

A. 电磁场理论 B 基本概念

1. 什么是等值面？什么是矢量线？

等值面——所有具有相同数值的点组成的面

- ★ 空间中所有的点均有等值面通过；
- ★ 所有的等值面均互不相交；
- ★ 同一个常数值可以有多个互不相交的等值面。

矢量线（通量线）——一系列有方向的曲线。

线上每一点的切线方向代表该点矢量场方向，

而横向的矢量线密度代表该点矢量场大小。

例如，电场中的电力线、磁场中的磁力线。

2. 什么是右手法则或右手螺旋法则？本课程中的应用有哪些？（图）

右手定则是指当食指指向矢量 A 的方向，中指指向矢量 B 的方向，则大拇指的指向就是矢量积 $C=A \times B$ 的方向。

右手螺旋法则又叫**右手螺旋法则**，即矢量积 $C=A \times B$ 的方向就是在右手螺旋从矢量 A 转到矢量 B 的前进方向。

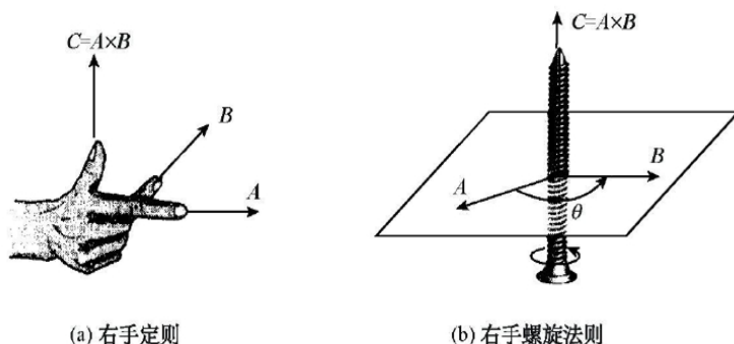


图 1.1.8 右手定则和右手螺旋法则

本课程中的应用：

- ★ 无限长直的恒定线电流的方向与其所产生的磁场的方向。
 - ★ 平面电磁波的电场方向、磁场方向和传播方向。
- ### 3. 什么是电偶极子？电偶极矩矢量是如何定义的？电偶极子的电磁场分布是怎样的？
- 电偶极子**——电介质中的分子在电场的作用下所形成的一对等值异号的点电荷。

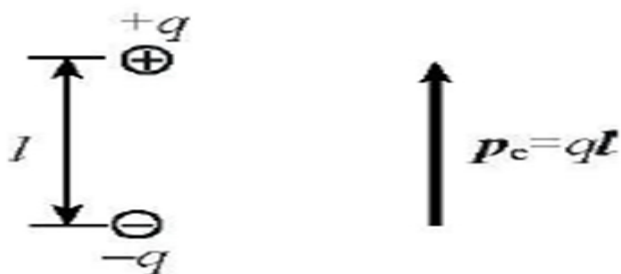
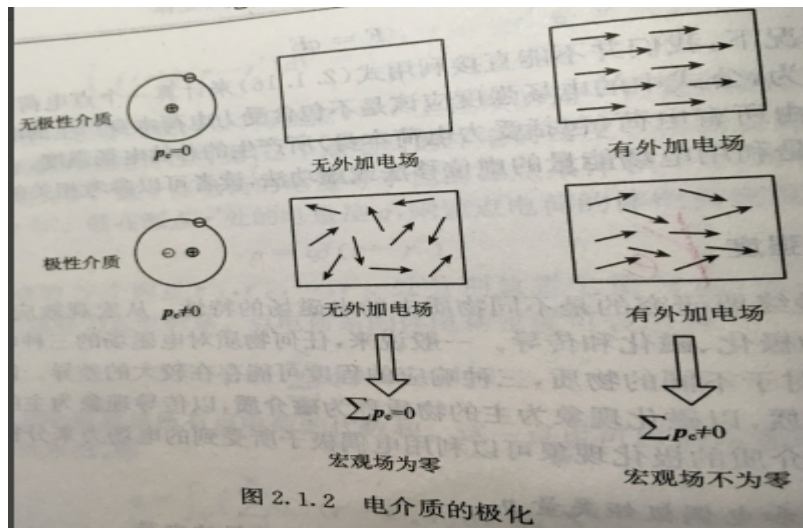


