山东大学 信息科学与工程学院

第二章 选频网络与阻抗变换

(3课时)

重点内容:

- 并联谐振回路的选频特性;
- 无源阻抗变换网络的变比关系;

2.1 LC谐振回路

LC谐振回路有并联回路和串联回路两种形式，属于无源滤波网络；在高频电子线路中的作用是：

- 选频滤波：从输入信号中选出有用频率分量，抑制无用频率分量或噪声。
- 阻抗变换电路及匹配电路。
- 实现频率—幅度、频率—相位变换：将频率的变化转换为振幅或相位的变化；将在第七章频率调制与解调中讲。

2.1.1 并联谐振回路

一、并联谐振回路的阻抗特性

1、回路的阻抗

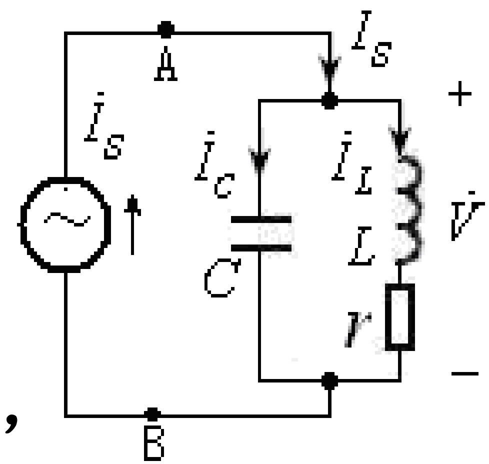


图2.1.1　并联谐振回路

*r*是L的损耗电阻，而C的损耗电阻很小，可以忽略。通常情况下均满足： $r \ll \omega L$

$$Z_p = \frac{\dot{V}_o}{\dot{I}_S} = (r + j\omega L)//\frac{1}{j\omega C} = \frac{(r + j\omega L)\dfrac{1}{j\omega C}}{(r + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega c})} \qquad (2.1.1)$$

$$\cong \frac{1}{\dfrac{Cr}{L} + j(\omega C - \dfrac{1}{\omega L})} = \frac{R_{eo}}{1 + j\dfrac{L}{Cr}(\omega C - \dfrac{1}{\omega L})} \qquad (2.1.2)$$

式中： $R_{e0} = \dfrac{L}{Cr}$　回路的固有谐振电阻

回路的导纳：

$$Y_p=\frac{1}{Z_p}=\frac{Cr}{L}+j(\omega C-\frac{1}{\omega L})=g_{e0}+j(\omega C-\frac{1}{\omega L}) \qquad (2.1.3)$$

