电磁场与电磁波总结

第一章

一、矢量代数

$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=AB\cos\theta$ $\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\mathbf{e}_{AB}AB\sin\theta$ $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{A})=\mathbf{C}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B})$ $A\times(B\times C)=B(A\cdot C)-C(A\cdot C)$

二、三种正交坐标系

1. 直角坐标系

矢量线元 $d\mathbf{l}=\mathbf{e}_x x+\mathbf{e}_y y+\mathbf{e}_z z$ 矢量面元 $d\mathbf{S}=\mathbf{e}_x dxdy+\mathbf{e}_y dzdx+\mathbf{e}_z dxdy$

体积元 $dV=dx\,dy\,dz$ 单位矢量的关系 $\mathbf{e}_x\times\mathbf{e}_y=\mathbf{e}_z$ $\mathbf{e}_y\times\mathbf{e}_z=\mathbf{e}_x$ $\mathbf{e}_z\times\mathbf{e}_x=\mathbf{e}_y$

2. 圆柱形坐标系

矢量线元 $d\mathbf{l}=\mathbf{e}_\rho d\rho+\mathbf{e}_\varphi\rho d\varphi+\mathbf{e}_z dz\,\mathbf{l}$ 矢量面元 $dS=\mathbf{e}_\rho\rho d\varphi dz+\mathbf{e}_z\rho d\rho d\varphi$

体积元 $dV=\rho d\rho d\varphi dz$ 单位矢量的关系 $\mathbf{e}_\rho\times\mathbf{e}_\varphi=\mathbf{e}_z$ $\mathbf{e}_\varphi\times\mathbf{e}_z=\mathbf{e}_\rho$ $\mathbf{e}_z\times\mathbf{e}_\rho=\mathbf{e}_\varphi$

3. 球坐标系

矢量线元 $d\mathbf{l}=\mathbf{e}_r dr+\mathbf{e}_\theta r d\theta+\mathbf{e}_\varphi r\sin\theta d\varphi$ 矢量面元 $d\mathbf{S}=\mathbf{e}_r r^2\sin\theta d\theta d\varphi$

体积元 $dV=r^2\sin\theta drd\theta d\varphi$ 单位矢量的关系 $\mathbf{e}_r\times\mathbf{e}_\theta=\mathbf{e}_\varphi$ $\mathbf{e}_\theta\times\mathbf{e}_\varphi=\mathbf{e}_r$ $\mathbf{e}_\varphi\times\mathbf{e}_r=\mathbf{e}_\theta$

三、矢量场的散度和旋度

1. 通量与散度

$$\Phi=\int_S\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}\qquad \operatorname{div}\mathbf{A}=\nabla\cdot\mathbf{A}=\lim_{\Delta v\to 0}\frac{\int_S\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}}{\Delta v}$$

2. 环流量与旋度

$$\Gamma=\oint_l\mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}\qquad \operatorname{rot}\mathbf{A}\cdot\mathbf{e}_n=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\oint_l\mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}\big|_{max}}{\Delta S}$$

3. 计算公式

$$\nabla\cdot\mathbf{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}\qquad \nabla\cdot\mathbf{A}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\rho)+\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}\qquad \nabla\cdot\mathbf{A}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla\times\mathbf{A}=\begin{vmatrix}\mathbf{e}_x&\mathbf{e}_y&\mathbf{e}_z\\ \frac{\partial}{\partial x}&\frac{\partial}{\partial y}&\frac{\partial}{\partial z}\\ A_x&A_y&A_z\end{vmatrix}\qquad \nabla\times\mathbf{A}=\frac{1}{\rho}\begin{vmatrix}\mathbf{e}_\rho&\mathbf{e}_\varphi&\mathbf{e}_z\\ \frac{\partial}{\partial\rho}&\frac{\partial}{\partial\varphi}&\frac{\partial}{\partial z}\\ A_\rho&\rho A_\varphi&A_z\end{vmatrix}\qquad \nabla\times\mathbf{A}=\frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix}\mathbf{e}_r&\mathbf{e}_\rho&\mathbf{e}_\varphi\\ \frac{\partial}{\partial r}&\frac{\partial}{\partial\theta}&\frac{\partial}{\partial\varphi}\\ A_r&rA_\theta&r\sin\theta A_z\end{vmatrix}$$