图 2.1.1 电偶极子和电偶极矩矢量

电偶极矩矢量——大小等于点电荷的电量和间距的乘积，方向由负电荷指向正电荷。



4. 麦克斯韦积分和微分方程组的瞬时形式和复数形式:

积分形式:

微分方式:

(1) 安培环路定律

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

(2) 电磁感应定律

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

(3) 磁通连续性定律

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

(4) 高斯定律

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_v \rho dV$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

5. 结构方程

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

边界条件——由麦克斯韦方程组的积分形式出发，得到的到场量在不同媒质交界面上应满足的关系式（近似式）。

边界条件是在无限大平面的情况得到的，但是它们适用于曲率半径足够大的光滑曲面。



图 2.4.1 不同媒质的分界面

7. 不同媒质分界面上以及理想导体表面上电磁场边界条件及其物理意义；

(1) 导电媒质分界面的边界条件

$$\sigma_1 \neq 0, \quad \sigma_2 \neq 0$$

$$\begin{aligned} H_{1t} - H_{2t} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \\ E_{1t} - E_{2t} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\ B_{1n} - B_{2n} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ D_{1n} - D_{2n} &= \rho_s & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \end{aligned}$$

★ 导电媒质分界面上不存在传导面电流，但可以有面电荷。

$$\sigma_1 \neq 0, \quad \sigma_2 \neq 0 \quad \longrightarrow \quad \vec{J}_s = 0 \quad \rho_s \neq 0$$

在不同媒质分界面上，电场强度的切向分量、磁场强度的切向分量和磁感应强度的法向分量永远是连续的

(2) 理想导体表面的边界条件

$$\sigma_2 \rightarrow \infty$$

★ 理想导体内部，时变电磁场处处为零。导体表面可以存在时变的面电流和面电荷。

$$\sigma_2 \rightarrow \infty \quad \longrightarrow \quad \vec{E}_2 = 0, \quad \vec{H}_2 = 0 \quad \vec{J}_s \neq 0 \quad \rho_s \neq 0$$

$$\begin{aligned}
 H_{1t} - H_{2t} &= J_{S(\vec{e}_n \times \vec{e}_t)} & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_S \\
 E_{1t} - E_{2t} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\
 B_{1n} - B_{2n} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\
 D_{1n} - D_{2n} &= \rho_S & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S
 \end{aligned}$$

- ★ 理想导体表面上不存在电场强度的切向分量和磁感应强度的法向分量。
- ★ 电力线总是垂直于理想导体表面的，而磁力线总是平行于理想导体表面的。
- ★ 磁场强度的切向分量等于面电流密度的大小，导体表面的外法线、磁场强度的切向分量和面电流三者的方向满足右手螺旋法则。
- ★ 电位移的法向分量等于面电荷密度的大小。

(3) 理想介质分界面的边界条件

$$\sigma_1 = 0, \quad \sigma_2 = 0$$

$$\sigma_1 = 0, \quad \sigma_2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \vec{J}_S = 0 \quad \rho_S = 0$$

$$\begin{aligned}
 H_{1t} - H_{2t} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \\
 E_{1t} - E_{2t} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\
 B_{1n} - B_{2n} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\
 D_{1n} - D_{2n} &= 0 & \longleftrightarrow & \vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0
 \end{aligned}$$

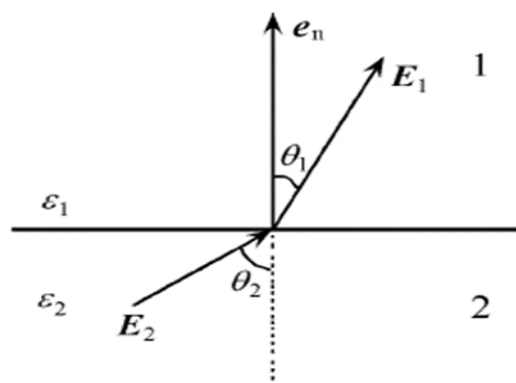
理想媒质分界面上电场强度和磁场强度的切向分量是连续的。

磁感应强度的法向分量和电位移法向分量也是连续的。

8. 什么是静电场折射定律？ (图)

