姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 级＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿ 密 封

山东大学 复变、场论、拉氏变换 课程试卷（A）

2017-2018 学年 第一 学期

题号	一	二	三	四	五	总分	总分人
得分							

注：本课程共 100 分，其中平时成绩 20 分，本试卷 80 分。

得分	阅卷人

一、单项选择题（本大题共 10 个小题，每小题 1 分，共 10 分）。

1. 下列等式中，不成立的等式是（　　）。

A. $arg(-2i)=arg(-3i)$　B. $3i>2i$　C. $z\cdot\bar{z}=Re(z\cdot\bar{z})$　D. $z\cdot\bar{z}=|z|^2$

2. 针对复平面上的点集$|z|>2$，下列正确的是(　　)。

A. 是区域，有界，边界为$|z|=2$　B. 是闭区域，无界，边界为$|z|=2$

C. 是区域，无界，边界为$|z|=2$　D. 是闭区域，有界，边界为$|z|=2$

3. 设 C 为正向圆周|z|=3，则下列积分值不为 0 的是(　　)。

A. $\oint_C \frac{e^z}{z-4}dz$　B. $\oint_C z^3\cos z dz$　C. $\oint_C \frac{z}{z-2}dz$　D. $\oint_C \frac{\sin z}{z}dz$

4. 幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{5^n}(z-2)^n$的收敛半径是(　　)。

A. 5　B. 0　C. ∞　D. 1/5

5. 广义积分$\int_0^{+\infty}te^{-2t}\cos 2t dt$的值为(　　)。

A. 1/4　B. $\pi i/2$　C. 0　D. 1/5

6. 级数$\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n$收敛的必要条件是(　　)。

A. 部分和$S_n(n\to\infty)$存在极限　B. $\lim_{n\to\infty}\alpha_n=0$

C. $\sum_{n=0}^{\infty}|\alpha_n|$是收敛的　D. 收敛级数的各项有界

7. 使函数$f(z)=u+iv$在区域 D 内解析的充要条件是(　　)。

A. u、v 在 D 内可微

B. u、v 在 D 内满足 C-R 方程

C. u、v 在 D 内具有一阶偏导数，且满足 C-R 方程

D. u、v 在 D 内可微，且满足 C-R 方程

8. $L^{-1}[\frac{3e^{-s}}{(s+1)^2+9}]=$(　　)。

A. $e^{-(t-1)}u(t-1)\sin 3(t-1)$　B. $e^{-(t+1)}u(t+1)\sin 3(t+1)$

C. $e^{-t-1}u(t-1)\sin 3(t-1)$　D. $e^{-t+1}u(t-1)\sin(3t-1)$

9. 设$u(x,y,z)$为数量函数，$\vec{A}(x,y,z)$为矢量函数，则下列有意义的式子为(　　)。

A. ①，②　B. ③，⑤　C. ⑤，⑥　D. ④，⑥

① $grad(rot\vec{A})$；② $grad(gradu)$；③ $rot(gradu)$；④ $div(div\vec{A})$；⑤ $div(rot\vec{A})$；⑥ $rot(div\vec{A})$

10. 设$f(z)=\oint_C\frac{4\xi^2+2\xi+3}{\xi-z}d\xi$，其中 C 为正向圆周$|\xi|=3$，且$|z|\neq 3$，则$f'(1)=$(　　)。

A. $8\pi i$　B. $10\pi i$　C. $16\pi i$　D. $20\pi i$

得分	阅卷人

二、填空题（本大题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）。

1. 设$z_1=1+\sqrt{3}i$，$z_2=\sqrt{2}e^{\frac{4\pi}{3}i}$，$z=z_1z_2$，则$|z|=$＿＿＿，$\arg z=$＿＿＿。

2. $\sqrt{\sqrt{2}(1+i)}$的全部单根是＿＿＿＿＿＿、＿＿＿＿＿＿。

3. $Ln(1-\sqrt{3}i)=$＿＿＿＿＿＿，$(\sqrt{3}+i)^{1+i}=$＿＿＿＿＿＿。

4. $\vec{A}=(x^2+2xz)\vec{i}+(z\text{-}2xy)\vec{j}+(x+az^2)\vec{k}$是管形场，则$a=$＿＿＿＿。

5. $\oint_{|z|=2}\cos\frac{1}{z-1}dz=$＿＿＿＿＿＿，$\oint_{|z|=2}\frac{\bar{z}}{z}dz=$＿＿＿＿＿＿。

6. 设$f(t)=\int_0^t 3e^{t-\tau}\sin\tau\cdot\cos(t-\tau)d\tau$，则$L[f(t)]=$＿＿＿＿＿＿。

7. 函数$f(z)=\frac{\sin z}{z^2(z-2)}$在 z=1 处展开的泰勒级数的收敛范围为＿＿＿＿＿＿。

8. 已知数量场$u=x^2z+xy$，点 M(1,-1,1)，求$\nabla u|_M=$＿＿＿＿＿＿，u 在点 M 处沿曲线$x=t,y=-t^2,z=t^2$朝 t 减小一方的方向导数为＿＿＿＿＿＿。

9. 设矢量场$\vec{A}=x^3\vec{i}+(y^3+xz)\vec{j}+(z^3+xy)\vec{k}$，点 M（1,1,1），则$\nabla\cdot\vec{A}|_M=$＿＿＿＿＿＿，$\nabla\times\vec{A}|_M=$＿＿＿＿＿＿。

10. $z=\pi$是$\frac{\sin z}{(z-\pi)^3}$的＿＿＿级极点，$Res[\frac{\sin z}{(z-\pi)^3},\pi]=$＿＿＿＿。

姓名________ 学号________ 级________ 专业________ 学院________

…… 密 …… 封 ……

得分	阅卷人

三、计算题（本大题共 9 个小题，1~4 小题每题 5 分，5~9 小题每题 6 分，共 50 分）。

1. 讨论函数 $f(z)=(x-2y)^2+(4x+2y)i$ 在何处可导，在何处解析，在可导点求出其导数。（5 分）

2. 利用留数定理计算积分 $I=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin 2x}{(x^2+4)(x^2+9)}dx$。（5 分）