式中： $g_{e0}=\frac{Cr}{L}=\frac{1}{R_{e0}}$

此时，图2.1.1可等效为图2.1.2。

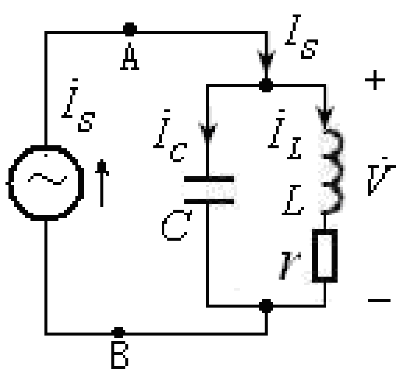


图2.1.1　并联谐振回路

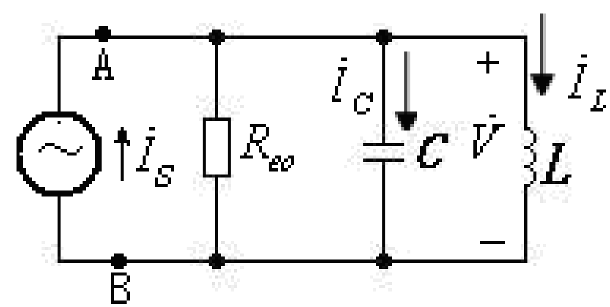


图2.1.2　并联等效电路

2、回路谐振

由式（2.1.2）、（2.1.3）知，回路阻抗（导纳）值与输入信号角频率有关。

当满足$\omega C = \dfrac{1}{\omega L}$时，称并联回路对外加信号频率发生并联谐振。此时的回路称为并联谐振回路。

ω为信号源的角频率，

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$为回路的并联谐振角频率。

回路谐振时 $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

回路谐振时，回路的感抗与容抗相等，互相抵消，回路阻抗最大。且为纯电阻，称之为回路的谐振电阻。

$$Z_{pmax} = R_{e0} = \frac{L}{Cr} \quad \text{（2.1. 4）}$$

定义：回路的空载品质因数描述了回路的储能与耗能之比。

$$Q_0 = 2\pi \frac{\text{谐振时电路中的电磁场总能量}}{\text{谐振时一周期内电路中损耗的能量}}$$

谐振时，电容中的电流和电感中的电流大小相等，方向相反，形成回路电流。虽然电场能量和磁场能量随时间都在变化，但是此增彼减，互相彻底补偿。因此，一部分能量在电场和磁场之间振荡，而全电路的电磁场能量的总和保持不变，激励源提供的能量全部转化为电阻发热损耗的能量。

定义：回路的空载品质因数为：

$$Q_0=\frac{1}{\omega_0 Cr}=\frac{\omega_0 L}{r}=\frac{R_{e0}}{\omega_0 L}=\omega_0 CR_{e0}=\frac{1}{\omega_0 Lg_{e0}}=\frac{\omega_0 C}{g_{e0}} \qquad (2.1.5)$$

特性阻抗：通常将回路谐振时的容抗或感抗称为回路的特性阻抗，用ρ表示，即

$$\rho=\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}=\sqrt{\frac{L}{C}}$$

品质因数的变换关系 $Q_0=\dfrac{R_{e0}}{\rho}=\dfrac{1}{r}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

谐振电阻的计算方法

$$R_{eo}=\frac{1}{(\omega_0 C)^2 r}=\frac{(\omega_o L)^2}{r}=Q_0\frac{1}{\omega_0 C}=Q_0\omega_0 L$$

结论：并联谐振回路的谐振电阻是回路容抗或感抗的Q倍。

2、回路的阻抗特性

根据式（2.1.1）（2.1.2）（2.1.3）（2.1.4）（2.1.5）可得到：

$$Z_p = \frac{R_{e0}}{1 + jR_{e0}\omega_0 C(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})} \approx \frac{R_{e0}}{1 + jQ_0 \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}$$

称 $\xi = Q_0(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}) \approx 2Q_0\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2Q_0\frac{\Delta f}{f_0}$ 为广义失谐，

$$\therefore \quad Z_p \approx \frac{R_{e0}}{1 + jQ_0\frac{2\Delta f}{f_0}} = \frac{R_{e0}}{1 + j\xi}$$

回路谐振时 $\xi = 0$

阻抗幅频特性 $|Z_P| \approx \dfrac{R_{e0}}{\sqrt{1+(Q_0 \dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0})^2}} = \dfrac{R_{e0}}{\sqrt{1+\xi^2}}$

阻抗相频特性 $\varphi_z = -\arctan(Q_0 \dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0}) = -\arctan\xi$