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

在界面上电场强度的方向将会发生突变



9. 直接积分法的基本概念；

直接求解一维电位分布所满足的二阶常微分方程，即直接求解一维的泊松方程（有源区）或一维的拉普拉斯方程（无源区）的方法。

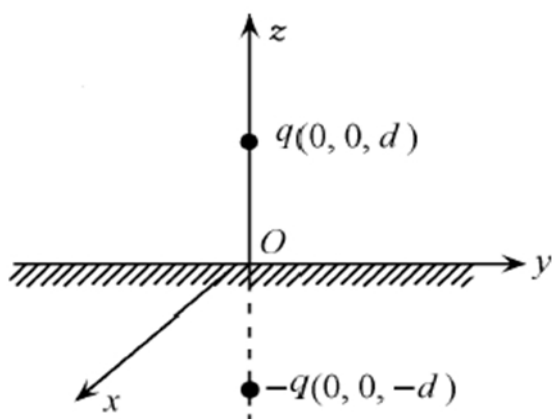
10. 分离变量法的基本概念；

将待求的多变量的未知函数分离成多个单变量的函数后分别进行求解的方法。

11. 什么是镜像法？导体平面和导体球面的镜像电荷是如何确定的？（图）

用镜像电荷代替导体面或介质面的影响，利用原电荷和镜像电荷来求解场分布的方法。

★ 点电荷关于无限大导体平面的镜像电荷——大小相等、极性相反，位置以平面为对称。

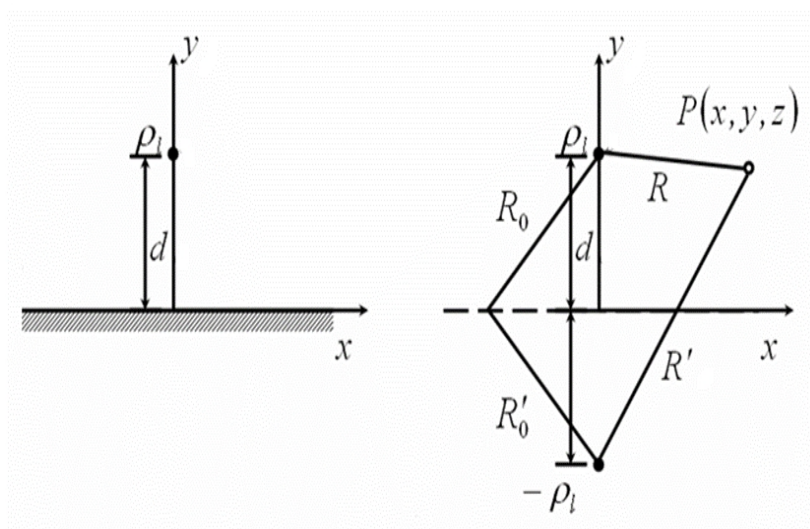


$$q' = -q(0, 0, -d)$$

图 3.7.1 点电荷关于无限大导体平面的镜像法

【1】线电荷与无限大导体平面的镜像法

★ 镜像线电荷与原线电荷大小相等、极性相反，且位置以平面为对称



