 已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0\end{cases}$$

右连续性

求：(1) 常数 A,B 的值；(2) 随机变量 X 的密度函数 $f(x)$；(3) $P(\sqrt{2}<X<2)$

山东大学＿＿＿＿＿＿学年＿＿＿学期 概率统计 ＿＿＿课程试卷

学院　　　专业　　　级　　　学号　　　姓名

密　　　封　　　线

2. 设随机变量 X, Y 独立同分布，都服从参数为 λ 的泊松分布，设 $U = 2X + Y$，$V = 2X - Y$，求随机变量 U 与 V 的相关系数 ρ_{UV}

3. 设二维随机变量(X, Y)的分布律为

X \ Y	0	1	2
0	0.1	0.2	0.1
1	0.2	α 0.2	β 0.4

且已知 $E(Y)=1$，求：(1)常数 α，β；(2) $P\{X = Y\}$；(3) $E(XY)$.

4. 设总体 X 的分布函数为 $F(x,\beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^{\beta}}, & x > 1, \\ 0, & x \le 1, \end{cases}$

其中未知参数 $\beta > 1, X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，求：

（1） β 的矩估计量；（2） β 的最大似然估计量.

4*. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

(1)求 $P\{X > 2Y\}$；(2)求 $Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

$\int_0^1 dx \int_{\frac{1}{2}x}^1 (2-x-y)dy$

$= \int_0^1 dx \left([2-x][1-\frac{1}{2}x] - \frac{1}{2}y^2 \Big|_{\frac{1}{2}x}^1 \right)$

$2 - x - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{4}x^2)$

$2 - 2x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x^2$

$\int_0^1 [\frac{3}{2} - 2x + \frac{5}{8}x^2]dx$

$= \frac{3}{2}x - x^2 + \frac{5}{8}\cdot\frac{1}{3}x^3 \Big|_0^1$

$P = \frac{7}{24}$

$f'(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{x^{\beta+1}} & x > 1 \\ 0 & x \le 1 \end{cases}$

(1). $EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_1^{+\infty} \frac{x\beta}{x^{\beta+1}} dx = \beta \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{\beta}} dx = \frac{\beta}{1-\beta} x^{1-\beta} \Big|_1^{+\infty}$

$= \frac{\beta}{1-\beta}(0-1) = \frac{\beta}{\beta - 1}$

$\bar{X} = \frac{\beta}{\beta-1}$　　$\beta\bar{X} - \bar{X} = \beta$　　$\beta(\bar{X}-1) = \bar{X}$　　$\beta = \frac{\bar{X}}{\bar{X}-1}$　　$\hat{\beta} = \frac{\bar{X}}{\bar{X}-1}$

(2). $L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \beta) = \frac{\beta^n}{(x_1 \cdots x_n)^{\beta+1}}$　$(x_i > 1)$

$d\ln L(\beta) = d[n\ln\beta - (\beta+1)\sum_{i=1}^{n} \ln x_i] = \frac{n}{\beta} - \sum \ln x_i$　　$\beta = \frac{n}{\sum \ln x_i}$　　$\hat{\beta} = \frac{n}{\sum \ln x_i}$

得分	阅卷人

四、应用题

1. 游客乘电梯从底层到电视塔顶层观光；电梯于每个正点的第5分钟、25分钟和第55分钟从底层起行，假设一游客在早上八点的第 X 分钟到底层候电梯处,且 X 在[0,60]上服从均匀分布,求游客等候时间的数学期望.

2. 玻璃杯成箱出售，每箱20只. 假设各箱含0, 1, 2只残次品的概率应为0.8, 0.1, 0.1. 一顾客欲买下一箱玻璃杯，在购买时，售货员随意取出一箱，而顾客开箱随意查看其中的4只，若无残次品，则买下该箱玻璃杯，否则退回. 0件

求：(1)顾客买下该箱的概率；(2) 在顾客买下的一箱中确实没有残次品的概率.

3. 某厂应用某种钢生产钢筋，根据长期资料的分析，知道这种钢筋强度 X 服从正态分布，今随机抽取六根钢筋进行试验，测得强度 X（单位:kg/mm^2）为

48.5, 49.0, 53.5, 56.0, 52.5, 49.5

能否认为这种钢筋的平均强度为52.0　$(\alpha = 0.05)$?

标准正态分布表	χ^2 分布数值表	t 分布数值表
$\Phi(1.645) = 0.950$	$\chi^2_{0.05}(5) = 11.071$	$t_{0.025}(6) = 2.447$
$\Phi(1.960) = 0.975$	$\chi^2_{0.025}(5) = 12.833$	$t_{0.025}(5) = 2.571$
		$t_{0.05}(5) = 2.015$

3. 一仪器同时收到50个信号 $W_i (i = 1, 2, \cdots, 50)$，设它们相互独立且都在（0, 10）上服从均匀分布，求 $P(\sum_{i=1}^{50} W_i > 260)$.（用$\Phi(x)$表示）

得分	阅卷人

五、证明题　已知（X, Y）的概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < 1, \ y > 0 \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

证明：(1) X 与 Y 相互独立；(2) X 与 Y 不相关.

$f_Y(x,y) = \int_0^1 e^{-y} dx = e^{-y}$

$f_Y(x,y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & 其他 \end{cases}$

解 $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y} dy = -e^{-y} \Big|_{0}^{+\infty} = -(0-1) = 1$

$f_X(x) = \begin{cases} 1 & (0,1) \\ 0 & 其他 \end{cases}$　　$\therefore f(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$.

