

Chapter 8

带限AWGN信道的数字传输







道路拥挤,容易碰撞!

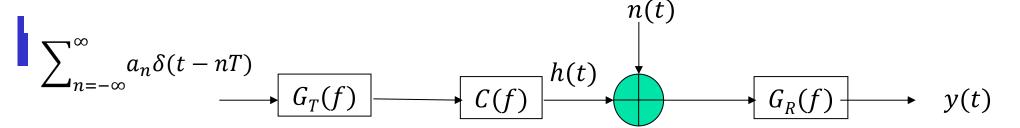
信道带宽受限,会有什么问题发生?如何克服?

带宽受限: 低通信道&带通信道

学习目标

- ■分析并画出数字基带系统模型,写出各模块的 输出信号形式
- ■了解数字基带系统的线路传输码型

3.1 通过带限信道的数字传输



数字基带系统框图

信道:
$$C(f) = \int_{-\infty}^{\infty} c(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

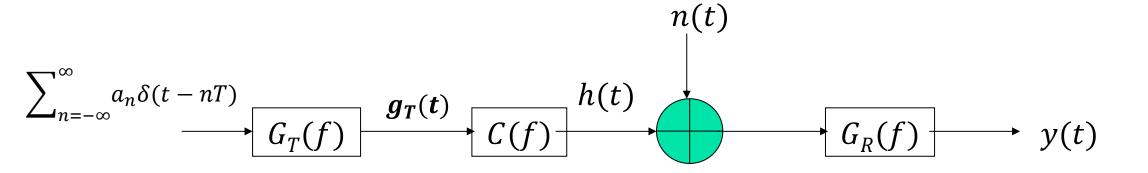
对于带宽限制在 B_c Hz 的基带信道,有

$$C(f) = 0, \quad |f| > B_c$$

故能够传输的信号最大带宽为 $W=B_c$ Hz

假定输入信道的信号为 $g_T(t)$.则

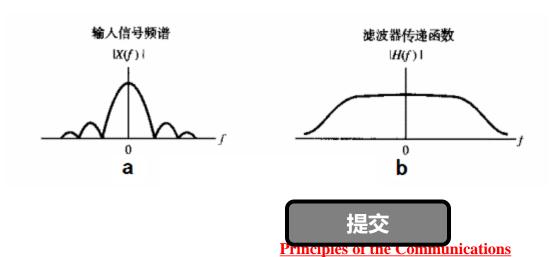
$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau) g_T(t - \tau) d\tau = c(t) * g_T(t)$$
or $H(f) = C(f)G_T(f)$



数字基带系统框图



- A a 输入信号
- B b 滤波器

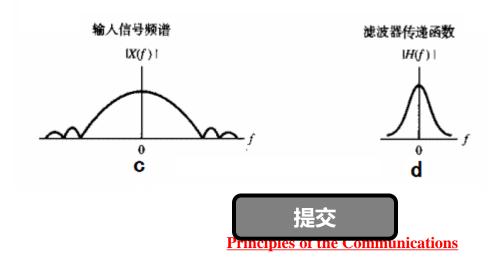


② 设置

投票

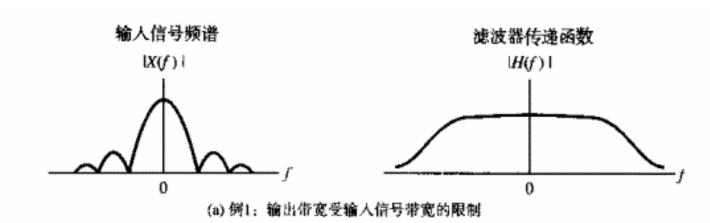


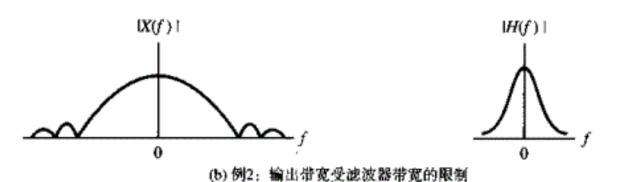
- c输入信号
- d 滤波器





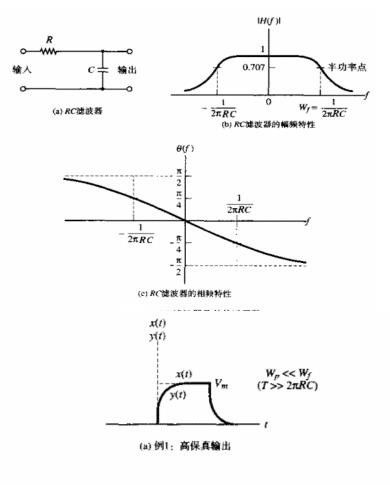
从频率域观察带限信道对信号频谱的影响

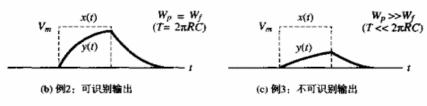




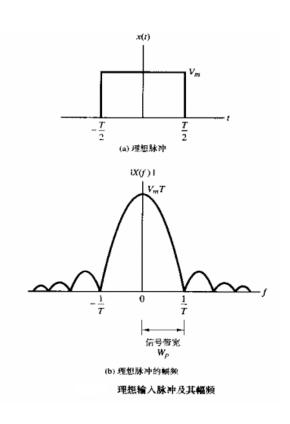
输入信号和电路的频谱特性对输出信号频谱特性的影响

从时域观察带限信道对信号波形的影响





对理想脉冲滤波的三个例子



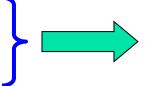
三个输出波形,哪个是我们最希望获得的?

$$C(f) = |C(f)|e^{j\theta(f)}$$

$$\tau(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(f)}{df}$$

如果: 对于所有 $|f| \leq B_c$:

> 幅度响应|C(f)|为常数 $\theta(f)$ 是频率的线性函数 $(\tau(f)$ 为常数)



信道是无失真 或理想的

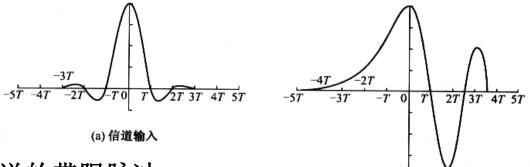
如果:

|C(f)| 不为常数

──── 幅度失真



例:



发送的带限脉冲

周期零点:在士T, ±2T等出现

(b) 信道输出

通过非理想信道后,接收信 号的零交点不再是周期间隔 的,连续脉冲的序列将相互 混叠,ISI



补充: 数字基带传输的常用码型

- 基带传输码的主要特性:
- 1. 能从其相应的基带信号中获取定时信息;
- 2. 相应的基带信号无直流成分和只有很小的低频成分;
- 3. 不受信源统计特性的影响,能适应于信源的变化;
- 4. 尽可能的提高传输码型的传输效率;
- 5. 具有内在的检错能力等。

- 1、AMI码(1B/1T码型,三进制编码)
- 传号交替反转码:序列中的0(空号)变换为传输码的0,序列中的1(传号)变换为传输码的+1、-1、+1、-1.....。

例: 消息序列: 10011100001

AMI码: +1 0 0 -1+1-1 0 0 0 0 0+1

特点:无直流分量,且只有很小的低频成分;编译码简单,便于观察误码。

缺点:出现长连0,提取定时信号困难。



2、HDB3码:三阶高密度双极性码。

编码原理:

- (1) 先把消息序列变换成AMI码,然后去检查其中连0串情况,当没有4个或4个以上连0串时,则这时的AMI就是HDB3码;
- ② 当出现4个或4个以上连0串时,则将每4个连0小段的第4 个0变换成与其前一个非0符号(+1或-1)同极性的符号, 这个符号用V表示。
- (3) 为了使附加V后序列不破坏"极性交替反转"造成的无直流特性,还必须保证相邻的V符号也应极性交替。

- ■特例:
- 当相邻V符号间有偶数个非0符号时,需将该小段的第1个0变换成+B或-B,B符号的极性与前一个非0符号的相反,并让后面的非0符号从V开始再交替变换。
 - HDB3码译码简单,当发现两个连续传号极性相同时,就 将后一个符号及其前面三个符号赋零即可。

用于: 2M基群接口码型



序列: 1000 0 1000 0 1 1 000 0 1 1

AMI: -1000 0 +1000 0 -1+1 000 0 -1+1

HDB3: -1000 - V + 1000 + V - 1 + 1 - B00 - V + 1 - 1



请写出序列:

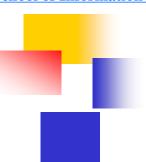
1000000001110000110000111

的AMI和HDB3码

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

3、PST码:成对选择三进码

编码: 先将二进制的序列划分成2个码元为一组的码组序 列。然后再把每一码组编码成两个三进制数字(+、-、 0)。因为三进制数字有9种状态,可灵活的选择其中的4 种。下表中列出了其中使用最广泛的一种。为防止PST 码的直流漂移, 当在一个码组中仅发送单个脉冲时, 两 个模式应交替变换。



二进制代码	+模式	-模式	
00	-+	-+	
01	0+	0-	
10	+0	-0	
11	+-	+-	

例:序列:01 00 11 10 10 11 00

取+模式: 0+ -+ +- -0 +0 +- -+

取- 模式: 0- -+ +- +0 -0 +- -+

特点:能提供足够的定时分量,且无直流成分,编码简单;但是需要提供分组的帧同步信息。

4、双相码(曼彻斯特码)

对每个二进制代码分别利用两个具有不同相位的二进制新码去取代的码。

编码规则: $0\rightarrow01$ (零相位的一个周期的方波)

1→10(π零相位的一个周期的方波)

例: 序列: 1 1 0 0 1 0 1

双相码: 10 10 01 01 10 01 10

特点:只使用两个电平,能提供足够的定时分量,且无直流成分,编码简单;但带宽宽。

另外可以先将序列差分编码,构成差分双相码。该码在本地局域网中使用。



编码:

- 1码:用码元持续时间中心点出现跃变来表示。即用10或01表示。
- 0码:单个0,在码元持续间内不出现电平跃变,且与相邻码元的边界处也不跃变;连0,在两个0的边界处出现电平跃变,即00与11交替。

用于: 气象卫星和磁记录中。

例: 序列: 1 1 0 1 0 0 1 0

密勒码: 01 10 00 01 11 00 01 11

6、CMI码(传号反转码)

编码:

1→11和00交替;

 $0 \rightarrow 01$;

特点:含有丰富定时信息

用于:PCM准同步四次群的接口码型

例: 序列: 1 1 0 1 0 0 1 0

CMI码: 11 00 01 11 01 01 00 01



将欲发送的数据流每4bit作为一个组,然后按照4B/5B编码规则将其转换成相应5bit码。

用于: FDDI、100BASE-TX和100BASE-FX

十六进制数	4位二进制数	4B/5B编码	十六进制数	4位二进制数	4B/5B编码
0	0000	11110	8	1000	10010
1	0001	01001	9	1001	10011
2	0010	10100	A	1010	10110
3	0011	10101	В	1011	10111
4	0100	01010	С	1100	11010
5	0101	01011	D	1101	11011
6	0110	01110	Е	1110	11100
7	0111	01111	F	1111	11101



- ■分析带限信道数字信号传输面临的问题
- 推导出数字已调信号的功率谱并作出分析
- 会看眼图
- ■推导奈奎斯特第I准则,并应用该准则设计数字信号

数字基带系统分析

假设信道带宽 $B_c = W$,且接收端采用匹配滤波器,则 $G_R(f) = H^*(f)e^{-j2\pi f t_0}$

在抽样时刻t=to, 匹配滤波器输出的信号分量为

$$y_S(t_0) = y_S(t)\Big|_{t=t_0} = \int_{-W}^{W} H(f)G_R(f) e^{j2\pi f t} df\Big|_{t=t_0}$$