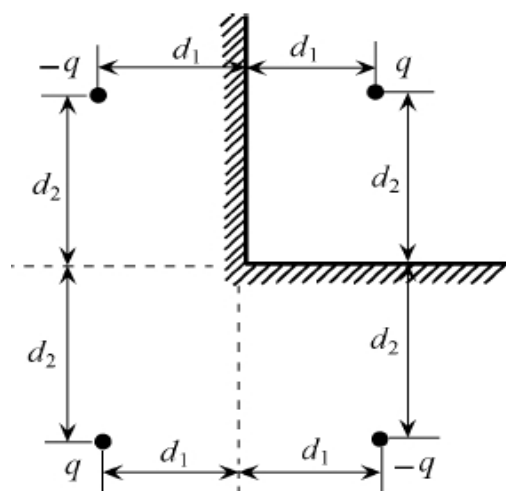
$$\rho'_l = -\rho_l$$

【2】点电荷与两个半无限大相交导体平面的镜像法

只有夹角满足条件 $\theta = 180^\circ / n$ (n 为正整数) 时,

才能利用镜像法进行求解。镜像电荷总数为 $(2n-1)$ 个。

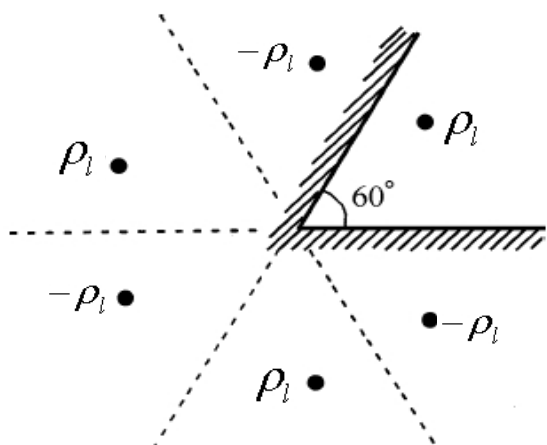
○ 当夹角 90 度 时, 点电荷产生的电位分布为



$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right)$$

图 3.7.2 点电荷关于正交导体平面的镜像法

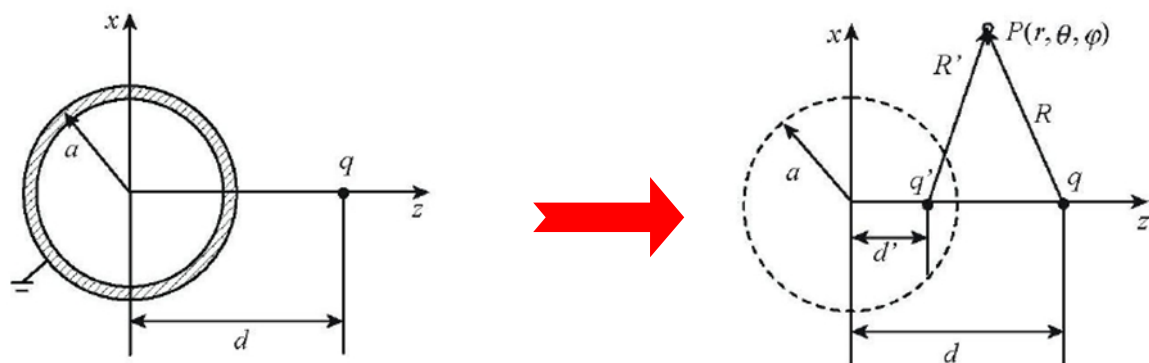
○ 当夹为 60 度时, 线电荷产生的电位分布为



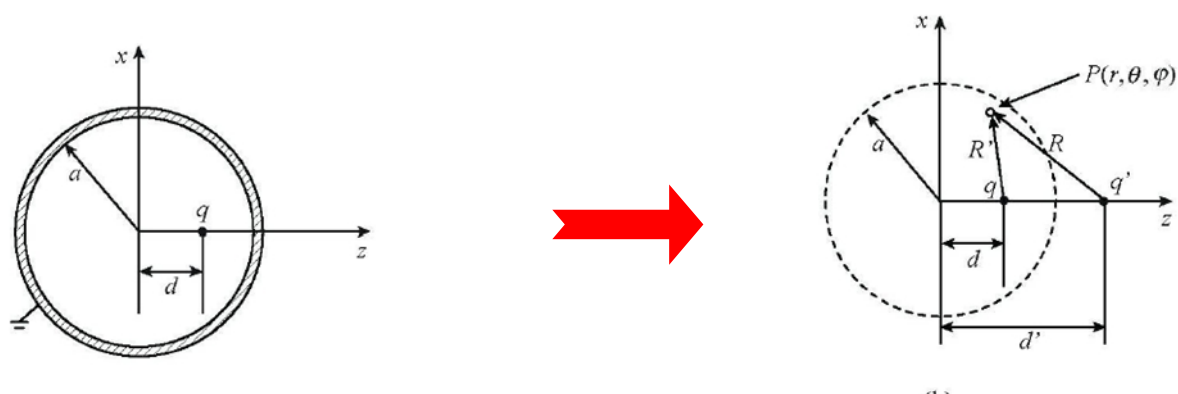
$$\Phi = -\frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{RR_2R_4}{R_1R_3R_5}$$