3. 已知 $v(x,y)=y^3+nx^2y$ 为调和函数，求 n 及使 $f(z)=u+iv$ 解析的函数 $f(z)$ 和 $f'(z)$，且满足 $f(0)=0$。（5 分）

4. 利用拉氏变换求解微分方程 $\begin{cases} y''-2y'-3y=e^{-t} \\ y(0)=y'(0)=0 \end{cases}$。（5 分）

5. 求（1）$\oint_{|z|=2}\frac{z^2+3z-1}{(z-1)^2}dz$，（2）$\cos 2z=i\sinh z$。（6 分）

6. 已知矢量场 $\vec{A}=3xz\vec{i}+yz\vec{j}+4z\vec{k}$，锥面 S 为 $z=\sqrt{x^2+y^2}$，且 $z\le 4$，求：(1) 在点 M(1, 2, 1)处的散度和旋度；(2) 矢量 $\vec{A}$ 向下穿出锥面 S 的通量 Φ。（6 分）

7. 已知函数 $f(z)=\frac{1}{z^2-3z+2}$，（1）在 z=0 点内展开为泰勒级数；（2）在 z=1 的去心邻域内展开为洛朗级数。（6 分）

8. 证明矢量场 $\vec{A}=(x-2y)\vec{i}-(2x+y)\vec{j}$ 为平面调和场，并求其势函数 v。（6 分）

9. 求拉氏变换 $L[t\int_0^t e^{-2t}\cos 2t dt]$ 和拉氏逆变换 $L^{-1}\left[\frac{s^2+4s+4}{(s^2+4s+13)^2}\right]$.（6 分）

山东大学　　复变试卷　2015-2016（1）试卷B答案

一、填空题(每题2分，共20分)

1. $\sqrt[3]{8}$的全部单根是________，________，________。$1-\sqrt{3}i$，$1+\sqrt{3}i$，2

2. $Ln(-3+4i)=$______，$e^{-1+\frac{\pi i}{6}}=$______。$\ln 5+i\left[\pi-\arg\tan\frac{4}{3}+2n\pi\right]$，$\frac{1}{e}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$

3. 曲线$z=(2+i)t$在映射$w=z^2$下的象曲线方程为________。 $v=\frac{4}{3}u$

4. 函数$u=3x^2z-xy+z^2$在点$P(1,-1,0)$处沿方向________的方向导数最大，其最大值为______。$i-j+3k$，$\sqrt{11}$

5. 曲线$x=t^3+3$，$y=6t-7$，$z=2t^2-5t$，对应于$t=3$的点M处的切向矢量$\vec{A}$为________。
$\vec{A}=27i+6j+7k$

6. $z=0$是$\frac{1-e^{2z}}{z^4}$的______级极点，$\mathrm{Res}[\frac{1-e^{2z}}{z^4},0]=$________。3，$-\frac{4}{3}$

7. 广义积分$\int_0^{+\infty}e^{-2t}\sin 2t\,dt$的值为______。1/4

8.矢量场$\vec{A}=x\vec{i}+2y\vec{j}+3z\vec{k}$从内向外穿出闭合面$S$的通量$\Phi=$______。$S$为球面$x^2+y^2+z^2=4$。 64π

9. 积分$I=\oint_C \bar{z}dz=$______，C为沿单位圆($|z|=1$)的逆时针一周的曲线。$2\pi i$

10. 矢量场$\vec{A}=(3x^2-6xy)\vec{i}+(3y^2-3x^2)\vec{j}$逆时针方向沿闭合曲线$l$的环量________，其中$l$为 $x^2+y^2=25, z=0$。
答案：0

二、选择题(每题2分，共20分)

1.设$z=x+iy$，则$|e^{3i+3z}|=$（　　）。B

A. e^{3+3x}　B. e^{3x}　C. e^{3i+3z}　D. $e^{|3i+3z|}$

2. arg(2-2i)=(　　)。B

A.$-\frac{3\pi}{4}$　B.$-\frac{\pi}{4}$　C.$\frac{\pi}{4}$　D.$\frac{3\pi}{4}$

3. 复数列的极限$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{e^{in}}$是(　　)。D

A. $1+i$　B. ∞　C. 1　D. 0

4. 设C为正向圆周|z|=2，则下列积分值不为0的是(　　)。A

A. $\oint_C\frac{e^z}{z-1}dz$　B. $\oint_C\frac{z}{z-3}dz$　$\oint_C z^3\sin z\,dz$　D. $\oint_C\frac{e^z-1}{z}dz$

5. $z=-i$是$f(z)=\frac{1}{(z^2+1)^2}$的(　　)。B

A. 一级极点　B. 二级极点　C. 本性奇点　D. 解析点

6. 设D是单连通区域，C是D内的正向简单闭曲线，则对D内的任意解析函数$f(z)$恒有(　　)。D

A. $f(z)=\frac{1}{2\pi i}\oint_C\frac{f(\zeta)}{\zeta-z}d\zeta$，z在C的外部

B. $f^{(n)}(z)=\frac{1}{2\pi i}\oint_C\frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}d\zeta$，z在C的内部，n≥2

C. $f^{(n)}(z)=\frac{n!}{2\pi i}\oint_C\frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n}}d\zeta$，z在C的内部，n≥2

D. $f^{(n)}(z)=\frac{n!}{2\pi i}\oint_C\frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}d\zeta$，z在C的内部，n≥2

7. 设$f(z)=\oint_{|\xi|=2}\frac{\cos\frac{\pi}{2}\xi}{\xi-z}d\xi$，其中$|z|\neq 2$，则$f'(1)=$(　　)。C

