6.2 乘法器电路

6.2.1 非线性器件的特性及相乘作用

一、非线性器件相乘作用的一般分析

一个非线性器件，如二极管电路、三极管电路，若加到器件输入端的电压为v，流过器件的电流为i，则伏安特性为

$$i = f(v) \qquad (6.2.1)$$

其中 $v = V_Q + v_1 + v_2$，V_Q 为静态工作点电压

设 $v_1 = V_{1m}\cos\omega_1 t \qquad v_2 = V_{2m}\cos\omega_2 t$

将伏安特性采用幂级数逼近，即将 $i=f(v)$在 $v=V_Q$ 处展开为泰勒级数

$$i=f(v)=a_0+a_1v'+a_2v'^2+a_3v'^3+\ldots+a_nv'^n+\ldots \quad (6.2.2)$$

式中 $v'=v_1+v_2$，$a_0,a_1,a_2,a_3,\ldots a_n$可以由下列通式表示

$$a_n=\frac{1}{n!}\frac{d^n f(v)}{dv^n}\bigg|_{v=V_Q}=\frac{f^n(V_Q)}{n!} \quad (6.2.3)$$

由于 $v'^n=(v_1+v_2)^n=\sum_{m=0}^{n}\frac{n!}{m!(n-m)!}v_1^{n-m}v_2^m$

故式（6.2.2）可以改写为

$$i=f(\upsilon)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{n!}{m!(n-m)!}a_n\upsilon_1^{n-m}\upsilon_2^{m} \quad （6.2.4）$$

由式（6.2.4）知，当m=1，n=2时，$i=2a_2v_1v_2$，实现了

v_1 和 v_2 的相乘运算，可以起到频谱搬移的作用。

若将 v_1 和 v_2 表达式带入到式（6.2.4）中，利用三角函数变换，不难看出，电流 中包含的频率分量为

$$f_{p,q}=\left|\pm pf_1\pm qf_2\right| \quad （6.2.5）$$

式中，p和q是包含零在内的自然数。

因此，为了实现理想的相乘运算可以采取如下措施：

（1）从器件的特性考虑。必须尽量减少无用的高阶相乘项及其产生的组合频率分量。为此，应选择合适的静态工作点使器件工作在特性接近平方律的区域，或者选用具有平方律特性的非线性器件（如场效应管）等。

（2）从电路考虑。可以用多个非线性器件组成平衡电路，用以抵消一部分无用的频率分量；或采用补偿或负反馈技术实现理想的相乘运算。

（3）从输入信号的大、小考虑。采用大信号使器件工作在开关状态或工作在线性时变状态，以获得优良的频谱搬移特性。

二、线性时变状态

若 v_2 是小信号，v_1 是大信号，将式（6.2.4）改写为 v_2 的幂级数，即将式（6.2.1）

$$i = f(v) = f(V_Q + v_1 + v_2)$$

在 $V_Q + v_1$ 上对 v_2 展开为泰勒级数式，得到

$$i = f(\upsilon) = f(V_Q + \upsilon_1 + \upsilon_2)$$

$$= f(V_Q + \upsilon_1) + f'(V_Q + \upsilon_1)\upsilon_2 + \frac{1}{2!} f''(V_Q + \upsilon_1)\upsilon_2^2 + \cdots \quad (6.2.6)$$

式中，$f(V_Q + \upsilon_1) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \upsilon_1^n$ 为函数 $i = f(v)$在 $v = V_Q + v_1$ 处的函数值；

$f'(V_Q + \upsilon_1) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \upsilon_1^{n-1}$ 为函数 $i = f(v)$ 在 $v = V_Q + v_1$ 处的一阶导数值；

$f''(V_Q + \upsilon_1) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{(n-2)!} a_n \upsilon_1^{n-2}$ 为函数 $i = f(v)$在 $v = V_Q + v_1$ 处的二阶导数值；

当 v_2 足够小时，可以忽略二次方以上的各高次方项，则上式可简化为

$$i = f(V_Q + v_1 + v_2) \approx f(V_Q + v_1) + f'(V_Q + v_1)v_2 \quad \text{（6.2.7）}$$

式中 $I_0(v_1) = f(V_Q + v_1)$ 是 $v_2 = 0$ 时的电流，称为时变静态（$v_2 = 0$ 时的工作状态）电流，与v_2无关，是v_1的非线性函数。$f'(V_Q + v_1)$是增量电导在 $v_2 = 0$ 时的数值，称为时变增量电导，用 $g(v_1)$表示。

式（6. 2. 7）可改写为 $i \approx I_0(v_1) + g(v_1)v_2$ （6.2.8）

上式表明，电流 i 与 v_2 之间的关系是线性的，类似于线性器件，但系数是时变的，所以将这种器件的工作状态称为线性时变状态。

如当 $v_1 = V_{1m} \cos \omega_1 t$ 时，则 $g(v_1)$ 的傅立叶级数展开式为

$$\begin{aligned} g(v_1) &= g(V_{1m} \cos \omega_1 t) \\ &= g_0 + g_{1m} \cos \omega_1 t + g_{2m} \cos 2\omega_1 t + \cdots \end{aligned} \quad \text{（6.2.9）}$$

其中 $$g_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} g(v_1)\, d\omega_1 t$$ （6.2.10）（a）

$$g_{nm} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} g(v_1)\cos n\omega_1 t\, d\omega_1 t \quad (n \geq 1)$$ （6.2.10）(b)

当 $v_2 = V_{2m}\cos\omega_2 t$ 时，电流 i 中包含的组合频率分量的通式为 $\left|\pm pf_1 \pm f_2\right|$。其中的有用频率分量为 $\left|\pm f_1 \pm f_2\right|$ 由 $g_{1m}\cos\omega_1 t \cdot v_2$ 项获得。

虽然线性时变电路相对于非线性电路输出中的组合频率分量大大减少，但是二者的实质是一致的。线性时变电路是在一定条件下由非线性电路演变而来的，其产生的频率分量与非线性器件产生的频率分量是完全相同的，只不过是选择线性时变工作状态后，由于分量$|\pm pf_1 \pm qf_2|$，*q*>1的幅度，相对于低阶的分量q=1的幅度小得多，因而被忽略，这在工程中是完全合理的。但是仍然存在无用的频率分量，故滤波器是必不可少的。

6.2.2　二极管电路

一、单二极管电路

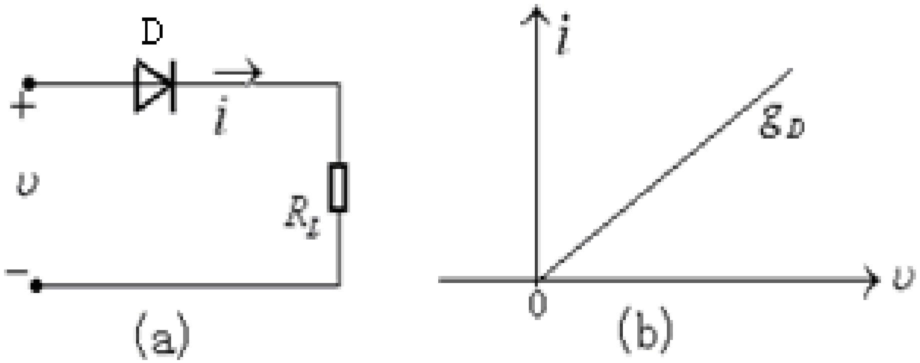


图6.2.1　二极管电路
（a）原理电路　(b) 伏安特性

单二极管电路如图6.2.1（a）所示，二极管的伏安特性如图6.2.1(b)所示。

设 $v = v_1 + v_2$　**当** $v_1 = V_{1m}\cos\omega_1 t,\ v_2 = V_{2m}\cos\omega_2 t$ **时，**

若 $V_{1m} >> V_{2m}$，V_{1m} 足够大，二极管将在 v_1 的控制下轮流工作在导通区和截止区。

当 $v_1 \geq 0$ 时，二极管导通，流过二极管的电流为

$$i = \frac{v}{R_D + R_L} = \frac{v_1 + v_2}{R_D + R_L}$$

当 $v_1 < 0$ 时，二极管截止，则流过二极管的电流为

$$i = 0$$

故在 v_1 的整个周期内，流过二极管的电流可以表示为

$$i = \begin{cases} \dfrac{v_1 + v_2}{R_D + R_L}, & \text{当 } v_1 \geq 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } v_1 < 0 \text{ 时} \end{cases} \qquad \textbf{(6.2.11)}$$

引入高度为1的单向周期性方波（称为单向开关函数）

$k_1(\omega_1 t)$ 如图6. 2. 2（c）所示。

$$k_1(\omega_1 t)=\begin{cases}1, & \text{当}\ \upsilon_1 \geq 0\text{时} \\ 0, & \text{当}\ \upsilon_1 < 0\text{时}\end{cases} \quad (6.2.12)$$

于是，电流可表示为

$$\begin{aligned} i &= \frac{\upsilon_1+\upsilon_2}{R_D+R_L}k_1(\omega_1 t) \\ &= \frac{1}{R_D+R_L}\upsilon_1 k_1(\omega_1 t)+\frac{1}{R_D+R_L}k_1(\omega_1 t)\upsilon_2 \\ &= I_0(t)+g(t)\upsilon_2 \end{aligned} \quad (6.2.13)$$

