第二章 选频网络与阻抗变换

（3课时）

重点内容：

- 并联谐振回路的选频特性；
- 无源阻抗变换网络的变比关系；

2.1 LC谐振回路

LC谐振回路有并联回路和串联回路两种形式，属于无源滤波网络；在高频电子线路中的作用是：

- **选频滤波**：从输入信号中选出有用频率分量，抑制无用频率分量或噪声。
- **阻抗变换**：从一个阻抗值变换为另一个阻抗值，（1）使电路的输出阻抗与负载匹配，提高输出给负载的功率；（2）减少信号源内阻及负载电阻对LC回路品质因数的影响。
- **实现频率-幅度、频率-相位变换**：将频率的变化转换为振幅或相位的变化；将在第七章角度调制与解调中讲。

2.1.1 并联谐振回路

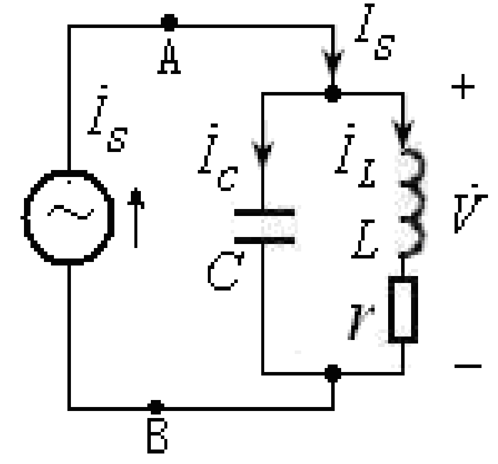


图2.1.1　并联谐振回路

一、并联谐振回路的阻抗特性

1、回路的阻抗

*r*是L的损耗电阻，主要是电感中的导线电阻和磁芯损耗，而电容C的损耗电阻很小，可忽略。通常情况下均满足：$r << \omega L$

$$Z_p = \frac{\dot{V}}{\dot{I}_s} = (r + j\omega L)//\frac{1}{j\omega C} = \frac{(r + j\omega L)\frac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \qquad （2.1.1）$$

$$\cong \frac{1}{\frac{Cr}{L} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})} = \frac{R_{eo}}{1 + j\frac{L}{Cr}(\omega C - \frac{1}{\omega L})} \qquad （2.1.2）$$

式中：$R_{e0} = \frac{L}{Cr}$ 回路的固有谐振电阻

回路的导纳：

$$Y_p=\frac{1}{Z_p}=\frac{Cr}{L}+j(\omega C-\frac{1}{\omega L})=g_{e0}+j(\omega C-\frac{1}{\omega L}) \qquad (2.1.3)$$

式中： $g_{e0}=\dfrac{Cr}{L}=\dfrac{1}{R_{e0}}$

此时，图2.1.1可等效为图2.1.2。

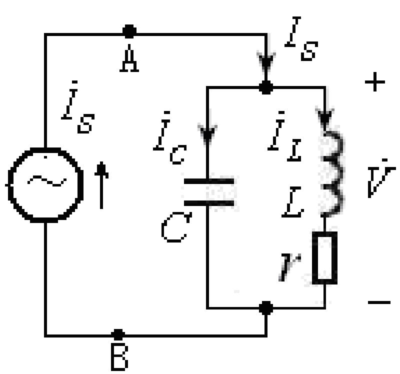


图2.1.1　并联谐振回路

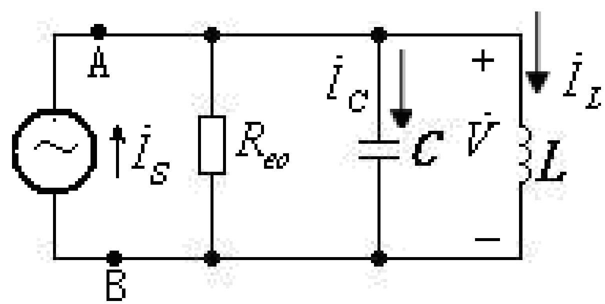


图2.1.2　并联等效电路

2、回路谐振

由式（2.1.2）、（2.1.3）知，回路阻抗（导纳）值与输入信号角频率有关。当满足$\omega C = \frac{1}{\omega L}$时，称并联回路对外加信号频率发生并联谐振。

ω 为信号源的角频率；

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 为回路的并联谐振角频率。

回路谐振时 $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

回路谐振时，回路的感抗与容抗相等，互相抵消，

回路阻抗最大，且为纯电阻，称之为回路的谐振电阻。

$$Z_{pmax} = R_{e0} = \frac{L}{Cr} \qquad (2.1.4)$$

电感、电容的品质因数：用于评价实际电感、电容的品质，实际电感、电容除了储存能量外，都存在一定的能量消耗。作为储能元件，希望元件的储能与耗能之比要大。

定义：

$$Q = 2\pi \frac{\text{储能的最大值}}{\text{一个周期内的耗能}}$$

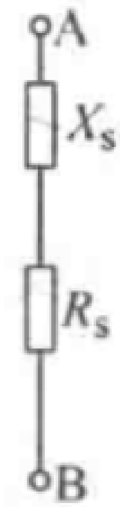
电感的品质因数： $Q_L = \dfrac{\omega L}{r}$

其中r是电感能量消耗的等效电阻，与电感串联。

电容的品质因数： $Q_C = \omega C R$

其中R是电容能量消耗的等效电阻，与电容并联。

串联支路、并联支路的品质因数：

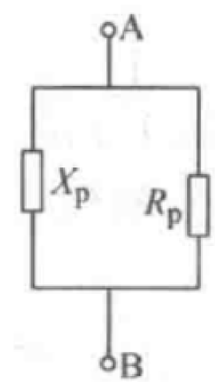


串联支路的阻抗：

$$Z_s = R_s + jX_s$$

串联支路的品质因数：

$$\boxed{Q_s = \left|\frac{X_s}{R_s}\right|}$$



并联支路的阻抗：

$$Z_p = R_p // jX_p$$

串联支路的品质因数：

$$\boxed{Q_p = \left|\frac{R_p}{X_p}\right|}$$

将品质因素的定义扩展到谐振回路，衡量谐振回路的品质。

定义：回路的空载品质因数描述了回路的储能与耗能之比。该定义与电感电容品质因数的定义是一致的，即谐振回路中储能的最大值与一周内的耗能之比。

$$Q_0 = 2\pi \frac{\text{谐振时电路中的电磁场总能量}}{\text{谐振时一周期内电路中损耗的能量}}$$

谐振时，电容中的电流和电感中的电流大小相等，方向相反，形成回路电流。虽然电场能量和磁场能量随时间都在变化，但是此增彼减，互相彻底补偿。因此，一部分能量在电场和磁场之间振荡，而全电路的电磁场能量的总和保持不变，激励源提供的能量全部转化为电阻发热损耗的能量。

假设输入信号为初始相位为 ϕ_0 的正弦波信号：

$$I_s(t) = I_{sm}\cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

假设初始时刻 *t*=0 时，电感所储存的能量为 0，则在任意时刻 *t*，电感所储存的能量为：

$$\begin{aligned} W_L(t) &= \frac{1}{2}LI_L^2(t) \\ &= \frac{1}{2}LI_{sm}^2\cos^2(\omega_0 t + \phi_0 - \frac{\pi}{2})\frac{R_{e0}^2}{\omega_0^2 L^2} \\ &= \frac{1}{2}CI_{sm}^2 R_{e0}^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi_0) \end{aligned}$$

假设初始时刻 *t*=0 时，电容所储存的能量为 0，则在任意时刻 *t*，电容所储存的能量为：

$$W_C(t) = \frac{1}{2}CU_C^2(t) = \frac{1}{2}C(I_s(t)R_{e0})^2$$
$$= \frac{1}{2}CI_{sm}^2 R_{e0}^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi_0)$$

在任意时刻 *t*，电感和电容所储存的总能量为：

$$W_L(t) + W_C(t) = \frac{1}{2}CI_{sm}^2 R_{e0}^2 = \frac{1}{2}CV_m^2$$

任意瞬时电磁场能量的总和恒定不变，其值应该等于彼此相等的电场能量的极大值与磁场能量的极大值，即

$$\frac{1}{2}CV_m^2 = \frac{1}{2}LI_{Lm}^2$$

其中 V_m 是谐振回路电压峰值, I_{Lm} 是电感中电流的峰值。

在谐振情况下，一个周期T内，电阻消耗的能量为 $\frac{V_m^2}{2R_{e0}}T$

因此，并联谐振回路的品质因数为：

$$Q_0 = \frac{1}{\omega_0 Cr} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{R_{e0}}{\omega_0 L} = \omega_0 CR_{e0} = \frac{1}{\omega_0 L g_{e0}} = \frac{\omega_0 C}{g_{e0}} \quad (2.1.5)$$

特性阻抗：通常将回路谐振时的容抗或感抗称为回路的特性阻抗，用ρ表示，即

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

品质因数的变换关系 $Q_0 = \frac{R_{e0}}{\rho} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{L}{C}}$

谐振电阻的计算方法

$$R_{e0} = \frac{1}{(\omega_0 C)^2 r} = \frac{(\omega_0 L)^2}{r} = Q_0 \frac{1}{\omega_0 C} = Q_0 \omega_0 L$$