A. $2\pi i$　B. 0　C. $-\pi^2 i$　D. $-2\pi^2 i$

8. 函数$f(z)=\tan z$在$z_0=\frac{\pi}{3}$处所展成泰勒级数的收敛半径为(　　)。C

(A)$\frac{\pi}{3}$　(B)$\frac{\pi}{4}$　(C)$\frac{\pi}{6}$　(D)$\frac{\pi}{2}$

9. 设$u(x,y,z)$为数量函数，$\vec{A}(x,y,z)$为矢量函数，则下列有意义的式子为(　　)。B

A. ①，②　B. ②，⑥　C. ③，⑥　D. ④，⑥

①$div(grad\vec{A})$；　②$rot(rot\vec{A})$；　③$div(div\vec{A})$；

④$grad(gradu)$；　⑤$grad(rot\vec{A})$；　⑥$grad(div\vec{A})$

10. $\vec{A}=ugradu$是(　　)。A

A. 无旋场　B. 有旋场　C. 有源场　D. 无源场

三、计算题(每题6分，共60分)

1. 计算$\oint_{|z|=2}\frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{2})^2}dz$

解：$\oint_{|z|=2}\frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{2})^2}dz=2\pi i\cdot\cos(\frac{\pi}{2})=0$ ——————————6分

2. 设$f(z)=\frac{e^z}{z^2+1}$，求$\mathrm{Res}[f(z),i]$.

解：$\frac{e^z}{z^2+1}=\frac{e^z}{(z+i)(z-i)}$　$\therefore \mathrm{Res}(f(z),i)=\frac{e^i}{2i}$ ——————————6分

3. 已知$u(x,y)=y^3-mx^2y$为调和函数，求m及其使$f(z)=u+iv$解析的函数$v(x,y)$。

解：$\frac{\partial u}{\partial x}=-2mxy$，$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=-2my$；$\frac{\partial u}{\partial y}=3y^2-mx^2$，$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=6y$

$-2my+6y=0\Rightarrow m=3$， ——————————2分

$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}=-6xy$，$\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}=3y^2-3x^2 \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial x}=3x^2-3y^2$

$\frac{\partial v}{\partial y}=-6xy \Rightarrow v=-3xy^2+c(x) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial x}=-3y^2+c'(x) \Rightarrow c'(x)=3x^2 \Rightarrow c(x)=x^3+c$

$v(x,y)=-3xy^2+x^3+c$ ——————————4 分

4. 求矢量场 $\bar{A}=xy^2z^3\bar{i}+z^2\cos y\bar{j}+x^4e^{2y}\bar{k}$ 在点 M(1, 1, 2)处的散度。

$div\bar{A}=\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial r}{\partial z}=(y^2z^3-z^2\sin y)|_M=8-4\sin 1$ ——————————6 分

5. 求 p，m，n 的值使得函数 $f(z)=my^3+nx^2y+i(x^3+pxy^2)$ 为解析函数，并求这时的导数 $f'(z)$。

解：$\frac{\partial u}{\partial x}=2nxy=\frac{\partial v}{\partial y}=2nyp \Rightarrow n=-p$

$\frac{\partial u}{\partial y}=3my^2+nx^2=-\frac{\partial v}{\partial x}=-3x^2-py^2 \Rightarrow n=-3,\quad 3m=p$

$p=-3, m=1, n=-3$ ——————————3 分

$f'(z)=\frac{\partial u}{\partial x}+i\frac{\partial v}{\partial x}=-6xy+i(3x^2-3y^2)=3\bar{z}^2$ ——————————3 分

6. 求积分 $\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{1-2a\cos\theta+a^2}$，其中 0<a<1.

解：令 $z=e^{i\theta}$，则 $d\theta=\frac{dz}{iz}$. 当 $a\neq 0$ 时

$1-2a\cos\theta+a^2=1-a(z+z^{-1})+a^2=\frac{(z-a)(1-az)}{z}$，——————————2 分

故 $I=\frac{1}{i}\int_{|z|=1}\frac{dz}{(z-a)(1-az)}$，且在圆 $|z|<1$ 内 $f(z)=\frac{1}{(z-a)(1-az)}$ 只以 $z=a$ 为一级极点，在 $|z|=1$ 上无奇点，故 $z=e^{i\theta}$，

由留数定理有 $I=\frac{1}{i}2\pi i\operatorname*{Res}_{z=a}f(z)=\frac{2\pi}{1-a^2},(0\le|a|<1)$ ——————————4 分.

7. 把函数 $\frac{1}{(z^2+1)(z-2)}$ 在 $1<|z|<2$ 内展开成洛朗级数。

解：

$$\frac{1}{(z^2+1)(z-2)}=\frac{1}{5}[\frac{1}{z-2}-\frac{z+2}{z^2+1}]$$

$$=\frac{1}{5}[-\frac{1}{2}\frac{1}{1-z/2}-(z+2)\frac{1}{z^2(1+1/z^2)}]$$

$$=\frac{1}{5}[-\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}(\frac{z}{2})^m-\frac{(z+2)}{z^2}\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m\frac{1}{z^{2m}}]$$

$$=-\frac{1}{5}[\sum_{m=0}^{\infty}\frac{z^m}{2^{m+1}}-\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m\frac{1}{z^{2m+1}}+\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m\frac{2}{z^{2m+2}}]$$

——————————6 分

8. 求拉氏变换 $L[t\cos t]$ 和拉氏逆变换 $L^{-1}\left[\frac{s+1}{s^2+2s}\right]$。

解：$F(s)=L[\cos t]=\frac{s}{s^2+1}$，所以 $L[t\cos t]=-F'(s)=-(\frac{s}{s^2+1})'=\frac{s^2-1}{(s^2+1)^2}$ ——————————3 分

$L^{-1}\left[\frac{s+1}{s^2+2s}\right]=L^{-1}\frac{1}{2}\left[\frac{1}{s}+\frac{1}{s+2}\right]=\frac{1}{2}(1+e^{-2t})$ ——————————3 分