★ 零电位参考点取在两个导体平面的交点

【1】 接地球（壳）外的点电荷的镜像法



【2】 接地球壳内的点电荷的镜像法



导体球面的镜像法特点

- 电荷在接地球的外部时，总的感应电荷等于镜像电荷，但是电量小于实际的电荷。
- 电荷在接地球壳内部时，总的感应电荷也是等于镜像电荷，其电量也等于实际的点电荷的电量。

12. 什么是静电比拟法？它有什么用处？

静电比拟法——借助静电场的计算方法或者计算结果来得到导体内恒定电场问题的解。或者借助已有的导体内恒定电场的计算或实验结果得到静电问题的解。

用处：根据静电比拟法可知电容器中电流分布以及电容器的漏电导

电 容 器	电 容	漏 电 导
平板电容器 (d, S)	$C = \varepsilon \frac{S}{d}$	$G = \sigma \frac{S}{d}$
同轴电容器 ($R_2 > R_1$)	$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(R_2/R_1)}$	$G = \frac{2\pi\sigma}{\ln(R_2/R_1)}$
球形电容器 ($R_2 > R_1$)	$C = \frac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$	$G = \frac{4\pi\sigma R_1 R_2}{R_2 - R_1}$
孤立球体 (R)	$C = 4\pi\varepsilon R$	$G = 4\pi\sigma R$

导体内（源区除外）恒定电场基本方程以及边界条件与理想介质内（源区除外）静电场的基本方程和边界条件

源外的恒定电场

无源区的静电场

场方程

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$$

结构方程

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

位函数方程

$$\nabla^2 \Phi = 0$$

$$\nabla^2 \Phi = 0$$

边界条件

$$E_{1t} = E_{2t}, \quad J_{1n} = J_{2n}$$

$$E_{1t} = E_{2t}, \quad D_{1n} = D_{2n}$$

13. 什么是恒定磁场折射定律？（图）

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

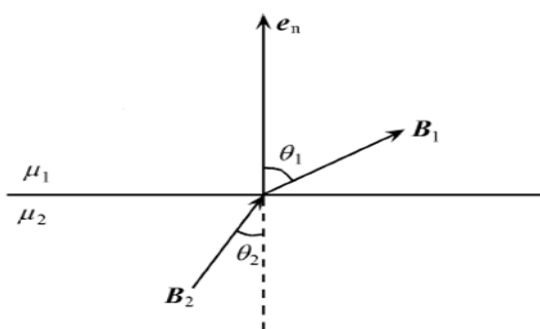


图 4.3.1 恒定磁场的折射定律

14. 静电场、恒定电场和时谐电磁场的位函数的基本概念：（定义、微分方程、滞后位）

- 静电场——由静止电荷所产生的电场：
- 基本方程的微分形式

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho\end{aligned}$$

- ★ 若导体中存在有恒定电流，则该导体内部必然存在一个不随时间而变化的电场来驱动电荷做定向运动，这个电场就是导体内部的恒定电场。恒定电场也是时变电磁场的特殊情形。恒定电场基本方程和边界条件也是麦克斯韦方程组和时变电磁场的边界条件在各类场量均不随时间而变化时的特殊情形
- ★ 当导体内部流过恒定电流时，导体内部的电荷密度和电流密度均不随时间而变化。导体内部的电场应为无旋场，导体内部的体电流密度的散度应为零。
- ★ 导体内部恒定电场的微分方程