结论：并联谐振回路的谐振电阻是回路容抗或感抗的Q_0倍。

3、回路的阻抗特性

根据式（2.1.1）（2.1.2）（2.1.3）（2.1.4）（2.1.5）可得到：

$$Z_p = \frac{R_{e0}}{1 + jR_{e0}\omega_0 C(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})} \approx \frac{R_{e0}}{1 + jQ_0\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}$$

称 $\xi = Q_0(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}) \approx 2Q_0\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2Q_0\frac{\Delta f}{f_0}$ 为广义失谐，

$$\therefore \quad Z_p \approx \frac{R_{e0}}{1 + jQ_0\frac{2\Delta f}{f_0}} = \frac{R_{e0}}{1 + j\xi}$$

回路谐振时 $\xi = 0$

阻抗幅频特性 $\left|Z_P\right| \approx \dfrac{R_{e0}}{\sqrt{1+(Q_0\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0})^2}} = \dfrac{R_{e0}}{\sqrt{1+\xi^2}}$

阻抗相频特性 $\varphi_z = -\arctan(Q_0\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0}) = -\arctan\xi$

由此画出的阻抗频率特性曲线如图2.1.3所示。

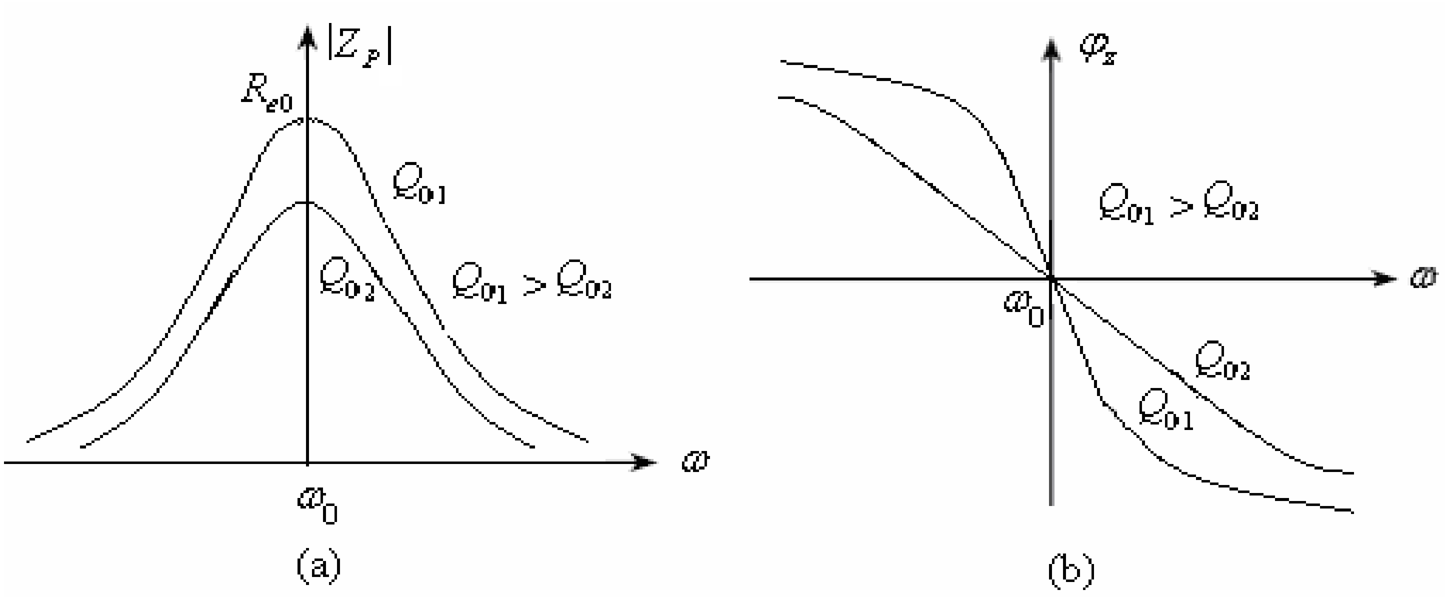


图2.1.3 并联谐振回路阻抗频率特性曲线

二、并联回路的谐振特性

回路两端的电压： $\dot{V} = \dot{I}_s Z_p$

回路两端的谐振电压：$\dot{V}_0 = \dot{I}_s R_{e0}$

回路的归一化谐振/选频特性：

$$N(j\omega) = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} = \frac{Z_p}{R_{e0}} = \frac{1}{1+j\xi} = \frac{1}{1+jQ_0\frac{2\Delta f}{f_0}}$$

其中：幅频特性 $N(f) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+Q_0{}^2(\frac{2\Delta f}{f_o})^2}}$

相频特性 $\varphi(f) = -\arctan\xi = -\arctan Q_0(\dfrac{2\Delta f}{f_o})$

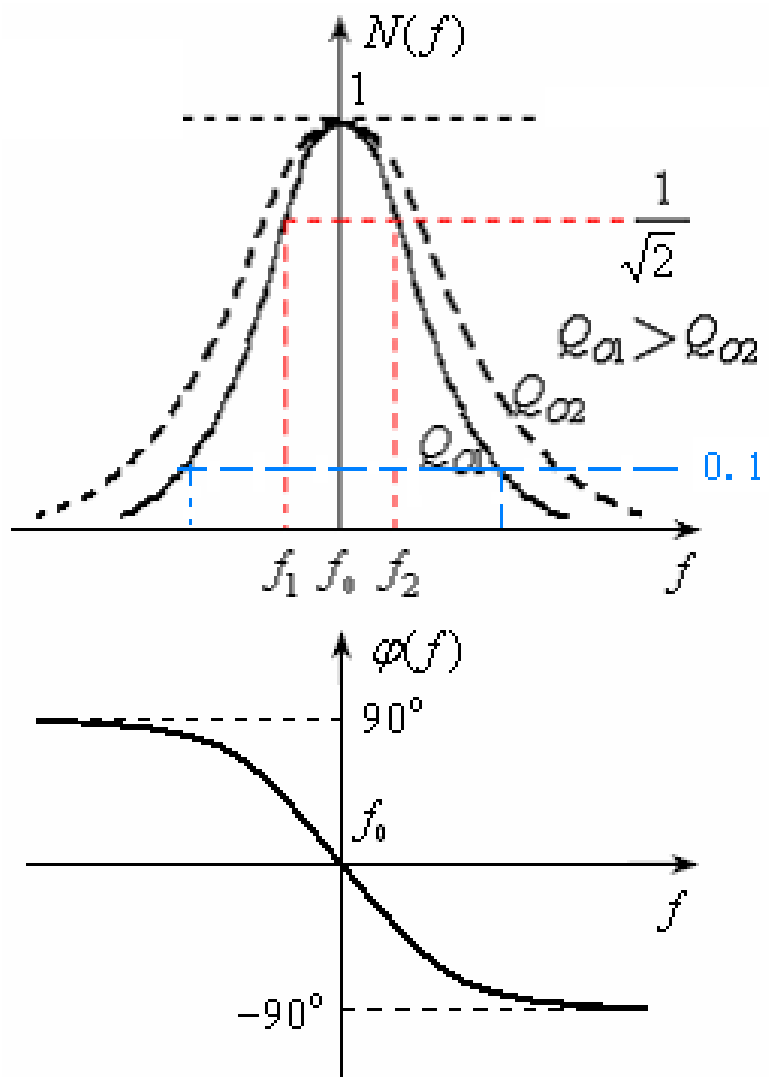


图2.1.5 归一化谐振/选频特性曲线

由此画出的归一化谐振/选频特性曲线如图2.1.5所示。

显然，曲线形状与Q_0有关。（通频带）

由该图知，Q_0越大，曲线愈尖锐，选择性越好。

（矩形系数）

三、结论

由以上分析结果，并结合图2.1.3可以得出如下几点结论：

1、回路谐振

（$\omega=\omega_0$）时，$\varphi(\omega_0)=0$，回路阻抗最大且为纯阻R_{e0}。

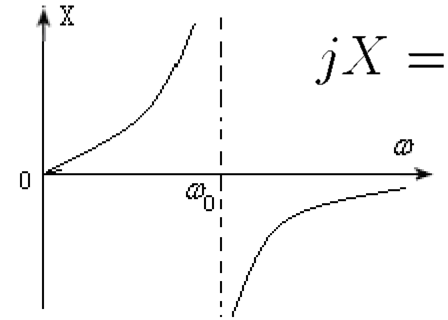
2、回路失谐：

（$\omega\neq\omega_0$）时，并联回路阻抗下降，相移值增大。

当 $\omega<\omega_0$时，$\varphi(\omega)>0$，并联回路阻抗呈感性；

当 $\omega>\omega_0$时，$\varphi(\omega)<0$，并联回路阻抗呈容性；

当忽略并联谐振回路的损耗电阻 r，则画出的并联回路的电抗特性曲线如图2.1.4所示。



$$jX = jwL // \frac{1}{jwc}$$

图2.1.4　并联回路的电抗频率特性

3、电流特性

并联回路谐振时的谐振电阻 R_{e0} 为 $\omega_0 L$ 或 $\dfrac{1}{\omega_0 C}$ 的 Q_0 倍。

并联谐振电路各支路电流的大小与阻抗成反比，因此电感和电容中电流的大小为外部电流的 Q_0 倍，即有：

$$I_L = I_C = Q_0 I_S$$

且 $\dot{I}_L$ 和 $\dot{I}_C$ 相位相反。

4、电压特性：谐振时回路两端的电压最大，

$\dot{V}_0 = \dot{I}_s R_{e0}$，与激励电流同相位。

5、相频特性曲线的斜率

$$\left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = -\frac{2Q_0}{\omega_0}$$