由此画出的阻抗频率特性曲线如图2.1.3所示。

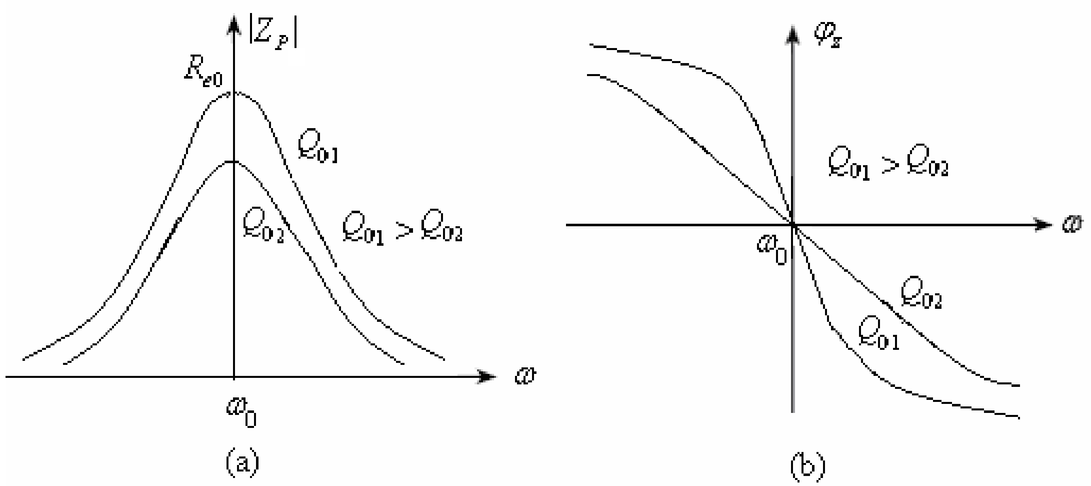


图2.1.3 并联谐振回路阻抗频率特性曲线

二、回路的谐振特性

回路两端的电压 $\dot{V} = \dot{I}_s Z_p$

回路两端的谐振电压：$\dot{V}_0 = \dot{I}_s R_{e0}$

回路的归一化谐振特性：

$$N(j\omega) = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} = \frac{Z_p}{R_{e0}} = \frac{1}{1+j\xi} = \frac{1}{1+jQ_0\frac{2\Delta f}{f_0}}$$

其中：幅频特性 $N(f) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+Q_0^{\ 2}(\dfrac{2\Delta f}{f_o})^2}}$

相频特性 $\varphi(f) = -\arctan\xi = -\arctan Q_0(\dfrac{2\Delta f}{f_o})$

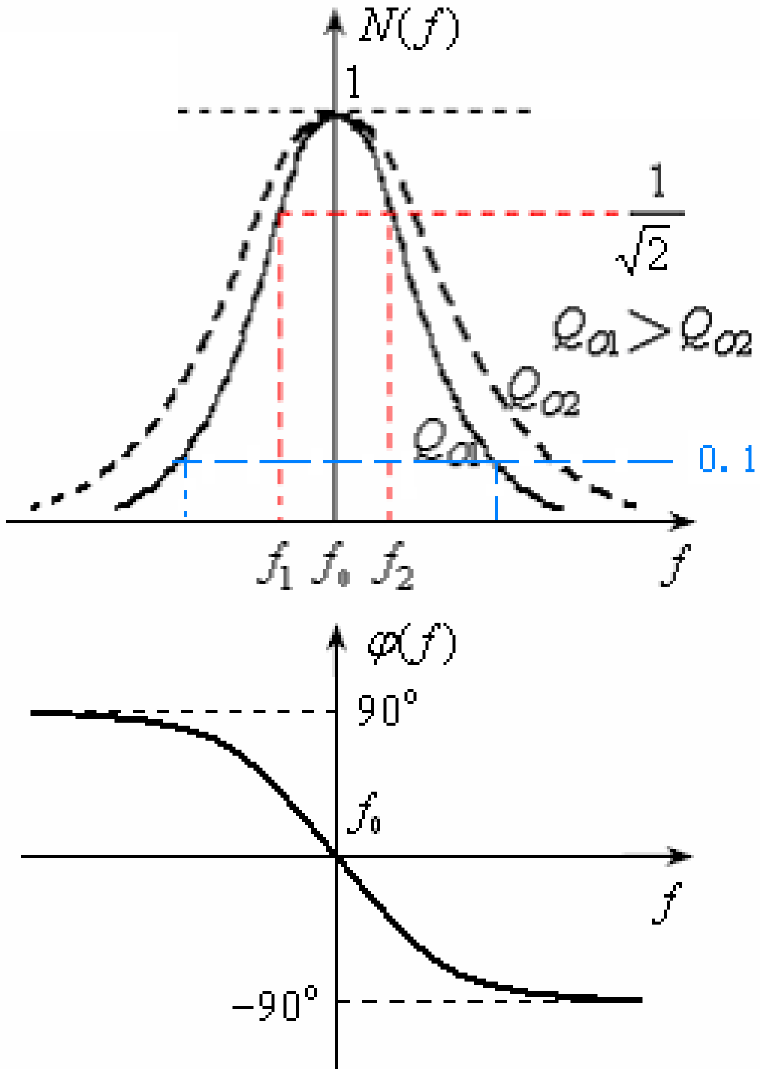


图2.1.5　谐振特性曲线

由此画出的谐振特性曲线如图2.1.5所示。

显然，曲线

形状与Q_0有关。 (通频带)