其中 $I_0(t)$ 、$g(t)$ 的波形如图6. 2. 2 (a) 、 (b) 所示。

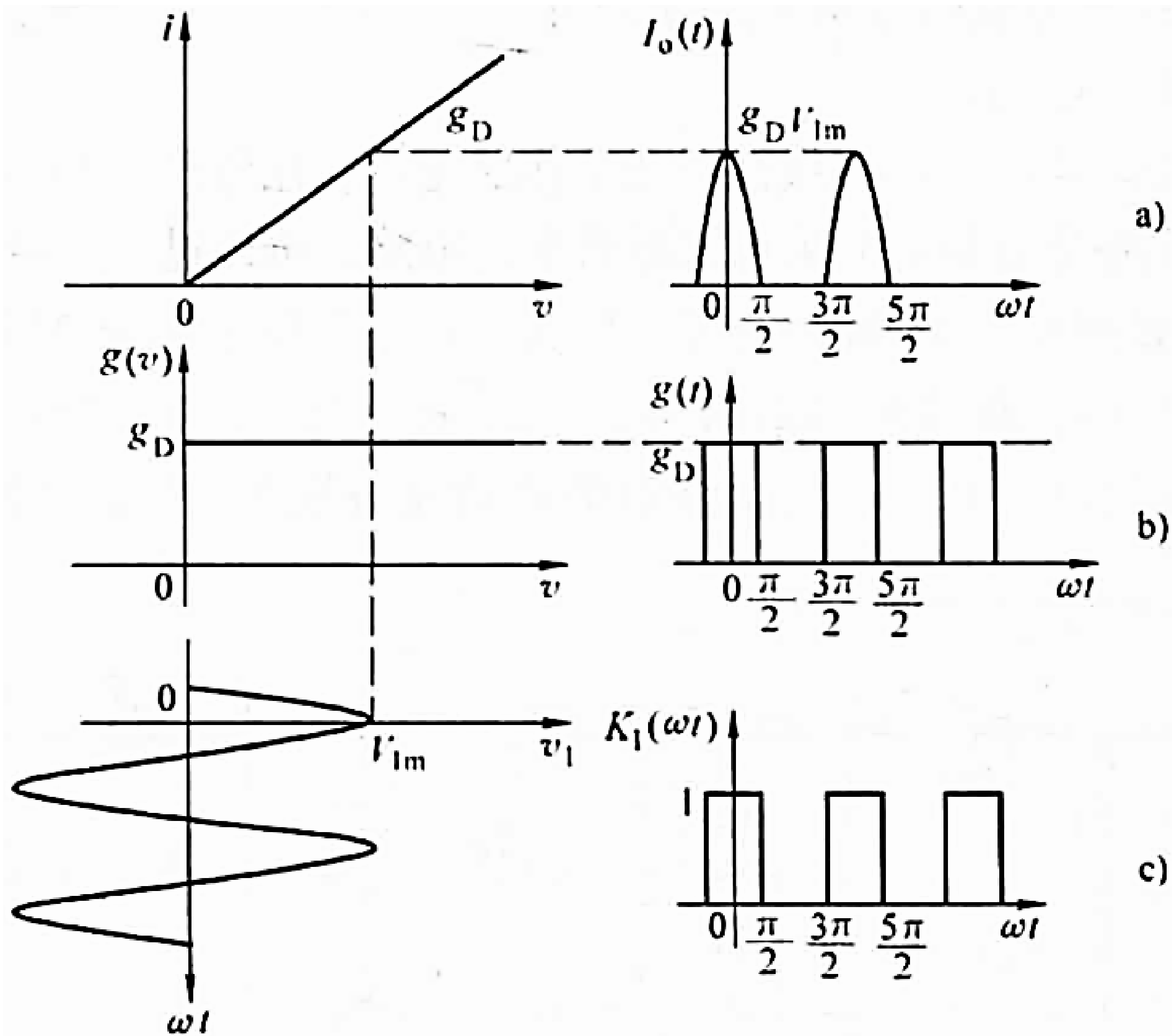


图6.2.2　单二极管电路的图解分析

因此，可将二极管等效为受 $v_1(t)$ 控制的开关，按角频率 ω_1 作周期性的启闭，闭合时的导通电阻为 R_D 如图6.2.3所示。

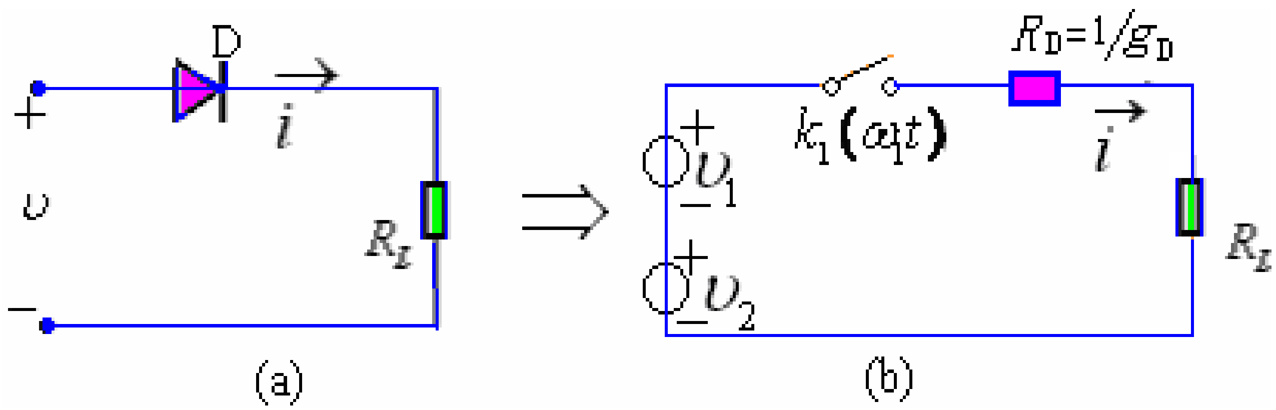


图6.2.3　二极管开关等效电路

单向开关函数 $k_1(\omega_1 t)$ 的傅立叶级数展开式为

$$\begin{aligned} k_1(\omega_1 t) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos\omega_1 t - \frac{2}{3\pi}\cos 3\omega_1 t + \ldots \\ &= \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2}{(2n-1)\pi}\cos(2n-1)\omega_1 t \end{aligned} \quad \text{(6.2.14)}$$

代入式（6. 2. 13）中，可得电流 ***i*** 中包含的频率分量为

$2n\omega_1, (2n-1)\omega_1 \pm \omega_2, \omega_1, \omega_2$ 其中有用成分为

$$i_{\text{有用}} = \frac{1}{R_D + R_L}\frac{2}{\pi}v_2\cos(\omega_1 t) \quad \text{(6.2.15)}$$

电路可以实现频谱搬移的功能。

二、双二极管平衡开关电路

图6.2.4所示。假设二极管D_1，D_2的伏安特性均可用自原点转折的两段折线逼近，且导通区折线的斜率均为 $g_D = \dfrac{1}{R_D}$。

T_{r1} 和 T_{r2} 为带有中心抽头的宽频带变压器（如传输线变压器），其初、次级绕组的匝数比分别为1：2和2：1。

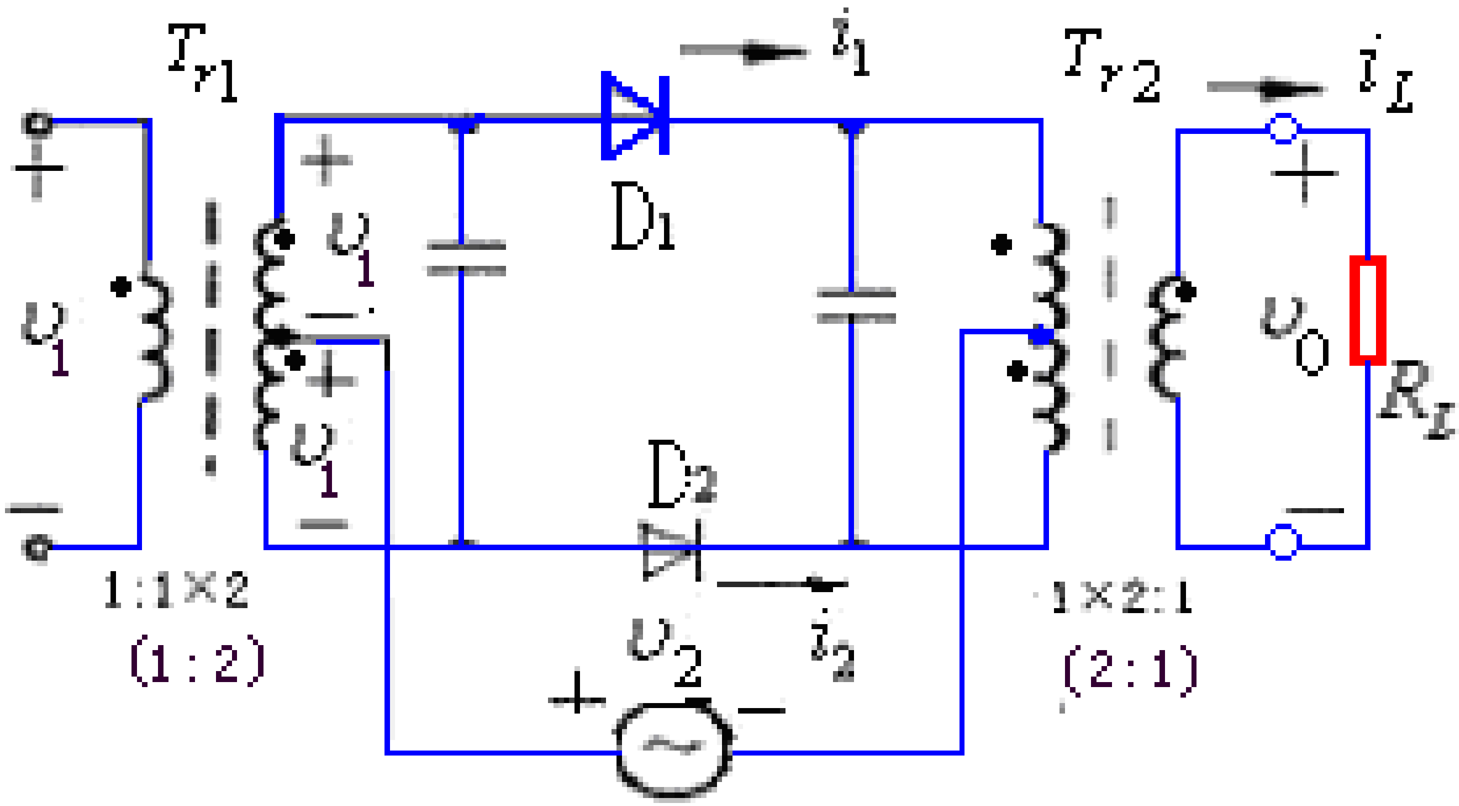
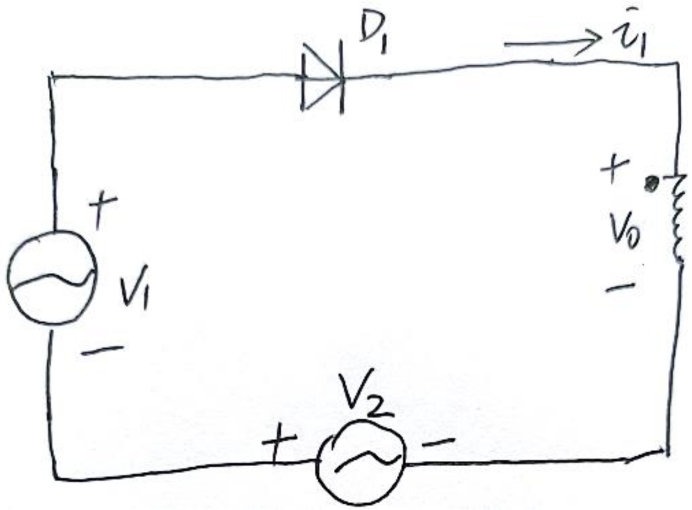


图6.2.4双二极管平衡开关电路

当 $v_1 = V_{1m}\cos\omega_1 t$，$v_2 = V_{2m}\cos\omega_2 t$时，若 $V_{1m} >> V_{2m}$，V_{1m} 足够大，二极管将在 v_1 的控制下轮流工作在导通区和截止区。

当 $v_1 \geq 0$ 时，二极管D_1导通，D_2截止。根据基尔霍夫电压定律得



$$i_1 R_D + v_o - v_2 - v_1 = 0$$

在次级线圈有：$i_L = i_1, v_o = i_L R_L$

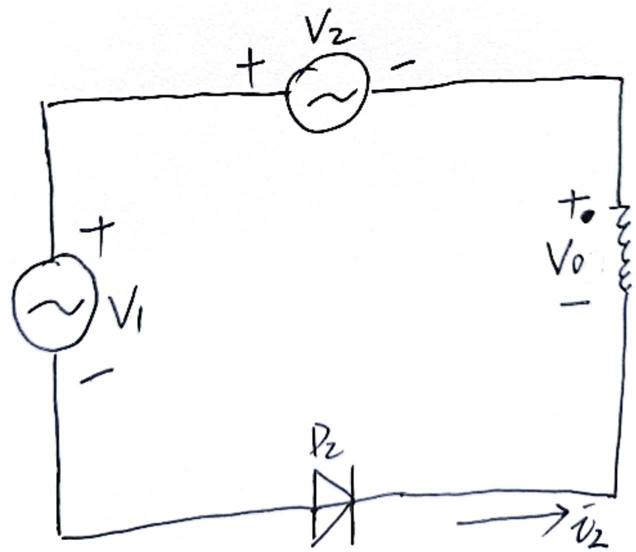
因此，流过二极管D_1的电流为 $i_1 = \dfrac{v_1 + v_2}{R_D + R_L}$