4. 矢量场的高斯定理与斯托克斯定理

$$\oint_S\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}=\int_V\nabla\cdot\mathbf{A}\,dV\qquad \oint_l\mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}=\int_S\nabla\times\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}$$

四、标量场的梯度

1. 方向导数与梯度

$$\left.\frac{\partial u}{\partial l}\right|_{P_0}=\lim_{\Delta l\to 0}\frac{u(M)-u(M_0)}{\Delta l}\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial l}\right|_{P_0}=\frac{\partial u}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial u}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial u}{\partial z}\cos\gamma$$

$$\nabla u \cdot \mathbf{e}_l = |\nabla u| \cos\theta \qquad \mathrm{grad}\, u = \frac{\partial u}{\partial n}\mathbf{e}_n = \mathbf{e}_x\frac{\partial u}{\partial x} + \mathbf{e}_y\frac{\partial u}{\partial y} + \mathbf{e}_z\frac{\partial u}{\partial z}$$

2. 计算公式

$$\nabla u = \mathbf{e}_x\frac{\partial u}{\partial x} + \mathbf{e}_y\frac{\partial u}{\partial y} + \mathbf{e}_z\frac{\partial u}{\partial z} \qquad \nabla u = \mathbf{e}_\rho\frac{\partial u}{\partial \rho} + \mathbf{e}_\varphi\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \varphi} + \mathbf{e}_z\frac{\partial u}{\partial z} \qquad \nabla u = \mathbf{e}_r\frac{\partial u}{\partial r} + \mathbf{e}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\varphi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial \varphi}$$

五、无散 场与无旋场

1. 无散场 $\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A}) = 0 \qquad \mathbf{F} = \nabla\times\mathbf{A}$

2. 无旋场 $\nabla\times(\nabla u) = 0 \qquad \mathbf{F} = -\nabla u$

六、拉普 拉斯运算算子

1. 直角坐标系

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \qquad \nabla^2\mathbf{A} = \mathbf{e}_x\nabla^2 A_x + \mathbf{e}_y\nabla^2 A_y + \mathbf{e}_z\nabla^2 A_z$$

$$\nabla^2 A_x = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2}, \quad \nabla^2 A_y = \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2}, \quad \nabla^2 A_z = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}$$

2. 圆柱坐标系

$$\nabla^2 u = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2\mathbf{A} = \mathbf{e}_\rho\left(\nabla^2 A_\rho - \frac{1}{\rho^2}A_\rho - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}\right) + \mathbf{e}_\varphi\left(\nabla^2 A_\varphi - \frac{1}{\rho^2}A_\varphi + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi}\right) + \mathbf{e}_z\nabla^2 A_z$$

3. 球坐标系

$$\nabla^2 u = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial \varphi}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$$

$$\begin{aligned}\nabla^2\mathbf{A} = {} & \mathbf{e}_r\left(\nabla^2 A_r - \frac{2}{r^2}A_r - \frac{2\cot\theta}{r^2}A_\theta - \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}\right) \\ & + \mathbf{e}_\theta\left(\nabla^2 A_\theta + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}A_\theta - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}\right) \\ & + \mathbf{e}_\varphi\left(\nabla^2 A_\varphi + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}A_\varphi + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi}\right)\end{aligned}$$

七、亥姆 霍兹定理

如果矢量场 F 在无限区域中处处是单值的，且其导数连续有界，则当矢量场的 散度 、旋度 和 边界条件 （即矢量场在有限区域 V' 边界上的分布）给定后，该矢量场 F 唯一确定为 $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r}) + \nabla\times\mathbf{A}(\mathbf{r})$

其中 $\phi(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_{V'}\frac{\nabla'\cdot\mathbf{F}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV' \qquad \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_{V'}\frac{\nabla'\times\mathbf{F}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$

第二章

一、麦克 斯韦方程组

1. 静电场

真空中： $\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\displaystyle\int_V \rho dV$ （高斯定理） $\qquad \oint_l \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = 0 \qquad \nabla\cdot\mathbf{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \nabla\times\mathbf{E} = 0$

场与位： $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_{V'}\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\rho(\mathbf{r}')dV' \qquad \mathbf{E} = -\nabla\varphi \qquad \varphi(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_{V'}\frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$