由该图知，Q_0越大，

曲线愈尖锐，

选择性越好。

(矩形系数)

三、结论

由以上分析结果，并结合图2.1.3可以得出如下几点结论：

1、回路谐振

（$\omega=\omega_0$）时，$\varphi(\omega_0)=0$，回路阻抗最大且为纯阻R_{e0} 。

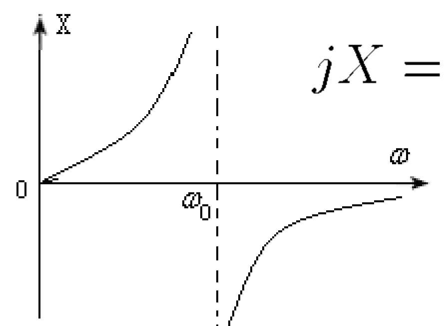
2、回路失谐：

（$\omega\neq\omega_0$）时，并联回路阻抗下降，相移值增大。

当$\omega<\omega_0$ 时，$\varphi(\omega)>0$,并联回路阻抗呈感性；

当 $\omega>\omega_0$时，$\varphi(\omega)<0$,并联回路阻抗呈容性；

当忽略并联谐振回路的损耗电阻，r 则画出的并联回路的电抗特性曲线如图2.1.4所示。



$$jX = jwL // \frac{1}{jwc}$$

图2.1.4 并联回路的电抗频率特性

3、电流特性

并联回路谐振时的谐振电阻 R_{e0} 为 $\omega_0 L$ 或 $\dfrac{1}{\omega_0 C}$ 的 Q_0 倍。

并联谐振电路各支路电流的大小与阻抗成反比，因此电感和电容中电流的大小为外部电流的 Q_0 倍，即有:

$$I_L = I_C = Q_0 I_S$$

且 $\dot{I}_L$与$\dot{I}_C$ 相位相反。

4、电压特性 谐振时回路两端的电压最大，

$$\dot{V}_{o0}=\dot{I}_sR_{e0}$$ ，与激励电流同相位。

5、相频特性曲线的斜率

$$\left.\frac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0}=-\frac{2Q_0}{\omega_0}$$

并联谐振回路的相频特性呈负斜率，且 Q_0 越高，斜率越大，曲线越陡。

6、线性相频范围

当 $|\varphi(\omega)| \le \dfrac{\pi}{6}$ 时，相频特性可以近似表示为

$$\varphi(\omega) \approx -2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -2Q_0 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$$

此时 $\varphi(\omega)$ 与 ω 之间呈现线性关系，

且相频特性呈线性关系的频率范围与 Q_0 成反比。

四．通频带 与矩形系数

1、通频带（谐振曲线）

定义： 当 $N(f)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 时对应的频率范围称为通频带，

用 $BW_{0.7}$ 表示，称之为3dB带宽。

因此，当 $N(f)=\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+Q_0{}^2(\frac{2\Delta f_{0.7}}{f_o})^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 时

$$BW_{0.7}=f_2-f_1={f_0}/{Q_0}$$

Q_0越大，$BW_{0.7}$ 越窄，选择性越好，∴选择性与 $BW_{0.7}$矛盾。

2、矩形系数（谐振曲线）

- 选择性是指回路从含有各种不同频率信号的总和中选出有用信号，抑制干扰信号的能力。
- 理想的频带滤波器应该对通频带内的频谱分量有同样的放大能力，而对通频带以外的频谱分量要完全抑制。所以理想的频带放大器的频响曲线应是矩形。但实际的频响曲线与矩形有较大的差异。通常定义矩形系数来描述