(2) ∵ X与Y不相关　∴ $Cov(X,Y) = 0$　∴ $\rho = 0$.

姓名 学号 班级 专业 学院

密 封 线

山东大学 2011-2012 学年 2 学期 概率统计 课程试卷 A

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、选择题

1. 设 A 与 B 互不相容，且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，则有(　　)

(A) $P(A)=1-P(B)$　　(B) $P(AB)=P(A)P(B)$

(C) $P(\bar{A}\,\bar{B})=1$　　(D) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

2. 设 $f_1(x)$为标准正态分布的概率密度，$f_2(x)$为$[-1,3]$上均匀分布的概率密度.若

$$f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\le 0 \\ bf_2(x), & x>0 \end{cases}\quad (a>0,b>0)$$

为概率密度，则a,b应满足(　　)

(A) $2a+3b=4$　　(B) $3a+2b=4$　　(C) $a+b=1$　　(D) $a+b=2$

3. 设随机变量 $X\sim N(-1,3)$；$Y\sim N(1,2)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $X+2Y\sim$（　）。

(A) $N(1,10)$　　(B) $N(1,11)$　　(C) $N(1,5)$　　(D) $N(1,7)$

4. 已知随机变量 X 的概率密度为$f_X(x)$，则$Y=-5X+3$的概率密度$f_Y(y)$为(　　)

(A) $-\frac{1}{5}f_X(\frac{y+3}{5})$　　(B) $5f_X(y)$　　(C) $f_X(\frac{y+3}{5})$　　(D) $\frac{1}{5}f_X(\frac{y+3}{5})$

5. .设随机变量 X,Y 独立同分布且 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Z=\min\{X,Y\}$ 的分布函数为（　）

(A) $F^2(z)$　　(B) $F(x)F(y)$

(C) $1-[1-F(z)]^2$　　(D) $[1-F(x)][1-F(y)]$

得分	阅卷人

二、填空题

1. 已知随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le -6; \\ \frac{x+6}{12}, & -6<x<6; \\ 1, & x\ge 6, \end{cases}$$

则当$-6<x<6$时,X的概率密度$f(x)=$__________.

2. 设 X 为随机变量，且 $E(X)=-1, D(X)=3$，则 $E(2X^2-3)=$________.

3. 将长度为 1m 的木棒随机的截成两段，则两段长度的相关系数为__________.

4. 设 $P(A)=0.8, P(B)=0.4, P(B|A)=0.25$，则 $P(A|B)=$________.

5. 设 X_1，X_2，Y 均为随机变量，已知 $Cov(X_1,Y)=-1$，$Cov(X_2,Y)=3$，

则 $Cov(X_1+2X_2,Y)=$__________.

6. 已知离散型随机变量 X 的分布律的是

X	-2	1	k
P	$\frac{1}{4}$	p	$\frac{1}{4}$

且 $E(X)=1$，则常数 $k=$__________.

7. 设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases} 1-e^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，则$P\{X>1\}=$__________.

8. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X)=\mu$，方差 $D(X)=2$，则由切比雪夫不等式，有

$P\{|X-\mu|\ge 2\}\le$__________.

9. 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，则 $P\{X=EX^2\}=$________.

10. 已知 X 的分布律为

X	-3	-2	-1	0	1
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

则$Y=X^2$的分布律为____________.

得分	阅卷人

三、解答题

1. 设在某条国道上行驶的高速客车与一般客车的数量之比为 1：4，假设高速客车因发生故障需要停驶检修的概率为 0.002，一般客车因发生故障需要停驶检修的概率为 0.01.

（1）求该国道上有客车因发生故障需要停驶检修的概率;

（2）已知该国道上有一辆客车因发生故障需要停驶检修，问这辆客车是高速客车的可能性有多大?

姓名________ 学号________ 级________ 专业________

密 封 线

2.设二维随机变量(X，Y)的分布律为

X \ Y	1	2	3
0	0.2	0.1	0.1
1	0.3	0.2	0.1

求：(1) $P\{X+Y=2\}$； (2) X, Y 的边缘分布律，并判断 X 与 Y 的独立性；

(3) $Z=XY$ 的分布律.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2-x-y, & 0<x<1,0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}.$$

求(1) X 的边缘密度 $f_X(x)$； (2) $P\{Y<X\}$；(3) $Z=X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

4. 某顾客在某银行窗口等待服务的时间 X(分钟)服从参数为 $\frac{1}{10}$ 的指数分布，若等待时间超过 15 分钟，他就愤然离开. 设他一个月内要来银行 10 次，求至少有 1 次愤然离开的概率.

得分	阅卷人

四、选作题（三学分考生做 1,2,3 题，两学分考生做第 4, 5, 6 题）

1. 已知 $X_1,\dots,X_n$ 为总体 X 的一组样本，总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\theta c^{\theta}x^{-(\theta+1)}, & x>c\\ 0, & 其它\end{cases}\quad (c>0为已知,\theta>1为未知参数),$$

求：(1) θ 的矩估计量；(2) θ 的极大似然估计量.

2. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为其样本，

(1) $\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2$ 服从什么分布？

(2) 当 μ 为未知参数，μ 的估计量 $\hat{\mu}_1=\frac{X_1+X_2+X_3}{3}$ 和 $\hat{\mu}_2=\frac{X_1+2X_2+2X_3}{5}$ 哪个较优？

(3) 当 σ^2 为已知参数，写出 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间；

3. 机器自动包装食盐，设每袋盐的净重服从正态分布，规定每袋盐的标准重量为 500 克，标准差不能超过 10 克. 某天开工后，为了检验机器是否正常工作，从已经包装好的食盐中随机取 9 袋，测得 $\bar{X}=499$，$S^2=16.03^2$. 通过检验期望 μ 和方差 σ^2 来判断这天自动包装机工作是否正常（$\alpha=0.05$）？

$$\begin{Bmatrix}t_{0.025}(8)=2.306, t_{0.025}(9)=2.262 & \chi_{0.025}{}^2(8)=17.535, \chi_{0.025}{}^2(9)=19.023\\ t_{0.05}(8)=1.8595, t_{0.05}(9)=1.8331 & \chi_{0.05}{}^2(8)=15.507, \chi_{0.05}{}^2(9)=16.919\end{Bmatrix}$$

4.设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y), & 0\le y\le 2, 0\le x\le 2\\ 0, & 其他\end{cases}$,

试求:(1) $E(X), E(Y)$； (2) $D(X), D(Y)$； (3) $\text{cov}(X,Y)$； (4) ρ_{XY}

5. 设随机变量 (X,Y) 的分布函数为 $F(x,y)=a(b+\arctan x)(c+\arctan 2y)$，

求：(1) a,b,c; (2) (X,Y) 的概率密度; (3)边缘分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$，并判断 X,Y 独立性.

6.假设一大批种子中良种占 $\frac{1}{6}$，在其中任选 600 粒，求这 600 粒种子中，良种所占比例与 $\frac{1}{6}$ 比较上下小于 0.02 的概率。(注：用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示)

学院______ 专业______ 级______ 学号______ 姓名______

密 封 线

山东大学 2010-2011 学年 2 学期 概率论与数理统计 课程试卷(A 卷)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、填空题（每空 2 分，共 22 分）

1．一种零件的加工由两道独立的工序组成，第一道工序的废品率为 p，第二道工序的废品率为 q，则该零件加工的成品率为 $(1-p)(1-q)$。

2．设实验每次成功的概率为 $p(0<p<1)$，则在 n $(n>1)$ 次重复试验中至多失败 1 次的概率为 $p^n+n\cdot p^{n-1}(1-p)$

3．设离散型随机变量 X 的分布律为 $X\sim\begin{bmatrix}-1 & 1 & 3\\ 0.5 & 0.3 & 0.2\end{bmatrix}$，则随机变量 $Y=X^2$ 的分布函数 $F(y)$ 为 $Y\sim\begin{bmatrix}1 & 9\\ 0.8 & 0.2\end{bmatrix}$。

4．设随机变量 X 服从均值为 10，均方差为 0.02 的正态分布，已知标准正态分布函数 $\Phi(2.5)=0.9938$，则 X 落在（9.95，10.05）内的概率为 0.9876。

5．设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}A(6-x-y), 0<x<2, 2<y<4\\ 0, 其它\end{cases}$

则 $A=$________，$P(X+Y<4)=$________。

6．已知随机变量 X_1, X_2 相互独立且都服从参数为 3 的泊松分布，随机变量 $Y=X_1+2X_2$，则 $E[(Y+1)^2]=$________。

7．设 $X_1,\dots,X_5$ 是来自于总体 $X\sim N(0,1)$ 的样本，则统计量 $Y=\dfrac{C(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2}}$ 当常数 $C=$________时，Y 服从______分布，自由度为________。

8．设总体 $X\sim N(\mu,16)$，容量为 16 的简单随机变量，样本均值 $\bar{x}=5$，则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是________________。（注：$u_{0.05}=1.64, u_{0.025}=1.96$）

得分	阅卷人

二、选择题（每题 2 分，共 14 分）

1．设 $P(A)>0, P(B)>0$，且 $P(AB)=0$，则(B)

$P(A)+P(B)=1$

(A) A 与 B 对立 　(B) $P(A-B)=P(A)$ 　(C) A 与 B 独立 　(D) $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 互不相容

$P(AB)=0$ 　$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$

2．事件 A，B 满足 $P(B|A)=1$，则(D)

(A) ~~A 为必然事件~~ 　(B) ~~$P(B|\bar{A})=0$~~ 　(C) $B\subset A$ 　(D) $P(A)\le P(B)$

3．设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$，且 $f(x)=f(-x)$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则对于任意实数 a，下面结论正确的是(C)

(A) $F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$ 　(B) $F(-a)=F(a)$ 　(C) $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$ 　(D) $F(-a)=2F(a)-1$

4．已知随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$，则 $Y=3X$ 的密度函数为(C)

$\dfrac{\frac{1}{3}}{\pi\cdot(1+\frac{y^2}{9})}$

(A) $\dfrac{1}{\pi(1+9y^2)}$ 　(B) $\dfrac{1}{\pi(9+y^2)}$ 　(C) $\dfrac{3}{\pi(9+y^2)}$ 　(D) $\dfrac{3}{\pi(1+y^2)}$

$\dfrac{3}{\pi(9+y^2)}$

5．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^4, & 0\le x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$，则 $E(X)=$(D)

$f(x)=\begin{cases}4x^3 & 0\le x\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$