并联谐振回路的相频特性呈负斜率，且 Q_0 越高，斜率越大，曲线越陡。

6、线性相频范围

当 $|\varphi(\omega)| \le \dfrac{\pi}{6}$ 时，相频特性可以近似表示为

$$\varphi(\omega) \approx -2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -2Q_0 \frac{\omega-\omega_0}{\omega_0}$$

此时 $\varphi(\omega)$ 与 ω 之间呈现线性关系，

且相频特性呈线性关系的频率范围与 Q_0 成反比。

四、通频带 与矩形系数

1、通频带（归一化谐振/选频特性曲线）

定义： 当 $N(f)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 时对应的频率范围称为通频带，

用 $\mathbf{BW_{0.7}}$ 表示，称之为3dB带宽。

因此，当 $N(f)=\dfrac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{1+Q_0^{\,2}\left(\dfrac{2\Delta f_{0.7}}{f_o}\right)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 时

$$BW_{0.7}=f_2-f_1=f_0/Q_0$$

Q_0越大，$\mathbf{BW_{0.7}}$ 越窄，选择性越好，∴选择性与 $\mathbf{BW_{0.7}}$矛盾。

2、矩形系数（归一化谐振/选频特性曲线）

- 选择性是指回路从含有各种不同频率信号的总和中选出有用信号，抑制干扰信号的能力。
- 理想的频带滤波器应该对通频带内的频谱分量有同样的放大能力，而对通频带以外的频谱分量要完全抑制。所以理想的频带放大器的频响曲线应是矩形。但实际的频响曲线与矩形有较大的差异。通常定义矩形系数来描述

$$K_{0.1}=\frac{BW_{0.1}}{BW_{0.7}}=\sqrt{99}$$

理想情况下 $K_{0.1}=1$

2.1.2 串联谐振回路（自学）

自学提示：

1、串联回路的阻抗？阻抗特性？

2、串联回路的谐振特性？

3、谐振角频率（频率）？谐振电阻？

4、以上1、2、3点分别与并联回路的特性进行比较？并得出结论。

2.1.2 串联谐振回路

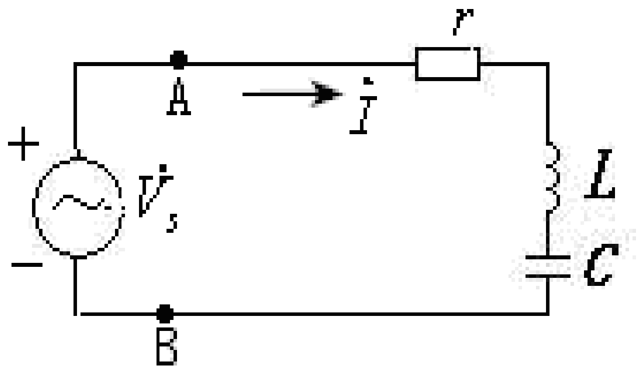


图2.1.6　标准LC串联回路

一、串联回路的阻抗特性：

由A、B两点向回路内看入的回路等效阻抗为

$$Z_S = r + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

当$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_0$，$\boldsymbol{\omega}_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\mathbf{LC}}}$时，回路谐振，此时

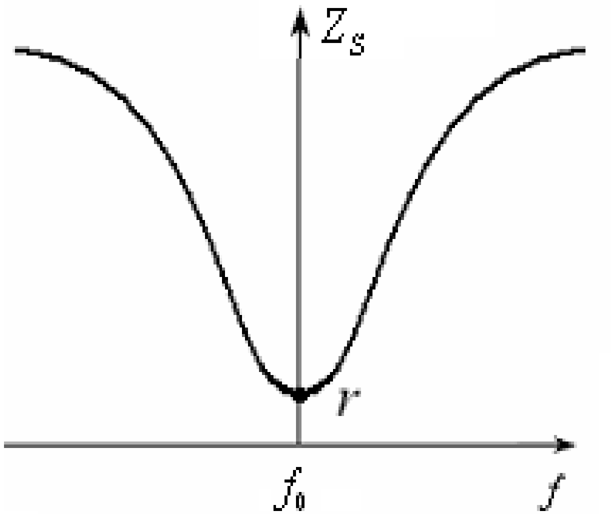
$$Z_S = r = Z_{\min}$$

称 $\boldsymbol{\omega}_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\mathbf{LC}}}$ 为回路的谐振角频率。

回路的空载品质因数 $Q_0 = \dfrac{1}{\omega_0 C r} = \dfrac{\omega_0 L}{r}$

并引入广义失谐 $\xi = Q_0 \dfrac{2\Delta f}{f_0}$，阻抗 $\mathbf{Z_S}$可改写为

$$Z_S = r[1 + j\frac{1}{r}(\omega L - \frac{1}{\omega C})] = r[1 + jQ_0\frac{2\Delta f}{f_0}] = r(1 + j\xi)$$



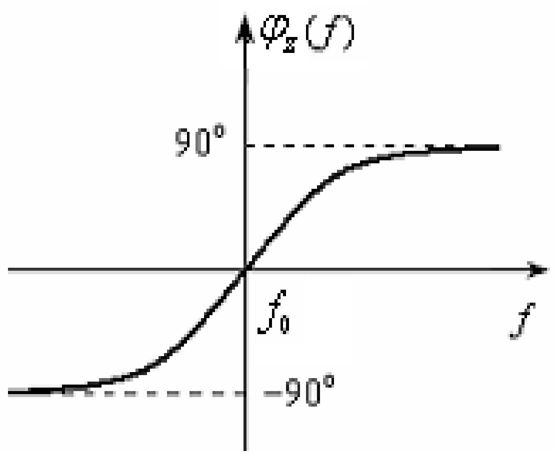


图2.1.7 串联谐振回路阻抗的幅频特性和相频特性曲线

回路阻抗的幅频特性

$$Z_S = r\sqrt{1+(Q_0\frac{2\Delta f}{f_0})^2} = r\sqrt{1+\xi^2}$$

回路阻抗的相频特性

$$\varphi_z = \arctan\xi = \arctan Q_0\frac{2\Delta f}{f_0}$$

由以上分析知，串联回路谐振时具有以下特点：

① 阻抗特性：回路谐振时，回路的感抗与容抗相等，互相抵消，回路阻抗最小（$Z_{S\min} = r$）且为纯阻。

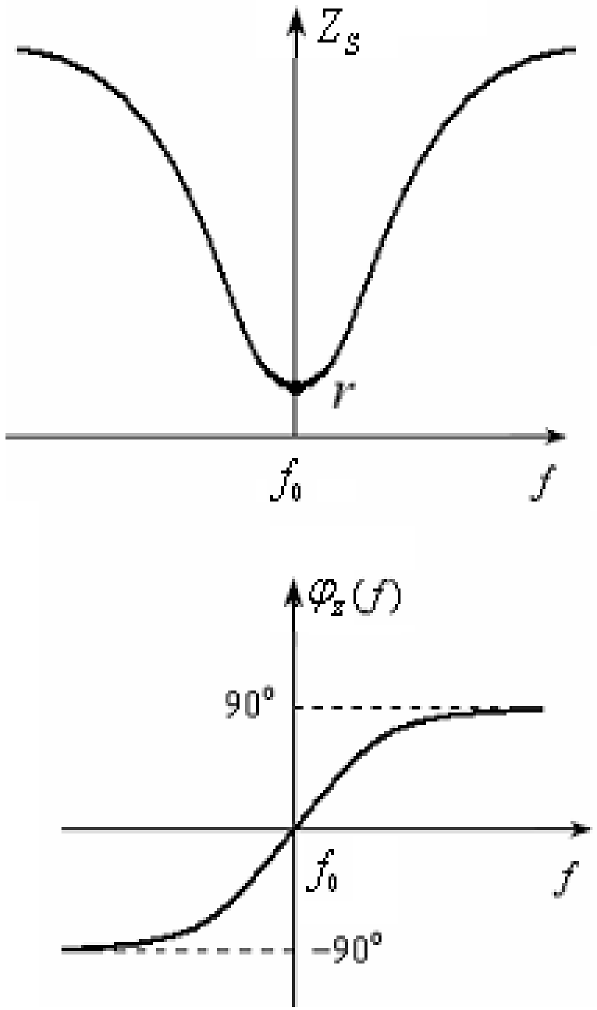


图2.1.7 串联谐振回路阻抗的幅频特性和相频特性曲线

② 回路失谐（$\omega \neq \omega_0$）时，串联回路阻抗增加，相移值增大。

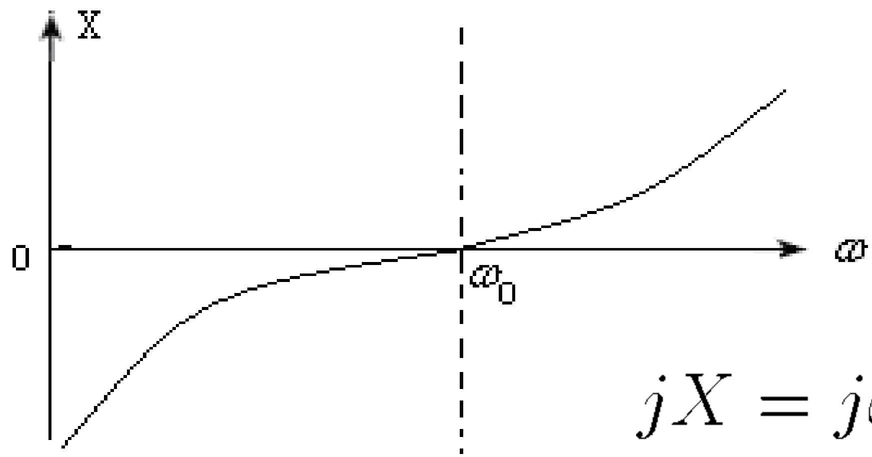
当 $\omega > \omega_0$ 时 $\varphi(\omega) > 0$