$$K_{0.1}=\frac{BW_{0.1}}{BW_{0.7}}=\sqrt{99}$$

理想情况下 $K_{0.1}=1$

2.1.2 串联谐振回路（自学）

自学提示：

1、串联回路的阻抗？阻抗特性？

2、串联回路的谐振特性？

3、谐振角频率（频率）？谐振电阻？

4、以上1、2、3点分别与并联回路的特性进行比较？并得出结论。

2.1.3 负载和信号源内阻对并联谐振回路的影响

并联回路若考虑信号源内阻 R_S 和负载 R_L 时，如图2.1.10所示。

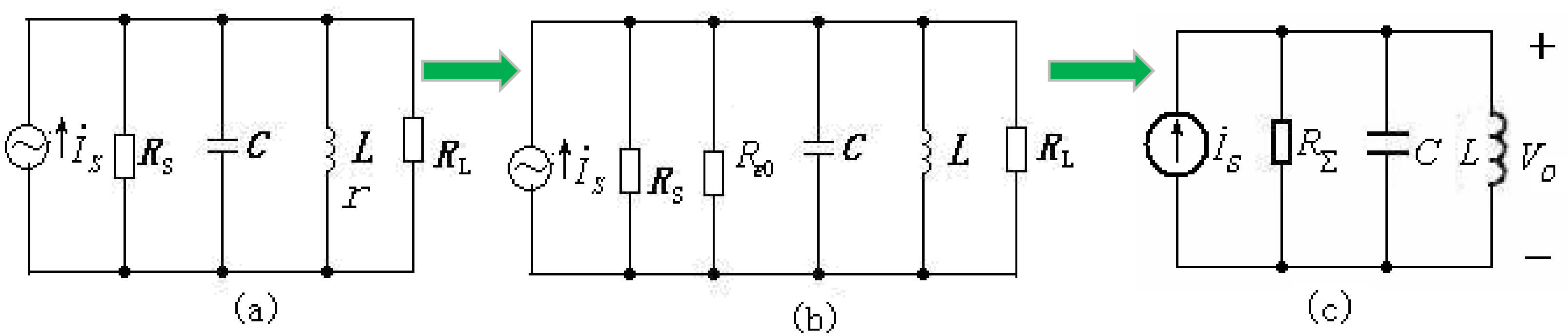


图2.1.10　具有负载和信号源内阻的并联谐振回路
（a）实际回路　（b）、（c）等效回路

则 回路总谐振阻抗：$R_\Sigma = R_S // R_L // R_{eo}$

回路的空载品质因数：$Q_0 = \dfrac{R_{eo}}{\omega_0 L} = \dfrac{1}{g_{eo}\omega_0 L}$

回路的有载品质因数：$Q_e = \dfrac{R_\Sigma}{\omega_0 L} = \dfrac{R_\Sigma}{\rho} = \dfrac{Q_0}{1+\dfrac{R_{e0}}{R_S}+\dfrac{R_{e0}}{R_L}} < Q_0$

回路的3dB带宽为:$BW_{0.7} = \dfrac{f_0}{Q_e}$

所以将导致回路的选择性变差，通频带展宽。

结论：由于负载电阻和信号源内阻的影响，将使：

1、 $R_\Sigma < R_{eo}$

2、回路两端的谐振电压 V_0 减小；

3、回路的品质因数下降，$Q_e < Q_0$ ；

4、通频带展宽；

5、选择性变差。

6、若信号源内阻及负载不是纯阻，也将对谐振曲线产生影响。

例2.1.1

设一放大器以简单并联振荡回路为负载，信号中心频率 $f_o = 10\text{MHz}$，回路电容C=50pF，试计算所需的线圈电感值。又若线圈品质因数为$Q_o = 100$，试计算回路谐振电阻及回路带宽。若放大器所需的带宽为0.5MHz，则应在回路上并联多大电阻才能满足放大器所需带宽要求?

解：（1）计算 L 值。

由谐振频率表达式可得 $L=\dfrac{1}{\omega_0^2 C}=\dfrac{1}{(2\pi)^2 f_0^2 C}$

将 f_0 以兆赫（MHz）为单位，C以皮法（PF）为单位，L以微亨（μH）为单位。上式可变为一实用计算公式

$$L=\frac{1}{(2\pi)^2}\frac{1}{f_0^2 C}\times 10^2=\frac{25330}{f_0^2 C}$$

将 $f_0=f=10\text{MHz}$ C=50pF代入，得 ***L*=5.07(μH)**

(2) 回路谐振电阻和带宽

由式（2.1.7）知

$$R_{e0}=Q_0\omega_0 L=100\times 2\pi\times 10^7\times 5.07\times 10^{-6}=3.18\times 10^4=31.8(\text{k}\Omega)$$

