

## 第七章习题《基础物理 I 波动理论导引》

**习题 7.1:** 为什么一般矩形波导测量线的纵槽开在波导的中线上?

**解:**

因为在一般矩形波导中传输的电磁波是  $TE_{10}$  模式, 而  $TE_{10}$  模式在波导壁面上的电流分布是, 在波导宽壁的中线上只有纵向电流, 所以沿波导宽壁的中线开槽不会切断电流而影响波导内的场分布, 也不会引起电磁波由开槽处向波导外辐射电磁波能量。

**习题 7.2:** 下列二矩形波导具有相同的工作波长, 试比较它们工作在  $TM_{11}$  模式的截止频率。(1)  $a \times b = 23 \times 10 \text{ mm}^2$ ; (2)  $a \times b = 16.5 \times 16.5 \text{ mm}^2$ 。

**解:**

矩形波导的截止频率

$$k_{cmm} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \Rightarrow f_{cmm} = \frac{ck_{cmm}}{2\pi} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

设两波导都填充空气, 则  $c = c_0$ ,

(1) 当  $a \times b = 23 \times 10 \text{ mm}^2$  时, 工作在  $TM_{11}$  模式的截止频率为

$$f_{c11} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} = 16.36 \times 10^9 \text{ Hz}$$

(2) 当  $a \times b = 16.5 \times 16.5 \text{ mm}^2$  时, 工作在  $TM_{11}$  模式的截止频率为

$$f_{c11} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \frac{c}{2} \sqrt{2\left(\frac{1}{a}\right)^2} = 12.86 \times 10^9 \text{ Hz}$$

**习题 7.3:** 设矩形波导中传输  $TE_{10}$  模, 求填充介质 (介电常数为  $\epsilon$ ) 时的截止频率。

**解:**

矩形波导的截止频率

$$k_{cmm} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \Rightarrow f_{cmm} = \frac{ck_{cmm}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$TE_{10}$  模的截止频率为:

$$f_{c10} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}}$$

**习题 7.4:** 已知矩形波导的横截面尺寸为  $a \times b = 23 \times 10 \text{ mm}^2$ , 试求当工作波长  $\lambda = 10 \text{ mm}$  时, 波导中能传输哪些模式?  $\lambda = 30 \text{ mm}$  时呢?

解:

矩形波导的截止频率

$$k_{cmm} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \Rightarrow f_{cmm} = \frac{ck_{cmm}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

截止波长为:

$$\lambda_{cmm} = \frac{2\pi}{k_{cmm}} = 2\pi / \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

在波导中若能传输, 则应满足  $\lambda < \lambda_{cmm}$ , 即工作波长小于截止波长或  $f > f_{cmm}$ , 即工作频率大于截止频率。由此知:

$$\lambda < \lambda_{cmm} = 2 / \sqrt{\left(\frac{m}{23}\right)^2 + \left(\frac{n}{10}\right)^2}$$

由题意, 当  $\lambda = 10 \text{ mm}$  时有

$$10 < 2 / \sqrt{\left(\frac{m}{23}\right)^2 + \left(\frac{n}{10}\right)^2} \Rightarrow n < 10 \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2 - \left(\frac{m}{23}\right)^2}$$

则能满足传输条件的  $m$  和  $n$  及对应的波型为:

- (1)  $m = 0, n < 2$  时为  $\text{TE}_{01}$ ;
- (2)  $m = 1, n < 2$  时为  $\text{TE}_{10}, \text{TE}_{11}, \text{TM}_{11}$ ;
- (3)  $m = 2, n < 2$  时有  $\text{TE}_{20}, \text{TE}_{21}, \text{TM}_{21}$ ;
- (4)  $m = 3, n < 2$  时有  $\text{TE}_{30}, \text{TE}_{31}, \text{TM}_{31}$ ;
- (5)  $m = 4, n < 1$  时有  $\text{TE}_{40}$ 。

当  $\lambda = 30 \text{ mm}$  时有

$$n < 10 \sqrt{\left(\frac{2}{30}\right)^2 - \left(\frac{m}{23}\right)^2}$$

则分别讨论  $m, n$  的取值及对应波型:

- (1)  $m = 0, n < 1$  时无波型存在;
- (2)  $m = 1, n < 1$  时有  $\text{TE}_{10}$ ;
- (3)  $m = 2$  时不符合条件, 故  $\lambda = 30 \text{ mm}$  时仅传输  $\text{TE}_{10}$  模。