

## 第八章习题《基础物理 I 波动理论导引》

**习题 8.1:** 设计一矩形谐振腔，使在 1 GHz 及 1.5 GHz 分别谐振于两个不同模式之上。

**解:**

矩形谐振腔的谐振频率为

$$k_r = 2\pi \sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2d}\right)^2} \Rightarrow f_r = \frac{ck_r}{2\pi} = c \sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2d}\right)^2}$$

当谐振于  $\text{TE}_{101}$  模式上时，谐振频率为

$$f_{101} = 3 \times 10^8 \sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(\frac{1}{2d}\right)^2} = 1 \times 10^9 \text{ Hz}$$

当谐振于  $\text{TE}_{102}$  模式上时，谐振频率为

$$f_{102} = 3 \times 10^8 \sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(\frac{2}{2d}\right)^2} = 1.5 \times 10^9 \text{ Hz}$$

联立两式得

$$a \approx 0.196 \text{ m}, \quad d \approx 0.23 \text{ m}$$

我们可取谐振腔尺寸为:

$$a = 0.196 \text{ m}, \quad b = \frac{a}{2} = 0.098 \text{ m}, \quad d = 0.23 \text{ m}$$

**习题 8.2:** 由空气填充的矩形谐振腔，其尺寸为  $a = 25 \text{ mm}$ ， $b = 12.5 \text{ mm}$ ， $d = 60 \text{ mm}$ ，

谐振于  $\text{TE}_{102}$  模式，若腔内填充介质，则在同一工作频率将谐振于  $\text{TE}_{103}$  模式，求介质的介电常数应为多少。

**解:**

矩形谐振腔的谐振频率为

$$k_r = 2\pi \sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2d}\right)^2} \Rightarrow f_r = \frac{ck_r}{2\pi} = c \sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2d}\right)^2}$$

填充空气时， $c = c_0 = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，故有

$$f_{102} = c_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(\frac{0}{2b}\right)^2 + \left(\frac{2}{2d}\right)^2} = 7.8 \times 10^9 \text{ Hz}$$

当填充介质谐振于  $\text{TE}_{103}$  模式时， $c = c_0 / \sqrt{\varepsilon_r}$ ，有

$$f_{103} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(\frac{0}{2b}\right)^2 + \left(\frac{3}{2d}\right)^2} = 7.8 \times 10^9 \text{ Hz}$$

解得  $\varepsilon_r = 1.52$ 。