流过负载的电流为 $i_L = i_1 = \dfrac{v_1 + v_2}{R_D + R_L}$

当 $v_1 < 0$ 时，二极管D_1截止，

D_2导通，根据基尔霍夫电压定律得：

$$i_2 R_D - v_o - v_2 + v_1 = 0$$



在次线圈有：$i_L = -i_2, v_o = i_L R_L$

因此，流过二极管D_2的电流为

$$i_2 = \frac{-v_1 + v_2}{R_D + R_L}$$

流过负载的电流为

$$i_L = -i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_D + R_L}$$

在 v_1 的整个周期内，流过负载的总电流可以表示为

$$i_L = \begin{cases} \dfrac{1}{R_D + R_L}(v_1 + v_2), & if \ v_1 \geq 0 \\ \dfrac{1}{R_D + R_L}(v_1 - v_2), & if \ v_1 < 0 \end{cases}$$

利用单向开关函数 $k_1(\omega_1 t)$ ，可以将上式表示为

$$\begin{aligned} i_L &= \frac{1}{R_D + R_L}(v_1 + v_2)k_1(\omega_1 t) + \frac{1}{R_D + R_L}(v_1 - v_2)k_1(\omega_1 t - \pi) \\ &= \frac{1}{R_D + R_L}v_1 + \frac{1}{R_D + R_L}v_2 k_2(\omega_1 t) \end{aligned} \tag{6.2.16}$$

式中，$k_2(\omega_1 t)$ 称为双向开关函数（高度为1的双向周期性方波），如图6.2.5所示。

双向开关函数的傅立叶展开式为:

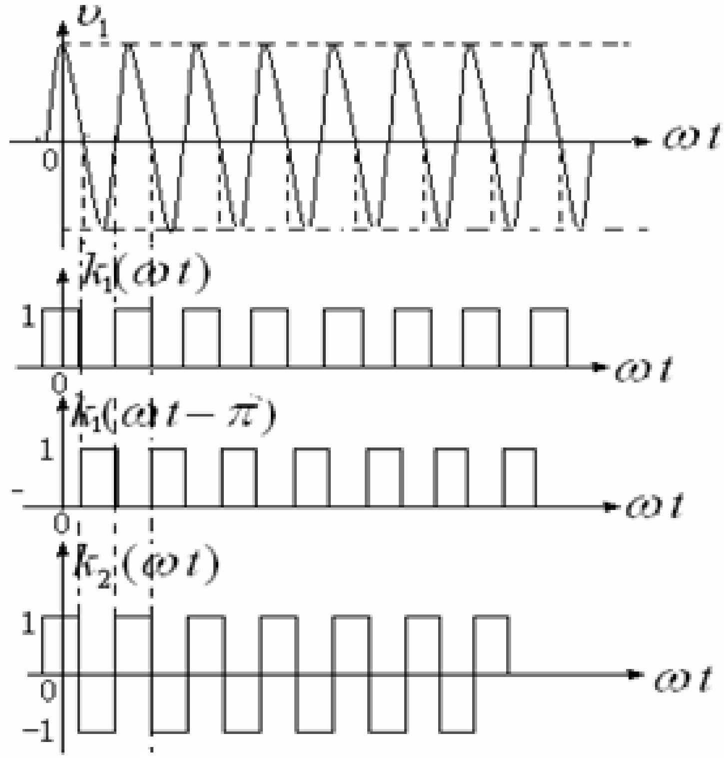


图6.2.5 开关函数$k_1(\omega_1 t)$与$k_2(\omega_1 t)$的关系

$$k_2(\omega_1 t) = \frac{4}{\pi}\cos\omega_1 t - \frac{4}{3\pi}\cos 3\omega_1 t + \ldots$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{4}{(2n-1)\pi}\cos(2n-1)\omega_1 t \quad (6.2.17)$$

$$i_L = \frac{1}{R_D + R_L} v_1 + \frac{1}{R_D + R_L} v_2 k_2(\omega_1 t)$$

将式（6.2.17）代入（6.2.16）式中可知，电流 i_L 中包含的频率分量为 ω_1 ，$(2n-1)\omega_1 \pm \omega_2$ ，且输出电流的幅度是单二极管电路输出电流幅度的两倍。

$$i_{有用} = \frac{1}{R_D + R_L} \frac{4}{\pi} v_2 \cos(\omega_1 t) \quad \text{（6.2.18）}$$

显然电路也可以实现频谱搬移的功能。

三、二极管环形电路

二极管环形电路如图6.2.6（a）所示。

当 $v_1 = V_{1m}\cos\omega_1 t$, $v_2 = V_{2m}\cos\omega_2 t$时，若 $V_{1m} >> V_{2m}$，V_{1m}足够大，二极管D_1、D_2、D_3、D_4将在 v_1 的控制下轮流工作在导通和截止区域。

在理想情况下，它们互不影响，二极管环形电路是由两个平衡电路组成。

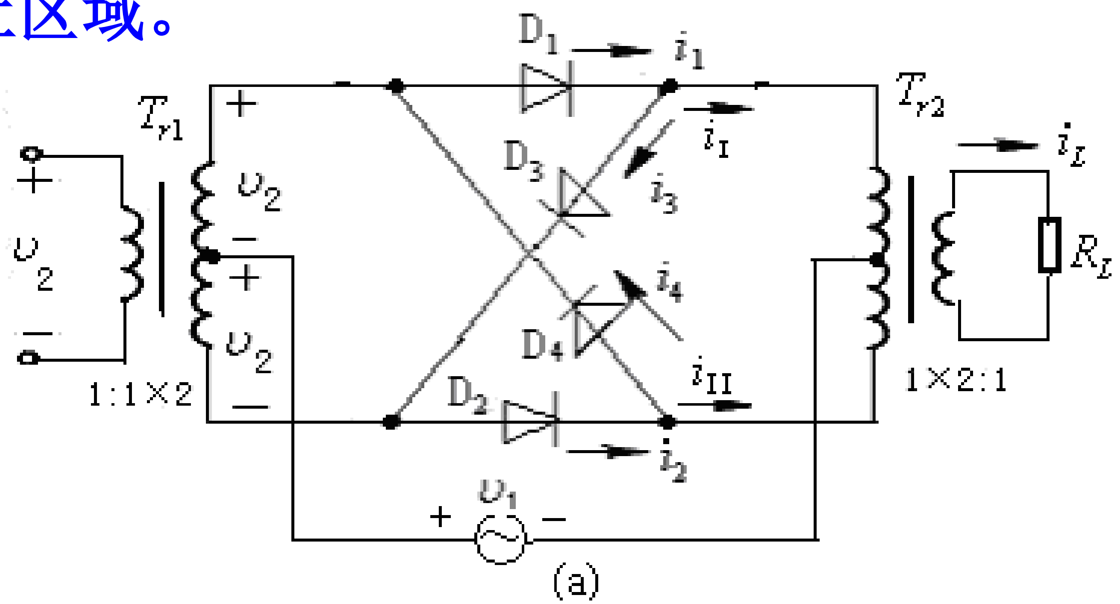
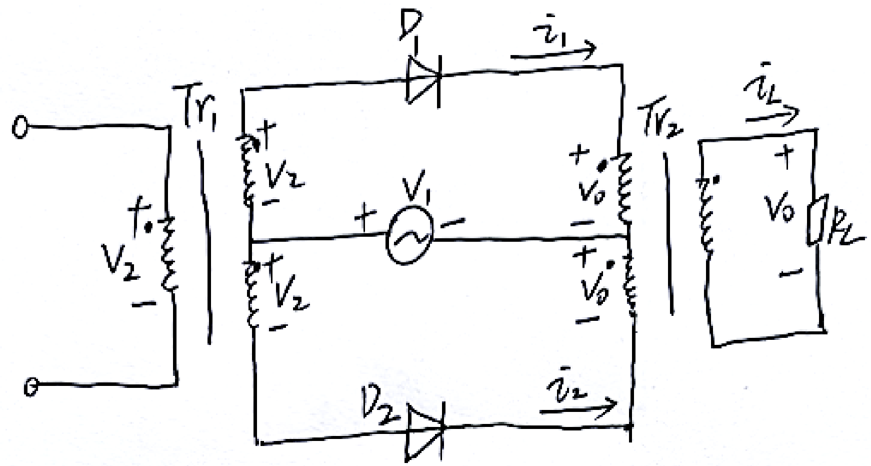


图6.2.6　二极管环形电路

当 v_1为正半周时，D_1、D_2导通，D_3、D_4截止，等效电路如右图所示；D_1 、D_2组成一个平衡电路。根据基尔霍夫电压定律可得



$$\begin{cases} i_1 R_D + v_o - v_1 - v_2 = 0 \quad (1) \\ i_2 R_D - v_o - v_1 + v_2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

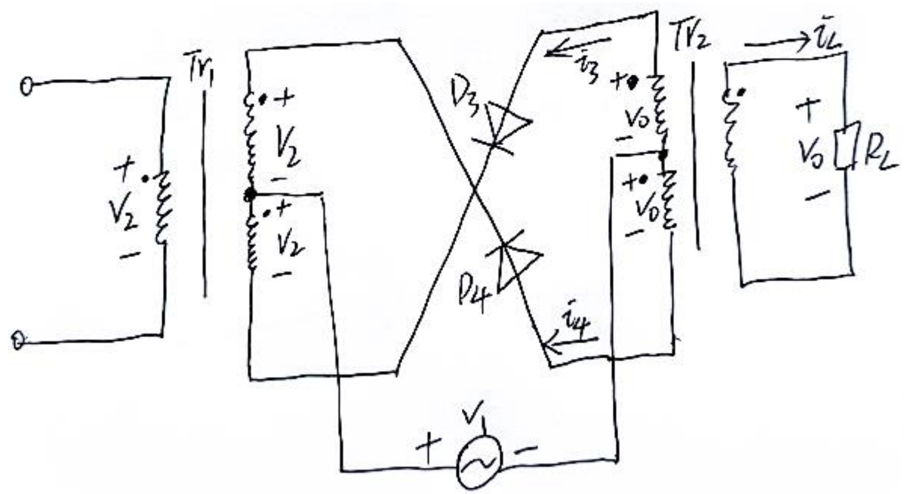
由于：$i_L = i_1 - i_2,\ v_o = i_L R_L$

代入(1)式和(2)式，求解方程组，可得

$$i_1 = \frac{v_1}{R_D} + \frac{v_2}{R_D + 2R_L} \qquad i_2 = \frac{v_1}{R_D} - \frac{v_2}{R_D + 2R_L}$$