$EX=\int_0^1 x\cdot f(x)\,dx$

(A) $\int_0^{+\infty} x^5dx$ 　(B) $\int_0^1 x^5dx$ 　(C) $\int_0^{+\infty} 4x^4dx$ 　(D) $\int_0^1 4x^4dx$

6．设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2y, 0<x<1, 0<y<1\\ 0, 其它\end{cases}$，关于 X 和 Y 之间的关系，下面结论正确的是(　)

(A) 不独立，相关 　(B) 独立，不相关 　(C) 不独立，不相关 　(D) 独立，相关

学院________ 专业________ 级________ 学号________ 姓名________

密 封 线

7. 设 $X_1,\dots,X_n$ 是来自于总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本(n>2)，$\overline{X},S^2$ 分别是样本均值和样本修正方差，则下列结论正确的是(　)

(A) $2X_2-X_1\sim N(\mu,\sigma^2)$　　(B) $\dfrac{n\left(\overline{X}-\mu\right)^2}{S^2}\sim F(1,n-1)$

(C) $\dfrac{S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$　　(D) $\dfrac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1}\sim t(n-1)$

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{11}^2+a_{21}^2+\cdots+a_{n1}^2 \\ a_{12}^2+a_{22}^2+\cdots+a_{n2}^2 \end{pmatrix}$

得分	阅卷人

三、计算题（共 46 分）

1. (8 分) 设玻璃杯整箱出售，每箱 20 只，各箱含有 0，1，2 只次品的概率分别为 0.8，0.15，0.05。有一顾客欲购买一箱玻璃杯，出售货员任取一箱，经顾客开箱察看 4 只，若无次品，则购买此箱，否则不买，求：

(1). 顾客购买此箱的概率；

(2). 顾客购买了此箱，确实没有次品的概率。

2. (8 分) 设随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)=\begin{cases}1-e^{-0.5x}-e^{-0.5y}+e^{-0.5(x+y)}, & x\ge 0,y\ge 0\\ 0, & x<0 \text{或} y<0\end{cases}$

(1). 判断随机变量 X、Y 是否相互独立？

(2). 求概率 $P\left(X\ge 1,Y\ge 1\right)$

姓名________ 学号________ 班级________ 专业________ 学院________

密 封 线

3. (8 分)设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2，方差分别为 1 和 4，相关系数为 -0.5，根据切比雪夫不等式计算 $P(|X+Y|\geq 6)\leq ?$

4. (10 分)设总体 X 的分布函数为 $F(x;\alpha,\beta)=\begin{cases}1-\left(\dfrac{\alpha}{x}\right)^{\beta}, & x\geq\alpha\\ 0, & x<\alpha\end{cases}$，其中参数 $\alpha>0,\beta>1$，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是取自总体 X 的样本.

(1). 当 $\alpha=1$ 时，求未知参数 β 的矩估计量;

(2). 当 $\beta=2$ 时，求未知参数 α 的极大似然估计量.

5. (12 分)质监局对某金店进行质量调查，现从其出售的标志 18K 的项链中抽取 9 件进行检测，检测标准为：①标准值为 18K；②标准差不得超过 0.3K。9 件样品的检测结果如下(单位 K)：

16.6，17.3，18.2，17.9，17.4，16.3，18.5，17.2，18.1

假定项链的含金量服从正态分布，取显著水平 $\alpha=0.01$，问由此检测结果能否认定金店出售的产品存在质量问题?

注：$t_{0.01}(9)=2.8214$; $t_{0.01}(8)=2.8965$; $t_{0.005}(9)=3.2498$; $t_{0.005}(8)=3.3554$;

$\chi^2_{0.01}(9)=21.666$; $\chi^2_{0.01}(8)=20.090$; $\chi^2_{0.005}(9)=23.589$; $\chi^2_{0.005}(8)=21.955$

$\chi^2_{0.99}(9)=2.088$; $\chi^2_{0.99}(8)=1.646$; $\chi^2_{0.995}(9)=1.735$; $\chi^2_{0.995}(8)=1.344$

山东大学 概率统计 课程试卷 A

09-10 学年 学期 8

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	总分人
得分												

（注：对相同序号的题目，每周两学时（不考统计）的同学作带*号的）

得分	阅卷人

一、填空

1.设随机事件 A，B 互不相容，且 $P(A)=0.3$，$P(\overline{B})=0.6$，则 $P(B|\overline{A})=$ $\frac{4}{7}$；

2.设 $X\sim N(1,2^2)$，且 $P(X\ge k)=P(X<k)$，则常数 $k=$ 1；

3.设 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ \ln x, & 1\le x<e\\ 1, & x\ge e\end{cases}$，则 X 的密度函数 $f(x)=$ $\begin{cases}\frac{1}{x}, & 1\le x<e\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

$P(X\le 2)=$ $\ln 2$；

4.设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为样本，则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为 $\left(-\frac{t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)S}{\sqrt{n}}+\overline{X},\ +\frac{t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)S}{\sqrt{n}}+\overline{X}\right)$；

4*.设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$____；

5.设 $X_1,\cdots,X_5$ 是取自总体 $X\sim N(0,1)$ 的样本，$a(X_1+X_2)^2+b(X_3-X_4)^2+X_5^2$ 服从自由度为 3 的 χ^2-分布，则系数 $a=$ $\frac{1}{2}$，$b=$ $\frac{1}{2}$；

5*.已知二维离散型随机变量 (X,Y) 的概率分布如下：

X \ Y	-1	3	5
-1	$\frac{1}{15}$	q	$\frac{1}{5}$
1	p	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$

当 $p=$____，$q=$____时，X 和 Y 相互独立.