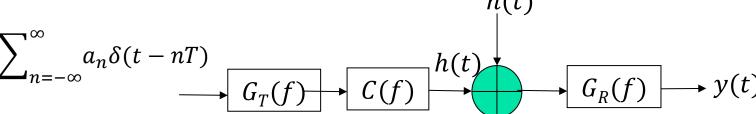
$$= \int_{-W}^{W} H(f)H^*(f) e^{-j2\pi f t_0} e^{j2\pi f t} df \bigg|_{t=t_0}$$

$$= \int_{-W}^{W} H(f)H^{*}(f) e^{-j2\pi f t_{0}} e^{j2\pi f t_{0}} df$$

$$= \int_{-W}^{W} |H(f)|^{2} df = E_{h} \qquad \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n} \delta(t-nT)$$

$$= \int_{-W}^{W} |H(f)|^{2} df = E_{h} \qquad G_{T}(f)$$

$$= \int_{-W}^{W} |H(f)|^2 df = E_h$$



匹配滤波器输出的噪声分量均值为0,功率谱密度为
$$S_n(f) = \frac{N_0}{2} |G_R(f)|^2 = \frac{N_0}{2} |H^*(f)e^{-j2\pi f t_0}|^2 = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2$$

因此噪声功率为:

$$\sigma_n^2 = \int_{-W}^{W} S_n(f) df = \frac{N_0}{2} \int_{-W}^{W} |H(f)|^2 df = \frac{N_0 E_h}{2}$$

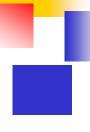
匹配滤波器的输出信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{0} = \frac{E_{h}^{2}}{N_{0}E_{h}/2} = \frac{2E_{h}}{N_{0}}$$

注意:这里与第七章的不同之处在于接收端匹配滤波器与接收信

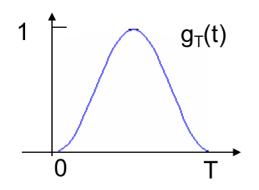
号 h(t) 匹配而不是发送信号 $g_T(t)$.

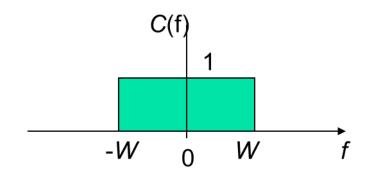
主观题 10分



定义信号脉冲 $g_T(t)$ 如下。该信号发送后,在基带信道中传输,基带信道的频谱特性C(f)如右下图所示,信道输出受功率谱密度为 $N_0/2$ 的**AWGN**的干扰。试确定与接收信号对应的匹配滤波器和输出的信噪比。已知

$$g_T(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{T}{2} \right) \right]$$





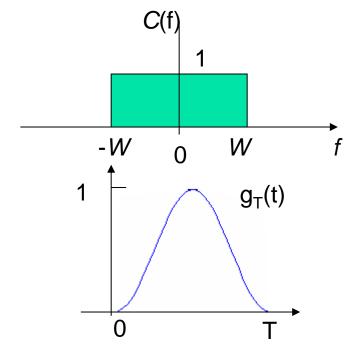
正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂



解:
$$g_T(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{T}{2} \right) \right]$$

$$G_T(f) = \frac{T}{2} \frac{\sin \pi f t}{\pi f t (1 - f^2 T^2)} e^{-j\pi f t} = \frac{T}{2} \frac{\sin c\pi f t}{(1 - f^2 T^2)} e^{-j\pi f t}$$

$$H(f) = C(f)G_T(f) = \begin{cases} G_T(f) & |f| < W \\ 0 & otherwise \end{cases}$$





匹配滤波器H(f)输出的信号分量为

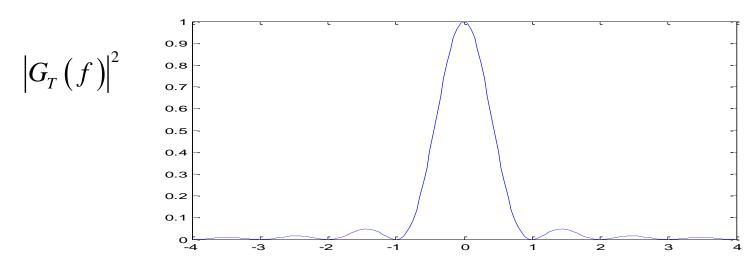
 $E_h = \int_{-W}^{W} |G_T(f)|^2 df$

噪声的方差为

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0 E_h}{2}$$

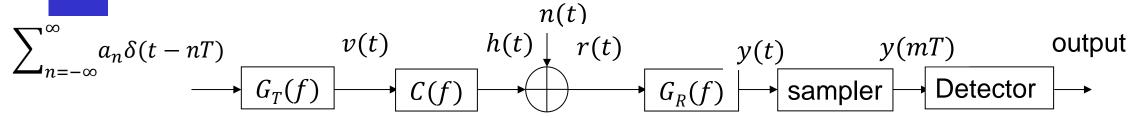
输出SNR为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{2E_h}{N_0}$$





8.1.1 带限基带信道上的数字PAM传输



理想情况,发送滤波器 $G_T(f)$ 的输入信号可以表示为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t-nT)$$

故

$$v(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT)\right] * g_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t - nT)$$

$$r(t) = v(t) * c(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} a_n h(t - nT) + n(t) \to h(t) = c(t) * g_T(t)$$



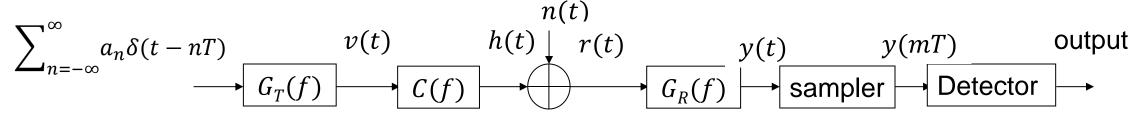
$$y(t) = r(t) * g_R(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} a_n x(t - nT) + n_v(t)$$

$$\rightarrow x(t) = c(t) * g_T(t) * g_R(t), n_v(t) = n(t) * g_R(t)$$

$$y(mT) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} a_n x(mT - nT) + n_v(mT)$$

$$\Leftrightarrow y_m = \sum_{n = -\infty}^{\infty} a_n x_{m-n} + n_{v,m} = x_0 a_m + \sum_{n = -\infty, n \neq m}^{\infty} a_n x_{m-n} + n_{v,m}$$

$$\Leftrightarrow y_m = \sum_{n = -\infty}^{\infty} a_n x_{m-n} + n_{v,m} = x_0 a_m + \sum_{n = -\infty, n \neq m}^{\infty} a_n x_{m-n} + n_{v,m}$$



- 结论:数字信号在带限信道中传输时,接收信号由 三部分组成:
 - 1. 希望获得的信号-有用信号: x_0a_m
 - 2. 码间干扰(inter symbol interference, ISI): $\sum_{n=-\infty,n\neq m}^{\infty}a_{n}x_{m-n}$
 - 3. 噪声: $n_{v,m}$, 一般不再是白噪声, 但是仍是高斯噪声。

问: 噪声的功率是多少?

答: $\frac{N_0E_h}{2}$



对PAM 信号

$$u(t) = v(t)\cos 2\pi f_c t$$

对QAM和PSK信号

$$u(t) = v_c(t)\cos 2\pi f_c t + v_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

$$v_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nc} g_T(t - nT)$$

$$v_s(t) = \sum_{n = -\infty} a_{ns} g_T(t - nT)$$

 $n=-\infty$

用一个等价的基带信号v(t)表示u(t),有

$$v(t) = v_c(t) - jv_s(t)$$

$$= \sum_{\infty}^{\infty} (a_{nc} - ja_{ns})g_T(t - nT) = \sum_{\infty}^{\infty} a_n g_T(t - nT)$$

则相应的PAM、QAM和PSK信号 u(t)表示为

$$u(t) = \operatorname{Re} \left[v(t) e^{j2\pi f_c t} \right]$$

v(t) 称为等效基带信号,是一个<u>复数形式</u>的信号。

注: PAM中v(t)是实信号。

通过等效基带信道传输时,接收的带通信号可以表示为 $w(t) = Re[r(t)e^{j2\pi f_c t}]$

其中

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t - nT) + n(t)$$

经过接收端匹配滤波器后,信号变为

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT) + n_o(t)$$

8.2 数字已调信号的功率谱

■8.2.1 基带信号的功率谱

数字PAM、PSK和QAM信号可以等效为基带发送信号,

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t - nT)$$

其中 $\{a_n\}$ 是信息序列(复数序列), $g_T(t)$ 是发送滤波器的脉冲响应

v(t) 的功率谱:

1, v(t) 的均值为

$$E[v(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E(a_n) g_T(t - nT) = m_a \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_T(t - nT)$$

- v(t) 的均值是周期为T的周期函数
- 2、v(t) 的自相关函数为

$$R_{v}(t+\tau,t) = E[v*(t)v(t+\tau)]$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E(a_{n}^{*}a_{m})g_{T}(t-nT)g_{T}(t+\tau-mT)$$

假定 $\{a_n\}$ 是宽平稳随机序列,其自相关函数为 $R_a(n) = E(a_m^* a_{n+m})$

则:

$$R_{v}(t+\tau,t)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}R_{a}(m-n)g_{T}(t-nT)g_{T}(t+\tau-mT)$$

$$\Leftrightarrow p = m - n$$

$$R_{v}(t+\tau,t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} R_{a}(p) \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{T}(t-nT)g_{T}(t-nT-pT)$$

可见 $R_n(t+\tau,t)$ 是周期为T的周期信号。

因此随机过程 v(t) 周期平稳。

v(t) 的平均自相关函数为

$$\bar{R}_{v}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_{V}(t+\tau,t)dt = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{a}(m) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g_{T}(t-nT)g_{T}(t+\tau-nT-mT)dt$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_a(m) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} \int_{nT-T/2}^{nT+T/2} g_T(t) g_T(t+\tau-mT) dt$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_a(m) \int_{-\infty}^{\infty} g_T(t) g_T(t+\tau-mT) dt$$

$$=\frac{1}{T}\sum_{m=0}^{\infty}R_{a}(m)R_{g}(\tau-mT)$$

其中: $R_g(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g_T(t)g_T(t+\tau)dt$ 为 $g_T(t)$ 的时间自相关函数。

则v(t)的功率谱密度为

$$S_{v}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{R}_{V}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_a(m) \int_{-\infty}^{\infty} R_g(\tau - mT) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

$$= \frac{1}{T} |G_T(f)|^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_a(m) e^{-j2\pi f mT} = \frac{1}{T} S_a(f) |G_T(f)|^2$$

v(t)功率谱密度由两部分决定

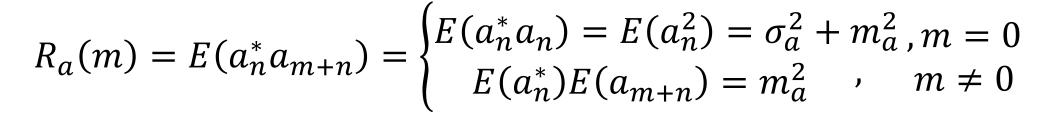
其中:

序列的功率谱特性

谱特性

$$S_a(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_a(m) e^{-j2\pi f mT}$$

若进一步假设信息序列 $\{a_n\}$ 互不相关,则

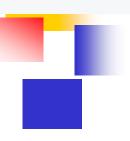


$$S_a(f) = \sigma_a^2 + m_a^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f mT} = \sigma_a^2 + \frac{m_a^2}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right)$$

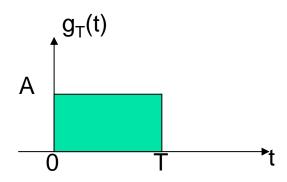
从而

$$S_{V}(f) = \frac{\sigma_{a}^{2}}{T} |G(f)|^{2} + \frac{m_{a}^{2}}{T^{2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| G\left(\frac{m}{T}\right) \right|^{2} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right)$$