9. 求微分方程 $y'''+3y''+3y'+y=1$，$y(0)=y'(0)=y''(0)=0$ 的解。

解：$s^3F(s)+3s^2F(s)+F(s)=\frac{1}{s}$

$F(s)=\frac{1}{s(s^2+3s^2+3s+1)}=\frac{1}{s(s+1)^3}=\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(s+1)^3}$ ——————————3 分

$f(t)=L^{-1}[\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(s+1)^3}]=1*\frac{-e^{at}t^2}{2}=\frac{1}{2}\int_0^t t^2e^{-t}dt=1-e^{-t}-te^{-t}-\frac{1}{2}t^2e^{-t}$ ——————————3 分

10. 已知矢量场 $\bar{A}=x(z-y)\bar{i}+y(x-z)\bar{j}+z(y-x)\bar{k}$，求：(1) 在点 M(1, 2, 3)处沿方向 $\bar{n}=\bar{i}+2\bar{j}+2\bar{k}$ 的环量面密度；(2) 在点 M(1, 2, 3)处最大环量面密度及其旋度

解：(1) $\mu_n=\frac{19}{3}$ ——————————2 分

(2) $rot\bar{A}=5i+4j+3k$，$\mu_{max}=5\sqrt{2}$ ——————————4 分

一、填空题(每题 2 分，共 20 分)

1. $(1+i)^{2/3}=$__________________________。

$\sqrt[3]{2}[\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{4k\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{4k\pi}{3}\right)]$ $k=0,1,2$；或 $\sqrt[3]{2}e^{\frac{\pi}{6}},\sqrt[3]{2}e^{\frac{5\pi}{6}},\sqrt[3]{2}e^{\frac{3\pi}{2}}$ $\sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}k\pi)}$，k=0,1,2

(通式有误，后面三个是对的)

2. 若$|a|=1$或$|b|=1$且$|ab|\neq 1$，则$|\frac{a-b}{1-\bar{a}b}|$的值________。（B，$=\frac{1}{|\bar{a}|}|\frac{a-b}{a-b}|=|a||\frac{1-\bar{a}b}{1-\bar{a}b}|=1$，

3.设 z=x+iy, 则曲线|z-1|=1 的直角坐标方程为__________。 $(x-1)^2+y^2=1$

4. 函数$u=3x^2z-xy+z^2$在点$P(1,-1,0)$处沿方向____________的方向导数最大，

其最大值为________。 i-j+3k, $\sqrt{11}$

5.幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{3^n}z^n$ 的收敛半径是__________。 R=3

6. $z=0$是$\frac{1-e^{2z}}{z^4}$的______级极点，$\mathrm{Res}[\frac{1-e^{2z}}{z^4},0]=$__________。3，$-\frac{4}{3}$

7. 广义积分$\int_0^{+\infty}te^{-2t}\cos 3t\,dt$的值为________。 -5/169

8. 拉氏反变换$L^{-1}[\frac{1}{s^2(s^2+1)}]=$___________。$t-\sin t$

9. 设C为右半圆周$|z-i|=1$上从 $2i$ 到原点的圆弧，则积分$\int_C z\sin z^2dz=$________。

答案：$=-\frac{1}{2}\cos z^2\Big|_{2i}^{0}=\frac{1}{2}\cos 4-\frac{1}{2}$

10. 矢量场$\vec{A}=(3x^2-6xy)\vec{i}+(3y^2-3x^2)\vec{j}$逆时针方向沿闭合曲线 l 的环量________，其中 l 为 $x^2+y^2=25,z=0$。

答案：0

二、选择题(每题 1 分，共 10 分)

1. 设 0<t≤2π，则下列方程中表示圆周的是(　　)。A 答案是 B，$|z-2i|=1$

A. z=(1+i)t　　B. $z=e^{it}+2i$

C. $z=t+\frac{i}{t}$　　D. z=2cost+i3sint

2. arg(-2+2i)=(　　)。D

A.$-\frac{3\pi}{4}$　B.$-\frac{\pi}{4}$　C.$\frac{\pi}{4}$　D.$\frac{3\pi}{4}$

3. 下列区域为有界单连通区域的是(　　)。C

A. 0<|z-i|<1　　B. 0<Imz<π

C. |z-3|+|z+3|<12　　D. $0<\arg z<\frac{3\pi}{4}$

4. 设 C 为正向圆周|z|=2, 则下列积分值≠0 的是(　　)。A

A. $\oint_C\frac{e^z}{z-1}dz$　B. $\oint_C\frac{z}{z-3}dz$　$\oint_C z^3\sin z\,dz$　D. $\oint_C\frac{e^z-1}{z}dz$

5. z=2i 为函数$f(z)=\frac{e^z}{z^2(z^2+4)^2}$的（　　）。C

A.四级极点　B.本性奇点　C.二级极点　D.三级极点

6. 设 f(z)和 g(z)在有向光滑曲线 C 上连续，则下列式子错误的是(　　)。A

A. $\int_C g(z)f(z)dz=g(z)\int_z f(z)dz$

B. $\int_C f(z)dz=-\int_{C_-}f(z)dz$，其中 C_-为 C 的反向曲线

C. $\int_C(f(z)\pm g(z))dz=\int_C f(z)dz\pm\int_C g(z)dz$

D. $\int_C 3f(z)dz=3\int_C f(z)dz$

7. 设$f(z)=\oint_{|\xi|=2}\frac{\cos\frac{\pi}{2}\xi}{\xi-z}d\xi$，其中$|z|\neq 2$，则$f'(1)=$(　　)。C

A. $2\pi i$　B. 0　C. $-\pi^2 i$　D. $-2\pi^2 i$

8. $f(z)=\frac{1}{(z-2)(z-i)}$在 z=1 处的泰勒展开式的收敛半径是（　　）　B 原题有误

A.0　B. 1　C. 2　D. 3

9. 设 u 为数性函数，$\vec{A}(x,y,z)$为矢量函数，则下列有意义的式子为(　　)。B

A. ①, ②　B. ②, ⑥　C. ④, ⑤　D. ③, ⑥

①$div(grad\vec{A})$；　② $rot(rot\vec{A})$；　③$div(div\vec{A})$；

④$rot(grad u)$；　⑤$grad(rot\vec{A})$；　⑥$grad(div\vec{A})$

10. 若 u 为数性函数，则$\vec{A}=u\,grad u$是(　　)。A

A. 无旋场　B. 有旋场　C. 有源场　D. 无源场

三、计算题(1-5 题每题 4 分，6-10 题每题 6 分，共 50 分)

1. 计算$\oint_{|z|=2}\frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{2})^2}dz$

解：$\oint_{|z|=2}\frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{2})^2}dz=2\pi i\cdot\cos(\frac{\pi}{2})=0$ ———————— 4 分

2. 计算积分$\oint_C\tan\pi z\,dz$，其中 C 为正向圆周$|z|=4$.