得分	阅卷人

二、单项选择题

6.设随机变量 X,Y 独立同分布且 X 分布函数为 $F(x)$，则 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布函数为（ ~~B~~ ）A

(A) $F^2(z)$. (B) $F(x)F(y)$.

(C) $1-[1-F(z)]^2$. (D) $[1-F(x)][1-F(y)]$.

7.已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$，则 $Y=5X-3$ 的概率密度 $f_Y(y)$ 为（ ~~C~~ ）D

(A) $f_X(5y-3)$ (B) $5f_X(y)$ (C) $f_X(\frac{y+3}{5})$ (D) $\frac{1}{5}f_X(\frac{y+3}{5})$

8.设随机变量 $X\sim N(\mu,4^2)$，$Y=N(\mu,5^2)$，记 $p_1=P\{X\le\mu-4\}$，$p_2=P\{Y\ge\mu+5\}$，则（ A ） $\frac{X-\mu}{4}$ $\frac{X-\mu}{5}$

(A) 对任意实数 μ，有 $p_1=p_2$ (B) 对任意实数 μ，有 $p_1<p_2$

(C) 对任意实数 μ，有 $p_1>p_2$ (D) 对 μ 的个别值，有 $p_1=p_2$

9.设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim B(10,0.3)$，$Y\sim B(10,0.4)$，则 $E(2X-Y)^2=$（ B ） $E(4X^2+Y^2-4XY)=4E(X^2)+E(Y^2)-4E(XY)$

(A) 12.6 (B) 14.8 (C) 15.2 (D) 18.9

10.设总体 $X\sim N(\mu,1)$，其中 μ 为未知参数，X_1,X_2,X_3 为样本，下面四个关于 μ 的无偏估计中，采用有效性这一标准来衡量，最好的一个是（ D ）

(A) $\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{2}X_3$ (B) $\frac{1}{5}X_1+\frac{2}{5}X_2+\frac{2}{5}X_3$

(C) $\frac{2}{7}X_1+\frac{5}{7}X_2$ (D) $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$

10*.设随机变量 X 的方差为 16，根据切比雪夫不等式有 $P\{|X-E(X)|<10\}$（ ）

(A) ≤ 0.16 (B) ≥ 0.16 (C) ≤ 0.84 (D) ≥ 0.84

姓名 学号 级 专业 学院 密 封 线

学院________ 专业________ 级 学号________ 姓名________

密 封 线

三、解答题

得分	阅卷人

11.已知 X 的分布律为 $X \sim \begin{array}{ccc} 4 & & 4 \\ \end{array}$ $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0.4 & a & 0.3 \end{pmatrix}$，求

(1)a;　(2)$E(3X^2+5), D(\sqrt{10}X-5)$;　(3)$Y=X^2$的分布律.

解(1)　$0.4+a+0.3=1 \Rightarrow a=0.3$

(2)　$E(X)=-0.8+0.6+0=-0.2$

$D(X)=1.8^2\times0.4+0.2^2\times0.3+2.2^2\times0.3=2.76$

$E(3X^2+5)=3E(X^2)+5=3[2.76+0.2^2]+5=13.4$

$D(\sqrt{10}X-5)=10D(X)=10\times2.76=27.6$

(3)　$Y\sim\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$

得分	阅卷人

12. 有一道选择题，共有 4 个答案可供选择，其中只有一个答案是正确的，任一考生如果会解这道题，则一定能选出正确答案，如果不会解这道题，也可能通过试猜而选中正确答案，其概率是 $\frac{1}{4}$，设考生会解这道题的概率是 0.7，求：

(1) 考生选出正确答案的概率；

(2) 考生在选出正确答案的前提下，确实会解这道题的概率。

解(1)　$P(A)=0.7+0.3\times\frac{1}{4}=0.775$

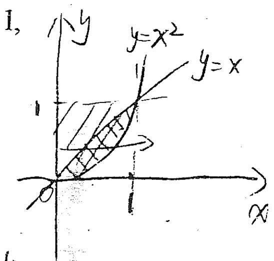
(2)　$P(C)=P(B|A)=\frac{0.7}{0.775}=0.9$

得分	阅卷人

13.设 (X, Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} 6xy, 0\le x\le 1, x^2\le y\le 1, \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$

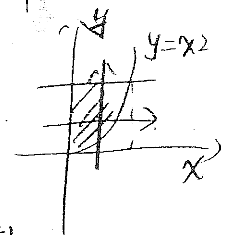
(1) 求$P\{(X,Y)\in D\}$,其中$D: 0\le x\le 1, x^2\le y\le x$;

(2) 求(X,Y)的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$,并判断X,Y独立性.



解：(1)　$P\{(X,Y)\in D\} = \iint f(x,y)dxdy = \int_0^1\int_{x^2}^{x} 6xy\,dy\,dx$

$= \frac{1}{4}$



(2)　$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy = \int_{x^2}^{1} 6xy\,dy = 3x(1-x^4)$

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx = \int_0^{\sqrt{y}} 6xy\,dx = 3y^2$

$F_X(x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\frac{6xy}{3x(1-x^4)}=\frac{6y}{3(1-x^4)}$

$F_Y(y)=\frac{f(x,y)}{F_Y(y)}=\frac{6xy}{3y^2}=\frac{2x}{y}$

$F(x,Y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)\,du\,dv = \int\int 6uv\,du\,dv$

/0

得分	阅卷人

14.设随机变量X的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1\\ 0, & 其它\end{cases}$

求:(1)常数A; (2)$P(|X|\le\frac{1}{2})$; (3)X的分布函数.