因此，$i_L = i_1 - i_2 = \dfrac{2v_2}{R_D + 2R_L}$

当 v_1 为负半周时，D_1 、D_2截止，D_3 、D_4导通，等效电路如右图所示；D_3 、D_4 组成一个平衡电路。根据基尔霍夫电压定律可得



$$\begin{cases} i_3 R_D - v_2 + v_1 - v_o = 0 & (1) \\ i_4 R_D + v_2 + v_1 + v_o = 0 & (2) \end{cases}$$

由于：$i_L = i_4 - i_3,\ v_o = i_L R_L$

代入(1)式和(2)式，求解方程组，可得

$$i_3 = -\frac{v_1}{R_D} + \frac{v_2}{R_D + 2R_L} \qquad i_4 = -\frac{v_1}{R_D} - \frac{v_2}{R_D + 2R_L}$$

因此，$i_L = i_4 - i_3 = \dfrac{-2v_2}{R_D + 2R_L}$

因此，二极管环形电路又称为二极管双平衡电路。可以证明，流过负载的电流可以表示为

$$i_L = \frac{2v_2}{R_D + 2R_L} k_2(\omega_1 t) \quad \text{（6.2.19）}$$

显然，i_L中包含的频率分量为 $(2n-1)\omega_1 \pm \omega_2$，$(n = 1, 2, \ldots)$ 若 ω_1较高，则 $3\omega_1 \pm \omega_2$、$5\omega_1 \pm \omega_2$，…，等组合频率分量很容易滤除，故环形电路的性能更接近理想相乘器，这是频谱线性搬移电路要解决的核心问题。

$$i_{有用} = \frac{2}{R_D + 2R_L} \frac{4}{\pi} v_2 \cos(\omega_1 t) \quad \text{（6.2.20）}$$

6.2.3、三极管电路及差分对电路

一、晶体三极管电路

晶体三极管电路如图6.2.7所示，若忽略输出电压 v_{CE} 的反作用，晶体三极管的转移特性为

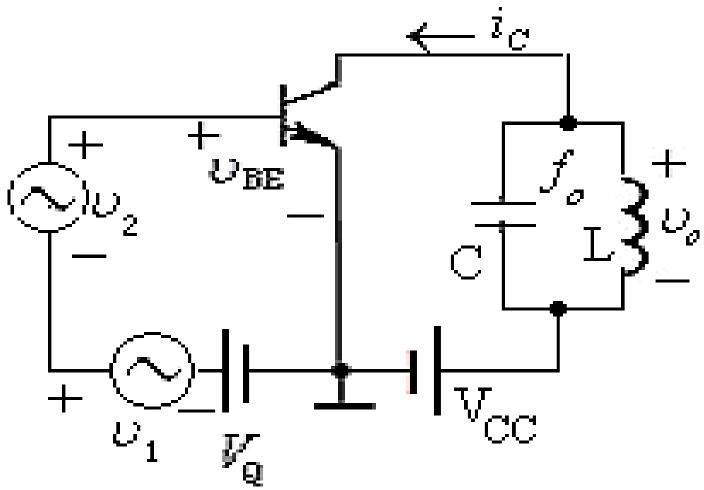


图6.2.7 晶体三极管电路

$$i_C = f(v_{BE}, v_{CE}) \approx f(v_{BE})$$

式中 $v_{BE} = V_Q + v_1 + v_2 = V_{BB}(t) + v_2$

设图中参考信号 $v_1 = V_{1m}\cos\omega_1 t$ ，输入信号

$v_2 = V_{2m}\cos\omega_2 t$ ，且$V_{1m} >> V_{2m}$、V_{1m}足够大、V_{2m}很小。

此时转移特性可以表示为

$$i_C = f(v_{BE}) = f(V_Q + v_1 + v_2) = f(V_{BB}(t) + v_2) \quad (6.2.21)$$

利用式（6.2.7）、（6.2.8）可得

（在 $V_Q + v_1$ 上对 v_2 展开为泰勒级数式，得到 ）

$$i_C \approx I_C(t) + g(t)v_2 \qquad (6.2.22)$$

式中，$I_C(t)=f(V_{BB}(t))$为时变工作点处的电流，随 v_1 周期性的变化 。

$$g(t)=f'[V_{BB}(t)]=\left.\frac{di}{d\upsilon_{BE}}\right|_{\upsilon_{BE}=V_{BB}(t)}$$

为晶体管的时变跨导，也随 v_1 周期性的变化。

它们的傅立叶级数展开式分别为

$$I_c(t)=I_0+I_{1m}\cos\omega_1 t+I_{2m}\cos 2\omega_1 t+\cdots \qquad (6.2.23)$$

$$g(t)=g_0+g_{1m}\cos\omega_1 t+g_{2m}\cos 2\omega_1 t+\cdots \qquad (6.2.24)$$

$$i_C \approx I_C(t) + g(t) v_2$$

电流 i_C 中包含的频率分量为 $n\omega_1$ 和 $n\omega_1 \pm \omega_2\ (n = 0, 1, 2, \ldots)$

用滤波器选出所需频率分量，就可以完成频谱线性搬移功能。同时，完成频谱搬移功能的有用项是

$$i_{C有用} = g_{1m} v_2 \cos(\omega_1 t) \qquad \text{(6.2.25)}$$

即 $g(t)$ 中的基波分量与 v_2 的相乘项。

显然，频谱搬移效率或灵敏度与基波分量振幅 g_{1m} 有关。

二、场效应管电路

结型场效应管电路如图6.2.9所示，图（a）为实用电路，（b）为原理电路。

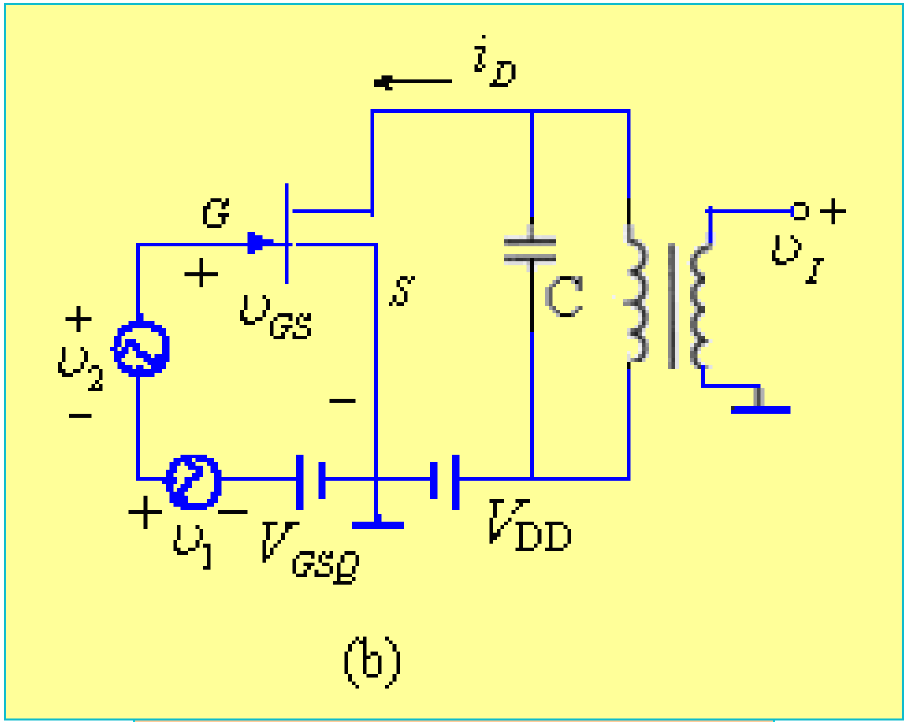


图6.2.9　结型场效应管电路

（b）原理电路

场效应管的转移特性可以近似表示为

$$i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{u_{GS}}{V_{GS(off)}}\right)^2 \quad （6.2.26）$$

式中 $V_{GS(off)}$ 为结型场效应管的夹断电压。

由图（b）知，

$$v_{GS} = V_{GSQ} + v_1 + v_2$$

其中：

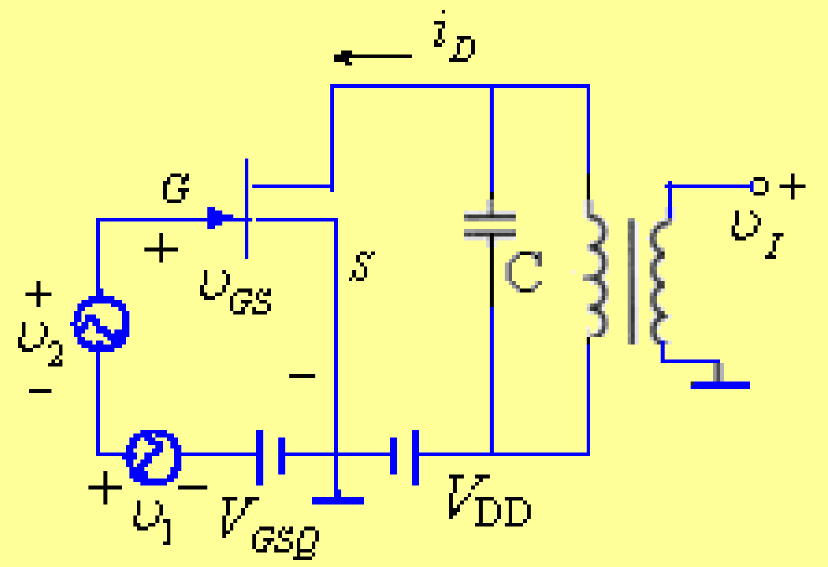
V_{GSQ} 为静态工作点电压，

$$v_1 = V_{1m}\cos\omega_1 t$$

为参考信号，

$$v_2 = V_{2m}\cos\omega_2 t$$

为输入信号。



(b)

图6.2.9　结型场效应管电路

（b）原理电路

代入（6.2.26）式，可以得到 $i_D = I_{D0}(t) + g(t)v_2 + \frac{1}{2}g'(t)v_2^2$

其中， $I_{D0}(t) = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GSQ}+v_1}{V_{GS(off)}}\right)^2$

$$g(t) = \left.\frac{di_D}{dv_{GS}}\right|_{v_{GS}=V_{GSQ}+v_1} = 2\frac{I_{DSS}}{|V_{GS(off)}|}\left(1 - \frac{V_{GSQ}+v_1}{V_{GS(off)}}\right)$$

$$g'(t) = \left.\frac{d^2 i_D}{dv_{GS}^2}\right|_{v_{GS}=V_{GSQ}+v_1} = -2\frac{I_{DSS}}{V_{GS(off)}^2}$$

令 $g_{m0} = 2\frac{I_{DSS}}{|V_{GS(off)}|}$， $g_{mQ} = g_{m0}\left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_{GS(off)}}\right)$

则有 $i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GSQ}+v_1}{V_{GS(off)}}\right)^2 + \left(g_{mQ} - g_{m0}\frac{v_1}{V_{GS(off)}}\right)v_2 - \frac{I_{DSS}}{V_{GS(off)}^2}v_2^2$

显然，i_D 中包含的频率分量只有 $\omega_1, 2\omega_1, \omega_1 \pm \omega_2, \omega_2, 2\omega_2$