———————— 4 分

3. 已知$u(x,y)=y^3-mx^2y$为调和函数，求 m 及其使$f(z)=u+iv$解析的函数$v(x,y)$。

解：$\frac{\partial u}{\partial x}=-2mxy$，$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=-2my$；$\frac{\partial u}{\partial y}=3y^2-mx^2$，$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=6y$

$-2my+6y=0\Rightarrow m=3$，——————————2 分

$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}=-6xy$，$\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}=3y^2-3x^2\Rightarrow\frac{\partial v}{\partial x}=3x^2-3y^2$

$\frac{\partial v}{\partial y}=-6xy\Rightarrow v=-3xy^2+c(x)\Rightarrow\frac{\partial v}{\partial x}=-3y^2+c'(x)\Rightarrow c'(x)=3x^2\Rightarrow c(x)=x^3+c$

$v(x,y)=-3xy^2+x^3+c$——————————2 分

4. 已知：矢量场 $\vec{A}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$，闭曲面 S 由上半球面 $x^2+y^2+z^2=a^2(z\geq 0,a>0)$ 和底面构成，求：（1）$\nabla\cdot\vec{A}$，（2）矢量 $\vec{A}$ 向上穿过 S 的通量 Φ。

——————————4 分

5. 讨论函数 w=xy-x+iy² 的可导性，并在可导点处求其导数.

6. 求积分 $\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{1-2a\cos\theta+a^2}$，其中 0<a<1.

解：令 $z=e^{i\theta}$，则 $d\theta=\frac{dz}{iz}$. 当 $a\neq 0$ 时

$1-2a\cos\theta+a^2=1-a(z+z^{-1})+a^2=\frac{(z-a)(1-az)}{z}$，——————————2 分

故 $I=\frac{1}{i}\int_{|z|=1}\frac{dz}{(z-a)(1-az)}$，且在圆 $|z|<1$ 内 $f(z)=\frac{1}{(z-a)(1-az)}$ 只以 $z=a$ 为一级极点，在 $|z|=1$ 上无奇点，故 $z=e^{i\theta}$，由留数定理有 $I=\frac{1}{i}2\pi i\operatorname{Res}_{z=a}f(z)=\frac{2\pi}{1-a^2},(0\leq|a|<1)$——————————4 分.

7. $f(z)=\frac{1}{z(1-z)^2}$ 在圆环域 $0<|z|<1$ 内展开成罗朗级数。

8. 求拉氏变换 $L[\int_0^t t\sin t dt]$ 和拉氏逆变换 $L^{-1}\left[\frac{s+1}{s^2+2s}\right]$。

解：$F(s)=L[\sin t]=\frac{1}{s^2+1}$，所以 $L[t\sin t]=-F'(s)=-(\frac{1}{s^2+1})'=\frac{2s}{(s^2+1)^2}$

$L[\int_0^t t\sin t dt]=\int_s^\infty\frac{2s}{(s^2+1)^2}ds=\int_s^\infty\frac{1}{(s^2+1)^2}ds^2=-\frac{1}{(s^2+1)}\Big|_s^\infty=\frac{1}{(s^2+1)}$——————————3 分

$L^{-1}\left[\frac{s-1}{s^2+2s}\right]=L^{-1}\left[\frac{1}{s+2}-\frac{1}{s(s+2)}\right]=L^{-1}\left[\frac{1.5}{s+2}-\frac{0.5}{s}\right]=(1.5e^{-2t}-0.5)$——————————3 分

9. 求微分方程 $y'''+3y''+3y'+y=1$，$y(0)=y'(0)=y''(0)=0$ 的解。

解：$s^3F(s)+3s^2F(s)+3sF(s)+F(s)=\frac{1}{s}$

$F(s)=\frac{1}{s(s^3+3s^2+3s+1)}=\frac{1}{s(s+1)^3}=\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(s+1)^3}$——————————3 分

$f(t)=L^{-1}[\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(s+1)^3}]=1*\frac{e^{-t}t^2}{2}=\frac{1}{2}\int_0^t t^2e^{-t}dt=1-e^{-t}-te^{-t}-\frac{1}{2}t^2e^{-t}$——————————3 分

10. 设力场 $\vec{F}=2xyz^3\vec{i}+x^2z^3\vec{j}+3x^2yz^2\vec{k}$，(1) 试证 $\vec{F}$ 为有势场，并求出 $\vec{F}$ 的所有原函数 $u(x,y,z)$ 及势函数 $v(x,y,z)$；(2) 求质点在力场内从 A(1,4,1)移动到 B(2,3,1)所作的功。

一、填空题(每题 2 分，共 20 分)

1. $\sqrt[3]{8}$ 的全部单根是 2，$-1+i\sqrt{3}$，$-1-i\sqrt{3}$。

2. $Ln(-3+4i)=\ln 5+i[(2k+1)\pi-\arctan\frac{4}{3}]$，$e^{-1+\frac{\pi i}{6}}=\frac{\sqrt{3}}{2e}+i\frac{1}{2e}$