介质中： $\oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = q$ $\oint_l \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = 0$ $\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho$ $\nabla\times\mathbf{E} = 0$

极化： $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$ $\mathbf{D} = (1+\chi_e)\varepsilon_0\mathbf{E} = \varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E} = \varepsilon\mathbf{E}$ $\rho_{PS} = P_n = \mathbf{P}\cdot\mathbf{e}_n$ $\rho_P = -\nabla\cdot\mathbf{P}$

2. 恒定电场

电荷守恒定律： $\oint_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dv$ $\underline{\nabla\cdot\mathbf{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0}$

传导电流与运流电流： $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ $\underline{\mathbf{J} = \rho\mathbf{v}}$

恒定电场方程： $\oint_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S} = 0$ $\oint_l \mathbf{J}\cdot d\mathbf{l} = 0$ $\underline{\nabla\cdot\mathbf{J} = 0}$ $\underline{\nabla\times\mathbf{J} = 0}$

3. 恒定磁场

真空中： $\oint_l \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ （安培环路定理） $\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0$ $\nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}$ $\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$

场与位： $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')\times(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}dV'$ $\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}$ $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$

介质中： $\oint_l \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = I$ $\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0$ $\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J}$ $\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$

磁化： $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$ $\mathbf{B} = (1+\chi_m)\mu_0\mathbf{H} = \mu_r\mu_0\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}$ $\mathbf{J}_m = \nabla\times\mathbf{M}$ $\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M}\times\mathbf{e}_n$

4. 电磁感应定律

$\oint_l \mathbf{E}_{in}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} + \oint_C (\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{l}$ （法拉第电磁感应定律 ） $\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$

5. 全电流定律和位移电流

全电流定律： $\oint_l \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \int_S (\mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t})\cdot d\mathbf{S}$ $\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$

位移电流： $\mathbf{J}_d = \frac{d\mathbf{D}}{dt}$

6. Maxwell Equations

$$\begin{cases}\oint_l \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \int_S (\mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t})\cdot d\mathbf{S}\\ \oint_l \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{S}\\ \oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV\\ \oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0\end{cases}\quad \begin{cases}\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\\ \nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\\ \nabla\cdot\mathbf{D} = \rho\\ \nabla\cdot\mathbf{B} = 0\end{cases}\quad \begin{cases}\nabla\times\mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \frac{\partial(\varepsilon\mathbf{E})}{\partial t}\\ \nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial(\mu\mathbf{H})}{\partial t}\\ \nabla\cdot(\varepsilon\mathbf{E}) = \rho\\ \nabla\cdot(\mu\mathbf{H}) = 0\end{cases}$$

二、电与 磁的对偶性

$$\left.\begin{matrix}\nabla\times\mathbf{E}_e = -\frac{\partial\mathbf{B}_e}{\partial t}\\ \nabla\times\mathbf{H}_e = \mathbf{J}_e + \frac{\partial\mathbf{D}_e}{\partial t}\\ \nabla\cdot\mathbf{D}_e = \rho_e\\ \nabla\cdot\mathbf{B}_e = 0\end{matrix}\right\} \;\&\; \begin{cases}\nabla\times\mathbf{H}_m = \frac{\partial\mathbf{D}_m}{\partial t}\\ \nabla\times\mathbf{E}_m = -\mathbf{J}_m - \frac{\partial\mathbf{B}_m}{\partial t}\\ \nabla\cdot\mathbf{B}_m = \rho_m\\ \nabla\cdot\mathbf{D}_m = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\nabla\times\mathbf{E} = -\mathbf{J}_m - \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\\ \nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J}_e + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\\ \nabla\cdot\mathbf{D} = \rho_e\\ \nabla\cdot\mathbf{B} = \rho_m\end{cases}$$

三、边界 条件

1. 一般形式

$$\mathbf{e}_n\times(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2)=0 \qquad \mathbf{e}_n\times(\mathbf{H}_1-\mathbf{H}_2)=\mathbf{J}_S(\sigma\to\infty)$$

$$\mathbf{e}_n\cdot(\mathbf{D}_1-\mathbf{D}_2)=\rho_S \qquad \mathbf{e}_n\cdot(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)=0$$