比晶体三极管频谱搬移电路的频率分量少的多。

工作原理分析如图6.2.10所示。显然，场效应管频谱搬移电路的效率较高，失真小。

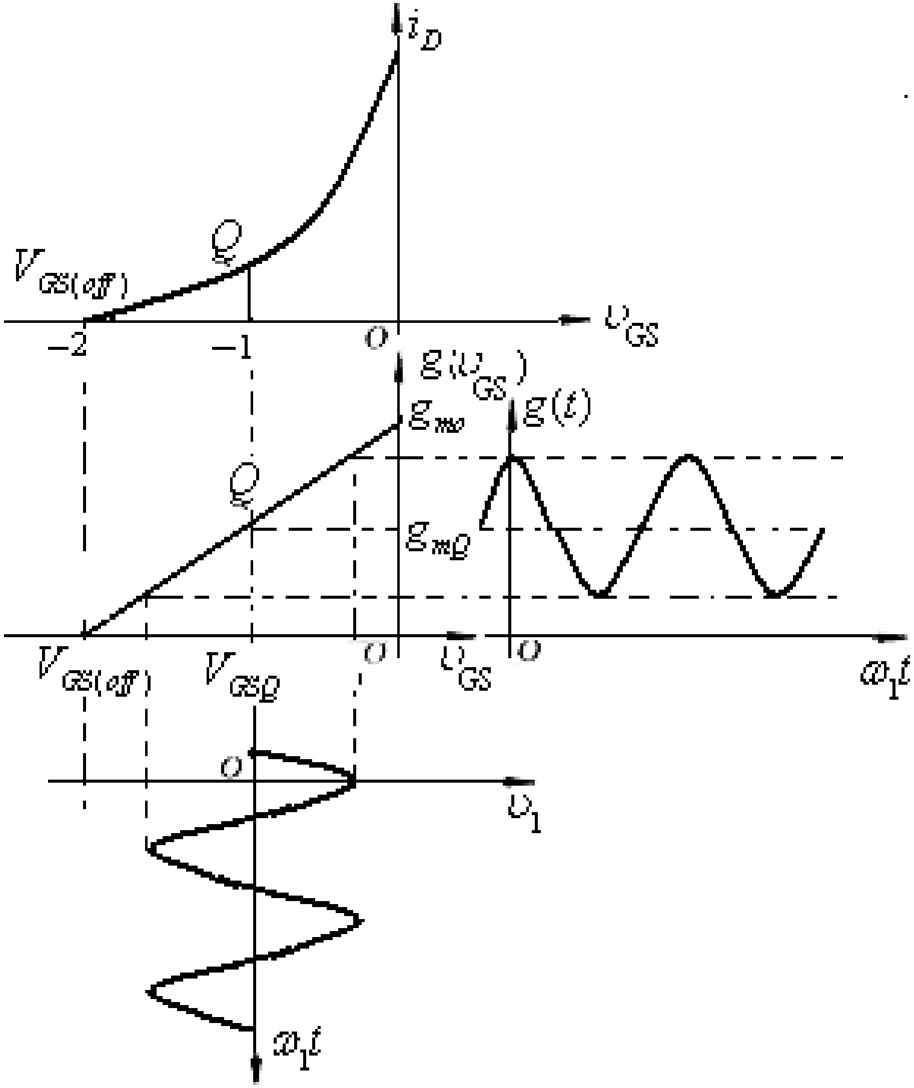
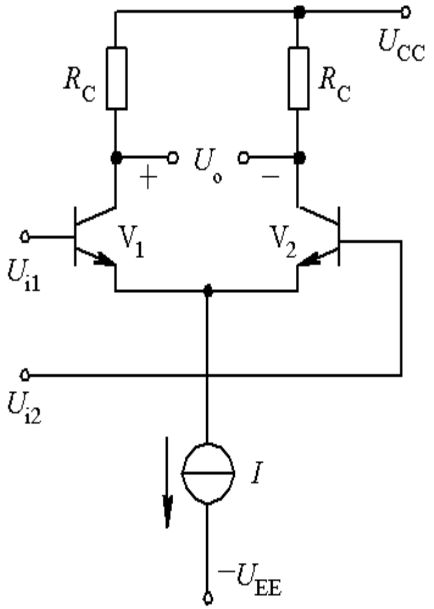


图6.2.10 结型场效应管的电流与跨导特性

三、 差动放大器的传输特性（复习）

传输特性：差动放大器的输出电流（电压）与差模输入电压之间的函数关系。



因为 $i_{E1} \approx i_{C1} \approx I_S e^{u_{BE1}/U_T}$

$$i_{E2} \approx i_{C2} \approx I_S e^{u_{BE2}/U_T}$$

$$I = i_{E1} + i_{E2} = i_{E1}(1+\frac{i_{E2}}{i_{E1}}) \approx i_{C1}\left[1+e^{\frac{u_{BE2}-u_{BE1}}{U_T}}\right]$$

$$I = i_{E1} + i_{E2} = i_{E2}(1+\frac{i_{E1}}{i_{E2}}) \approx i_{C2}\left[1+e^{\frac{u_{BE1}-u_{BE2}}{U_T}}\right]$$

所以

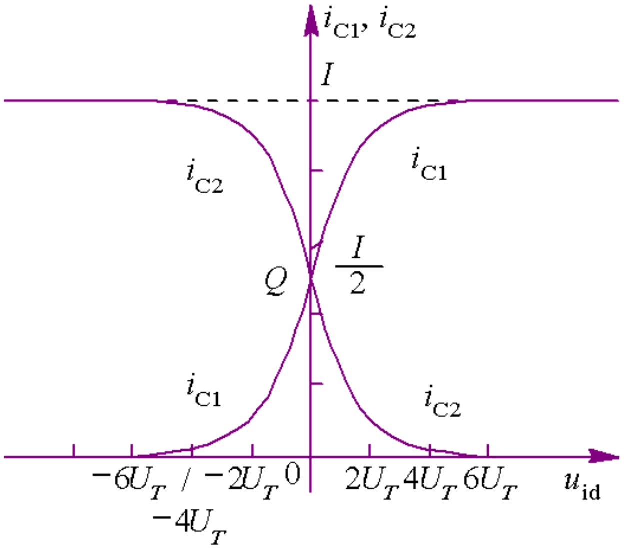
$$i_{C1} = \frac{I}{1+e^{-\frac{u_{id}}{U_T}}}$$

$$i_{C2} = \frac{I}{1+e^{\frac{u_{id}}{U_T}}}$$

而 $u_{BE1} - u_{BE2} = u_{i1} - u_{i2} = u_{id}$

$$i_{C1}=\frac{I}{1+e^{-\frac{u_{id}}{U_T}}}=\frac{I}{2}+\frac{I}{2}\frac{e^{\frac{u_{id}}{2U_T}}-e^{-\frac{u_{id}}{2U_T}}}{e^{\frac{u_{id}}{2U_T}}+e^{-\frac{u_{id}}{2U_T}}}$$

$$=\frac{I}{2}+\frac{I}{2}th\frac{u_{id}}{2U_T}$$ 双曲正切函数



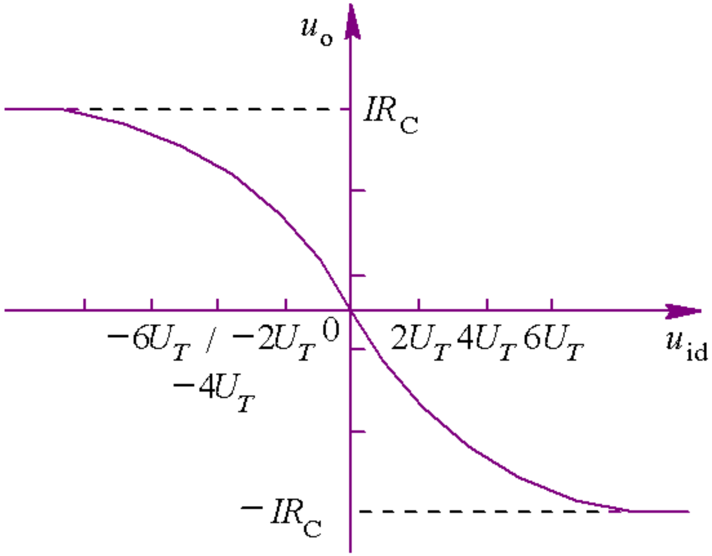
同理：$i_{C2}=\frac{I}{1+e^{\frac{u_{id}}{U_T}}}=\frac{I}{2}-\frac{I}{2}th\frac{u_{id}}{2U_T}$