注:
$$\mathcal{F}\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{-j2\pi fmT}\right] = \frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$



确定 $g_T(t)$ 为图示矩形脉冲时发送信号的功率谱密度。假设信息序列互不相关,均值为 m_a ,方差为 σ_a^2 。

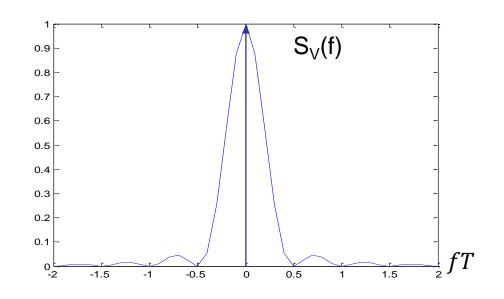




$$G_T(f) = AT \frac{\sin \pi fT}{\pi fT} e^{-j\pi fT}$$

$$|G_T(f)|^2 = (AT)^2 \left(\frac{\sin \pi fT}{\pi fT}\right)^2 = (AT)^2 \sin c^2 (fT)$$

$$S_v(f) = \sigma_a^2 A^2 T \sin c^2 (fT) + A^2 m_a^2 \delta(f)$$



例 8.2.2

考虑一个二进制序列 $\{b_n\}$, 由下式形成序列码元

$$a_n = b_n + b_{n-1}$$

假设 $\{b_n\}$ 是取值为 (± 1) 的不相关的随机变量,且均值为0,方差为

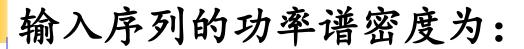
1。 发送滤波器的频谱为 $G_T(f)$ 。请确定发送信号的功率谱密度。

解: 序列 $\{a_n\}$ 的自相关函数为

$$R_a(n) = E[a_n a_{n+m}] = E[(b_n + b_{n-1})(b_{n+m} + b_{n+m-1})]$$

= $E[b_n b_{n+m} + b_n b_{n+m-1} + b_{n-1} b_{n+m} + b_{n-1} b_{n+m-1}]$

$$= \begin{cases} 2, & m = 0 \\ 1, & m = \pm 1 \\ 0, otherwise \end{cases}$$

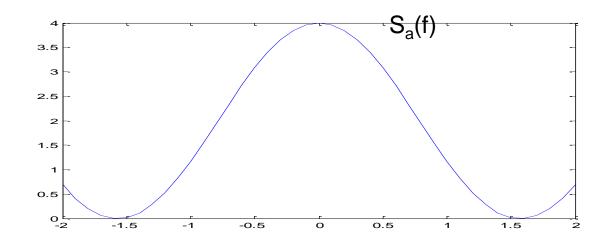


$$S_a(f) = \sum_{m = -\infty}^{\infty} R_a(m)e^{-j2\pi mT} = e^{j2\pi fT} + 2 + e^{-j2\pi fT}$$

$$= 2(1 + \cos 2\pi fT) = 4\cos^2 \pi fT$$

信号的功率谱密度为

$$S_{v}(f) = \frac{1}{T} S_{a}(f) |G_{T}(f)|^{2} = \frac{4}{T} |G_{T}(f)|^{2} \cos^{2}(\pi f T)$$



结论:

数字基带信号的功率谱分成两个部分:

连续谱:决定了信号的频谱形状和带宽;

离散谱:含有定时同步的信息,有些情况下不存在。

8.2.2 载波已调信号的功率谱

带通信号可以表示为

$$u(t) = v(t) \cos 2\pi f_c t$$

u(t) 的自相关函数

$$R_{U}(t + \tau, t) = E[U(t)U(t + \tau)]$$

$$= E[V(t)V(t + \tau)] \cos 2\pi f_{c}t \cos 2\pi f_{c}(t + \tau)$$

$$= R_{V}(t + \tau, t) \cos 2\pi f_{c}t \cos 2\pi f_{c}(t + \tau)$$

$$= \frac{1}{2}R_{V}(t + \tau, t)[\cos 2\pi f_{c}\tau + \cos 2\pi f_{c}(2t + \tau)]$$

$$\bar{R}_{U}(t + \tau, t) = \frac{1}{2}\bar{R}_{V}(\tau) \cos 2\pi f_{c}\tau$$



$$\bar{R}_U(t+\tau,t) = \frac{1}{2}\bar{R}_V(\tau)\cos 2\pi f_c \tau$$

带通信号的功率谱密度为

$$S_U(f) = \frac{1}{4} [S_V(f - f_c) + S_V(f + f_c)]$$

该表达是可应用到 PAM, PSK 和 QAM 信号

序列 $\{a_n\}$ 取值为 ± 1 的等概的统计独立的随机序列,

$$g_T(t) = \begin{cases} A, 0 < t < T \\ 0 \end{cases}$$

求:
$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t-nT)$$
的功率谱密度

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

解:
$$R_a(n) = E[a_n a_{n+m}]$$

$$= \begin{cases} E[a_n^2], m = 0 \\ E[a_n]E[a_{n+m}], m \neq 0 \end{cases} = \begin{cases} 1, m = 0 \\ 0, m \neq 0 \end{cases}$$

$$S_a(f) = 1$$

$$G_T(f) = AT \frac{\sin \pi fT}{\pi fT} e^{-j\pi fT}$$

结论?

$$|G_T(f)|^2 = (AT)^2 \left(\frac{\sin \pi fT}{\pi fT}\right)^2 = (AT)^2 \sin c^2 (fT)$$

$$S_{v}(f) = \frac{1}{T} S_{a}(f) |G_{T}(f)|^{2} = A^{2} T \operatorname{sin} c^{2}(fT)$$



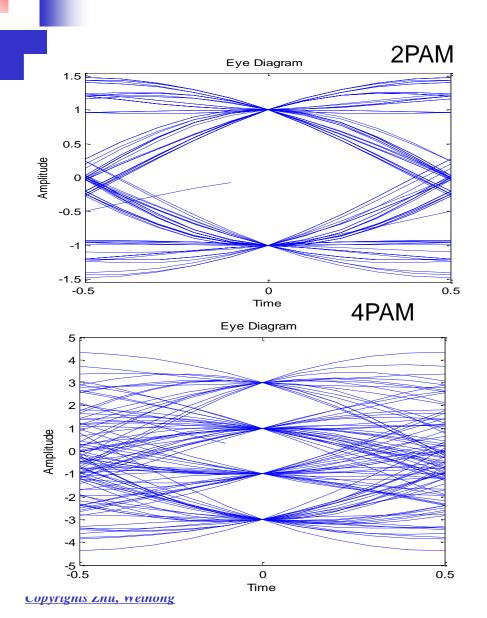
假设信道无失真, 且满足

$$C(f) = \begin{cases} C_0 e^{-j2\pi f t_0} |f| \le W \\ 0 & |f| > W \end{cases} = \begin{cases} 1, |f| \le W \\ 0, |f| > W \end{cases}$$

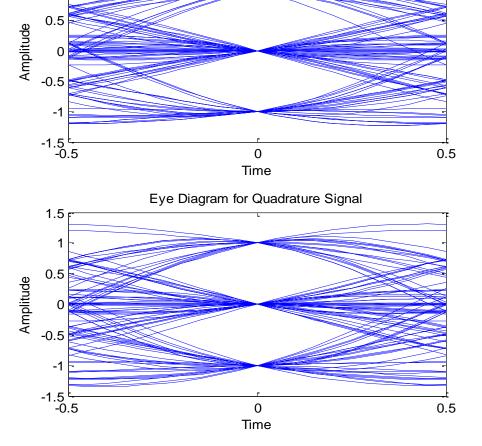
则:

$$y_m = x_0 a_m + \sum_{n \neq m} a_n x_{m-n} + n_m$$

实验方法观察码间干扰和噪声:眼图



QPSK

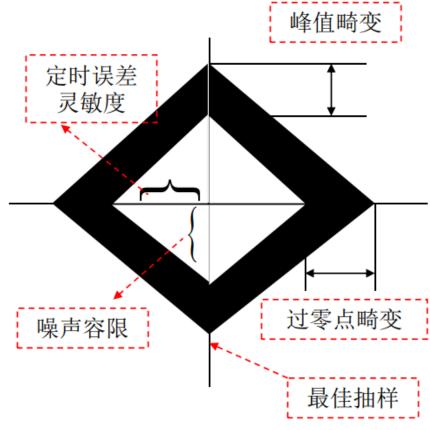


Eye Diagram for In-Phase Signal

Principles of the Communications

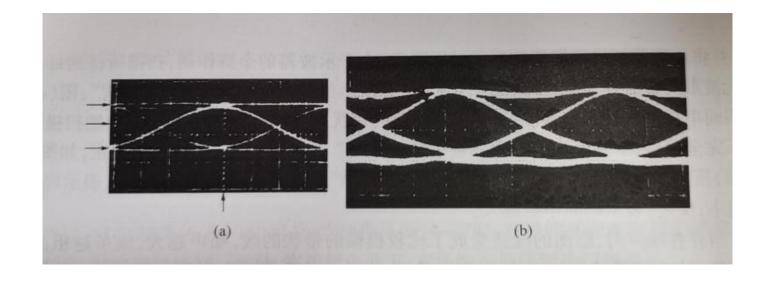


眼图的参数:





眼图照片



8.3 带限信号的设计 - 奈奎斯特准则

系统波形的设计共有三个奈奎斯特准则:

第I准则: 无码间干扰—抽样点无失真(重点内容)。

第Ⅱ准则:转换点无失真—以一定电平对接收波形限幅,由此再生的脉宽正好等于码元间隔的矩形波(部分响应信号)(理解)。

第III准则:脉冲波形面积保持不变(ISI-Sum free)—若在一个码元间隔内接收波形的面积正比于发送矩形脉冲的幅度,而其他码元间隔的发送脉冲在此码元间隔内的面积为0,则接收端也能无失真的恢复原始信码。



8.3.1 无ISI的带限信号设计

$$y_m = x(0)a_m + \sum_{n \neq m} a_n x(mT - nT) + n(mT)$$

为消除 ISI, 必须满足 x(mT - nT) = 0 当 $m \neq n$

且
$$x(0) \neq 0$$
。假设 $x(0) = 1$,则

$$x(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Theorem 8.3.1 [Nyquist, 奈奎斯特第I准则].