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{J} &= 0\end{aligned}$$

★

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

- ★ 欧姆定律微分形式的

- ★ 时谐电磁场——场量的诸分量都随时间做正弦或余弦形式的变化，即随时间做简谐变化。
- ★ 时谐电磁场位函数的定义

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \vec{\nabla} \times \vec{A} & \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \vec{B} \\ -\vec{\nabla} \Phi &= \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} & \xrightarrow{\text{red arrow}} & -\vec{\nabla} \Phi = \vec{E} + j\omega \vec{A}\end{aligned}$$

15、时谐电磁场的达兰贝尔方程（波动方程）和亥姆霍兹方程（复波动方程）

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \dot{\vec{J}} = -j\omega \dot{\rho}$$

- 位函数的达兰贝尔方程（波动方程）

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} &= -\mu \vec{J} \\ \nabla^2 \Phi - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho}{\epsilon}\end{aligned}$$

- 无源区域内位函数满足的齐次达兰贝尔方程（波动方程）

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \Phi - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0$$

无源区域内电磁场满足的齐次达兰贝尔方程（波动方程）

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

- ★ 滞后位——积分表示式中的第一项，代表了从源点向场点传播的电磁波——入射波
- ★ 超前位——积分表示式中的第二项，代表了从场点向源点传播的电磁波——反射波
- ★ 在无限大空间中，没有任何障碍物，也就不会有反射波，即不可能存在超前位，只有滞后位。
- ★ 无源区的位函数的亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \Phi - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0$$



$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0$$

$$\nabla^2 \Phi + k^2 \Phi = 0$$

- 无源区的电磁场的亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$



$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$$

16、坡印亭定理及其物理意义

- 电磁波的传播伴随着电磁能量的传递。或者说，电磁能量以电磁波的形式在空间传播以送到远方的接收点。电磁能量在传播的过程中满足能量守恒定律。
- 能量守恒定律——能量既不会凭空产生，也不会凭空消失，它只能从一种形式转化为另一种形式，或者从一个物体转移到另一个物体，在转化或转移的过程中，能量的总量不变。

17、什么是均匀平面波的极化？均匀平面波的极化有什么特点

- 极化（偏振）——空间各点的电场强度矢量随时间变化的特性或各点的电场强度矢量的顶点在一个周期内在等相位面内画出的轨迹的形状。

- 均匀平面波极化的特点：
- (1) 电场的极化就是磁场的极化；
- (2) 不同的位置处，极化的形式完全相同，只是变化的起始点不同；
- (3) 均匀平面波的极化可以分为线极化、圆极化和椭圆极化三种，而圆极化和椭圆极化又分为右旋（正旋）极化或左旋（反旋）极化。

18、什么是线极化？什么是圆极化？什么是椭圆极化？什么是右旋圆极化波？什么是左旋圆极化波？

- ★ 当均匀平面波的电场的两个分量的初相位是同相或者反相时，对应的均匀平面波是线极化波。
- ★ 当均匀平面波的电场的两个分量的幅度相等且初相位相差 90 度时，对应的均匀平面波是圆极化波。
- ★ 将大拇指指向波的传播方向，其余的四指指向电场矢量顶点的旋转方向，符合右手螺旋关系的称为右旋（正旋）极化波，符合左手螺旋关系的称为左旋（反旋）极化波

19、什么是传播常数？什么是衰减常数？什么是相位常数？导电媒质中传播的均匀平面波具有什么特点？

- ★ 导电媒质中的传播常数

$$\gamma = \alpha + j\beta = jk = j\omega \sqrt{\mu \left(\epsilon - j\frac{\sigma}{\omega} \right)}$$

衰减常数

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} - 1 \right]}$$

相位常数

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right]}$$

- 均匀平面波在导电媒质中传播的特点
- (1) 仍然是横电磁波，即 TEM 波。
- (2) 传播常数是一个复数，它表明在电磁波的传播过程中，场强的相位按规律的增加而滞后，场强的振幅按规律随的增加而衰减。
- (3) 波阻抗是复数。这说明电场和磁场在时间上不同相。磁场的相位落后于电场。