而 $u_o=u_{o1}-u_{o2}$

$$=-i_{C1}R_C+i_{C2}R_C$$

$$=-(i_{C1}-i_{C2})R_C$$

$$=-IR_C th\frac{u_{id}}{2U_T}$$



结论：

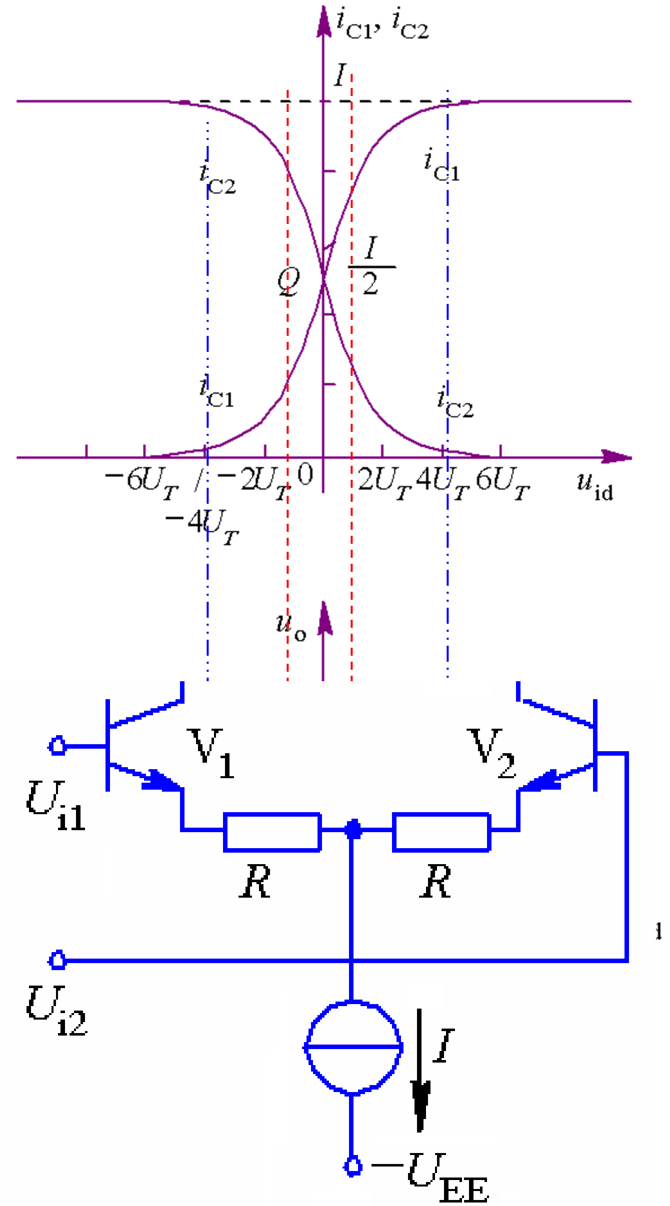
（1） $i_{C1}+i_{C2}\equiv I$

（2）非线性传输特性

A. 当$u_{id}\le|U_T|$时，差分放大电路具有线性放大作用，即对峰—峰值为50mV的正弦信号实现线性放大。

B. 当 $u_{id}\ge 4|U_T|$时，差分放大电路具有良好的限幅作用和电流开关作用。

C. 为了扩展传输特性的线性范围，可以引入负反馈R，当然由此将引起增益下降。



四、差分对电路

差分对频谱搬移电路如图6.2.11所示。

图（a）中，T_3管的集电极电流i_3作为差分对管T_1、T_2的电流源，且 $v_2 = V_{BE3} + i_3 R_e - V_{EE}$

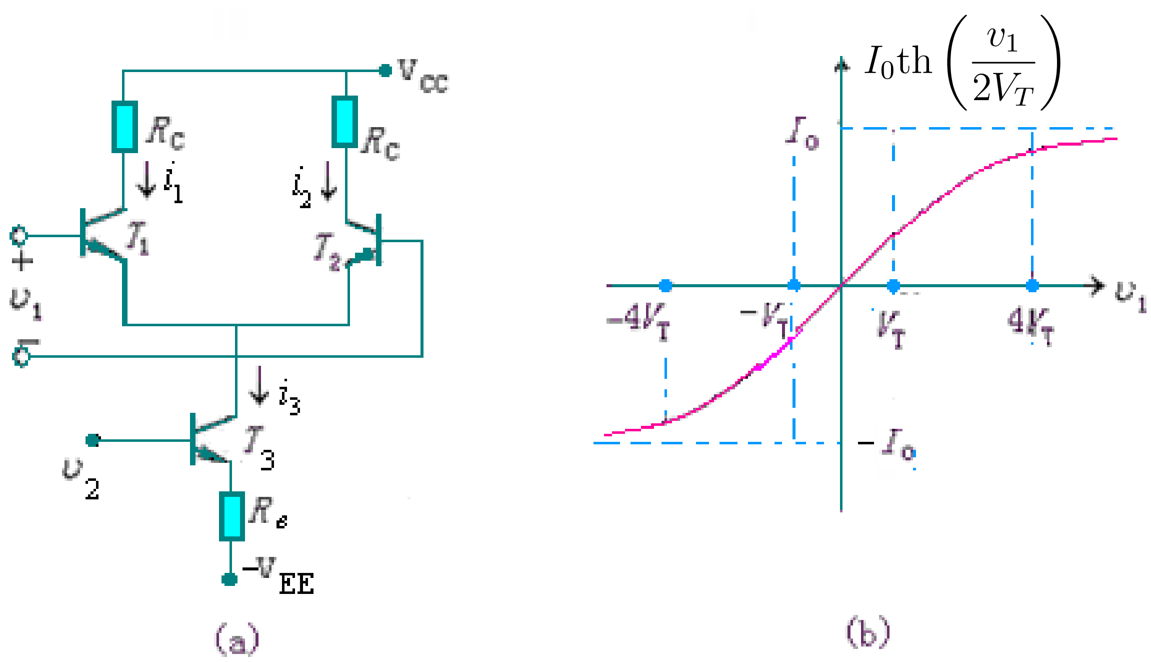


图6.2.11　差分对频谱搬移电路及其电流传输特性

若忽略T_3管的发射结电压v_{BE3}，可以得到

$$i_3 = \frac{v_2}{R_e} + \frac{V_{EE}}{R_e} = A + Bv_2 \qquad (6.2.31)$$

其中$A = \dfrac{V_{EE}}{R_e}$为T_3管的静态工作点电流，$B = \dfrac{1}{R_e}$

差分对电路的差模输出电流为

$$i_L = i_1 - i_2 = i_3 th(\frac{v_1}{2V_T}) = (\frac{V_{EE}}{R_e} + \frac{v_2}{R_e}) th(\frac{v_1}{2V_T}) \qquad (6.2.32)$$

显然，差分对电路的差模输出电流i_L与v_1的关系为非线性的双曲正切函数[$th(\dfrac{v_1}{2V_T})$]关系，曲线如图6.2.11(b)所示。

由双曲正切函数的特性知 ：

（1）当 $\frac{V_{1m}}{V_T} < 1$ 时，即输入电压 v_1 较小时，$th(\frac{v_1}{2V_T}) \approx \frac{v_1}{2V_T}$

电路工作在线性放大区，如图6.2.12中输出曲线1所示，此时

$$i_L = i_3 th(\frac{\upsilon_1}{2V_T}) \approx (\frac{V_{EE}}{R_e} + \frac{\upsilon_2}{R_e})\frac{\upsilon_1}{2V_T} \qquad (6.2.33)$$

输出电流中包含的频率分量为$\omega_1, \omega_1 \pm \omega_2$，电路能够完成频谱搬移功能。

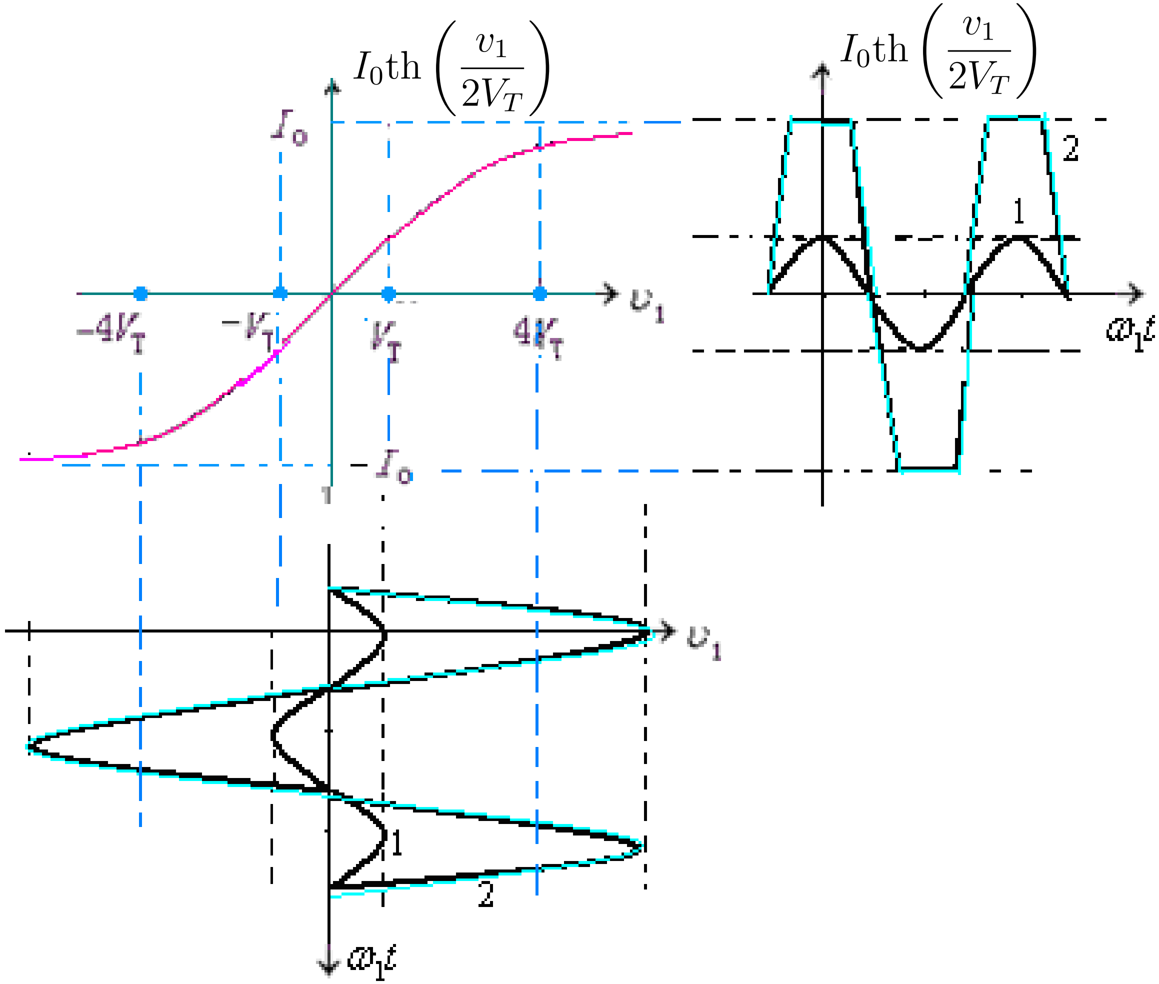


图6.2.12　差分对电路的图解分析

（2）若输入信号 v_1很大，一般应满足 $\frac{V_{1m}}{V_T} > 4$ 的条件，双曲正切函数可以近似为双向开关函数，如图6. 2. 12中输出曲线2所示，即

$$th(\frac{v_1}{2V_T}) \approx k_2(\omega_1 t)$$

差模输出电流为

$$i_L = i_3 th(\frac{v_1}{2V_T}) \approx (\frac{V_{EE}}{R_e} + \frac{v_2}{R_e}) k_2(\omega_1 t) \quad (6.2.34)$$

电路工作在开关状态，输出电流中包含的频率分量为

$(2n-1)\omega_1, (2n-1)\omega_1 \pm \omega_2$ 能够实现频谱搬移功能。

（3）若输入电压 v_1 的大小介于上述（1）、（2）两种情况之间，当 $v_1 = V_{1m}\cos\omega_1 t$ ， $x_1 = \dfrac{V_{1m}}{V_T}$

则双曲正切函数的傅立叶级数展开为

$$th(\frac{\upsilon_1}{2V_T}) = th(\frac{x_1}{2}\cos\omega_1 t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2\beta_{2n-1}(x_1)\cos(2n-1)\omega_1 t$$

于是得到输出电流为

$$i_L = i_3 th(\frac{\upsilon_1}{2V_T}) = (\frac{V_{EE}}{R_e} + \frac{\upsilon_2}{R_e})\sum_{n=1}^{\infty} 2\beta_{2n-1}(x_1)\cos(2n-1)\omega_1 t \quad \text{（6.2.35）}$$

电路工作在线性时变状态，输出电流中包含的频率分量为 $(2n-1)\omega_1, (2n-1)\omega_1 \pm \omega_2$ ，同样能够实现频谱搬移功能。