得分	阅卷人

15.设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$，求 $\xi=2X+Y$和 $\eta=2X-Y$的相关系数 $\rho_{\xi\eta}$.

$(Y,-Y)$

$4cov(X,X)\ 2\ cov(X,Y)+2cov(X,Y)+cov(Y,Y)$

$=4\sigma^2-\sigma^2=3\sigma^2$

得分	阅卷人

16.假设一部机器在一天内发生故障的概率为0.2，机器发生故障时全天停止工作，若一周5个工作日里无故障，可获利润10万元；发生一次故障仍可获利润5万元；发生二次故障所获利润0元；发生三次或三次以上故障就要亏损2万元.求一周内利润期望是多少？

4

得分	阅卷人

17.设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\theta x^{-(\theta+1)}, & x>1\\ 0, & 其他\end{cases}$

其中 $\theta>1$ 是未知参数. $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是总体 X 的简单样本，分别求 θ 的矩估计和极大似然估计.

17*. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从 $(0,\ 1)$ 上的均匀分布，Y 服从 $\lambda=1$ 的指数分布，求随机变量 $Z=X+Y$ 的密度函数.

解：(1) $EX=\int_1^{+\infty}x\cdot\theta\cdot x^{-(\theta+1)}dx=\int_1^{+\infty}\theta\cdot x^{-\theta}dx=\theta\cdot\left(\frac{x^{-\theta+1}}{-\theta+1}\right)\Big|_1^{+\infty}=\theta\cdot\frac{1}{-\theta+1}=\frac{\theta}{1-\theta}$

$A_1=\frac{1}{n}\Sigma x_i^k=\frac{1}{n}\Sigma x_i=\overline{X}$

$\therefore\ \overline{X}=\frac{\theta}{1-\theta}\Rightarrow\ \hat{\theta}=\frac{\overline{X}}{1+\overline{X}}$

(2) $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\theta x_i^{-(\theta+1)}=\theta^n\cdot\prod_{i=1}^{n}x_i^{-(\theta+1)}$

$\ln L(\theta)=n\ln\theta-(\theta+1)\prod_{i=1}^{n}\ln x_i$

$\frac{\partial\ln(\theta)}{\partial\theta}=\frac{n}{\theta}-\prod_{i=1}^{n}\ln x_i=0$

$\Rightarrow\hat{\theta}=\frac{n}{\prod_{i=1}^{n}\ln x_i}$

$\frac{\partial^2\ln\theta}{\partial\theta^2}=-\frac{n}{\theta^2}<0$　　$\therefore\ln(\theta)$ 在 $\hat{\theta}$ 取最大值

极大似然估计

得分	阅卷人

$\frac{\Sigma(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}$　$\chi^2(n)$

18.已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布 $N(\mu, 0.048^2)$. 某日抽取 5 个样品，测得其纤度为：1.31，1.55，1.34，1.40，1.45.
问该天的纤度的总体方差是否正常？试用 $\alpha=10\%$ 作假设检验.　均值已知

（附表：$\chi^2_{0.05}(5)=11.071$，$\chi^2_{0.95}(5)=1.145$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.488$，$\chi^2_{0.95}(4)=0.711$）

18*. 某商店出售某种贵重商品. 根据经验，该商品每周销售量服从参数为 $\lambda=1$ 的泊松分布，假定各周的销售量是相互独立的，用中心极限定理计算该商店一年内（52 周）售出该商品件数在 50 件到 70 件之间的概率（用 $\Phi(x)$ 表示）

解：$\overline{X}=\frac{1}{5}(1.31+1.55+1.34+1.40+1.45)=1.41=\mu$　　$\frac{\alpha}{2}=\frac{0.1}{2}=0.05$

$\chi^2_{0.95}(5)\le\frac{\Sigma(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}\le\chi^2_{0.05}(5)$　　$1-\frac{\alpha}{2}=1-0.05=0.95$

$1.145\le\frac{0.0362}{\sigma^2}\le11.071$

$\Sigma(X_i-\mu)^2=0.0362$

$\frac{1.145}{0.0362}\le\frac{1}{\sigma^2}\le\frac{11.071}{0.0362}$

$0.0033\le\frac{0.0362}{11.071}\le\sigma^2\le\frac{0.0362}{1.145}=0.032$

$\sigma^2=0.048^2=0.0023$

不在该范围内，不正常.

姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 级＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿

密 封 线

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	总分人
得分												

（注：试题序号相同，带 * 题目为周二学时（不考统计）的班级做）

得分	评卷人

一、填空（每小题3分，共15分）

（1）设 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=\frac{1}{8}$，则事件 A,B,C 都不发生的概率为（ $\frac{1}{2}$ ）

（2）设 $-1\le a\le 1, -1\le b\le 1$，则关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 有实根的概率为（ $\frac{13}{24}$ ）。

（3）设随机变量 X 服从（0，2）上的均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 在（0，4）内概率分布密度 $f_Y(y)=$（　　）

（4）以 $\Phi(x)$ 表示标准正态总体在区间 $(-\infty,x)$ 内取值的概率，若随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则概率 $P(|X-\mu|<\sigma)=$（ 0 ）。

（5）事件 A 在一次试验中发生的概率为 $\frac{1}{2}$，在1000次重复独立试验中，事件 A 发生次数在400到600的概率由切比雪夫不等式，有 $P\{400<X<600\}\le$（　　）

得分	评卷人

二、单项选择题（每小题3分，共15分）

（6）设随机变量的概率分布率为 $P(X=n)=\frac{a}{n(n+1)}, (n=1,2,3,4)$，其中 a 是常数，则 $P(\frac{1}{2}<X<\frac{5}{2})$ 的值为（ D ）

(A) $\frac{2}{3}$　(B) $\frac{3}{4}$　(C) $\frac{4}{5}$　(D) $\frac{5}{6}$

（7）设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布且它们不相关，则（ C ）

(A) X 与 Y 一定独立　(B) (X,Y) 服从二维正态分布

(C) X 与 Y 未必独立　(D) X+Y 服从一维正态分布

（8）设随机变量 X 服从二项分布，且 $EX=6$，$DX=3$，$P(X=1)=$（ C ）

(A) $3\cdot 2^{-2}$　(B) 2^{-4}　(C) $3\cdot 2^{-10}$　(D) 2^{-8}

（9）设 n 个随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ $(n\ge 2)$ 为来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则（ B ）

(A) $\frac{(n-1)\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$　(B) $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^{n}X_i^2}\sim F(1,n-1)$

(C) $nS^2\sim\chi^2(n)$　(D) $n\overline{X}\sim N(0,1)$

（9*）将一枚骰子连续抛掷三次，它落地时向上的点数依次成等差数列的概率是（　　）

(A) $\frac{1}{9}$　(B) $\frac{1}{12}$　(C) $\frac{1}{18}$　(D) $\frac{1}{36}$

（10）设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现对 μ 进行假设检验，如果在显著性水平 α =0.05 下接受了 $H_0:\mu=\mu_0$，则在显著性水平 α =0.01 下（ A ）

(A) 接受 H_0　(B) 拒绝 H_0

(C) 可能接受，可能拒绝 H_0　(D) 犯第一类错误概率变大

（10*）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, 0<x<1\\ 0, 其他\end{cases}$ 以 Y 表示对 X 的二次独立重复观察中事件 $\left\{X\le\frac{1}{2}\right\}$ 出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$（　　）

(A) $\frac{9}{64}$　(B) $\frac{7}{64}$　(C) $\frac{3}{64}$　(D) $\frac{1}{64}$

姓名________ 学号________ 级________ 专业________ 院________

密　封　线

三、解答题：本大题共 8 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

得分	评卷人

（11）（本小题满分 8 分）

甲、乙、丙三门高射炮向同一架飞机射击，设甲、乙、丙三门高射炮击中的概率分别为 0.4、0.5、0.7 。飞机被一门炮击中而击落的概率为0.2，被两门炮击中而击落的概率为0.6，若三门炮都击中而击落的概率为0.95，

（1）试求飞机被击落的概率；

（2）若已知飞机被击落，求恰是被两门炮击中的概率。

得分	评卷人

（12）（本小题满分 8 分）

一袋中装有 15 个大小相同的白球和黑球，其中 7 个白球，8 个黑球。现从中随机地取出 4 个球，发现它们颜色相同，问颜色是黑色的概率为多少？

得分	评卷人

（13）（本小题满分 9 分）

一批产品有 10 件正品、3 件次品，随机地从中每次取出一件产品，若取出的是次品，放回一件正品，直到取到正品为止。求抽取次品数的分布律。

x0.95

得分	评卷人

（14）（

连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{c}{\sqrt{1-x^2}}, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$$

求　（1）常数 c；

（2）随机变量 X 的分布函数；

（3）计算 $P\{-1\le X\le \frac{\sqrt{2}}{2}\}$、$P\{\frac{\sqrt{2}}{2}\le X\le 1\}$。

姓名　学号　班级　专业　学院　密　封　线

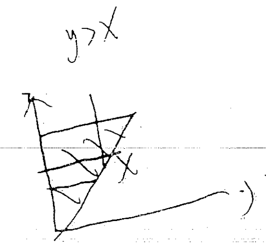
得分	评卷人

（15）（本小题满分 9 分）

设二维随机变量(X,Y)的概率密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}8xy, 0<x<y<1\\ 0,\text{其它。}\end{cases}$$

求 $f_{X|Y}(x|y)$ 和 $f_{Y|X}(y|x)$。



$0<y<1$
$0<x<y$

解：$f_{X|Y}(x|y)=\dfrac{f(x,y)}{f_Y(y)}$

$f_{Y|X}(y|x)=\dfrac{f(x,y)}{f_X(x)}$

又 $f_Y(y)=\int_0^y f(x,y)\,dx=\int_0^y 8xy\,dx$
$=4y^3$

$f_X(x)=\int_x^1 f(x,y)\,dy=\int_x^1 8xy\,dy$
$=4x(1-x^2)=4x-4x^3$

故 $f_{X|Y}(x|y)=\dfrac{f(x,y)}{f_Y(y)}$
$=\dfrac{8xy}{4y^3}=\dfrac{2x}{y^2}$

$f_{Y|X}(y|x)=\dfrac{8xy}{4x-4x^3}=\dfrac{2y}{1-x^2}$

得分	评卷人

（16）（本小题满分 9 分）

$f_X(x)$
$f_Y(y)$
$F_Z(z)=P(XY\le z)$
$P(Y\le \frac{z}{X})$

设二维随机变量(X,Y)的概率密度函数　$Z=XY$

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y), 0\le x\le 2, 0\le y\le 2\\ 0,\text{其它。}\end{cases}$$