串联回路阻抗呈感性；

当 $\omega < \omega_0$ 时，$\varphi(\omega) < 0$

串联回路阻抗呈容性。

如果忽略简单串联谐振回路的损耗电阻，可以画出串联回路的电抗频率特性曲线如图2.1.8所示。



$$jX = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

图2.1.8 串联回路的电抗频率特性

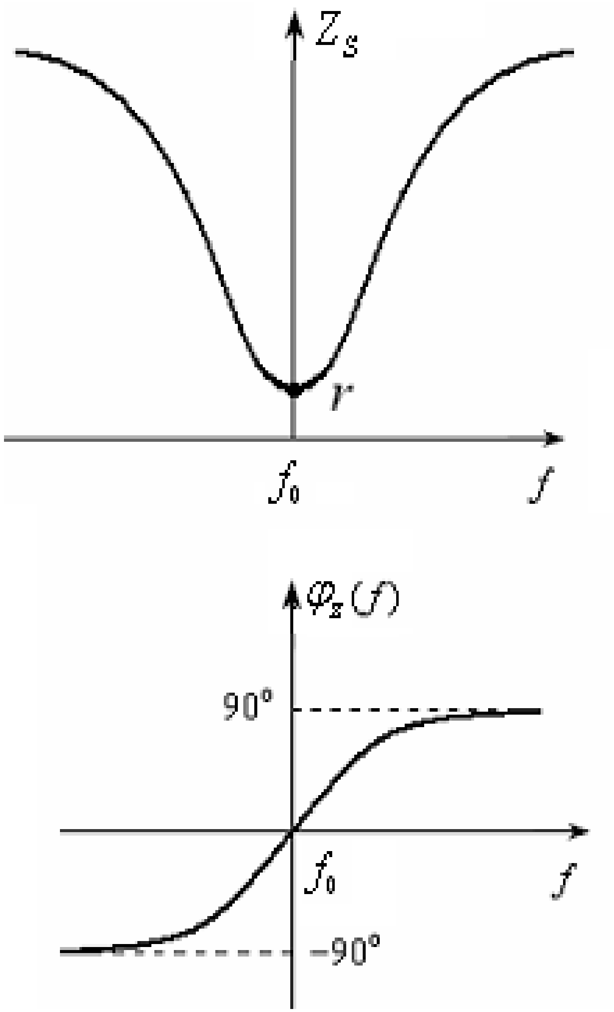


图2.1.7 串联谐振回路阻抗的幅频特性和相频特性曲线

③ 相频特性曲线为正斜率，即

$$\left.\frac{d\varphi_z}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0}=\frac{2Q_0}{\omega_0}>0$$

二、串联谐振回路的谐振特性：

定义：回路输出电流随输入信号频率而变化的特性称为串联回路的选频特性。图2.1.6所示串联谐振回路的输出电流表达为

$$\dot{I}(j\omega)=\frac{\dot{V}_s}{Z_s}=\frac{\dot{V}_s/r}{1+jQ_0\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}=\frac{\dot{I}_0}{1+j\xi}$$

式中 $\dot{I}_0=\dot{V}_s/r$ 为回路谐振情况下的输出电流。

上式说明，回路发生串联谐振时，因回路阻抗最小，流过回路的电流最大，$\dot{I}_{0max}=\dot{I}_0=\dot{V}_s/r$ 。

若定义 $N(j\omega)=\dfrac{\dot{I}}{\dot{I}_0}$

为谐振回路的归一化谐振/选频特性，则有

$$N(j\omega)=\frac{\dot{I}}{\dot{I}_0}=\frac{1}{1+jQ_0\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}=\frac{1}{1+j\xi}$$

由此得到回路的幅频特性

$$N(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+(Q_0\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0})^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}$$

相频特性 $\varphi=-\arctan(Q_0\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0})=-\arctan\xi$

三、串联和并联回路的比较

1、回路谐振（$f = f_0$）时：

串联谐振回路的阻抗 $Z_s = Z_{\min} = r$

并联谐振回路的阻抗 $Z_p = Z_{\max} = R_{eo} = \dfrac{L}{Cr}$

2、相频特性：

串联回路的阻抗相频特性为正斜率，并联回路的阻抗相频特性为负斜率，且最大相移为 $\pm 90^o$

3、并联谐振回路的特点及应用：

并联谐振电路的特点： 总阻抗最大；电流一定时，谐振时电压最大；发生并联谐振时，在电感和电容元件中流过很大的电流，可能会造成电路的熔断器熔断或烧毁电气设备的事故。

主要应用包括三大类：

- 工作于谐振状态，作为选频网络应用，此时呈现为大的电阻，在电流的激励下输出较大的电压；
- 工作于失谐状态，此时呈现为感性或容性，与电路中其他电感和电容一起，满足三点式振荡电路的振荡条件；
- 工作于失谐状态，即工作于幅频或相频特性曲线的一侧，实现幅度-频率之间的变换、相位-频率之间的变换，实现角度调制与解调。

4、串联谐振回路的特点及应用：

串联谐振电路的特点：总阻抗值最小；电源电压一定时，电流最大；电容或电感上的电压可能高于电源电压。高电压可能会损坏设备。

主要应用场景：

- 利用串联谐振产生工频高电压，为变压器等电力设备做耐压试验，可以有效的发现设备中危险的集中性缺陷，是检验电气设备绝缘强度的最有效和最直接的方法。
- 应用在无线电工程中，常常利用串联谐振以获得较高的电压。在收音机中，常利用串联谐振电路来选择电台信号，因为谐振时电容上的电压幅度大，接收信号最强。

2.1.3 负载和信号源内阻对并 联谐振回路的影响

并联回路若考虑信号源内阻R_S和负载R_L时，如图2. 1. 10所示。

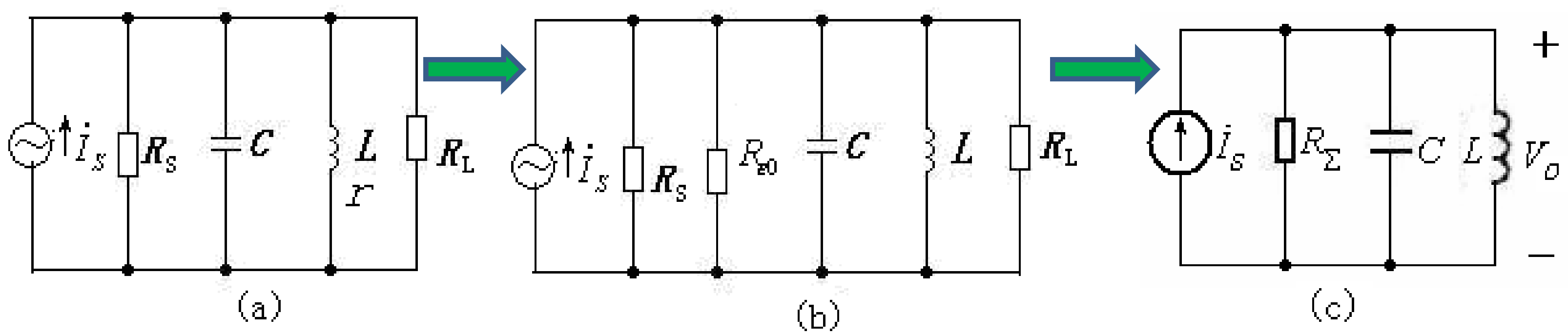


图2.1.10 具有负载和信号源内阻的并联谐振回路
（a）实际回路 （b）、（c）等效回路

回路总谐振阻抗： $R_{\Sigma} = R_s // R_L // R_{e0}$

回路的空载品质因数： $Q_0 = \dfrac{R_{e0}}{\omega_0 L} = \dfrac{1}{g_{e0}\omega_0 L}$

回路的有载品质因数： $Q_e = \dfrac{R_{\Sigma}}{\omega_0 L} = \dfrac{R_{\Sigma}}{\rho} = \dfrac{Q_0}{1 + \frac{R_{e0}}{R_S} + \frac{R_{e0}}{R_L}} < Q_0$