6.2.4 集成模拟乘法器

一、双差分对相乘器电路（吉尔伯特乘法器单元）

由图6.2.14知，差分对T1、T2的差模输出电流为

$$i_1 - i_2 = i_5 th(\frac{\upsilon_1}{2V_T})$$

差分对T_3、T_4的差模输出电流为

$$i_4 - i_3 = i_6 th(\frac{\upsilon_1}{2V_T})$$

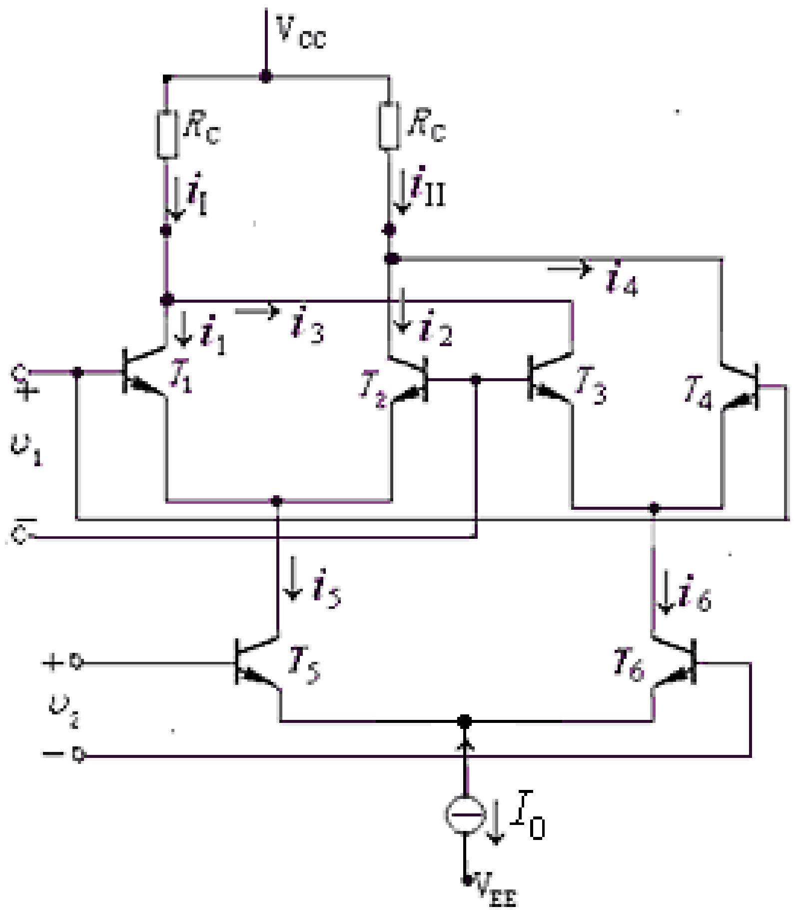


图6.2.14　吉尔伯特乘法器单元

故双差分对模拟相乘器的差值输出电流为

$$i = (i_1 - i_2) - (i_4 - i_3)$$

$$= (i_5 - i_6) th(\frac{\upsilon_1}{2V_T})$$

其中，晶体管T5和T6差分对管的差模输出电流值为

$$i_5 - i_6 = I_0 th(\frac{\upsilon_2}{2V_T})$$

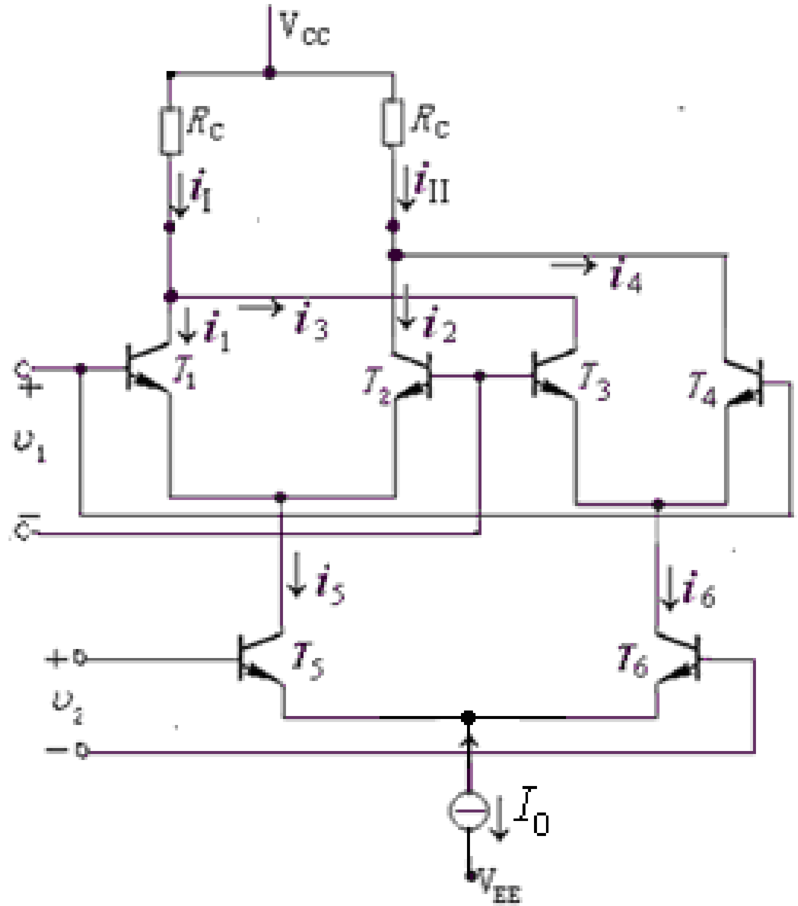


图6.2.14　吉尔伯特乘法器单元

因而双差分对相乘器电路的输出电流为

$$i=(i_5-i_6)th(\frac{\upsilon_1}{2V_T})=I_0 th(\frac{\upsilon_2}{2V_T})th(\frac{\upsilon_1}{2V_T}) \quad (6.2.37)$$

显然，该电路不能实现两个电压 v_1 、v_2 的相乘运算，仅提供了两个非线性函数（双曲正切）相乘的特征。但由双曲正切函数的特性知：

（1）当 $|v_2| \leq 26mV, |v_1| \leq 26mV$ 时，式（6. 2. 37）可以近似为

$$i=I_0 th(\frac{\upsilon_2}{2V_T})th(\frac{\upsilon_1}{2V_T}) \approx I_0\frac{\upsilon_1\upsilon_2}{4V_T^2} \quad (6.2.38)$$

实现了两个电压 v_1、v_2 的相乘运算。

（2）当$|v_2| \le 26mV, v_1$为任意值时，式（6.2.37）可以近似为

$$i = I_0 th(\frac{v_2}{2V_T}) th(\frac{v_1}{2V_T}) \approx \frac{I_0}{2V_T} th(\frac{v_1}{2V_T}) v_2 \quad (6.2.39)$$

实现了线性时变工作状态。

（3）当$|v_2| \le 26mV, |v_1| \ge 260mV$时，$th(\frac{v_1}{2V_T}) \approx k_2(\omega_1 t)$输出电流可表示为

$$i = I_0 th(\frac{v_2}{2V_T}) th(\frac{v_1}{2V_T}) \approx \frac{I_0}{2V_T} v_2 k_2(\omega_1 t) \quad (6.2.40)$$

实现了开关工作。

二、MC1496/1596 集成模拟相乘器

根据双差分对模拟相乘器基本原理制成的单片集成模拟相乘器 MC1496/1596 的内部电路如图6.2.15（a）所示，引脚排列如图 (b)所示，电路内部结构与图 6.2.14 基本类似。

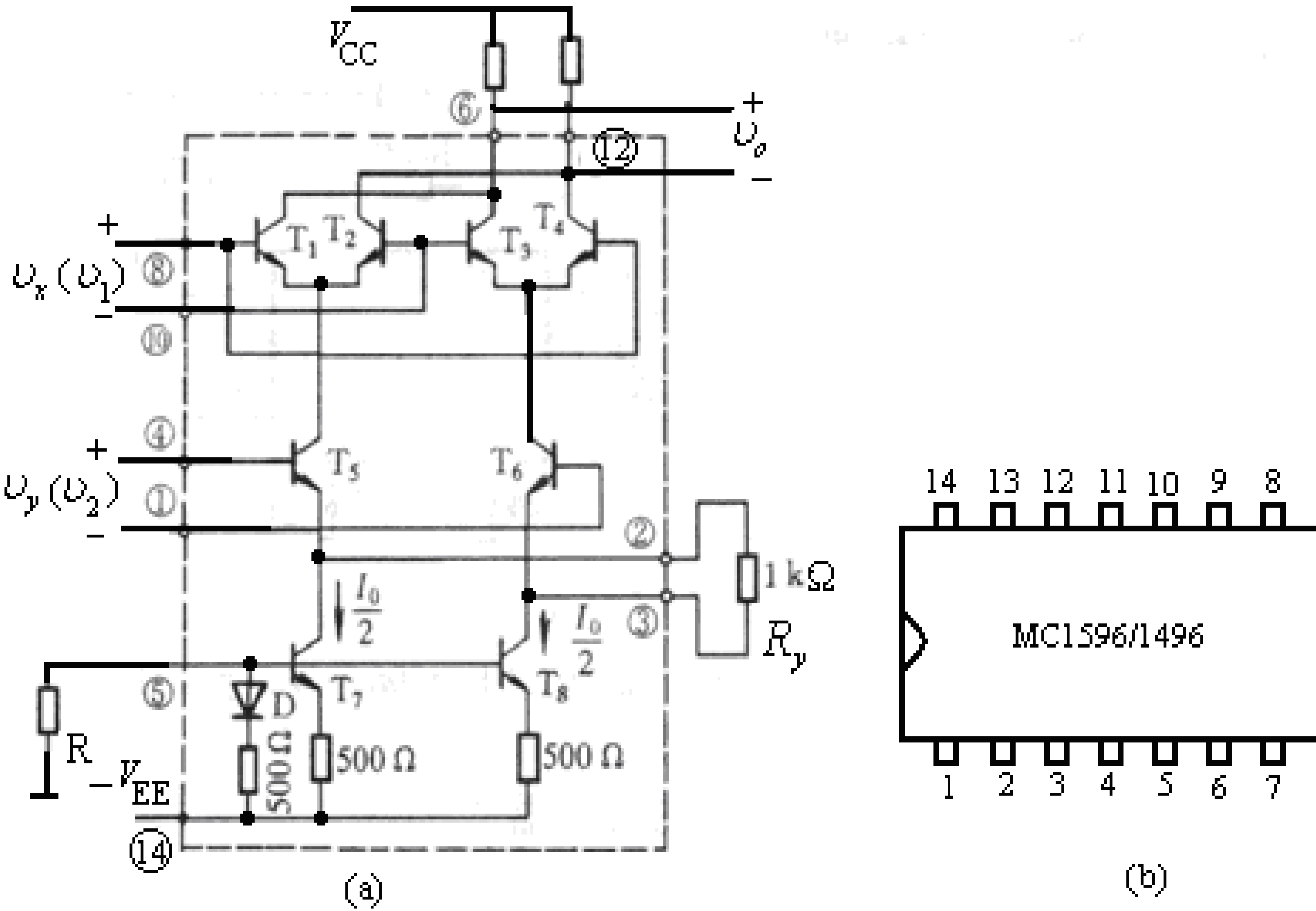


图6.2.15 单片集成模拟相乘器 MC1496/1596 的内部电路及其引脚排列

R_y 的作用是扩大输入电压 v_2 的动态范围，其基本原理如下：

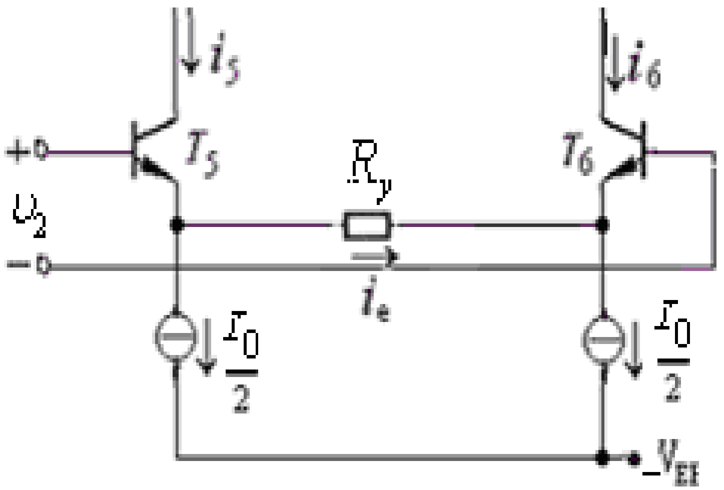


图6.2.16 v_2 动态范围的扩展

电路满足深度负反馈的条件，于是

$$v_2 = v_{BE5} + i_e R_y - v_{BE6}$$

其中 $v_{BE5} - v_{BE6} = V_T \ln i_5 / i_6$

且 $V_T \ln \frac{i_5}{i_6} << i_e R_y$

所以，上式可以简化为 $v_2 \approx i_e R_y$

所以 $i_5 - i_6 = 2i_e \approx \dfrac{2\upsilon_2}{R_y}$

双差分对模拟相乘器的差值输出电流为

$$i = (i_5 - i_6)th(\frac{\upsilon_1}{2V_T}) \approx \frac{2\upsilon_2}{R_y}th(\frac{\upsilon_1}{2V_T}) \qquad （6.2.41）$$