3. 曲线 $z=(2+i)t$ 在映射 $w=z^2$ 下的象曲线方程为 $u=\frac{4}{3}v$。

4. 函数 $u=3x^2z-xy+z^2$ 在点 $P(1,-1,0)$ 处沿方向 {1,-1,3} 的方向导数最大，其最大值为 $\sqrt{11}$。

5. 曲线 $x=t^3+3,y=6t-7,z=2t^2-5t$，对应于 $t=3$ 的点 M 处的切向矢量 $\vec{A}$ 为 $27\vec{i}+6\vec{j}+7\vec{k}$。

6.矢量场 $\vec{A}=x\vec{i}+2y\vec{j}+3z\vec{k}$ 从内向外穿出闭合面 S 的通量 $\Phi=$ 64π。S 为球面 $x^2+y^2+z^2=4$。

7. 矢量场 $\vec{A}=(3x^2-6xy)\vec{i}+(3y^2-3x^2)\vec{j}$ 逆时针方向沿闭合曲线 l 的环量 0，其中 l 为 $x^2+y^2=25,z=0$。

8. 已知 $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$，$r=|\vec{r}|$，则 $\operatorname{rot}(r\vec{r})=$ 0

9. $\operatorname{grad}(x^3y+y^3z^2)=3x^2y\vec{i}+(x^3+3y^2z^2)\vec{j}+2y^3z\vec{k}$

10. $\operatorname{grad}(x^2y+y^2z+z^2x)=(z^2+2xy)\vec{i}+(x^2+2yz)\vec{j}+(y^2+2xz)\vec{k}$

二、选择题(每题 2 分，共 20 分)

1. 数量场 $u=xy^2+yz^2$ 在点 M（2，-1,1）处沿矢量 $\vec{l}=2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ 方向的方向导数为（$-\frac{2}{3}$）

（A）$\sqrt{14}$　　(B) -2　　(C) $\vec{i}-4\vec{j}-2\vec{k}$　　(D) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

2. u,v 为任意不相同的两个标量场，则 $\operatorname{grad}u\times\operatorname{grad}v$ 是（ D ）

（A）有势场　　(B) 调和场　　(C) 管型场　　(D)不确定

3. $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$，$r=|\vec{r}|$，则 $\operatorname{rot}(\vec{r})=$（ B ）

（A）3　　(B) 0　　(C) $\frac{\vec{r}}{r}$　　(D) r

4. $\vec{A}=u\nabla u$ 是：A

（A）无旋场　　(B)有旋场　　(C) 有源场　　(D)无源场

5. .设 $z=x+iy$，则 $\left|e^{3i+3z}\right|=$（A　　）

（A）. e^{3+3x}　　（B）. e^{3x}　　（C）. e^{3i+3z}　　（D）. $e^{|3i+3z|}$

6. arg(2-2i)=(　B　　)

（A）. $-\frac{3\pi}{4}$　　（B）. $-\frac{\pi}{4}$　　（C）. $\frac{\pi}{4}$　　（D）. $\frac{3\pi}{4}$

7. 下列复数中，使等式 $\frac{1}{z}=-z$ 成立的是(　C　　)

（A）. $z=e^{2\pi i}$　　（B）. $z=e^{\pi i}$　　（C）. $z=e^{\frac{\pi}{2}i}$　　（D）. $z=e^{-\frac{\pi}{2}i}$

8. 设 $0<t\le 2\pi$,则下列方程中表示圆周的是(B　　)。

（A）. $z=(1+i)t$　　（B）. $z=e^{it}+2i$

（C）. $z=t+\frac{i}{t}$　　（D）. $z=2\cos t+i3\sin t$

9. arg(-2+2i)=(　　　)。

（A）. $-\frac{3\pi}{4}$　　（B）. $-\frac{\pi}{4}$　　（C）. $\frac{\pi}{4}$　　（D.）$\frac{3\pi}{4}$

10. 下列区域为有界单连通区域的是(　A　　)。

（A）. $0<|z-i|<1$　　（B）. $0<\mathrm{Im}z<\pi$

（C）. $|z-3|+|z+3|<12$　　（D）. $0<\arg z<\frac{3\pi}{4}$

三、计算题(每题 6 分，共 60 分)

1.求 p，m，n 的值使得函数 $f(z)=my^3+nx^2y+i(x^3+pxy^2)$ 为解析函数，并求这时的导数 $f'(z)$

解：$\frac{\partial u}{\partial x}=2nxy=\frac{\partial v}{\partial y}=2nyp\Rightarrow n=-p$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=3my^2+nx^2=-\frac{\partial v}{\partial x}=-3x^2-py^2\Rightarrow n=-3,\quad 3m=p$$

$$p=-3, m=1, n=-3$$

$$f'(z)=\frac{\partial u}{\partial x}+i\frac{\partial v}{\partial x}=-6xy+i(3x^2-3y^2)=3\bar{z}^2$$

2. 求矢量场 $\vec{A}=xy^2z^3i+z^2\cos y\vec{j}+x^4e^{2y}\vec{k}$ 在点 M(1, 1, 2)处的散度。

解：$div\vec{A}=\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial r}{\partial z}=(y^2z^3-z^2\sin y)|_M=8-4\sin 1$

3. 验证矢量场 $\vec{A}=2xyz^2\vec{i}+(x^2z^2+\cos y)\vec{j}+2x^2yz\vec{k}$ 是有势场，并求其势函数

解：$\mathrm{rot}\vec{A}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ 2xyz^2 & x^2z^2+\cos & 2x^2yz\end{vmatrix}=0$

则 $\vec{A}$ 是有势场

$$u=\int_0^x 0dx+\int_0^y \cos y dy+\int_0^z 2x^2yzdz=\sin y+x^2yz^2$$

势函数

$$v=-u=-\sin y-x^2yz^2+C$$

4. 计算 $\oint_{|z|=2}\frac{\cos z}{(z-\pi/3)^2}dz$

解：$\oint_{|z|=2}\frac{\cos z}{(z-\frac{\pi}{3})^2}dz=-2\pi i\cdot\sin(\frac{\pi}{3})=-\sqrt{3}\pi i$