回路的3dB带宽为： $BW_{0.7} = \dfrac{f_0}{Q_e}$

所以将导致回路的选择性变差，通频带展宽。

结论：由于负载电阻和信号源内阻的影响，将使：

1、 $R_\Sigma < R_{e0}$

2、回路两端的谐振电压 V_0 减小；

3、回路的品质因数下降，$Q_e < Q_0$；

4、通频带展宽；

5、选择性变差。

6、若信号源内阻及负载不是纯阻，也将对谐振曲线产生影响。

例2.1.1

设一放大器以简单并联振荡回路为负载，信号中心频率 $f_o = 10\text{MHz}$ ，回路电容C=50pF，试计算所需的线圈电感值。又若线圈品质因数为 $Q_o = 100$，试计算回路谐振电阻及回路带宽。若放大器所需的带宽为0.5MHz，则应在回路上并联多大电阻才能满足放大器所需带宽要求？

解：（1）计算 L 值。

由谐振频率表达式可得 $L=\dfrac{1}{\omega_0^2 C}=\dfrac{1}{(2\pi)^2 f_0^2 C}$

将 f_0 以兆赫（MHz）为单位，C以皮法（PF）为单位，L以微亨（μH）为单位。上式可变为一实用计算公式

$$L=\frac{1}{(2\pi)^2}\frac{1}{f_0^2 C}\times 10^2=\frac{25330}{f_0^2 C}$$

将 $f_0=f=10\text{MHz}$ C=50pF代入，得 ***L*=5.07(μH)**

（2）**回路谐振电阻和带宽**

由式（2.1.7）知

$$R_{e0}=Q_0\omega_0 L=100\times 2\pi\times 10^7\times 5.07\times 10^{-6}=3.18\times 10^4=31.8(\mathrm{k}\Omega)$$

回路带宽为 $BW_{0.7}=\dfrac{f_0}{Q_0}=100(\mathrm{kHz})$

（3）求满足0.5 MHz带宽的并联电阻。

设回路上并联的电阻为R1，并联后的总电阻为R_Σ，回路的有载品质因数为Q_e，由带宽公式可以得到

$$Q_e=\frac{f_0}{BW'_{0.7}}=\frac{10}{0.5}=20$$

回路总电阻为

$$R_{\Sigma} = R_1 // R_{e0} = \frac{R_{e0}R_1}{R_{e0}+R_1} = Q_e\omega_0 L$$

$$= 20\times 2\pi\times 10^7\times 5.07\times 10^{-6} = 6.37(\mathrm{k\Omega})$$

$$R_1 = \frac{6.37\times R_{e0}}{R_{e0}-6.37} = 7.97(\mathrm{k\Omega})$$

因此，需要在回路上并联7.97kΩ的电阻。

2.2 窄带无源阻抗变换网络

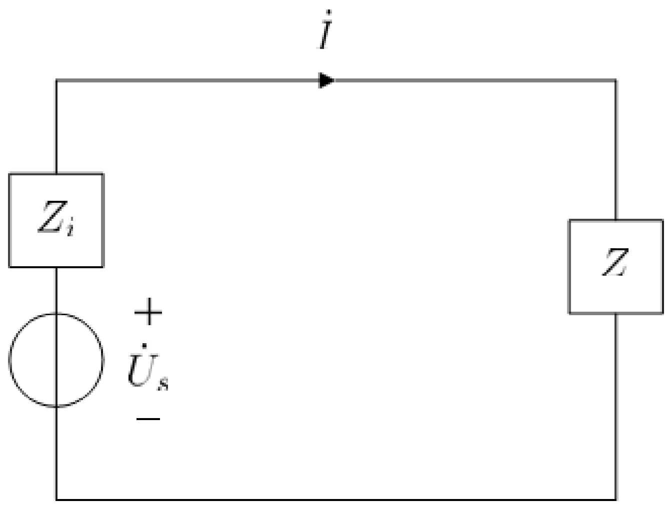
阻抗变换的**目的**：

- 将实际负载阻抗变换为前级网络所要求的最佳负载值，获得高效的功率输出。
- 减少负载和信号源内阻对选频回路的影响，保证回路有高的Q值。

阻抗变换的实现电路：

变压器阻抗变换、电感抽头式阻抗变换、电容抽头式阻抗变换。

为什么要进行阻抗变换？



$\dot{U}_s$ 信号源的电压相量

$Z_i = R_i + jX_i$ 信号源的内阻抗

$Z = R + jX$ 负载阻抗

电流相量为： $$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z_i + Z} = \frac{\dot{U}_s}{(R_i + R) + j(X_i + X)}$$

电流的有效值为： $$I = \frac{U_s}{\sqrt{(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2}}$$

负载吸收的功率为： $P = I^2 R = \dfrac{U_s^2 R}{(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2}$

如果负载的电抗X是可以调的，负载吸收的功率P是X的函数，当 $X_i + X = 0$ 时，即 $X = -X_i$ 时，负载吸收的功率最大，其值为

$$P_m = \frac{U_s^2 R}{(R_i + R)^2}$$

如果负载的电阻R也可以调，采用对P_m求导数并让其等于0的方式，计算得最优R为 $R = R_i$

因此，最优的负载阻抗为 $R + jX = R_i - jX_i$

或者 $Z = Z_i^\star$

结论：

- 当负载阻抗与信号源内阻抗互为共轭复数时，负载吸收的功率最大。这就是通常所说的负载与信号源的匹配。
- 匹配网络的目的，有时单纯就是将网络右边的阻抗值变换成网络左边所需的阻抗值，达到电路的设计要求，以便高效地输出功率给负载。
- 在并联谐振回路中，为了减少负载和信号源内阻对选频回路的影响，保证回路有高的Q值，除了增大负载和信号源内阻外，还可以采用阻抗变换网络。

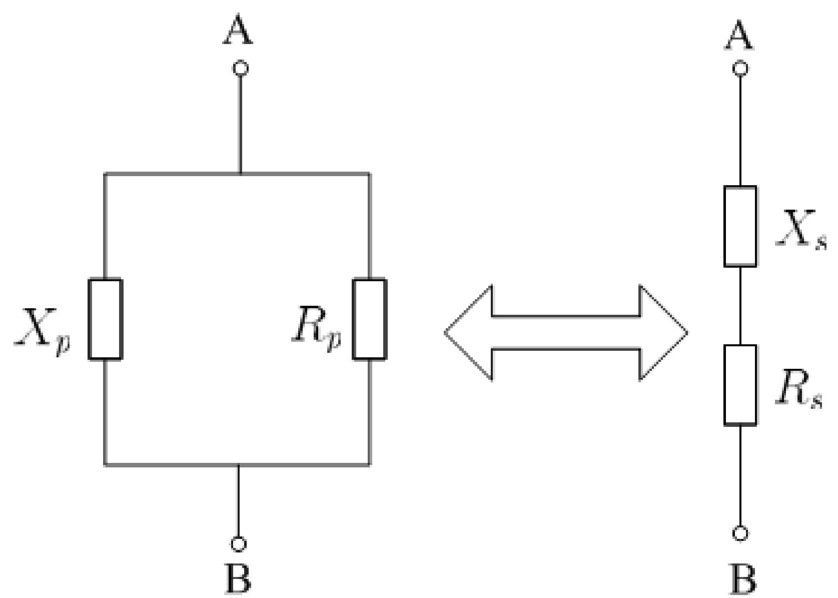
2.2.1 串并联阻抗的等效变换

为电路分析的方便，有时需将串联与并联阻抗进行等效互换。所谓"等效" 是指当电路工作于频率 ω时，串联与并联的阻抗从AB端看进去是相同的。

$$R_s + jX_s = \frac{R_p jX_p}{R_p + jX_p}$$

$$= \frac{X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} R_p$$

$$+ j\frac{R_p^2}{R_p^2 + X_p^2} X_p$$



$$R_s = \frac{X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} R_p \quad X_s = \frac{R_p^2}{R_p^2 + X_p^2} X_p$$

- 说明X_s和X_p电抗性质相同，同为电感或电容。
- 在串联电路中，把电阻认为是电抗元件的等效串联电阻。因此，我们定义串联电路的有效品质因数为Q_s，并联电路的品质因数为Q_p:

$$Q_s = \left|\frac{X_s}{R_s}\right| = \left|\frac{R_p}{X_p}\right| = Q_p$$

串联电路的品质因数等于电抗X_s和电阻R_s的比值；

并联电路的品质因数等于电阻R_p与电抗X_p的比值。

因此，我们可以得到串联电路到并联电路的转换

$$R_p = R_s(1+Q_s^2) \qquad X_p = \left(1+\frac{1}{Q_s^2}\right)X_s$$

当Q_s的值较大时

$$\boxed{R_p \approx Q_s^2 R_s \qquad X_p \approx X_s}$$

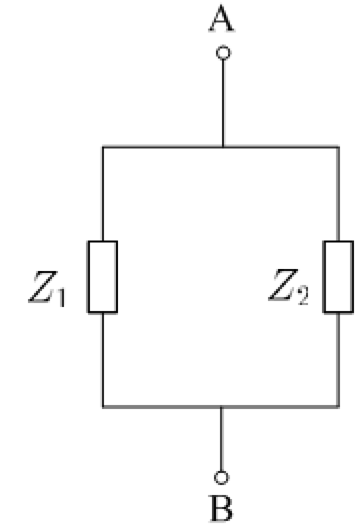
同理，我们可以得到并联电路到串联电路的转换

$$R_s = \frac{R_p}{1+Q_p^2} \qquad X_s = \frac{Q_p^2}{1+Q_p^2}X_p$$

当Q_p的值较大时

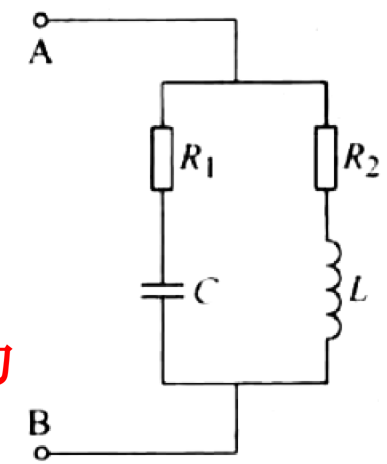
$$\boxed{R_s \approx \frac{R_p}{Q_p^2} \qquad X_s \approx X_p}$$