2. 理想导体界面和理想介质界面

$$\begin{cases}\mathbf{e}_n\times\mathbf{E}_1=0\\ \mathbf{e}_n\times\mathbf{H}_1=\mathbf{J}_S\\ \mathbf{e}_n\cdot\mathbf{D}_1=\rho_S\\ \mathbf{e}_n\cdot\mathbf{B}_1=0\end{cases} \qquad \begin{cases}\mathbf{e}_n\times(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2)=0\\ \mathbf{e}_n\times(\mathbf{H}_1-\mathbf{H}_2)=0\\ \mathbf{e}_n\cdot(\mathbf{D}_1-\mathbf{D}_2)=0\\ \mathbf{e}_n\cdot(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)=0\end{cases}$$

第三章

一、静电 场分析

1. 位函数方程与边界条件

位函数方程： $\nabla^2\phi=-\dfrac{\rho}{\varepsilon}$ $\qquad \nabla^2\phi=0$

电位的边界条件： $\begin{cases}\phi_1=\phi_2\\ \varepsilon_1\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n}-\varepsilon_2\dfrac{\partial\phi_2}{\partial n}=-\rho_s\end{cases}$ $\qquad \begin{cases}\phi_1=\text{const}\\ \varepsilon_1\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n}=-\rho_s\end{cases}$ （媒质 2 为导体）

2. 电容

定义： $C=\dfrac{q}{\phi}$ 两导体间的电容： $C=q/U$ 任意双导体系统电容求解方法： $C=\dfrac{q}{U}=\dfrac{\oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S}}{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}=\dfrac{\oint_S \varepsilon\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}}{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}$

3. 静电场的能量

N 个导体： $W_e=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{1}{2}\phi_i q_i$ 连续分布： $W_e=\int_V\dfrac{1}{2}\phi\rho dV$ 电场能量密度： $\omega_e=\dfrac{1}{2}\mathbf{D}\cdot\mathbf{E}$

二、恒定 电场分析

1. 位函数微分方程与边界条件

位函数微分方程： $\nabla^2\phi=0$ 边界条件： $\begin{cases}\phi_1=\phi_2\\ \varepsilon_1\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n}=\varepsilon_2\dfrac{\partial\phi_2}{\partial n}\end{cases}$ $\qquad \mathbf{e}_n\cdot(\mathbf{J}_1-\mathbf{J}_2)=0 \qquad \mathbf{e}_n\times[\dfrac{\mathbf{J}_1}{\sigma_1}-\dfrac{\mathbf{J}_2}{\sigma_2}]=0$

2. 欧姆定律与焦耳定律

欧姆定律的微分形式： $\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$ 焦耳定律的微分形式： $P=\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}dV$

3. 任意电阻的计算

$$R=\frac{1}{G}=\frac{U}{I}=\frac{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}{\int_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S}}=\frac{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}{\sigma\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}} \qquad \left(R=\frac{L}{\sigma S}\right)$$

4. 静电比拟法： C — G ， ε — σ

$$C=\frac{q}{U}=\frac{\oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S}}{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}=\frac{\oint_S \varepsilon\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}}{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}} \qquad G=\frac{I}{U}=\frac{\int_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S}}{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}=\frac{\sigma\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}}{\int_1^2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}$$

三、恒定 磁场分析

1. 位函数微分方程与边界条件

矢量位： $\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$　　　$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2$　　　$\mathbf{e}_n \times \left(\frac{1}{\mu_1}\nabla \times \mathbf{A}_1 - \frac{1}{\mu_2}\nabla \times \mathbf{A}_2\right) = \mathbf{J}_s$

标量位： $\nabla^2 \phi_m = 0$　　　$\phi_{m1} = \phi_{m2}$　　　$\mu_2 \frac{\partial \phi_{m2}}{\partial n} = \mu_1 \frac{\partial \phi_{m1}}{\partial n}$

2. 电感

定义： $L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}}{I} = \frac{\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}}{I}$　　　$L = L_i + L_o$

3. 恒定磁场的能量

N 个线圈： $W_m = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} I_j \Psi_j$　连续分布： $W_m = \frac{1}{2}\int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{J}\, dV$　磁场能量密度： $\omega_m = \frac{1}{2}\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$

第四章

一、边值　问题的类型

（1）狄利克利问题：给定整个场域边界上的位函数值　$\phi = f(s)$

（2）纽曼问题：给定待求位函数在边界上的法向导数值　$\frac{\partial \phi}{\partial n} = f(s)$

（3）混合问题：给定边界上的位函数及其向导数的线性组合：　$\phi_1 = f_1(s)$　$\frac{\partial \phi_2}{\partial n} = f_2(s)$