使 x(t) 满足

$$x(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

的充要条件是其傅立叶变换 X(f) 满足

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f + \frac{m}{T}) = T$$

证明:
$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft}df$$

$$x(nT) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi fnT}df$$

$$x(nT) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-1/2T}^{1/2T} X(f + \frac{m}{T}) e^{j2\pi f nT - j2\pi mn} df$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-1/2T}^{1/2T} X(f + \frac{m}{T}) e^{j2\pi f n T} df$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-1/2T}^{1/2T} X(f + \frac{m}{T}) e^{j2\pi f n T} df$$

$$= \int_{-1/2T}^{1/2T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f + \frac{m}{T}) e^{j2\pi f n T} df = \int_{-1/2T}^{1/2T} Z(f) e^{j2\pi f n T} df$$

其中

$$Z(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f + \frac{m}{r})$$

 $L(J)=L_{m=-\infty}\Lambda(J+T)$ $T(J)=L_{m=-\infty}\Lambda(J+T)$ $T(J)=L_{m=-\infty}\Lambda(J)$ $T(J)=L_{m=-\infty}\Lambda($

$$Z(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{j2\pi n fT}$$

$$\omega_{\rm l} = \frac{2\pi}{T_{\rm l}}$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_n}$$

$$F_n = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0 + T_1} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

 $\omega_{\rm l} = \frac{2\pi}{T}$

 $f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}$

 $F_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T_1} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$

 $n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$



$$z_n = T \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} Z(f) e^{-j2\pi nfT} df$$

因为

$$x(nT) = \int_{-1/2T}^{1/2T} Z(f)e^{j2\pi f nT} df$$

比较这两个式子, 有



$$Z(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{j2\pi nfT} = T$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f + \frac{m}{T}) = T$$

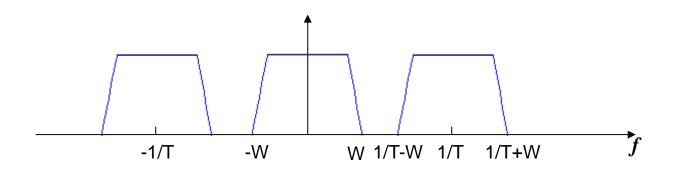
定理得证。



$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f + \frac{m}{T}) = T$$

讨论:

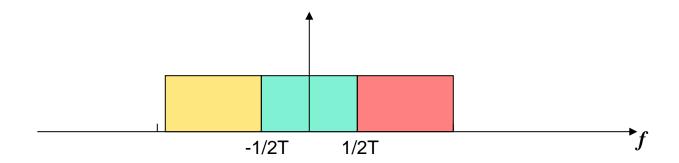
1. $T < \frac{1}{2W}$, 或 $\frac{1}{T} > 2W$, 无法设计一个无码间干扰的系统





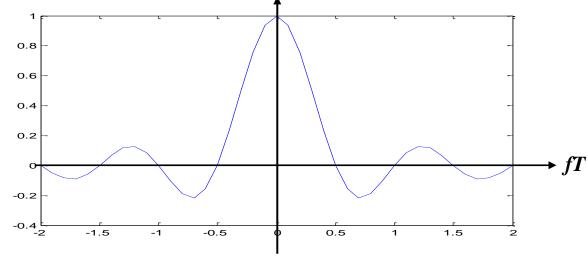
2.
$$T = \frac{1}{2W}$$
. 只有一种 $X(f)$ 满足 $Z(f)=T$

$$X(f) = \begin{cases} T, & |f| \le W \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad or \quad x(t) = \sin c \left(\frac{t}{T}\right)$$



使零ISI成为可能的T的最小值是 $T = \frac{1}{2W}$; 此时码元传输速率 $R = \frac{1}{T} = 2W$ 波特,该速率称为 <u>奈奎斯特速率</u>。

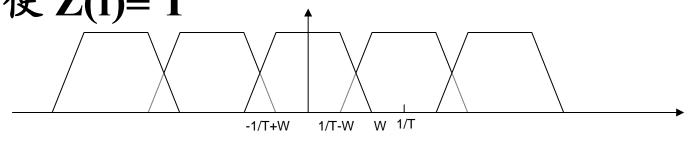
$$x(t) = \sin c \left(\frac{t}{\tau}\right)$$
 称为奈奎斯特脉冲。



该函数非因果。另外脉冲形状按1/t,收敛到0,收敛速度慢.

此时频带利用率为:R/W=1/(WT)=2码元/Hz

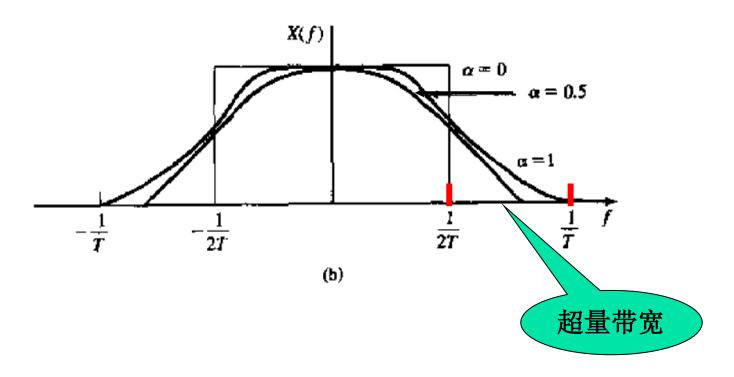
3. $T > \frac{1}{2W}$, Z(f) 由间隔 $\frac{1}{T}$ 的 X(f) 的重复谱瓣组成, 存在大量的X(f), 使 $Z(f) \equiv T$



广泛使用的一种特殊的脉冲频谱为升余弦谱, 表示为

$$X(f) = \begin{cases} T, & 0 \le |f| \le (1-\alpha)/2T \\ \frac{T}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi T}{\alpha} (|f| - \frac{1-\alpha}{2T}), & \frac{1-\alpha}{T} \le |f| \le \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & |f| > \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases}$$

此时频带利率为: R/W=2T/[(1+α)T]=2/(1+α) 码元/Hz



 α 为滚降因子, $0 \le \alpha \le 1$, $\alpha = \frac{超量带宽}{1/2T}$

数字基带系统无码间干扰传输所需要的带宽为

$$W = \frac{1+\alpha}{2}R$$

其中R为码元速率, $R = \frac{1}{T}$ 波特。

频带利用率:

$$\eta = \frac{R}{W} = \frac{2}{1+\alpha}$$

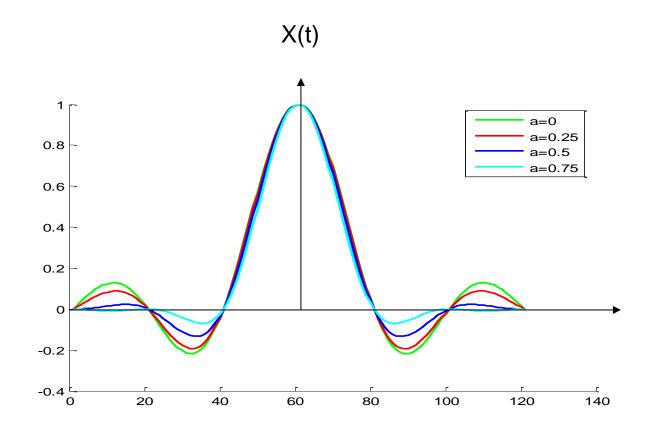


假设码元速率为R,数字频带系统(如MQAM)无码间干扰传输所需要的带宽为[填空1]

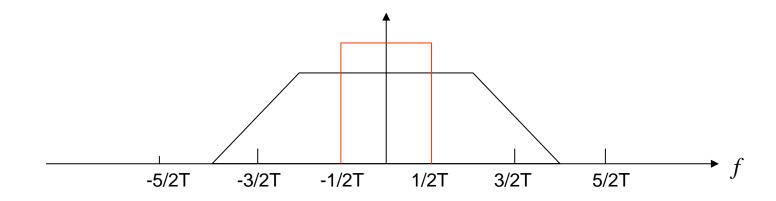
正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

升余弦脉冲时域表达式为

$$x(t) = \sin c \left(t/T \right) \frac{\cos(\pi a t/T)}{1 - 4\alpha^2 t^2/T}$$



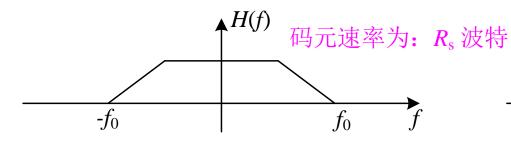
如何判断一个信道是否存在码间干扰?

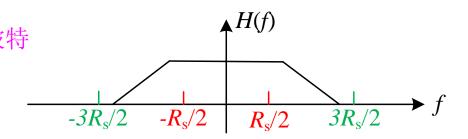


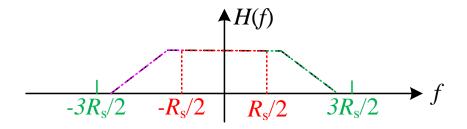
需要强调的是这里码元周期为T,或码元速率为1/T波特。

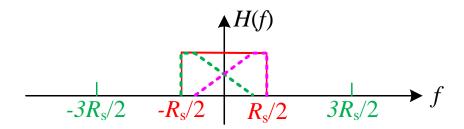
问题: 若码元周期为 2T, 如何选择叠加区间?

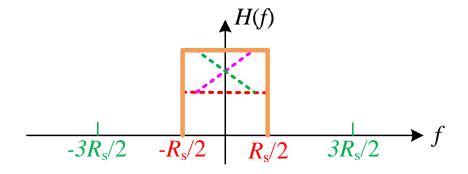




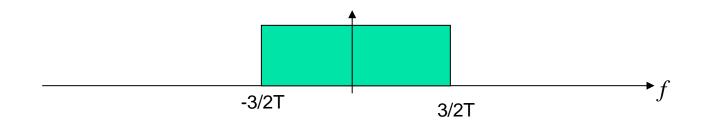












正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

如何配置发送滤波器和接收滤波器

山 由 奈 奎 斯 特 准 则 , 数 字 传 输 系 统 若 无 码 间 干 扰 (ISI),系 统 传 输 函 数 $X(f) = G_T(f)C(f)G_R(f)$

必须满足

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f + \frac{m}{T}) = T$$

并且 $G_R(f)$ 是 $H(f) = G_T(f)C(f)$ 匹配滤波器。

若采用升余弦脉冲, $x(t) = \sin c(t/T) \frac{\cos(\pi a t/T)}{1-4\alpha^2 t^2/T}$, 一般要求

$$G_R(f) = \sqrt{X(f)}$$

为平方根升余弦脉冲。



Chapter 8

通过带限信道的数字传输

数字已调信号的功率谱

奈奎斯特第一准则

思考题:

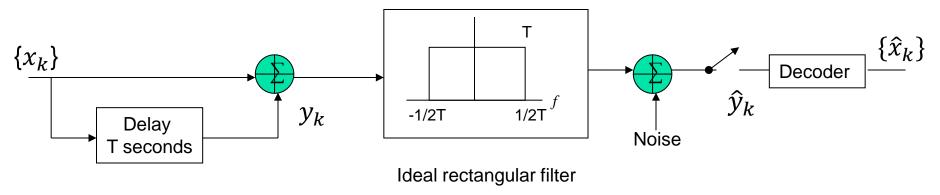
数字基带信号的功率谱有什么决定?有什么特点?