对于一般的并联电路，如何分析谐振情况？



$$Z_1 = R_1 + jX_1, \quad Z_2 = R_2 + jX_2$$

通常情况下，高频电子线路中X>>R的条件均满足，因此回路在并联谐振时有 $X_1 + X_2 = 0$，**沿回路一周电抗之和为0**。此时回路A,B间的阻抗为



$$Z_{AB} \approx -\frac{X_1 X_2}{R_1 + R_2} = \frac{X_1^2}{R_1 + R_2} = \frac{X_2^2}{R_1 + R_2}$$

可认为R1+R2集中在电感支路内，回路阻抗及品质因数为

$$Z_{AB} \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R_1 + R_2} \quad Q = \frac{\omega_0 L}{R_1 + R_2} = \frac{1}{\omega_0 C(R_1 + R_2)}$$

也可将每个串联支路转换为并联支路，然后分析总的并联回路的品质因数，结果一样。阐述了普通回路的品质因数怎么计算。

一、变压器阻抗变换

定义：次级线圈匝数与初级线圈匝数之比为接入系数n：

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = -\frac{I_1}{I_2}$$

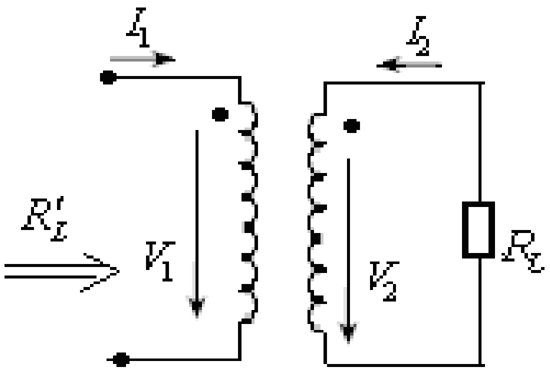


图2.2.4 变压器阻抗变换器

电流式中的负号表示 I_2 实际方向与参考方向相反。

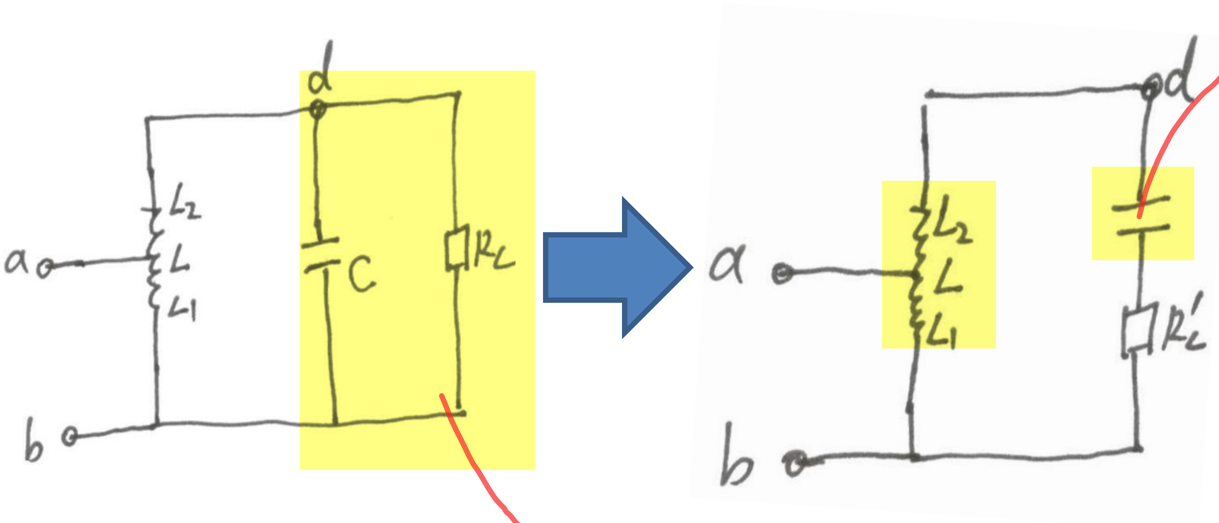
等效到初级回路的电阻为： $R_L' = \frac{1}{n^2} R_L$

分析如下：

$$R_L' = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2/n}{-nI_2} = \frac{1}{-n^2}\frac{V_2}{I_2} = \frac{1}{-n^2}(-R_L) = \frac{1}{n^2}R_L$$

二、抽头式并联电路的阻抗变换

输入端电感分压：实现回路与信号源的阻抗匹配，减少信号源内阻对LC选频回路品质因数的影响。（假设L_1和L_2之间无互感M）



谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

接入系数 $n = \dfrac{L_1}{L_1 + L_2}$

总电感 $L = L_1 + L_2$

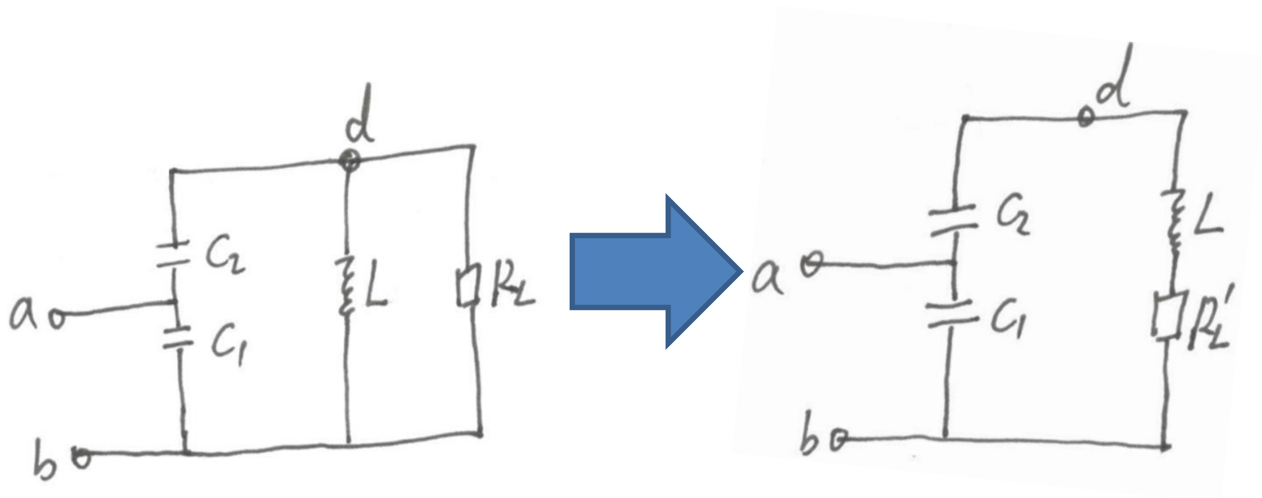
电容并联支路品质因数 $Q_C = R_L \omega_0 C$ $\quad Q_C >> 1 \quad R_L' \approx \dfrac{R_L}{Q_C^2} = \dfrac{1}{R_L(\omega_0 C)^2}$

谐振时a,b之间阻抗 $$Z_{ab} = \frac{(\omega_0 L_1)^2}{R_L'} = n^2 Z_{db} = n^2 R_L$$

根据功率相等得到： $$\frac{V_{ab}^2}{Z_{ab}} = \frac{V_{db}^2}{R_L} \qquad \frac{V_{ab}}{V_{db}} = n$$

二、抽头式并联电路的阻抗变换

输入端电容分压：实现回路与信号源的阻抗匹配，减少信号源内阻对LC选频回路品质因数的影响。



谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

接入系数 $n = \dfrac{C_2}{C_1 + C_2}$

总电容 $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

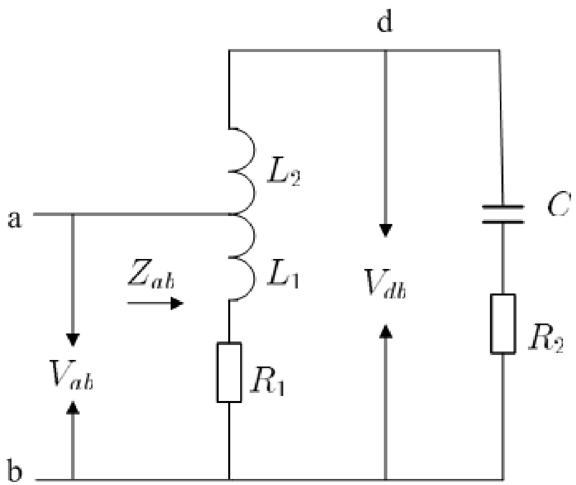
电感并联支路品质因数 $Q_L = \dfrac{R_L}{\omega_0 L}$ $\quad Q_L >> 1 \quad R_L' \approx \dfrac{R_L}{Q_L^2} = \dfrac{(\omega_0 L)^2}{R_L}$