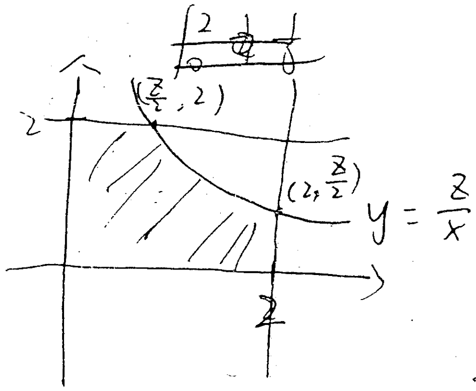
求 ρ_{XY}。

$\frac{5}{3}-\frac{49}{36}=\frac{60-49}{36}=\frac{11}{36}$

$\dfrac{cov(X,Y)}{\frac{11}{36}}=\dfrac{E(XY)-EXEY}{}$

解：$f_X(x)=\int_0^2 \frac{1}{8}(x+y)\,dy$
$=\frac{1}{8}xy+\frac{1}{16}y^2\Big|_0^2$
$=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$

$f_Y(y)=\int_0^2 \frac{1}{8}(x+y)\,dx$
$=\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{8}xy$
$=\frac{1}{4}y+\frac{1}{4}$



$EX=\int_0^2(\frac{1}{4}x+\frac{1}{4})x\,dx$
$=\int_0^2(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}x)\,dx$
$=\frac{1}{12}x^3+\frac{1}{8}x^2\Big|_0^2$
$=\frac{8}{12}+\frac{1}{2}=\frac{14}{12}$

$EY=\frac{7}{6}$

$\cancel{(x-\frac{7}{6})^2}$

$EX^2=\int_0^2(\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{4}x^2)\,dx$
$=(\frac{x^4}{16}+\frac{x^3}{12})\Big|_0^2$
$=1+\frac{8}{12}=1\frac{2}{3}$

$F_Z(z)=P(Y\le\frac{z}{X})$
$=1-\int_{\frac{z}{2}}^2 dx\int_{\frac{z}{x}}^2\frac{1}{8}(x+y)\,dy$

$\cancel{=1+\frac{z^2}{32}-2z^2+\frac{1}{8}z}$

$f_Z(z)=(\frac{1}{32}-2)\cdot 2z+\frac{1}{8}$

$E(Z)=\int_0^4 z\cdot f_Z(z)\,dz$

姓名________ 学号________ 级________ 专业________ 学院________

密　　封　　线

得分	评卷人

(17)（本小题满分 9 分） 梁

设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

b

其中 μ,σ^2 是未知参数，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为样本的一组观测值。试求 μ,σ^2 的极大似然估计。

$\bar{x}$，S_n^2

得分	评卷人

(17*)（本小题满分 9 分）

设随机变量 X 在 1，2，3，4 个整数中等可能地取值，另一个随机变量 Y 在 $1\sim X$ 中等可能取一整数值，试求 (X,Y) 的分布律。

解：构造

$$L(\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x_1-\mu)^2}{2\sigma^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x_2-\mu)^2}{2\sigma^2}}\cdots\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x_n-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n\cdot e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\ln L(\mu,\sigma^2)=n\ln\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}$$

$$\frac{\partial\ln L(\mu,\sigma^2)}{\partial\mu}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)}{\sigma^2}$$

$$\frac{\partial\ln L(\mu,\sigma^2)}{\partial\sigma}=n\sqrt{2\pi}\sigma\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}+\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\right]\cdot\frac{1}{\sigma^3}$$

$$=n\sigma+\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\sigma^3}$$

得分	评卷人

(18)（本小题满分 9 分）

某化肥厂用自动包装机将化肥装袋，规定每袋的标准重量为 100（单位：克）。设每袋的化肥重量 X 服从正态分布。由以往经验知 X 标准差 $\sigma=0.9$ 并保持不变。某天开工后，为了检验包装机的工作是否正常，随机抽取该机所装的 9 袋，称得其重量为

99.3，98.7，101.2，100.5，98.3，99.7，102.6，100.5，105.1

取 $\alpha=0.05$，问该日此包装机工作是否正常，即总体均值是否为 $\mu=100$？

（注：$U_{0.05}=1.64$，$U_{0.025}=1.96$）

得分	评卷人

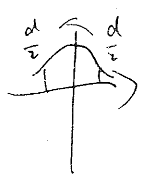
(18*)（本小题满分 9 分）

100 名战士举行一次射击练习，每人每次射击的命中率均为 0.8，每人至多射 4 次，但若中靶，则不再射击，且各次射击互不影响，试问：平均看来，应准备多少发子弹为宜。

解：$H_0:\mu=100$，$H_1:\mu\neq 100$

统计量 $U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$

$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}=$



接受域 $(-U_{\frac{\alpha}{2}},U_{\frac{\alpha}{2}})$

即 $(-1.96,1.96)$