（4）自然边界： $\lim_{r \to \infty} r\phi =$ 有限值

二、唯一　性定理

静电场的惟一性定理：在给定边界条件（边界上的电位或边界上的法向导数或导体表面电荷分布）下，空间静电场被唯一确定。静电场的唯一性定理是镜像法和分离变量法的理论依据。

三、镜像　法

根据唯一性定理，在不改变边界条件的前提下，引入等效电荷；空间的电场可由原来的电荷和所有等效电荷产生的电场叠加得到。　这　些等效电荷称为镜像电荷，这种求解方法称为镜像法。

选择镜像电荷应注意的问题：　镜像电荷必须位于待求区域边界之外；　镜像电荷（或电流）与实际电荷（或电流）共同作用保持原边界条件不变。

1. 点电荷对无限大接地导体平面的镜像

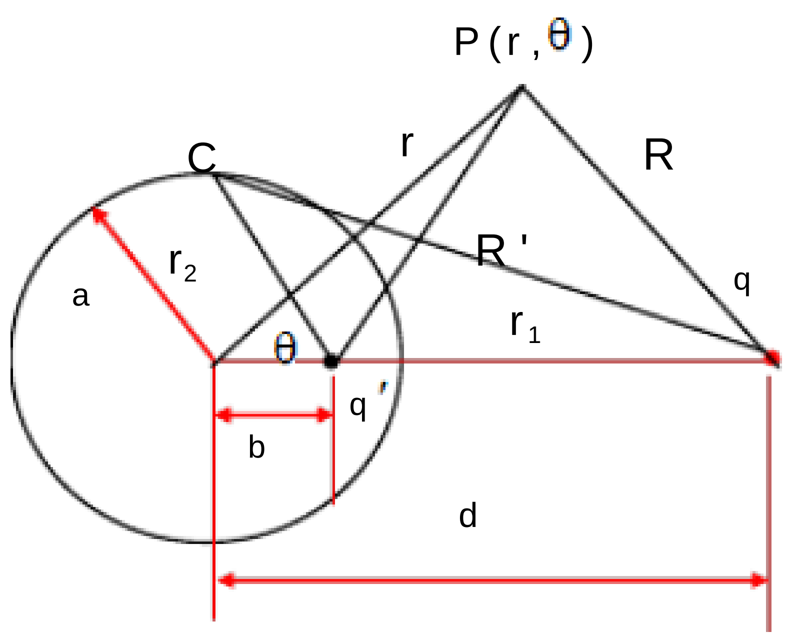
$q' = -q$　二者对称分布

2. 点电荷对半无限大接地导体角域的镜像

由两个半无限大接地导体平面形成角形边界，当其夹角 $\alpha = \frac{\pi}{n}$, n 为整数时，该角域中的点电荷将有 (2n－1)个镜像电荷。

3. 点电荷对接地导体球面的镜像

$q' = -\frac{a}{d}q$， $b = \frac{a^2}{d}$



4. 点电荷对不接地导体球面的镜像

$q' = -\frac{a}{d}q$， $b = \frac{a^2}{d}$

$q'' = -q' = \frac{a}{d}q$，位于球心

5. 电荷对电介质分界平面

$$q' = -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} q, \quad q'' = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

四、分离 变量法

1. 分离变量法的主要步骤

根据给定的边界形状选择适当的坐标系，正确写出该坐标系下拉普拉斯方程的表达式及给定的边界条件。

通过变量分离将偏微分方程化简为常微分方程，并给出含有待定常数的常微分方程的通解。

利用给定的边界条件确定待定常数，获得满足边界条件的特解。

2. 应用条件

分离变量法只适合求解拉普拉斯方程。

3. 重点掌握

(1) 直角坐标系下一维情况的解

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 0 \quad \text{通解为：} \quad \phi = Ax + B$$

(2) 圆柱坐标系下一维情况的解

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\phi}{dr}\right) = 0 \quad \text{通解为：} \quad \phi = A\ln r + B$$

(3) 球坐标系下轴对称系统的解

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right) = 0$$

$$\text{通解为：} \quad \phi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}\right)P_n(\cos\theta)$$