8.3.2 具有可控ISI的带限信号设计——部分响应信号 奈奎斯特第 | 准则

1963年, Adam Lender 指出,在带宽为WHz 且无码间干扰 时, 理论上每秒可以传输2W个码元, 而且不需要无限 陡峭的滤波器。Lender采用了一项称为 双二进制信号 的技术, 也可称为 相关编码或部分响应信号。 双二进 制信号的基本思想是在数据流中人为地引入一些可控制 的码间干扰,而不是试图彻底消除码间干扰。Lender指 出,通过在脉冲间引入相关的干扰,改变检测的方法, 实际上可以在接收端消除干扰,从而获得单位Hz的理想 码元速率,即2码元/Hz,而这在以前被认为是不可能实现 的。



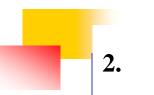
为了理解双二进制信号是如何引入可控制的码间串扰的,先看一个实例。可以认为双二进制编码的过程如下图所示:



设二进制码元 x_k 的传输速率为每秒 R=1/T 个码元. 将其进行相关编码后,通过频谱特性为理想矩形且带宽为 W=R/2=1/2T Hz 的系统,如上图所示,相关编码后的脉冲序列 y_k 为

$$y_k = x_k + x_{k-1}$$

因此 y_k 的幅度不是独立的,每一位 y_k 均含有前一位数字的信息(码间干扰)。 y_k 之后紧跟的是理想奈奎斯特滤波器(发送滤波器)。



2. 双二进制解码

如果二进制数字 x_k 取值为 ± 1 ,则 y_k 共有3种可能的取值: +2,0 or -2. 双二进制编码输出有3个电平。对M 进制传输而言,部分响应信号有 2M-1 种电平. 解码与编码过程正好相反,每一位 y_k 减去 x_{k-1}

Example: 双二进制编码与解码:

二进制序列为 $\{x_k\}$ = 0010110. (该序列的第一位为起始位, 不属于数据位),看一下双二进制编码和解码的规则



二进制数字序列 $\{x_{k}\}$:

 $\{x_{i}\}$ 的双极性幅度:

编码规则: $y_k = x_k + x_{k-1}$:

解码判决规则:若 $\hat{y}_k = 2$, 判定 $\hat{x}_k = +1$

 $ilde{x}\hat{y}_k = -2$, 判定 $\hat{x}_k = -1$

-1 -1 +1 -1 +1 -1

-2 0 0 0 2 0

 $ilde{x}\hat{y}_k = 0$, 判定 \hat{x}_k 为前一判决的反码

解码所得的双极性序列 $\{\hat{x}_k\}$:

-1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1

解码所得的二进制序列 $\{\hat{x}_k\}$:

这种检测方法的缺点是一旦出现一个错误, 错误将会不断传播, 引发更多的 错误

解码所得的双极性序列 $\{\hat{x}_{\nu}\}$:

解码所得的二进制序列 $\{\hat{x}_k\}$:



避免错误传播的一种方法为预编码。

3. 预编码

预编码先将二进制序列 $\{x_k\}$ 经过<mark>差分编码</mark>变为新的二进制序列 $\{w_k\}$:

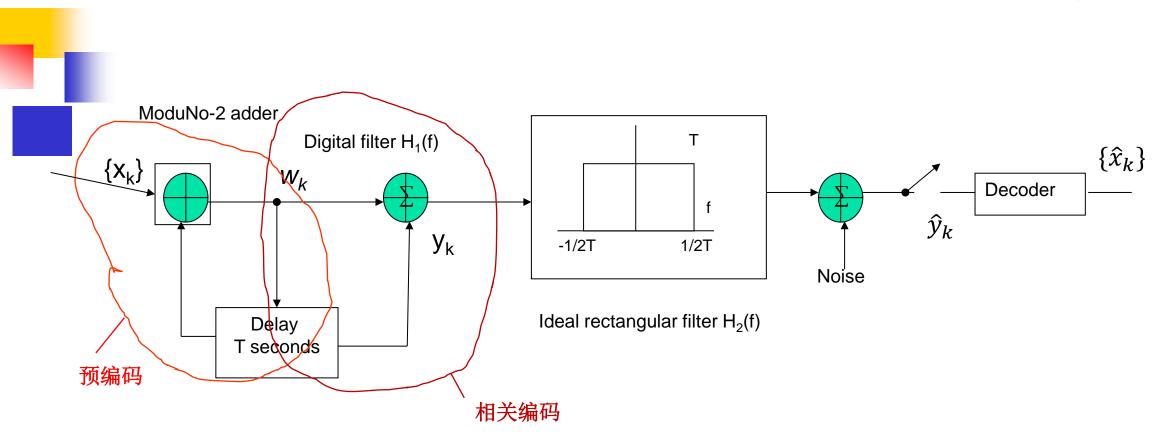
$$w_k = x_k \oplus w_{k-1} \pmod{2}$$

其中: $0 \oplus 0 = 0$ $0 \oplus 1 = 1$ $1 \oplus 0 = 1$ $1 \oplus 1 = 0$

然后将二进制序列 {w_k} 转换为双二进制脉冲,即

$$y_k = w_k + w_{k-1}$$

但经预编码后,解码过程与通常的双二进制检测过程大不相同。



■ ExampNe: 双二进制预编码

二进制数字序列 $\{x_k\}$:

预编码序列 $W_k = x_k \oplus W_{k-1}$:

双极性序列 $\{W_k\}$:

编码规则: $y_k = w_k + w_{k-1}$:

0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 (模2)

-1 -1 +1 +1 -1 +1

 $-2 \quad 0 \quad +2 \quad 0 \quad 0 \quad +2$

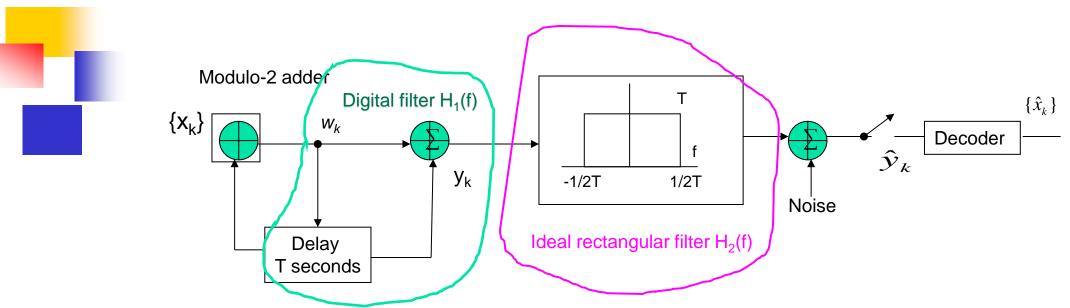
判决规则: 若 $\hat{y}_k = \pm 2$,判定 $\hat{x}_k = 0$

若 $\hat{y}_k = 0$, 判定 $\hat{x}_k = 1$

解码所得二进制序列 \hat{x}_k :

0 1 0 1 1 0

差分预编码使我们不需要用到可能出错的前一个判决,仅根据接收到的单个样值就能够进行判决,其优点是一旦数据中某位因噪声而出现错误,将不会影响其他数据的判决。需要注意的一点是,差分预编码二进制序列 $\{w_k\}$ 的第一位可任意选择,并不影响最后解码所得序列。



4. 双二进制码等效传输函数

$$H_1(f) = 1 + e^{-j2\pi fT}$$

$$H_2(f) = \begin{cases} T & for & |f| < \frac{1}{2T} \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$



$$H_{e}(f) = H_{1}(f)H_{2}(f) \qquad |f| < \frac{1}{2T}$$

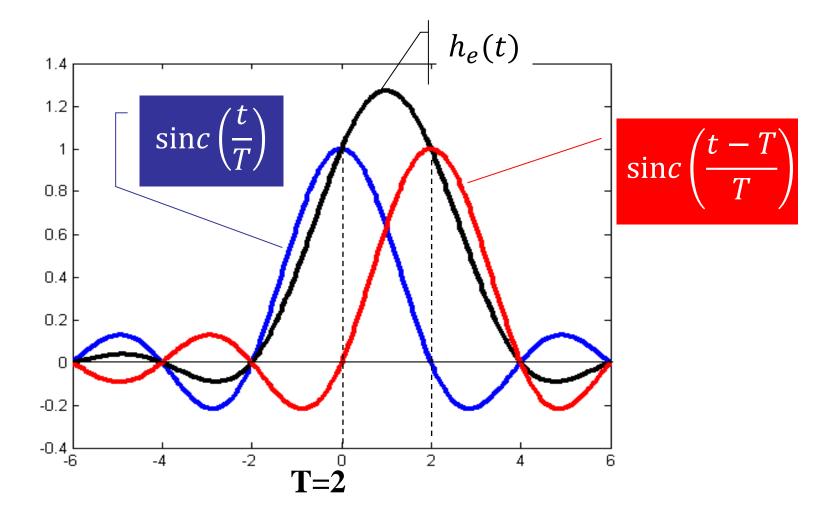
$$= (1 + e^{-j2\pi fT})T$$

$$= T(e^{j\pi fT} + e^{-j\pi fT})e^{-j\pi fT}$$

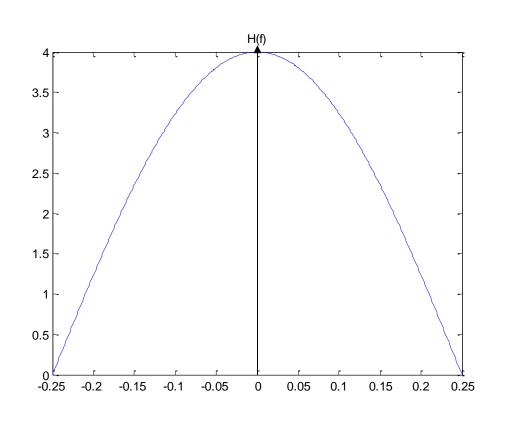
$$|H_{e}(f)| = \begin{cases} 2T\cos\pi fT & for \quad |f| < \frac{1}{2T} \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

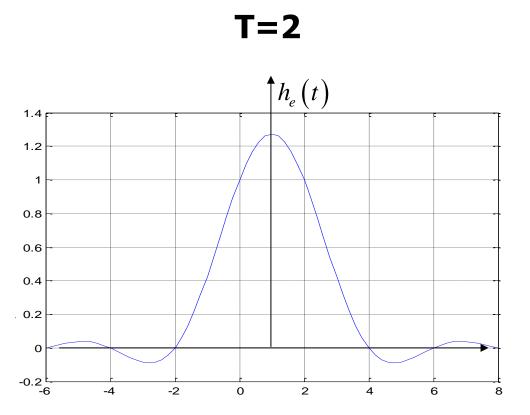
$$h_{e}(t) = \sin c\left(\frac{t}{T}\right) + \sin c\left(\frac{t-T}{T}\right)$$