5. 求 $\int_C\frac{\sin z}{z(z-2)}dz$，其中 C 为 $|z|=3$

解：$\oint_{|z|=3}\frac{\sin z}{z(z-2)}dz=\oint_{|z|=\frac{1}{4}}\frac{\frac{\sin z}{z-2}}{z}dz+\oint_{|z-2|=\frac{1}{4}}\frac{\frac{\sin z}{z}}{z-2}dz$

$$=2\pi i\left.\frac{\sin z}{z-2}\right|_{z=0}+2\pi i\left.\frac{\sin z}{z}\right|_{z=2}=\pi i\sin 2$$

6. 已知 $u(x,y)=y^3-mx^2y$ 为调和函数，求 m 及其使 $f(z)=u+iv$ 解析的函数 $v(x,y)$。若定义 $u(x,y)$、$v(x,y)$ 为平面调和场 $\vec{A}$ 的势函数和力函数，求矢量场 $\vec{A}$。

解：

$$\frac{\partial u}{\partial x}=2mxy,\frac{\partial u}{\partial y}=3y^2-2mx^2$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=2my,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=6y$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0\Rightarrow m=-3$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}=-6x^2-3y^2,\frac{\partial v}{\partial y}=\frac{\partial u}{\partial x}=6xy$$

$$v=\int_0^x -6x^2dx+\int_0^y 6xydy=-2x^3+3xy^2$$

$$\vec{A}=-gradu=-6xy\vec{i}-(3y^2+3x^2)\vec{j}$$

7. 设 $u-v=x^2-y^2-2xy$。求 u和v，使得 $f(z)=u+iv$ 为解析函数，且满足 $f(0)=0$ 的 $f(z)=u+iv$ 的表达式。

见课件

8. 求复数 $w=\frac{z-1}{z+1}$ 的实部与虚部.

解：设 $z=x+iy$

$$w=\frac{z-1}{z+1}=\frac{x-1+yi}{x+1+yi}=\frac{x^2+y^2-1+2yi}{(x+1)^2+y^2}$$

实部：$\frac{x^2+y^2-1}{(x+1)^2+y^2}$

虚部：$\frac{2y}{(x+1)^2+y^2}$

9. 讨论函数 $w=xy-x+iy^2$ 的可导性，并在可导点处求其导数

解：$u=xy-x,\quad v=y^2$，

$\frac{\partial u}{\partial x}=y-1,\ \frac{\partial u}{\partial y}=x,\ \frac{\partial v}{\partial x}=0,\ \frac{\partial v}{\partial y}=2y$

$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}$，则$y-1=2y,\quad y=-1$

$\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}$，则$x=0$

w 在-i 处可导

$w'=\frac{\partial u}{\partial x}+i\frac{\partial v}{\partial x}=-2$

10. 讨论函数 $f(z)=e^{\bar{z}}$ 在复平面上的解析性。

解：

设 $z=x+iy$　　有　$f(z)=e^{\bar{z}}=e^x(\cos y-i\sin y)$

$u(x,y)=e^x\cos y,\quad v(x,y)=-e^x\sin y$

$\frac{\partial u}{\partial x}=e^x\cos y,\quad \frac{\partial u}{\partial y}=-e^x\sin y,\quad \frac{\partial v}{\partial x}=-e^x\sin y,\quad \frac{\partial v}{\partial y}=-e^x\cos y$

易知$u(x,y)$，$v(x,y)$在任意点都不满足$C-R$条件，故f在复平面上处处不解析。

一、填空题(每题 2 分，共 20 分)

1. $z^3+27=0$ 的单根是____________________。$\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$，$\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，-3

2. $i^i=$__________.

3. 设 z=x+iy, 则曲线|z-2|=1 的直角坐标方程为__________.

4. 设矢量场 $\vec{A}=(2xz+x^2)\vec{i}+(ay+xy^2)\vec{j}+(2z-z^2+2bxz-2xyz)\vec{k}$ 为无源场，则常数 a=_____，b=_____。-2,-1

6. 设 $f(z)=\oint\limits_{|\xi|=2}\frac{\sin\frac{\pi}{2}\xi}{\xi-z}d\xi$，其中$|z|\neq 2$，则 $f'(0.5)=$______.

4. $z=0$ 为函数 $f(z)=\frac{1-\cos z}{z^6}$ 的____级极点；在该点处的留数为____.

7. 广义积分 $\int_0^{+\infty}t\cos te^{-2t}dt$ 的值为_______。3/25

8. 拉氏反变换 $L^{-1}[\frac{1}{s^2(s^2-1)}]=$__________。$e^t-e^{-t}-t$

9. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{3^n}z^n$ 的收敛半径是__________.　　答案：3

10. 矢量场 $\vec{A}=xz\vec{i}+yx\vec{j}+yz\vec{k}$ 在点 M(1, 2, 3) 处沿方向 $\vec{n}=\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$ 的环量面密度为__________，旋度为__________。答案：$\mu_n=2$；　$rot\vec{A}=3i+j+2k$

二、选择题(每题 2 分，共 20 分)

1.设 $z=x+iy$，则$\left|e^{3i+3z}\right|=$（　　）。B

A. e^{3+3x}　B. e^{3x}　C. e^{3i+3z}　D. $e^{|3i+3z|}$

2. $\arg(\sqrt{3}-3i)=$(　　)。B

A.$-\frac{3\pi}{4}$　B.$-\frac{\pi}{4}$　C.$\frac{\pi}{4}$　D.$\frac{3\pi}{4}$

3. 设 C 为从-i 到 i 的左半单位圆周，则 $\int_C|z|\,dz=$(　　)B

A. i　　B. 2i

C. -i　　D. -2i

4. z=2i 为函数 $f(z)=\frac{e^z-1}{z^2(z^2+4)^2}$ 的（　　）.C

A.可去奇点　　B. 本性奇点

C.二级极点　　D. 四级极点

5. 设 f(z)和 g(z)在有向光滑曲线 C 上连续，则下列式子错误的是(　　)A

A. $\int_C g(z)f(z)dz=g(z)\int_z f(z)dz$

B. $\int_C f(z)dz=-\int_{C^-} f(z)dz$, 其中 C^-为 C 的反向曲线

C. $\int_C (f(z)\pm g(z))dz=\int_C f(z)dz\pm\int_C g(z)dz$

D. $\int_C 3f(z)dz=3\int_C f(z)dz$

6. 设 $f(z)=\oint_{|\xi|=2}\dfrac{\cos\frac{\pi}{2}\xi}{\xi-z}d\xi$，其中 $|z|\neq 2$，则 $f'(1)=($　　)。C