回路带宽为 $BW_{0.7}=\dfrac{f_0}{Q_0}=100(\text{kHz})$

(3）求满足0.5 MHz带宽的并联电阻。

设回路上并联的电阻为R1，并联后的总电阻为R_{Σ}，回路的有载品质因数为，Q_e由带宽公式可以得到

$$Q_e=\frac{f_0}{BW'_{0.7}}=\frac{10}{0.5}=20$$

回路总电阻为

$$R_\Sigma = R_1 // R_{e0} = \frac{R_{e0}R_1}{R_{e0}+R_1} = Q_e\omega_0 L$$

$$= 20\times 2\pi\times 10^7\times 5.07\times 10^{-6} = 6.37(\mathrm{k\Omega})$$

$$R_1 = \frac{6.37\times R_{e0}}{R_{e0}-6.37} = 7.97(\mathrm{k\Omega})$$

因此，需要在回路上并联7.97kΩ的电阻。

2.2 窄带无源阻抗变换网络

减少负载和信号源内阻对选频回路的影响，保证回路有高的Q值，除了增大负载和信号源内阻外，还可以采用阻抗变换网络。

阻抗变换的目的：

（1）将实际负载阻抗变换为前级网络所要求的最佳负载值，获得高效的功率输出。

阻抗变换的实现电路：

变压器阻抗变换、电容抽头式阻抗变换、电感抽头式阻抗变换。

一、变压器阻抗变换

定义：次级线圈匝数与初级线圈匝数之比为接入系数n：

$$n=\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}=-\frac{I_1}{I_2}$$

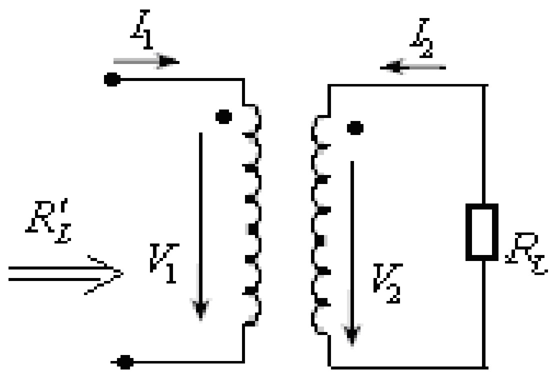


图2.2.4 变压器阻抗变换器

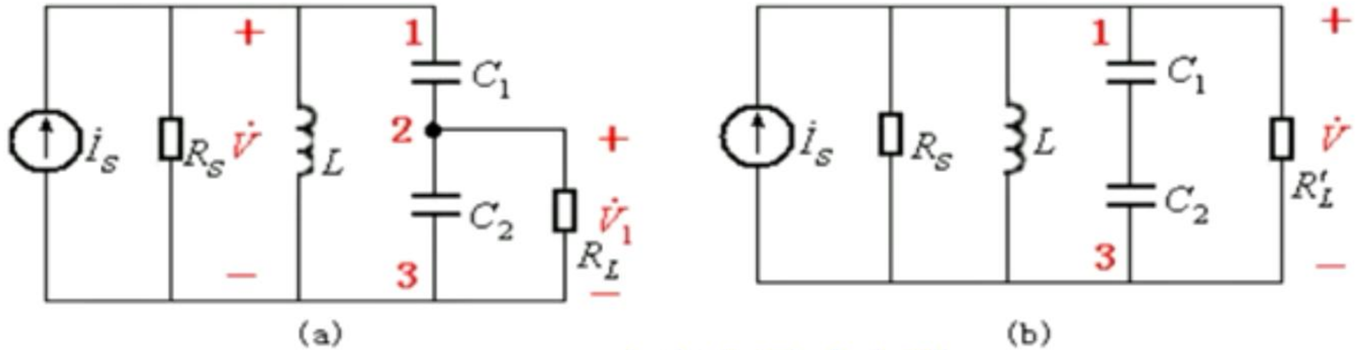
电流式中的负号表示 I_2 实际方向与参考方向相反。

等效到初级回路的电阻为： $R_L'=\frac{1}{n^2}R_L$

分析如下：

$$R_L'=\frac{V_1}{I_1}=\frac{V_2/n}{-nI_2}=\frac{1}{-n^2}\frac{V_2}{I_2}=\frac{1}{-n^2}(-R_L)=\frac{1}{n^2}R_L$$