- (4) $\vec{E}, \vec{H}, \vec{e}_z$ 三者在空间上相互垂直且满足右手螺旋关系。

$$\vec{E} = \dot{Z}_w \left(\vec{H} \times \vec{e}_z \right) \quad \vec{H} = \frac{1}{\dot{Z}_w} \left(\vec{e}_z \times \vec{E} \right)$$

- (5) 导电媒质中的相速和波长

20、什么是色散？什么是导电媒质的色散？

- ★ 色散——由于实际中的信号总是含有不同的频率分量，如果这些不同的频率分量的相速不同的话，将会导致信号不能正常传播，出现失真。这种现象称为色散（或频散）现象。

- ★ 色散媒质——具有色散现象的媒质就称为色散媒质。由于在导电媒质中，电磁波的相速不是常数，所以导电媒质就是一种色散媒质。当电磁波在无限大的理想介质中传播时，其相速是与频率无关的常数，因此不会出现色散。

21、什么是趋肤效应？什么是趋肤深度（透入深度）？

- ★ 趋肤效应——当电磁波垂直进入良导体后，场强以及电流密度随着电磁波透入导体深度的增加而迅速衰减。场强以及电流密度主要分布在导体表面，这种现象就是所谓的“趋肤效应”。

- ★ 趋肤深度 δ ——电磁波的场强振幅衰减到表面值的 $1/e$ 所经过的距离

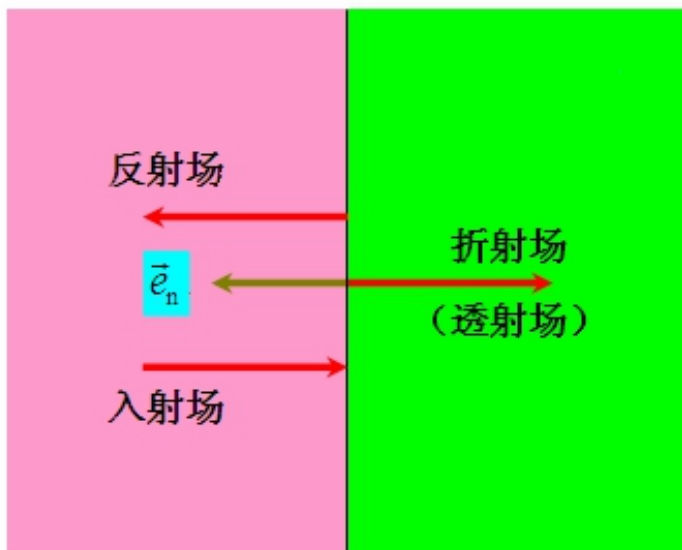
$$E_0 e^{-\alpha \delta} = E_0 / e$$

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}}$$

$$f \uparrow \text{ 或 } \sigma \uparrow \Rightarrow \delta \downarrow$$

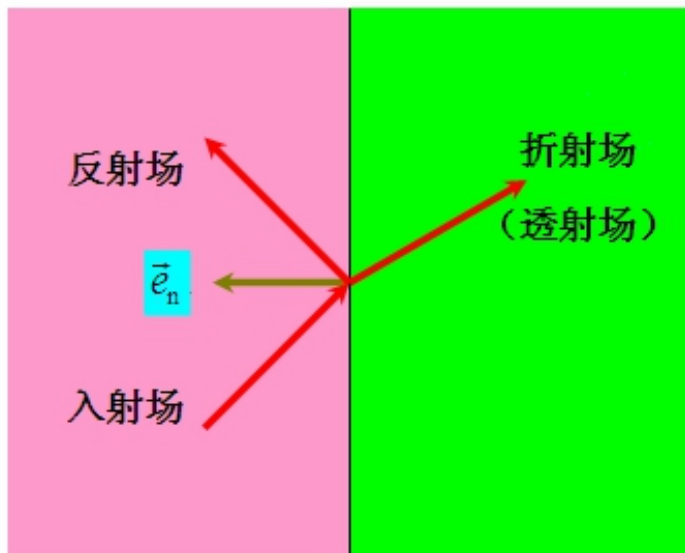
22、均匀平面波对不同媒质分界面的垂直射入的基本概念；（图）

- ★ 垂直入射——入射波的方向垂直于分界面



23、均匀平面波对不同媒质分界面的斜入射的基本概念；（入射面，垂直极化入射，平行极化入射，反射定律，折射定律，全反射，全折射）

- ★ 斜入射——均匀平面波以任一角度向理想介质平面入射