A. $2\pi i$　　B. 0　　C. $-\pi^2 i$　　D. $-2\pi^2 i$

7. $f(z)=\dfrac{1}{z(z-1)^2}$ 在 0<|z-1|<1 内的罗朗展开式是（　　）D

A. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n z^n$　　B. $\dfrac{1}{(z-1)^2}\sum_{n=0}^{\infty}z^n$

C. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(z-1)^n$　　D. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(z-1)^{n-2}$

8. 函数 $\dfrac{z}{z+4i}$ 在 $z_0=3$ 处所展成泰勒级数的收敛半径为（　　）。C

(A) 3　　(B) 4　　(C) 5　　(D) 0

9. 设 u 为数性函数，$\vec{A}(x,y,z)$ 为矢量函数，则下列有意义的式子为(　　)。C

A. ①, ②　　B. ②, ⑤　　C. ④, ⑥　　D. ③, ⑥

① $div(grad\vec{A})$；　② $rot(rot\vec{A})$；　③ $div(div\vec{A})$；

④ $rot(grad u)$；　⑤ $grad(rot\vec{A})$；　⑥ $grad(div\vec{A})$

10. u, v 为任意不相同的两个矢量场，则 $\mathrm{grad}\,u\times\mathrm{grad}\,v$ 是（　　）。C

（A）有势场　　(B) 调和场　　(C) 管形场　　(D)不确定

三、计算题(每题 6 分，共 60 分)

1. $\oint_{|z|=4}\dfrac{1}{\sin z}dz$.

2. 求 $\int_C\dfrac{\sin z}{z(z-3)}dz$，其中 C 为 $|z|=4$。

解：$\int_C\dfrac{\sin z}{z(z-2)}dz=2\pi i\left\{\mathrm{Res}[\dfrac{\sin z}{z(z-2)},0]+\mathrm{Res}[\dfrac{\sin z}{z(z-3)},3]\right\}=\dfrac{2}{3}\pi i\sin 3$

3.验证 $v(x,y)=2x^2-2y^2+x$ 是一调和函数，并构造解析函数 $f(z)=u+iv$ 满足条件 $f(i)=-2i$

4. 已知数性函数 $u=xy^2+yz^2$，求：(1) 函数 u 在点 M(2, -2, 1)处沿曲线 $x=2t^2, y=-2t^4, z=t$ 的切线方向上的方向导数；(2) 函数 u 在点 M 处的最大方向导数及梯度。

解：切线方向的方向向量：(4，-8，1)，方向余弦：$\cos\alpha=\dfrac{4}{9},\cos\beta=-\dfrac{8}{9},\cos\gamma=\dfrac{1}{9}$

$\dfrac{\partial u}{\partial x}=y^2=4,\quad \dfrac{\partial u}{\partial y}=-3,\quad \dfrac{\partial u}{\partial z}=-4,\quad \dfrac{\partial u}{\partial l}=4$；———— 3 分

$\dfrac{\partial u}{\partial l}\Big|_{max}=\sqrt{41}$；　　$grad u=4i-3j-4k$ ———— 3 分

5. 求 p，m，n 的值使得函数 $f(z)=my^3+nx^2y+i(x^3+pxy^2)$ 为解析函数，并求这时的导数 $f'(z)$。

解：$\dfrac{\partial u}{\partial x}=2nxy=\dfrac{\partial v}{\partial y}=2nyp\Rightarrow n=-p$

$\dfrac{\partial u}{\partial y}=3my^2+nx^2=-\dfrac{\partial v}{\partial x}=-3x^2-py^2\Rightarrow n=-3,\quad 3m=p$

$p=-3, m=1, n=-3$ ———— 3 分

$f'(z)=\dfrac{\partial u}{\partial x}+i\dfrac{\partial v}{\partial x}=-6xy+i(3x^2-3y^2)=3\bar{z}^2$ ———— 3 分

6. 利用留数定理计算积分 $I=\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{\cos 2x}{x^2+4}dx$.

解：$I'=\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{e^{iz}}{z^2+4}dz=2\pi i\times\mathrm{Res}[\dfrac{e^{iz}}{z^2+4},2i]=\dfrac{\pi}{2e^4}$

所以：$I=\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{\cos 2x}{x^2+4}dx=\mathrm{Res}[I']=\dfrac{\pi}{2e^4}$.

7. 求拉氏变换 $L[\dfrac{\sin t}{t}]$ 和拉氏逆变换 $L^{-1}\left[\dfrac{1}{s^2(s-1)}\right]$。

解：$F(s)=L[\sin t]=\dfrac{1}{s^2+1}$，所以 $L[\dfrac{\cos t}{t}]=\dfrac{\pi}{2}-arc\tan s$ ———— 3 分

$L^{-1}\left[\dfrac{s+1}{s^2+2s}\right]=e^t-t-1$ ———— 3 分

8. 利用 $Laplace$ 变换求方程 $y''-2y'-3y=4e^{2t}$ 满足条件 $y(0)=2, y'(0)=8$ 的解。

9. 把函数 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+1}$ 在圆环域 2<|z-i|<+∞ 内展开洛朗级数.

10. 已知矢量场 $\vec{A}=\dfrac{x^3}{3}i+\dfrac{y^3}{3}j+\dfrac{z^3}{3}k$，求：(1) $\vec{A}$ 在点 $(1,2,3)$ 处的散度；(2) $\vec{A}$ 穿出闭曲面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 外侧的通量 Φ。