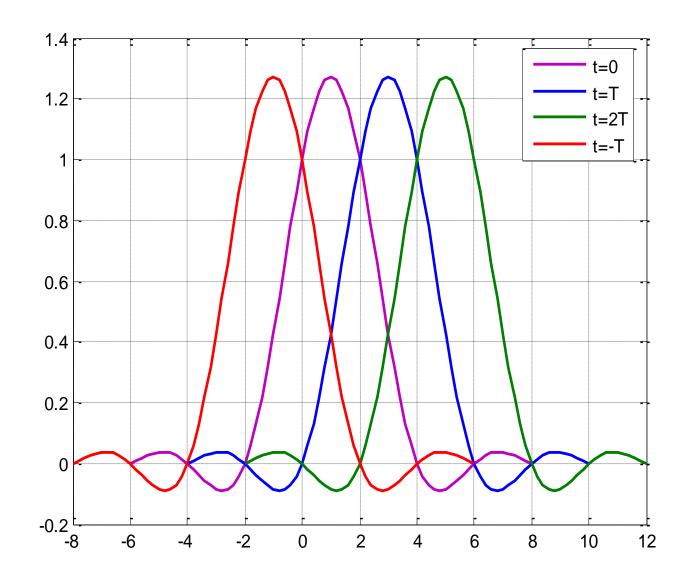




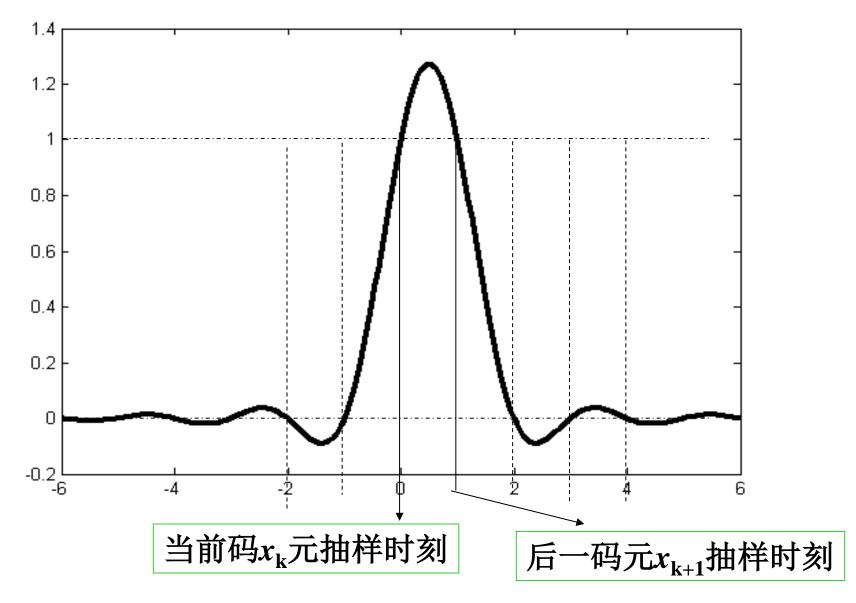


T=2





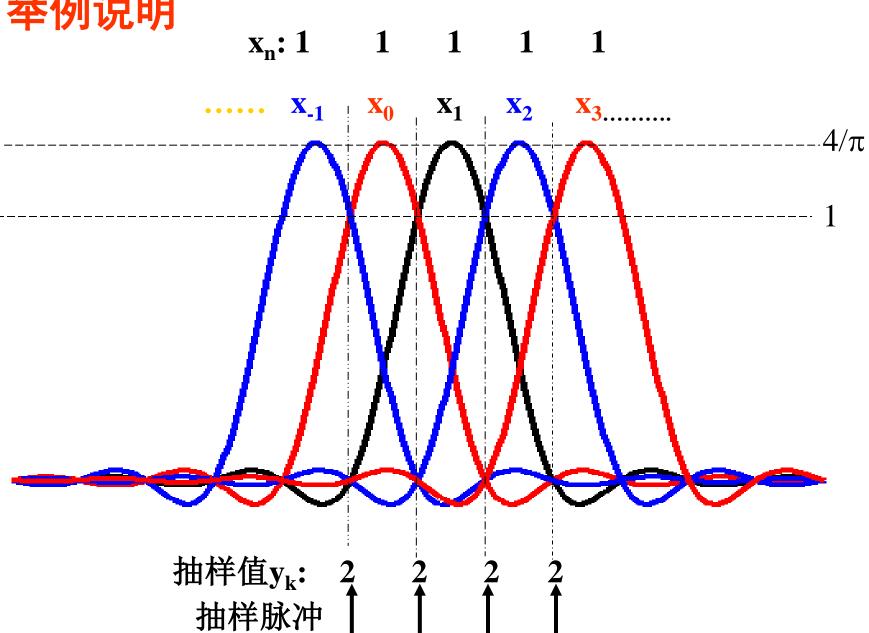


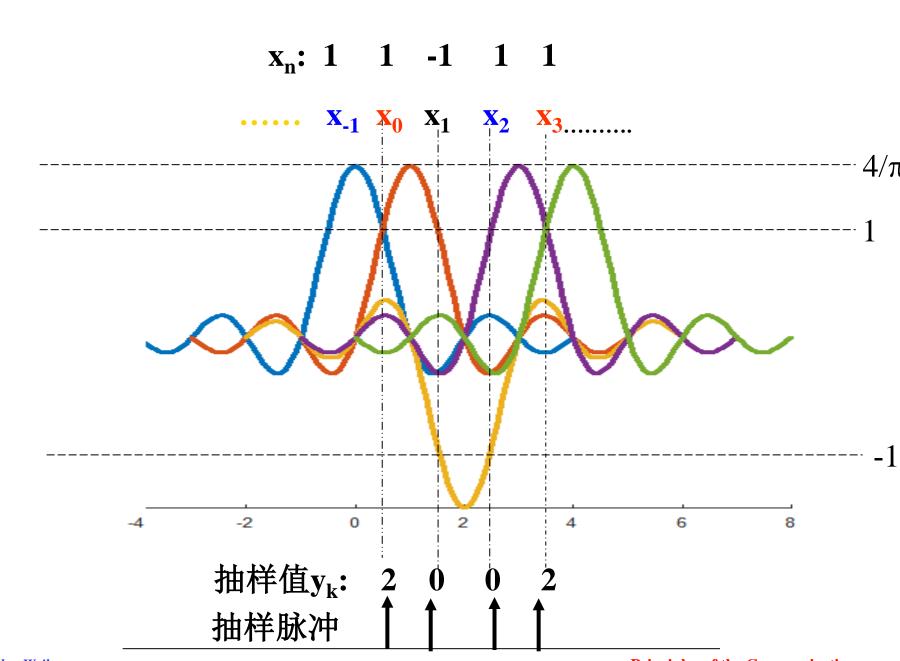


说明 当前码对后一码元有固定为1的码间串扰



举例说明

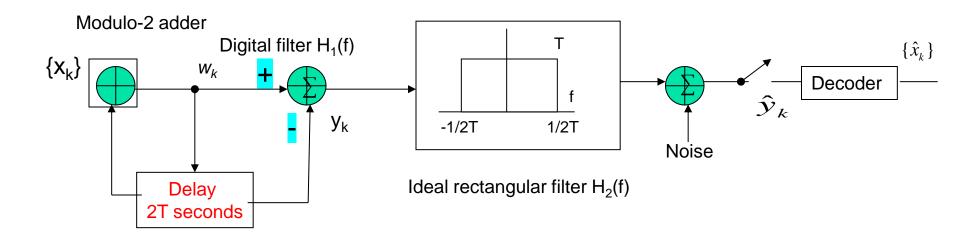




5. 二进制信号和双二进制信号的比较

虽然双二进制信号满足无码间干扰的要求时所需带宽最小,但是要达到相同的抗噪声性能,<mark>双二进制信号需要比二进制信号更大的功率。</mark>对给定的差错概率,双二进制信号与二进制信号相比其信噪比需要多2.1dB 左右,但带宽仅为二进制信号的1/(1+α), α是滤波器的滚降系数。

6. 修正的双二进制系统 (IV部分响应系统)





0 1 0 1 1 0

Precoded sequence $w_k = x_k \oplus w_{k-2}$: 0 0 1 0 1 0

Bipolar sequence $\{w_k\}$:

Coding rule:
$$y_k = w_k - w_{k-2}$$
:

$$0 + 2 0 - 2 + 2 0$$

Decoding decision rule: 若 $\hat{y}_k = \pm 2$, 判定 $\hat{x}_k = 1$

若
$$\hat{y}_k = 0$$
,判定 $\hat{x}_k = 0$

Decoded binary sequence:

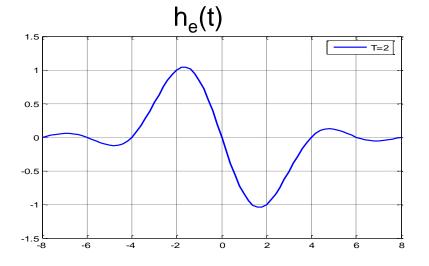
0 1 0 1 1 0

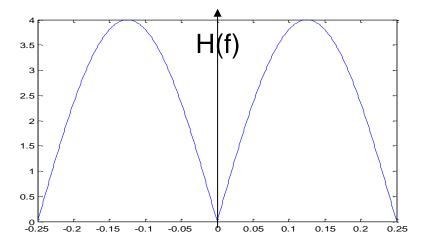
注意: 若传输信号为0、1序列,解码更简单,就是模2运算。

若输入序列为 M-进制,解码规则为模 M运算.



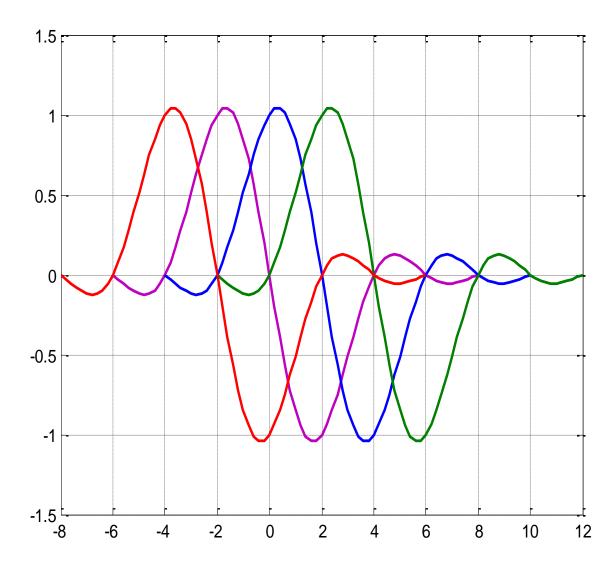
$$h_e(t) = \sin c(t+T)/T - \sin c(t-T)/T$$
$$|H_e(f)| = 2T \sin 2\pi fT$$





该信号适合抑制 直流和低频信号 的信道。







部分响应信号的一般形式

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{n}{2W}\right) \frac{\sin 2\pi W(t - \frac{n}{2W})}{2\pi W(t - \frac{n}{2W})}$$

$$X(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{n}{2W}\right) e^{-jn\pi f/W}, |f| \leq W \\ 0, & |f| > W \end{cases}$$



表1,常用的五类部分响应系统

类	响应	频率特性X(f)	X(f)	相对输入二进制的 接收电平数	速度偏差容 许度(%)	对于理想频带限制的 SN恶化(分贝)
(参考) 双二进 制			Т	2	0	0
1			2Tcosл fT	3	43	2.1
2	121		4Tcos²πfT	5	40	6.0
3	2 1 -1		Τ(2 + cos2πfT - cos4πfT) + iT(sin2πfT - sin4πfT)		38	7.2 (没有予编码时 为1.2)
4	-1		2Tsin2π(T	3	15	2.1
5			4Tsin²2πfT	5	8	6.0

采用部分响应系统带来的好处:

- (1) 能窄带传输,传输效率高;
- (2) 对滤波器截止特性要求降低;
- (3) 增加了对定时相位和频率偏差的容限
- (4) 提高了定时采样特性;
- (5) 可进行线路监视或误差控制

缺点: (1) 噪声容限降低(见表1);

(2) 可能会影响自动均衡器的收敛

参考文献:《部分响应原理与应用》

* "パーシャル・レスポンスとその应用", 日经エレクトロニクス, 1977, 4-4, PP.58~74。

徐永超泽,刘秀英、张洪斌校。

8.4 检测数字PAM的错误概率

■8.4.1 具有零ISI的PAM检测的错误概率

在零ISI下,接收匹配滤波器的输出端上的接收信号样值为:

$$y_m = x_0 a_m + n_m$$

其中 $x_0 = \int_{-W}^{W} |G_T(f)|^2 df = \varepsilon_g$

噪声是零均值高斯噪声,方差为: $\sigma_n^2 = \varepsilon_g N_0/2$

从而零ISI下,带限信道数字PAM的错误概率为

$$P_{M} = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_{g}}{N_{0}}} \right)$$

--- 与第七章的结论式(7.6.30)一致

■8.4.2 可控ISI的逐码元数据检测

通过预编码+相关编码的方式,部分响应信号的检测只根据当前时刻的抽样值进行判决,不再依赖于相邻码元之间的关系。因此可以按照常规方式进行逐码元数据检测。(结论见表1).

部分响应信号(双二进制、变型双二进制)性能损失了 $(\pi/4)^2$,或2.1dB.