- ★ 入射面——由入射线和界面法线所确定的平面，也即入射线、反射线、折射线和分界面的法线所共有的平面。
- ★ 垂直极化波的斜入射——入射波的电场垂直于入射面

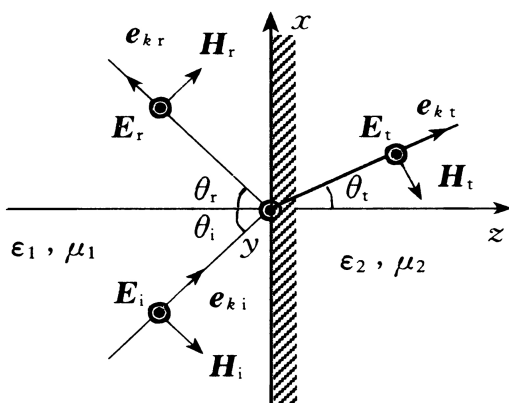


图 6.4.2 垂直极化波斜入射

- ★ 平行极化波的斜入射——入射波的电场平行于入射面

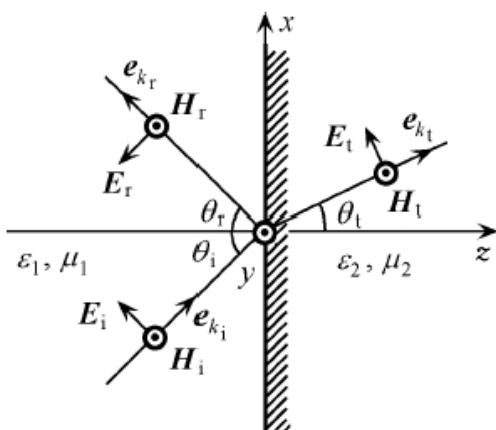


图 6.4.3 平行极化波的斜入射

- ★ 在垂直极化波斜入射的条件下，不可能出现无反射现象。

★ 可以利用无反射现象从圆极化中分离出线极化波。

当平面波向无限大分界面平面斜入射时入射角必然等于反射角称为反射定律

理想介质分界面上的无反射（全折射）和全反射

★ 非铁磁性媒质分界面无反射 $(\Gamma = 0)$ 的条件：

(1) 平行极化波斜入射；

(2) $\theta_i = \theta_B$

★ 布儒斯特角

$$\theta_B = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}$$

★ 非铁磁性媒质分界面全反射 $(|\Gamma| = 1)$ 的条件：

(1) 光密媒质到光疏媒质；

(2) $\theta_i > \theta_c$

临界角

$$\theta_c = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

垂直极化波斜入射和平行极化波斜入射都可以产生全反射；
全反射不等于无折射。

1. 反射定律和折射定律

★ 反射定律——入射角等于反射角

$$\theta_i = \theta_r$$

★ 折射定律——施耐尔 (Snell) 定律

$$k_1 \sin \theta_i = k_2 \sin \theta_t$$

光学中

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

折射率

$$n_1 = \frac{c}{v_{p1}} = \frac{k_1}{k_0}$$

$$n_2 = \frac{c}{v_{p2}} = \frac{k_2}{k_0}$$

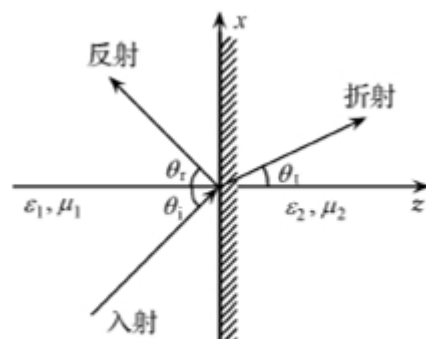


图 6.4.1 反射定律和折射定律