谐振时**a,b**之间阻抗 $Z_{ab} = \dfrac{1}{(\omega_0 C_1)^2 R_L'} = n^2 Z_{db} = n^2 R_L$

根据功率相等原则： $\dfrac{V_{ab}^2}{Z_{ab}} = \dfrac{V_{db}^2}{R_L} \qquad \dfrac{V_{ab}}{V_{db}} = n$

二、抽头式并联电路的阻抗变换

输入端电感分压： 实现回路与信号源的阻抗匹配，减少信号源内阻对LC选频回路品质因数的影响。（假设L_1和L_2之间无互感M）



谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$　　接入系数 $n = \dfrac{L_1}{L_1 + L_2}$

总电感 $L = L_1 + L_2$

高Q时，回路谐振时，a,b之间阻抗 $Z_{ab} = \dfrac{(\omega_0 L_1)^2}{R_1 + R_2}$

高Q时，回路谐振时，d, b之间阻抗 $Z_{db} = \dfrac{[\omega_0 (L_1 + L_2)]^2}{R_1 + R_2}$

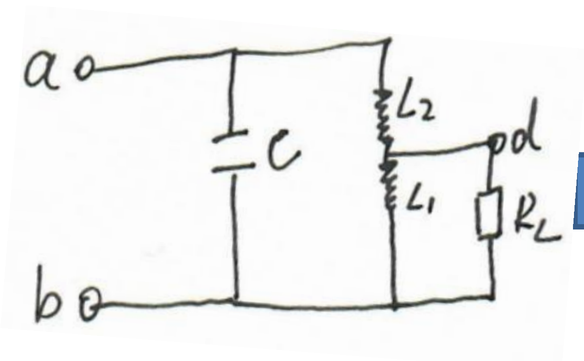
因此，有阻抗关系 $Z_{ab} = n^2 Z_{db}$

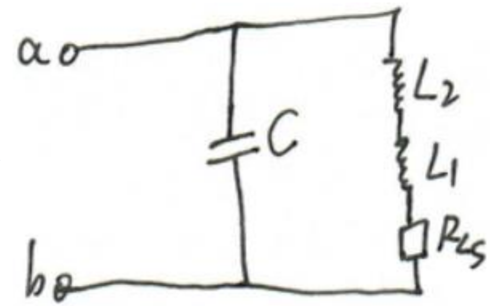
因此，当抽头位置改变时，接入系数n改变，可以改变a, b端的等效阻抗，实现与前端电路的阻抗匹配。

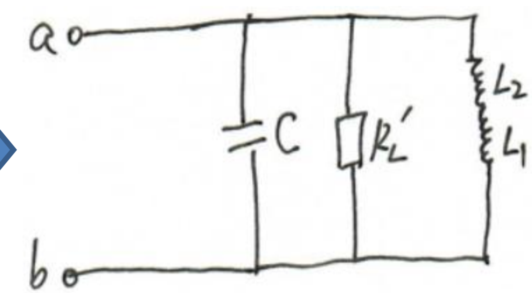
根据功率相等原则： $\dfrac{V_{ab}^2}{Z_{ab}} = \dfrac{V_{db}^2}{Z_{db}}$　　$V_{ab} = n V_{db}$

二、抽头式并联电路的阻抗变换

输出端电感分压：实现回路与信号源的阻抗匹配，减少负载对LC选频回路品质因数的影响。（假设L_1和L_2之间无互感M）







谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ 接入系数 $n = \dfrac{L_1}{L_1 + L_2}$ 总电感 $L = L_1 + L_2$

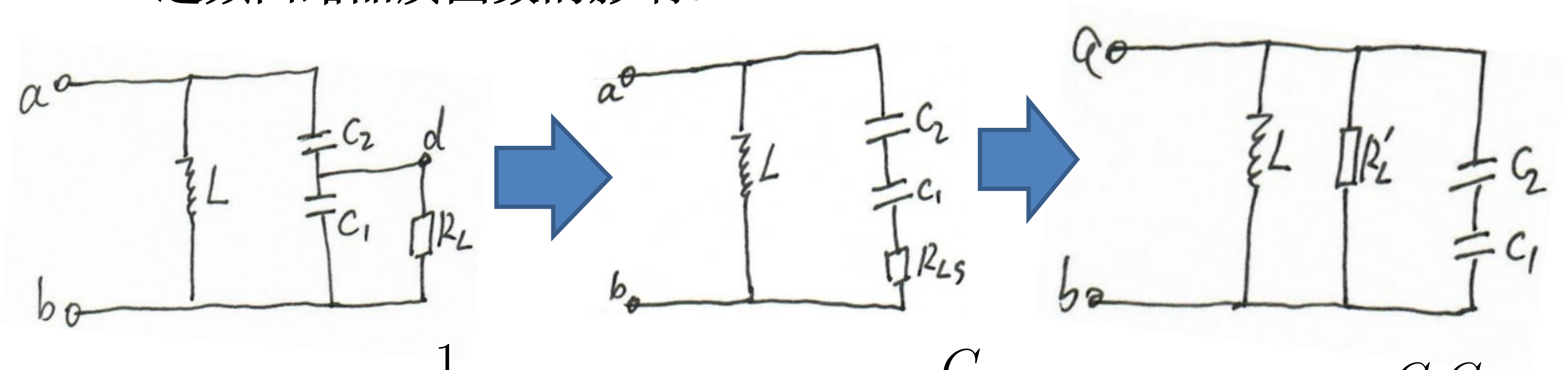
谐振时，L_1并联支路的品质因数 $Q_{L_1} = \dfrac{R_L}{\omega_0 L_1}$ 则有 $R_{L_s} \approx \dfrac{R_L}{Q_{L_1}^2} = \dfrac{(\omega_0 L_1)^2}{R_L}$

谐振时，L串联支路的品质因数 $Q_L = \dfrac{\omega_0 L}{R_{L_s}}$ 则有 $R_L' \approx Q_L^2 R_{L_s} = \dfrac{1}{n^2} R_L$

根据功率相等原则： $\dfrac{V_{ab}^2}{R_L'} = \dfrac{V_{db}^2}{R_L}$ $V_{ab} = \dfrac{1}{n} V_{db}$

二、抽头式并联电路的阻抗变换

输出端电容分压：实现回路与信号源的阻抗匹配，减少负载对LC选频回路品质因数的影响。



谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ 接入系数 $n = \dfrac{C_2}{C_1 + C_2}$ 总电感 $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

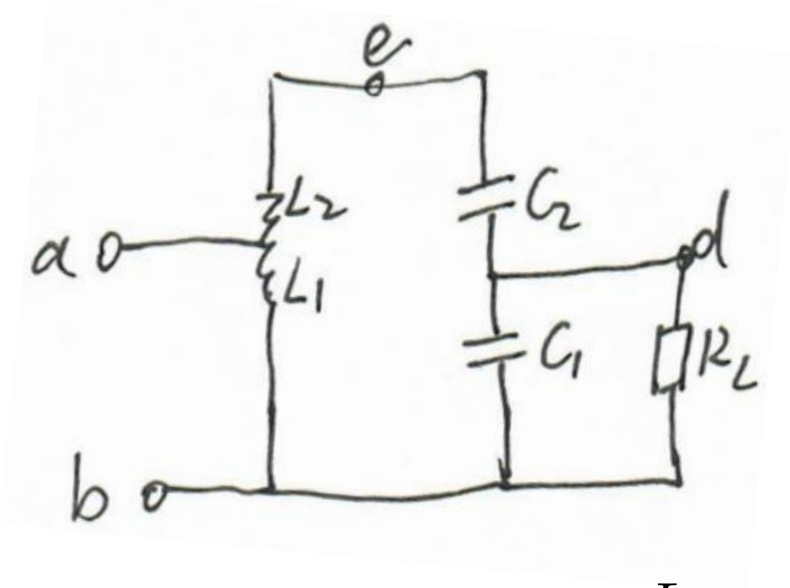
谐振时，C_1并联支路品质因数$Q_{C_1} = R_L \omega_0 C_1$ 则有$R_{L_s} \approx \dfrac{R_L}{Q_{C_1}^2} = \dfrac{1}{R_L(\omega_0 C_1)^2}$