优缺点:

- 逐符号检测对部分响应信号不是最佳检测方案 (因为接收信号存在记忆)。
- 实现简单,实际中常采用。

8.6 存在信道失真的系统设计

■8.5.1 信道特性

许多通信信道的传输特性相当于冲激响应c(t) 的带限线性滤波器, 其频率响应为

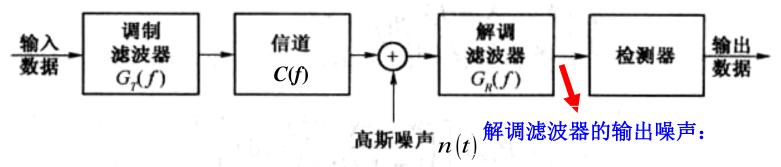
$$\mathbf{C}(f) = |\mathbf{C}(f)|e^{j\theta_c(f)}$$

要实现信道的理想(无失真)传输,必须满足在信号带宽 W 范围内,|C(f)| 是常数, $\Theta_c(f)$ 是频率的线性函数。若在W范围内 |C(f)| 不是常数,则会引起振幅失真,若 $\Theta_c(f)$ 不是频率的线性函数,则会引起相位失真。在传输脉冲序列时,这种失真表现为信号弥散和拖尾,形成码间干扰。

8.6.1 已知信道状态的发送和接收滤波器的设计

有失真信道的信号设计: 研究在信道使发送信号失真的条件下进行信号设计。

任务: 已知信道频率响应 C(f) ($|f| \le W$)。选择滤波器响应 $G_T(f)$ 、 $G_R(f)$ 使检测器的错误概率最小。



解调器输出端的信号分量必须满足条件:

$$G_{T}(f)C(f)G_{R}(f) = X_{d}(f)e^{-j2\pi f t_{0}}$$

 $X_d(f)$: 合成信道的 期望频率响应

途径:选用期望频率响应 $X_d(f)$ 在抽样时刻产生零ISI或者受控ISI。

在零ISI情况时, $X_d(f)$ 可选用为 $X_{rc}(f)$,(具有滚降因子的升余弦谱)



8.6.1 已知信道的发送和接收滤波器的设计

$$G_T(f)C(f)G_R(f) = X_{rc}(f)e^{-j2\pi f(t_0)}, |f| \leq W$$
 系统延时

接收滤波器输出的噪声为:

$$n_v(t) = n(t) * g_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} n(t-\tau)g_R(\tau)d\tau$$

噪声的功率谱密度为:

$$S_{nv}(f) = \frac{N_0}{2} |G_R(f)|^2$$

选择发送滤波器的频率响应为:

$$G_T(f) = \frac{\sqrt{X_{rc}(f)}}{C(f)}e^{-j2\pi ft_0}$$

接收滤波器与 $G_T(f)$ $C(f) = \sqrt{X_{rc}(f)}e^{-j2\pi ft_0}$ 相匹配,即:

$$G_R(f) = \sqrt{X_{rc}(f)}e^{-j2\pi f t_r}$$
, t_0 , t_r 是保证系统物理可实现的适当延时。

以2PAM为例, $G_R(f)$ 输出的抽样值为

$$y_m = x_0 a_m + n_m$$

$$P = Q\left(\sqrt{\frac{d^2}{\sigma_{nv}^2}}\right)$$

要使错误概率最小 \Longrightarrow 使 $\frac{d^2}{\sigma_{nv}^2}$ 最大

其中:
$$\sigma_{nv}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} |G_R(f)|^2 df = \frac{N_0}{2}$$

平均发送功率为
$$P_{av} = \frac{E(a_m^2)}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |G_T(f)|^2 df = \frac{d^2}{T} \int_{-W}^{W} \frac{X_{rc}(f)}{|C(f)|^2} df$$

$$\Rightarrow d^2 = P_{av}T \left[\int_{-W}^{W} \frac{X_{rc}(f)}{|C(f)|^2} df \right]^{-1}$$

从而

$$\frac{d^2}{\sigma_{nv}^2} = \frac{2P_{av}T}{N_0} \left[\int_{-W}^{W} \frac{X_{rc}(f)}{|C(f)|^2} df \right]^{-1}$$

若信道|C(f)| < 1, $|f| \le W$,显然,系统性能会下降。但是 此时没有ISI。

8.6.2 信道均衡

■实际应用中,很难预先获得信道C(f)的确切特性,这样在进行系统设计时,我们通常令

$$G_T(f) = \begin{cases} \sqrt{X_{rc}(f)}e^{-j2\pi f t_0}, & |f| \leq W \\ \mathbf{0}, & |f| > W \end{cases}$$

 $G_R(f)$ 与 $G_T(f)$ 匹配,且

$$G_T(f)G_R(f) = X_{rc}(f)$$

由于信道失真,接收滤波器输出端的抽样信号

$$y_m = x_0 a_m + \sum_{n=-\infty, n \neq m}^{\infty} a_n x_{m-n} + n_{v,m}$$

即含有ISI。该ISI通过在接收滤波器之后串联均衡器来克服。

背景

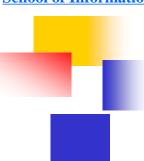
- 在非理想、带限、且具有加性高斯噪声信道下,如何解决ISI问题?
- •信道的特性是随环境与时间变化的,无法预先精确知道;
- 消除或抵消ISI的实用方法: 在尽量按照Nyquist准则设计的基础上, 再在传输系统中插入专门的滤波器, 补偿设计的不完善。

任务:设计一个接收机方案,使它能够补偿或减小接收信号中的ISI

——— 这种ISI 补偿器称为均衡器

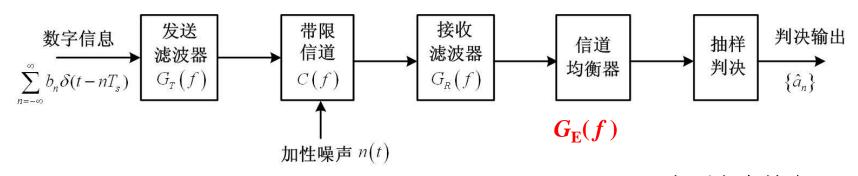
•三种均衡方法:

- ◆最大似然序列检测
- ◆系数可调的线性滤波器
- ◆判决反馈均衡器



均衡原理

带有均衡器的数字基带系统



未加补偿前:

$$H(f) = G_T(f)C(f)G_R(f)$$

它不完全符合 Nyquist准则

加了均衡器后:

$$H_{E}(f) = G_{T}(f)C(f)G_{R}(f)G_{E}(f)$$

补偿后,使总的 $H_E(f)$ 符合Nyquist准则



广义上讲 "均衡"指所有消除或减少码间干扰的信号 处理或滤波技术

- 均衡的分类
- 最大似然序列估计(MLSE). 需要获得对 $h_c(t)$ 的估计调 整接收机使之适应传输环境。 这种调整的目的是使检 测器根据已失真的解调脉冲做出更好的估计。采用 MLSE接收机、并不是对失真采样进行重新整形或其他 的直接补偿. 而是调整其本身以更好的处理失真波形。
- 2. 均衡(滤波)器,即用滤波器补偿信号的失真。



均衡器的分类

频域均衡——从频域上用滤波器补偿基带系统 时域均衡——从时域波形上处理,调整系统的 $h_E(t)$

按照滤波器的「线性均衡 结构来分类:

【非线性均衡(判决反馈均衡)

按照调节模式 来分类:

预置式均衡

自适应均衡

若在接收端添加均衡器,则整个系统的传输函数为

$$X(f) = G_T(f) C(f) G_R(f) H_E(f)$$

在实际系统中,不可能充分已知信道的频率传输函数 C(f) 因而设计不出在任意时刻都无码间干扰的接收机。通常选择相匹配的发送滤波器的接收滤波器,使它们满足下列表达式

$$\boldsymbol{H}(f) = \boldsymbol{G}_T(f)\boldsymbol{G}_R(f) = \boldsymbol{H}_{rc}(\boldsymbol{f})$$

这样,用于补偿信道失真的均衡器的传输函数就是信道传输函数的倒数

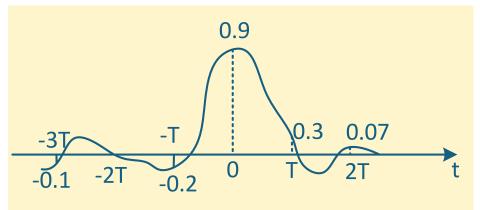
$$H_E(f) = \frac{1}{C(f)} = \frac{1}{|C(f)|} e^{-j\theta(f)}$$

有时会根据需要特意选择在采样点存在码间干扰的频率传输函数。 此时均衡器的任务不只是补偿信道,还要补偿发送滤波器和接收 滤波器仪引起的ISI。

- 一般配置均衡器时需要通过发送训练序列完成。训练序列时一个频谱分量较"丰富"、类似高斯噪声的序列--份随机序列。为了描述均衡器的工作原理,现分析将一个单脉冲 $\delta(t)$ 输入到 $G_T(f)G_R(f) = H_{rc}(f)$ 的数字系统中。假设信道不理想,会产生ISI,则接收的解调脉冲会发射失真,如下图所示。
- ■均衡器的作用就是产生一组抵消信号,使得 $G_T(f)C(f)G_R(f)H_E(f) = H_{rc}(f)$
- 但是我们感兴趣的只是均衡信号在一些预检测时间点上的采样值,所以均衡器的设计就比较简单了。就是使图中的采用值

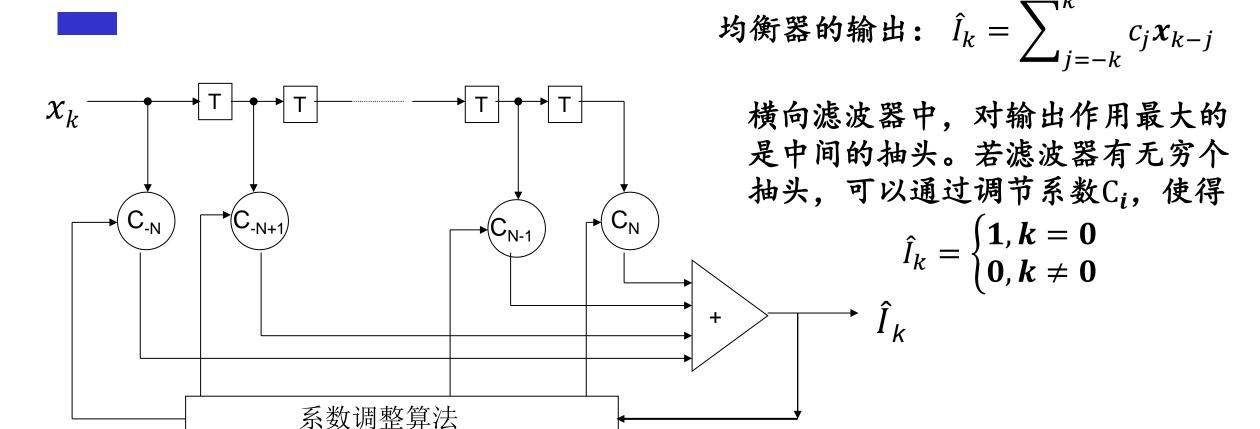
$$x(0) = 0.9 \rightarrow 1, x(T) = 0.3 \rightarrow 0, \ x(2T) = 0.07 \rightarrow 0, x(-T) = -0.2 \rightarrow 0$$

$$0, x(-2T) = 0, x(-3T) = -0.1 \rightarrow 0$$



■8.6.3. 线性均衡器的结构

8.6.3.1横向滤波器 (FIR滤波器的直接实现形式)



横向滤波器

在横向滤波器中,N可以是无限的/有限的

■在横向滤波器中,通过选择抽头系数 $\{c_j\}$ 以便及时抵消相邻码元带来的码间干扰,获得期望的码元。假设均衡器有(2N+1) 个抽头,其系数分别为 c_N , c_{N+1} ,..., c_N . 均衡器的输出信号采样 $\{\hat{I}(k)\}$ 等于输入信号序列 $\{x(k)\}$ 和抽头系数 $\{c_n\}$ 的卷积:

$$\hat{I}(k) = \sum_{j=-N}^{N} x(k-j)c_j \ k = -2N,...,2N, \ j = -N,...N$$

上式的矩阵形式为: $\hat{I} = \vec{x}\vec{c} \implies \vec{c} = \vec{x}^{-1}\hat{I}$



$$\hat{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} I(-2N) \\ \vdots \\ I(0) \\ \vdots \\ I(2N) \end{bmatrix} \qquad \hat{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} c_{-N} \\ \vdots \\ c_{0} \\ \vdots \\ c_{N} \end{bmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x(-N) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ x(-N+1) & x(-N) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \vdots & & & \\ x(N) & x(N-1) & x(N-2) & \cdots & x(-N+1) & x(-N) \\ \vdots & & & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x(N) & x(N-1) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x(N) \end{bmatrix}$$

