Appendix 1: Basics of Quantum Mechanics (量子力学基础)

➢ 课堂练习

例1:

一质量为 $m = 0.05$ kg的子弹，以速率 $v = 300\ \mathrm{m/s}$ 运动着，其德布洛意波长是多少？

解:

由德布洛意公式得

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{Js}}{0.05\ \mathrm{kg}\ \times\ 300\ \ \mathrm{m/s}} = 4.4 \times 10^{-35}\mathrm{m}$$

➢ 课堂练习

例2:

设子弹的质量为 $m = 0.01$ kg，枪口的直径为 0.5 cm，试求子弹射出枪口时横向速度的不确定量。

解:

枪口直径可作为子弹射出枪口时位置的不确定量 Δx，由于 $\Delta p_x = m\Delta v_x$，由不确定性关系得子弹射出枪口时横向速度的不确定量为

$$\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = 1.05 \times 10^{-30}\ \mathrm{m/s}$$

Appendix 1: Basics of Quantum Mechanics (量子力学基础)

➢ 课堂练习

例3:

一维运动的粒子处于如下波函数所描述的状态： $\psi(x) = \begin{cases} Axe^{-\lambda x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$

式中 $\lambda > 0$ ， 求：

(1) 波函数的归一化常数A;

(2) 求粒子的概率分布函数;

(3) 在何处发现粒子的概率最大。

- 课堂练习

例3:

解: (1) 由波函数的归一化条件可得:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 \, \mathrm{d}x = \int_{0}^{+\infty} A^2 x^2 \mathrm{e}^{-2\lambda x} \, \mathrm{d}x = 1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{A^2}{4\lambda^3} = 1 \quad \Rightarrow \quad A = 2\lambda^{3/2}$$

Appendix 1: Basics of Quantum Mechanics (量子力学基础)

➢ 课堂练习

例3:

解:

(2) 粒子的概率分布函数为波函数模的平方:

$$P(x) = |\psi(x)|^2 = \begin{cases} 4\lambda^3 x^2 e^{-2\lambda x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

(3) 概率分布函数对位置求极值:

$$\frac{\mathrm{d}P(x)}{\mathrm{d}x} = 0$$

$$\Longrightarrow 8\lambda^3 x e^{-2\lambda x}(1 - \lambda x) = 0 \Longrightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = \infty \quad x_3 = 1/\lambda$$

分别代入$P(x)$，可得发现粒子概率最大的位置对应于 $x = 1/\lambda$.