二、电容分压（抽头）式阻抗变换



电容分压式电路

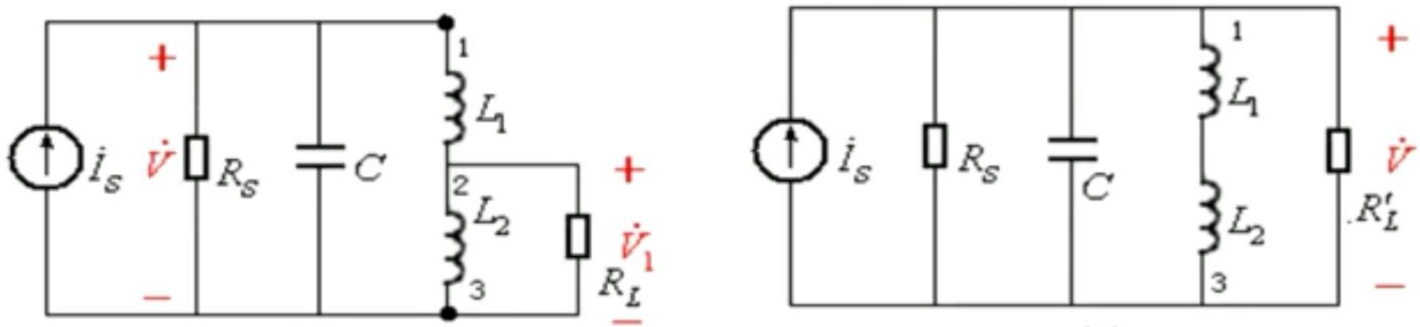
（a）实际连接电路　（b）等效电路

当 $R_L \gg \dfrac{1}{\omega C_2}$ **时,** $V_1 = \dfrac{V/\omega C_2}{1/\omega C} = \dfrac{C}{C_2}V = nV$ **其中** $C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

接入系数 $n = \dfrac{V_1}{V} = \dfrac{C_1}{C_1+C_2}$

若电容是理想无耗的，等效前后负载上的消耗功率相等，得到：$\dfrac{V^2}{R_L'} = \dfrac{V_1^2}{R_L}$　　$R_L' = \dfrac{V^2}{V_1^2}R_L = \dfrac{1}{n^2}R_L$

三、电感分压（抽头）式阻抗变换



(a) (b)

电感分压式电路

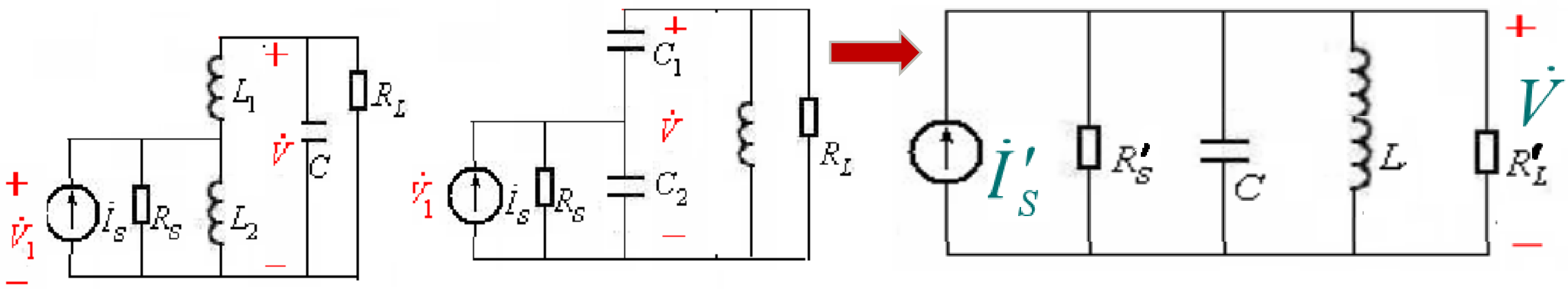
（a）实际连接电路　（b）等效电路

$$R_L' = \frac{1}{n^2} R_L \qquad n = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$$