此时 υ_2 允许的最大动态范围为（求证过程见364页附录C）

$$-(\frac{1}{4}I_0R_y + V_T) \le \upsilon_2 \le (\frac{1}{4}I_0R_y + V_T) \qquad （6.2.42）$$

三、MC1595 集成模拟相乘器

作为通用的模拟相乘器，还需将 v_1 的动态范围进行扩展。

MC1595（或BG314）就是在MC1496的基础上增加了 v_1 动态范围扩展电路，使之成为具有四象限相乘功能的通用集成器件，如图6.2.17所示。图（a）为MC1595的内部电路，(b)为相应的外接电路。

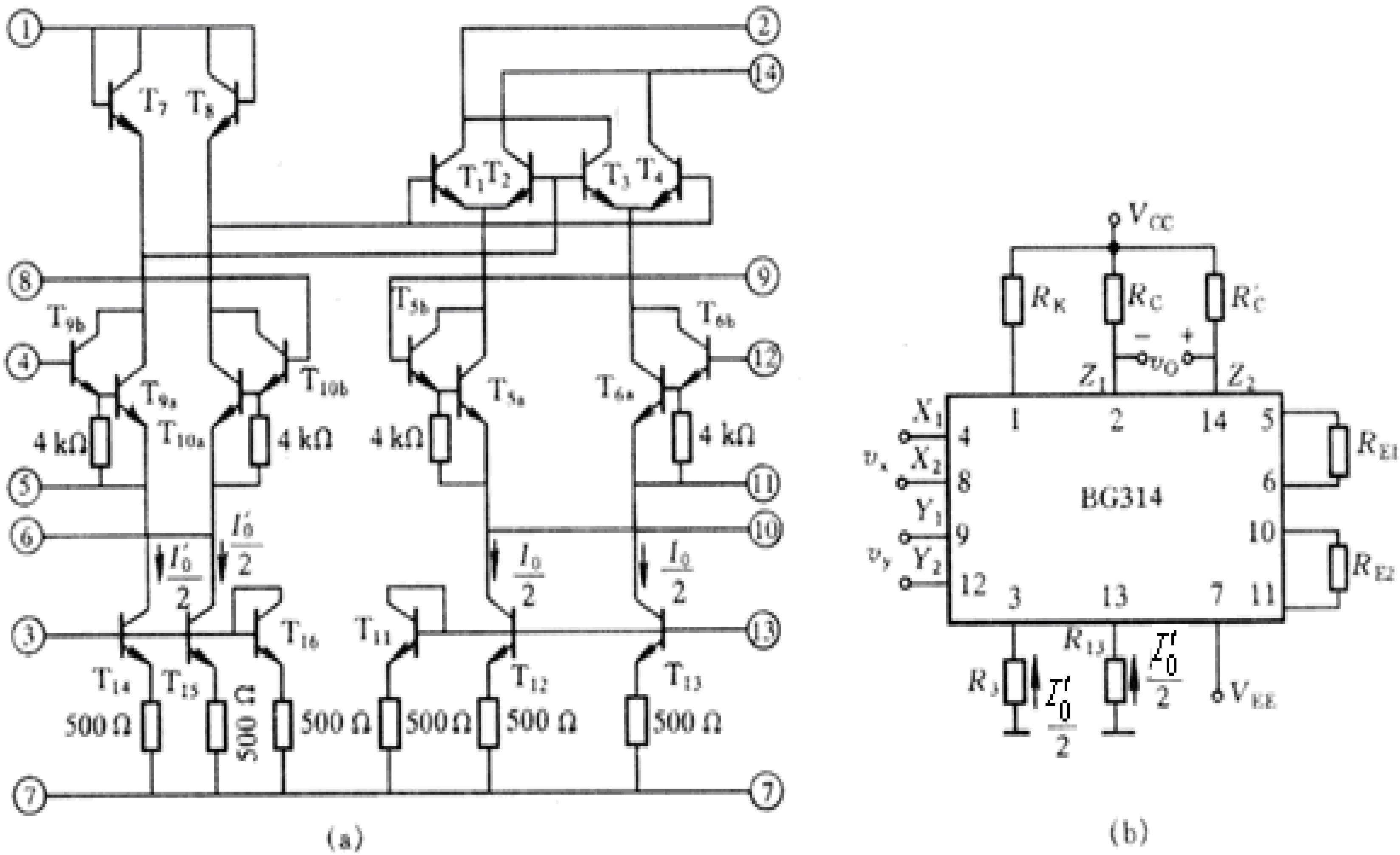


图6.2.17　集成模拟乘法器MC1595(BG314)的内部电路及相应的外接电路

v_1 动态范围的扩展原理。为分析方便，将 T_7～T_{10}管组成的补偿电路简化为图4.2.18所示的形式。由图知：

R_x 为深度负反馈电阻，所以

$$i_9 - i_{10} \approx \frac{2v_1}{R_x}$$

v_1的动态范围为

$$-(\frac{1}{4}I_0R_x + V_T) \le v_1 \le (\frac{1}{4}I_0R_x + V_T)$$

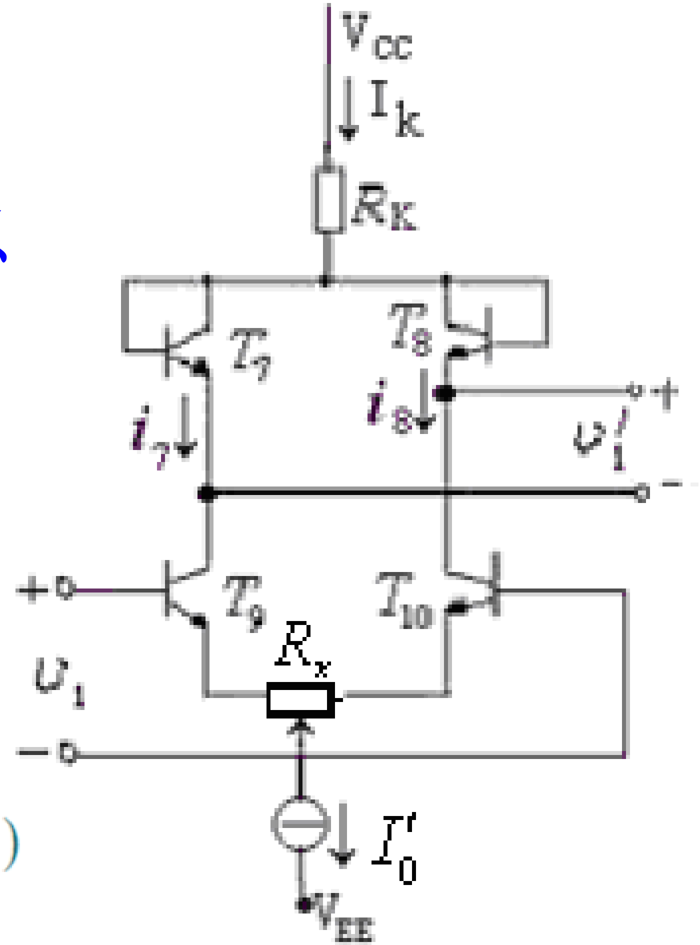


图6.2.18 v_1 动态范围的扩展

当三极管$T_7 \sim T_{10}$的

β 值足够大时，

$$i_7 \approx i_9, i_8 \approx i_{10}, I_K \approx I_0'$$

又由于

$$v_{BE7} - v_1' - v_{BE8} = 0$$

所以：

$$v_{BE7} - v_{BE8} = v_1'$$

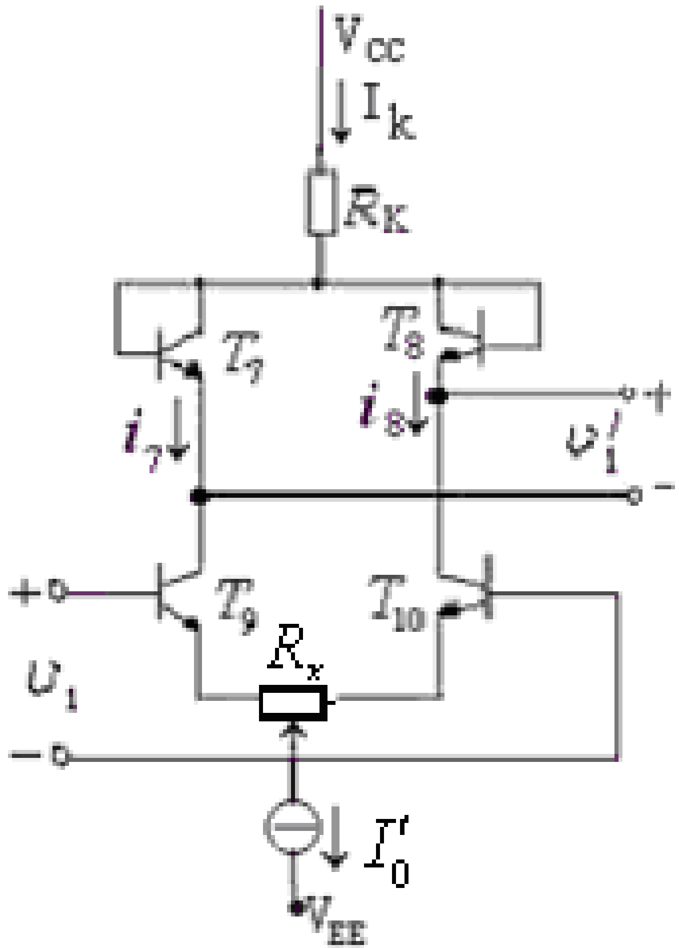


图6.2.18 v_1动态范围的扩展

而 $i_7 - i_8 = i_9 - i_{10} = I_k th(\frac{\upsilon_{BE7} - \upsilon_{BE8}}{2V_T}) = I_0' th(\frac{\upsilon_1'}{2V_T})$

于是得到

$$\upsilon_1' = 2V_T arcth \frac{i_9 - i_{10}}{I_0'} = 2V_T arcth \frac{2\upsilon_1}{I_0' R_x}$$

υ_1' 即为图6.2.15中的输入电压 υ_1

将上式代入式（6.2.41）中得到

$$i = \frac{4\upsilon_1\upsilon_2}{I_0' R_x R_y} = A_M \upsilon_1 \upsilon_2 \qquad \text{（6.2.44）}$$

式中 $A_M = \frac{4}{I_0' R_x R_y}$ 为乘法器的乘法系数。

作业：

6.8　6.9　6.12　6.14　6.23

预习：6.3