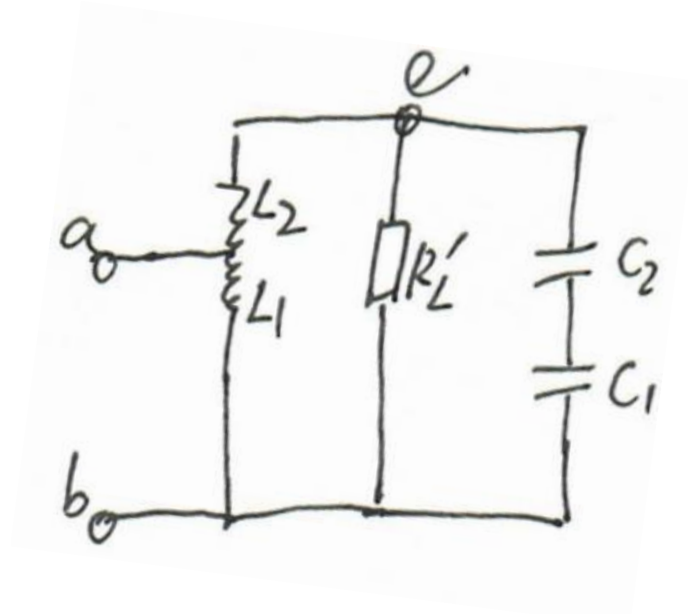
谐振时，C串联支路品质因数 $Q_C = \dfrac{1}{\omega_0 C R_{L_s}}$ 则有 $R_L' \approx Q_C^2 R_{L_s} = \dfrac{1}{n^2} R_L$

根据功率相等原则： $\dfrac{V_{ab}^2}{R_L'} = \dfrac{V_{db}^2}{R_L}$ $V_{ab} = \dfrac{1}{n} V_{db}$

二、抽头式并联电路的阻抗变换

输入端电感分压、输出端电容分压：实现回路与信号源的阻抗匹配，减少信号源内阻和负载对LC选频回路品质因数的影响。（假设L_1和L_2之间无互感M）



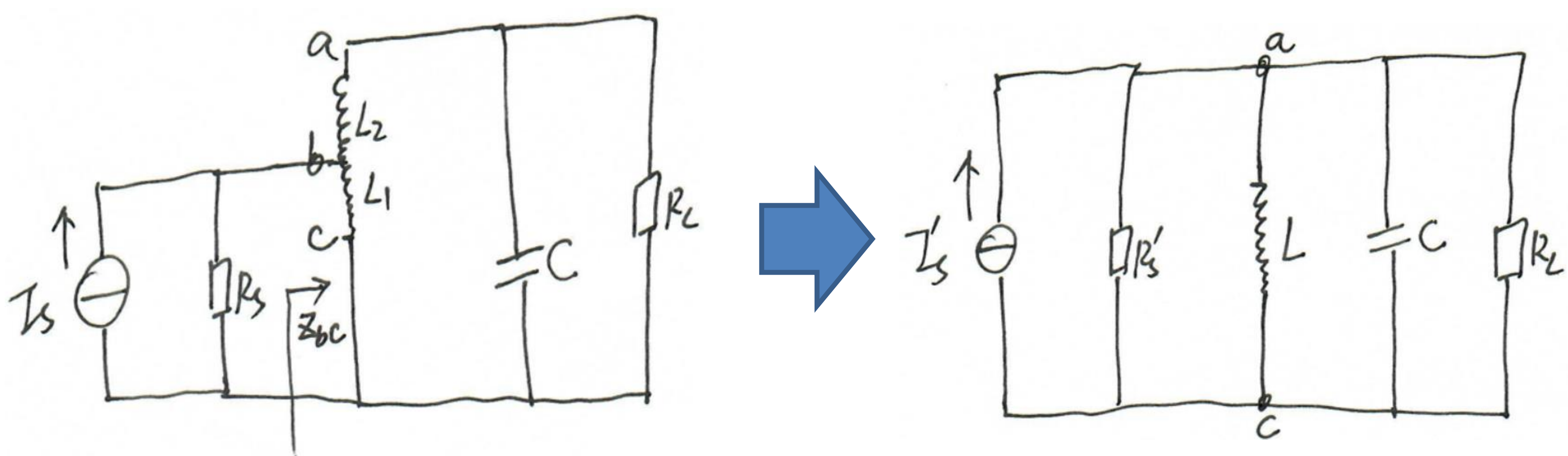


输入端接入系数 $n_1 = \dfrac{L_1}{L_1 + L_2}$ 输出端接入系数 $n_2 = \dfrac{C_2}{C_1 + C_2}$

$$R_L' \approx \frac{1}{n_2^2} R_L \quad V_{eb} = \frac{1}{n_1} V_{ab} \quad Z_{ab} = n_1^2 R_L' = \frac{n_1^2}{n_2^2} R_L \quad V_{db} = n_2 V_{eb}$$

二、抽头式并联电路的阻抗变换

信号源的变化



接入系数 $n=\dfrac{L_1}{L_1+L_2}$ 谐振时b, c之间阻抗 $Z_{bc}=n^2R_L$

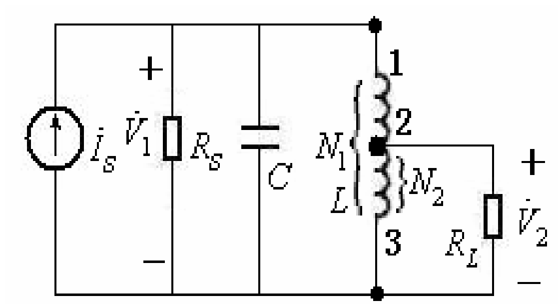
电流源变换前所提供的功率 $I_s^2(R_s//Z_{bc})=I_s^2\dfrac{R_sZ_{bc}}{R_s+Z_{bc}}=I_s^2\dfrac{n^2R_sR_L}{R_s+n^2R_L}$

电流源变换后所提供的功率 $I_s'^2(R_s'//R_L)=I_s'^2\dfrac{\frac{1}{n^2}R_sR_L}{\frac{1}{n^2}R_s+R_L}$

根据功率相等的原则，当R_s中的电流很小时有 $I_s'\approx nI_s$

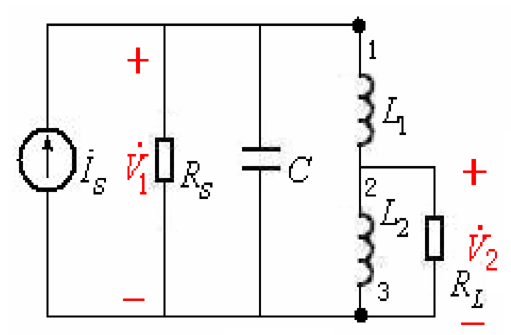
二、抽头式并联电路的阻抗变换

综合以上分析，几种常见的部分接入（阻抗变换）方式：



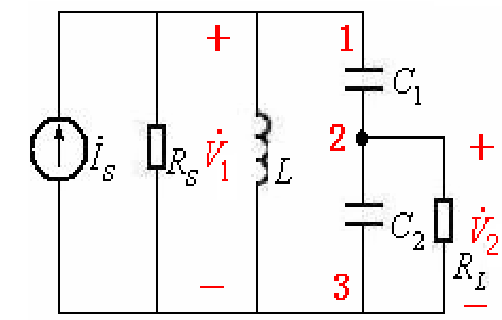
(a)

输出端进行阻抗变换



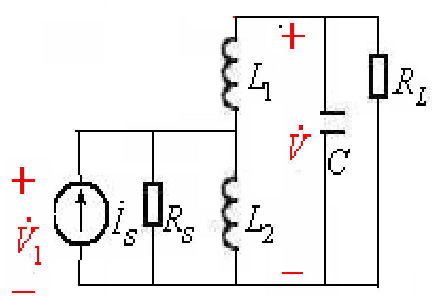
(b)

输出端进行阻抗变换



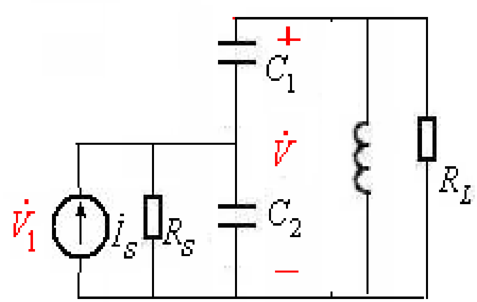
(c)

输出端进行阻抗变换



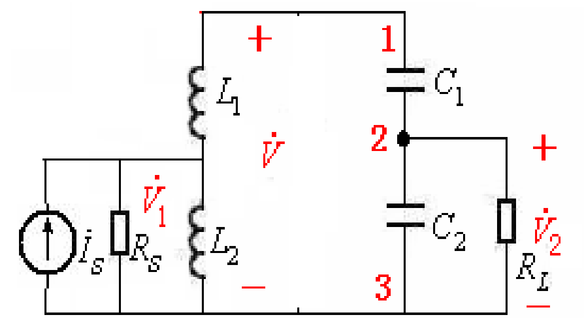
(d)

输入端进行阻抗变换



(e)

输入端进行阻抗变换



(f)

输入、输出
端进行阻抗变换

二、抽头式并联电路的阻抗变换

总结：在高Q的情况下

（1）阻抗从低抽头向高抽头变化时，等效阻抗变大，倍数为 $\frac{1}{n^2}$

（2）阻抗从高抽头向低抽头变化时，等效阻抗变小，倍数为 n^2

（3）电压从低抽头向高抽头变化时，等效电压变大，倍数为 $\frac{1}{n}$

（4）电压从高抽头向低抽头变化时，等效电压变小，倍数为 n

（5）电流源从低抽头向高抽头变化时，等效电流源变小，倍数为 n

（6）电流源从高抽头向低抽头变化时，等效电流源变大，倍数为 $\frac{1}{n}$

本节课小结：

作业：　2.10　　2.11　　2.12

预习：　第二章　2.3　2.4

　　　　第三章　3.1　3.2