结论：（当n<1时）采用部分接入方式时，阻抗从低抽头向高抽头转换时，等效阻抗（R_L'，Z_L'）将增加，增加的倍数是 $\frac{1}{n^2}$

四、采用阻抗变换后，信号源的转换

若进行电流、电压转换时，其变比为 n，而不是 n^2。



$$\begin{cases} \dot{I}'_S = n\dot{I}_S \\ \dot{V} = \dfrac{1}{n}\dot{V}_1 \end{cases}$$

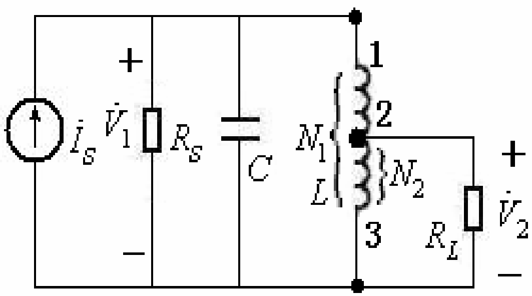
其中 $n = \dfrac{L_2}{L_1 + L_2}$ 或 $n = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2}$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \qquad L = L_1 + L_2$$

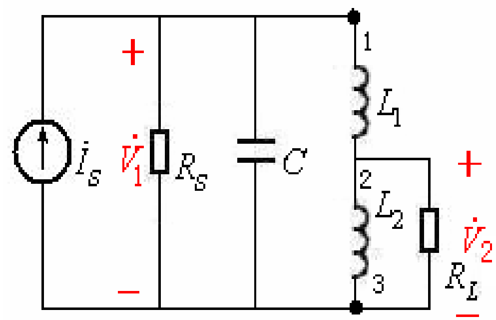
结论：电路采用部分接入方式时，通过合理选择抽头位置（即 n 值），可将负载变换为理想状态，达到阻抗匹配的目的。

信息科学与工程学院 山东大学

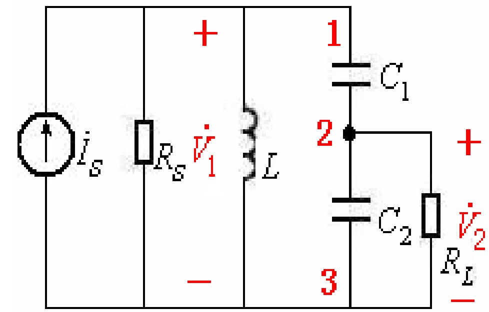
综合以上分析，几种常见的部分接入（阻抗变换）方式：



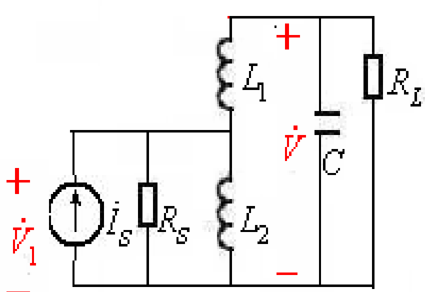
(a)



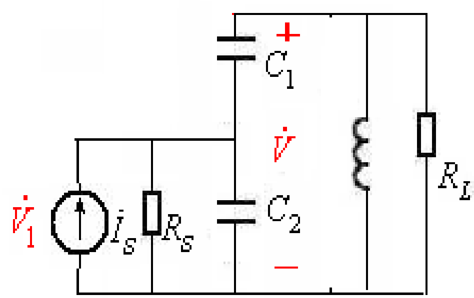
(b)



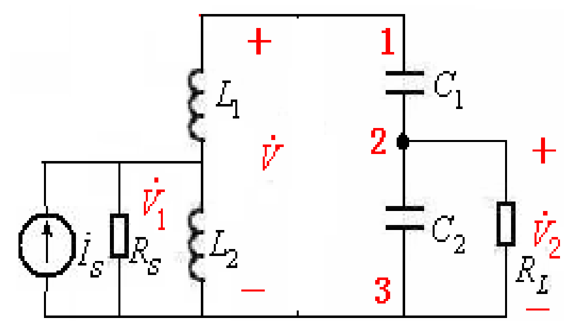
(c)



(d)



(e)



(f)

本节课小结：

作业：2.10　2.11　2.12

预习：第二章　2.3　2.4

第三章　3.1　3.2