注意,由于可能需要分析远离脉冲主瓣的某个采样点上的码间干扰,所以矢量 Î 的维数和 z 的列数可取任意值。

■ 迫零法 – 对应峰值失真准则

峰值失真——指在均衡器输出端最坏情况下的符号间干扰

使这个性能指标最小化称为峰值失真准则。



级联结构:

均衡前的系统: 冲激响应 $\{f_n\}$ 的离散时间线性滤波器

一 冲激响应 $\{c_j\}$ 的均衡器

均衡后总的冲激响应:

$$q_n = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j f_{n-j}$$

第k个抽样时刻输出:



ISI的峰值定义为:

$$D(c) = \sum_{\substack{n = -\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} |q_n| = \sum_{\substack{n = -\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left| \sum_{\substack{j = -\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} c_j f_{n-j} \right|$$

D(c)是均衡器抽头权值的函数

选择:
$$q_n = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j f_{n-j} = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$
 则:
$$D(c) = 0$$
 完全消除 ISI
$$Q(z) = C(z)F(z) = 1$$
 即:
$$C(z) = \frac{1}{F(z)}$$

结论:

●具有传递函数C(z)的均衡器就是线性滤波器模型F(z)的逆滤波器;

要完全消除ISI,要求使用一个F(z)的逆滤波器——称为迫零滤波器。

- 若实现完全逆滤波器, c_j 有无穷个。实际中 c_j 有限长。
- 具体如何求 c_i
 - (1) 截去矩阵x的前N行和后N行,将矩阵x变成 2N+1 × 2N+1 矩阵
 - (2) \Diamond I(0)=1, 和 I(k)=0, k≠0.
 - (3) 解线性方程组,求出系数 c_i .

Example 三抽头迫零均衡器,接收的失真信号为 $\{x(k)\}=\{0,0.2,0.9,-0.3,0.1\}$ 求系数 c_i



$$\widehat{I} = \mathbf{x}\mathbf{c}$$

$$\begin{bmatrix}
0 \\ 1 \\ 0
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
x(0) & x(-1) & x(-2) \\ x(1) & x(0) & x(-1) \\ x(2) & x(1) & x(0)
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
c_{-1} \\ c_0 \\ c_{+1}
\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}
0.9 & 0.2 & 0 \\ -0.3 & 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & -0.3 & 0.9
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
c_{-1} \\ c_0 \\ c_{+1}
\end{bmatrix}$$

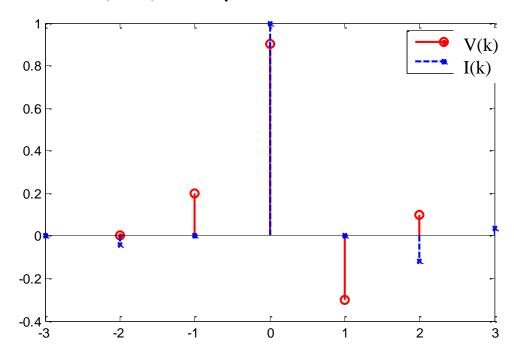
$$\begin{bmatrix}
c_{-1} \\ c_0 \\ c_{+1}
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
-0.214 \\ 0.9631 \\ 0.3448
\end{bmatrix}$$

I(k) = [0.000, -0.0428, 0.000, 1.000, 0.000, -0.1171, 0.0345]

$${x(k)}={0,0.2,0.9,-0.3,0.1}$$



■迫零算法的均衡效果



峰值畸变:

均衡器前,D = (0.2 + 0.3 + 0.1)/0.9 = 0.667

均衡器后, D = (0.0428 + 0.0017 + 0.0345)/1 = 0.0844

均衡后ISI和峰值畸变都有了显著的降低!



说明:

- ●迫零算法的目标:尽量降低ISI,是一种最小峰值畸变准则算法;
- ●算法步骤: ◆先估计出原来的数字冲激响应序列 $x_i=x(iT_s)$
 - \bullet 解联立方程确定均衡器的抽头系数 C_i
- \bullet 为了估计 x_i ,一般在实际传输之前,发送训练信号,供测量传输特性;

——预置式均衡

•算法缺点:对于有限长的横向滤波器,初始时刻眼图必须是张开的,这样才能保证均衡器可以获得最小的峰值失真。但是,对于高速传输和信道引起的码间干扰相当大的情况,均衡前"眼睛"通常是闭合的。由于迫零均衡器忽略了噪声的影响,所以得到的解并不总是最优的。

解决措施:采用均方误差算法!



调整均衡器的抽头系数 $\{c_j\}$ 使误差 $\varepsilon_k = I_k - \hat{I}_k$ 的均方值最小。当信息符号是复值时,MMSE准则的性能指数定义为:

$$J = E|\varepsilon_k|^2 = E|I_k - \widehat{I}_k|^2$$

1、无限长度均衡器:即均衡器有无限个抽头。

此时:

$$\hat{I}_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j x_{k-j}$$

使J最小的 c_i 通过解下列方程组获得:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j E(x_{k-j} x_{k-l}^*) = E(I_k x_{k-l}^*) - \infty < l < \infty$$

2、有限长度均衡器 在第k个信号传输间隔内,均衡器的输出是

$$\hat{I}_k = \sum_{j=-K}^K c_j x_{k-j}$$

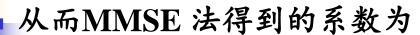
具有2N+1 个抽头的均衡器的MSE 记为J(N), 且

$$J(N) = E |I_k - \hat{I}_k|^2 = E \left| I_k - \sum_{j=-N}^{N} c_j x_{k-j} \right|^2$$

要想获得J(N) 关于抽头系数 $\{c_i\}$ 的最小化,可将式

两边同乘以*T,得

$$\vec{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{I}} = \vec{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\vec{\mathbf{x}}\vec{\mathbf{c}} \Longrightarrow \vec{R}_{XI} = \vec{R}_{XX}\vec{\mathbf{c}}$$



$$\vec{\mathbf{c}} = \vec{\mathbf{R}}_{XX}^{-1} \vec{R}_{XI}$$
$$\vec{R}_{XI} = \mathbf{x}^{\mathsf{T}} \mathbf{I} \quad \vec{R}_{XX} = \mathbf{x}^{\mathsf{T}} \mathbf{x}$$

■例: 5抽头MMSE均衡器。用上例的xk

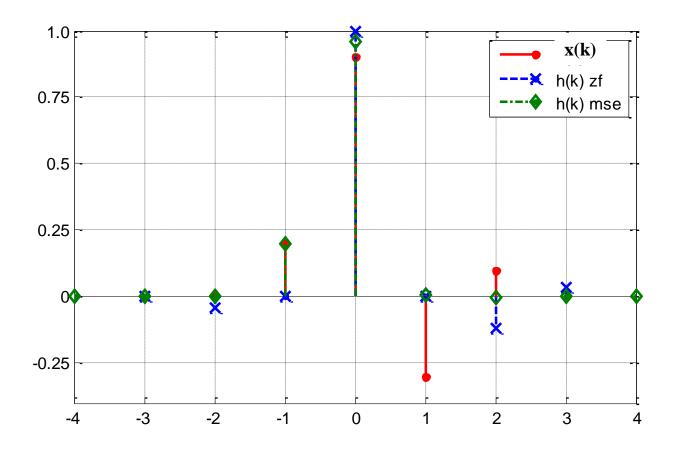
解:因 v_k 有5个值,所以N为2。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3 & 0.9 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & -0.3 & 0.9 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 & -0.3 & 0.9 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0.1 & -0.3 & 0.9 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & -0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} c = \begin{bmatrix} 0.9905 \\ 0.3379 \\ 0.0077 \\ -0.0320 \\ -0.0114 \end{bmatrix}$$

I = [-0.0011, 0.0002, 0, 0.1981, 0.9590, 0.0085, -0.0018, 0.0004, 0.0001]

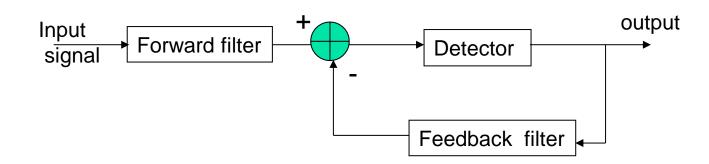


■迫零算法和均方误差算法的均衡效果比较



8.6.3.2 判决反馈均衡器(Decision Feedback Equalizer, DFE)

- 判决反馈均衡器的基本思想是:如果已知以前码元的检测结果, (假设过去的判决是正确的),则前馈滤波器的输出减去这些值 的加权求和,就完全消除了由这些码元引起的码间干扰。在某种 准则下,可以实时的调整前馈滤波器和反馈滤波器的抽头系数。
- ■判决反馈均衡器的一个优点是,它的输出信号中不包含信道噪声。



8.6.3.3 预置式和自适应均衡

- 1. 预制式均衡: 若信道状态已知, 我们可以仍然让接收滤波器和发送滤波器匹配, 且满足 $G_T(f)G_R(f) = X_{rc}(f)$ 均衡器的系数根据信道状态事先计算出来, 并设置好。
- 2. 自适应均衡:用于信道随时间变化的场景。均衡器的系数必须随着信道的变化而变化。观察迫零算法和MSE算法,我们发现求取均衡器系数最关键的部分是信道矩阵的求逆,该过程一般通过迭代的方式进行。常规算法有最小二乘(LS)和最小均方误差(MMSE)梯度算法。

数字传输系统的同步

- ■通信系统中,有一个非常重要的模块: 同步系统
- 一般来说数字通信系统的同步分为4个等级:
 - 1. 载波同步—模拟和数字通信系统都需要;
 - 2. 定时同步/码元同步-数字通信系统需要;
 - 3. 帧同步-数字通信系统需要;
 - 4. 网同步-模拟和数字通信系统都需要;

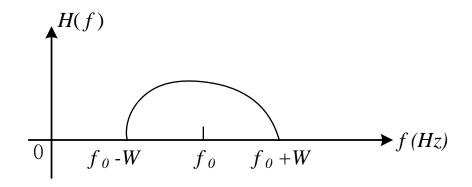


- 哪些数字带通调制需要满足奈奎斯特准则? (波形成型) 为什么?
 - ■PAM、PSK QAM
 - ■因为是带宽有效型调制方式,往往用在带限信道;
- 哪些哪些数字带通调制不考虑满足奈奎斯特准则? (无需波形成型)
 - **FSK**
 - ■因为是功率有效型调制方式,往往用于宽带信道;



频带传输时如何判断有无ISI

下图的信道无ISI传输的最大速率是多少?



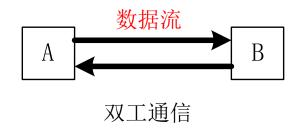


点对点通信系统的通信方式

■单工通信







■半双工通信: 双向不同时 ■单一信道全双工通信







多路复用

■FDM: 频分复用

■TDM: 时分复用

■CDM: 码分复用

SDM: 空分复用

■WDM: 波分复用

如何设计一个通信系统

■分析信道: 带限(窄带)&非带限(宽带)

需要说明的是物理上没有所谓的模拟信道和数字信道。一般分模拟信道和数字信道是看研究的问题。若研究编码理论,会区分模拟/数字信道,若研究调制技术,都是模拟(连续)信道。

- ■是否多路复用,如何复用?一般窄带系统采用FDM&TDM,宽带系统采用CDM&OFDM
- ■若信道带限,且功率有效性要求低,则采用PAM、PSK和QAM等,此时要考虑波形成型(奈氏准则)

如何设计一个通信系统

- ■若宽带信道且功率受限,采用FSK、CDMA或OFDM, 可忽略波形成型。
- ■根据信息速率、带宽和误码率要求,考虑是否采用多进制调制。