其中 $P_0(\cos\theta) = 1, P_1(\cos\theta) = \cos\theta, P_2(\cos\theta) = (3\cos^2\theta - 1)/2$

第五章

一、时谐 场的 **Maxwell Equati ons**

1. 时谐场的复数描述

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}[\dot{\mathbf{E}}_m(\mathbf{r})e^{j\omega t}] = \mathrm{Re}[\mathbf{e}_x\dot{E}_{xm}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + \mathbf{e}_y\dot{E}_{ym}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + \mathbf{e}_z\dot{E}_{zm}(\mathbf{r})e^{j\omega t}]$$

2. Maxwell Equations

$$\begin{cases} \nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\mathbf{D} \\ \nabla\times\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{B} \\ \nabla\cdot\mathbf{D} = \rho \\ \nabla\cdot\mathbf{B} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \nabla\times\mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E} \\ \nabla\times\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \\ \nabla\cdot\mathbf{E} = \rho/\varepsilon \\ \nabla\cdot\mathbf{H} = 0 \end{cases}$$

二、媒质 的分类

分类标准： $\tan\delta = \dfrac{|\sigma\mathbf{E}|}{|j\omega\varepsilon'\mathbf{E}|} = \dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon'}$

当 $\tan\delta = \dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon'} \gg 1$，即传导电流远大于位移电流的媒质，称为良导体。

当 $\tan\delta = \dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon'} \approx 1$，即传导电流与位移电流接近的媒质，称为半导体或半电介质。

当 $\tan\delta = \dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon'} \ll 1$，即传导电流远小于位移电流的媒质，称为电介质或绝缘介质。

三、坡印 廷定理

1. 时谐电磁场能量密度为

$$\omega_e = \frac{1}{2}\mathbf{E}\cdot\mathbf{D} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \qquad \omega_m = \frac{1}{2}\mathbf{H}\cdot\mathbf{B} = \frac{1}{2}\mu H^2 \qquad p = \mathbf{J}\cdot\mathbf{E} = \sigma E^2$$

$$w_{eav} = \frac{1}{4}\mathrm{Re}[\mathbf{E}\cdot\mathbf{D}^*] \qquad w_{m\,av} = \frac{1}{4}\mathrm{Re}[\mathbf{B}\cdot\mathbf{H}^*] \qquad p_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\mathbf{J}\cdot\mathbf{E}^*]$$

$$\omega = \frac{1}{2}\varepsilon E^2(t) + \frac{1}{2}\mu H^2(t)$$

2. 能流密度矢量

瞬时坡印廷矢量： $\mathbf{S} = \mathbf{E}\times\mathbf{H}$ 　　平均坡印廷矢量： $\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*]$

3. 坡印廷定理

$$-\oint_S \mathbf{E}\times\mathbf{H}\cdot d\mathbf{S} = \frac{d}{dt}\int_V \omega\, dV + \int_V p\, dV$$

四、波动 方程及其解

1. 有源区域的波动方程

$$\nabla^2\mathbf{E} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu\frac{\partial\mathbf{J}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho \qquad \nabla^2\mathbf{H} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2} = -\nabla\times\mathbf{J}$$

特解：

$$\mathbf{F}(\mathbf{r},t) = -\frac{1}{4\pi}\iiint_{V'}\frac{\mathbf{G}\left(\mathbf{r}',t-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{v}\right)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$$

在无源区间，两个波动方程式可简化为齐次波动方程 $\nabla^2\mathbf{E} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ 　 $\nabla^2\mathbf{H} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$

复数形式 -亥姆霍兹方程 $\nabla^2\mathbf{E} + k^2\mathbf{E} = 0$， $\nabla^2\mathbf{H} + k^2\mathbf{H} = 0$

五、达朗 贝尔方程及其解

时谐场的位函数 $\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}$ 　 $\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$

达朗贝尔方程 $\nabla^2\mathbf{A} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu\mathbf{J}$ 　 $\nabla^2\phi - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$ （库仑规范 $\nabla\cdot\mathbf{A} = -\mu\varepsilon\frac{\partial\phi}{\partial t}$）

复数形式 $\nabla^2\mathbf{A} + k^2\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J}$ 　 $\nabla^2\phi + k^2\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$

特解： $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$ 　 $\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{V'}\frac{\rho(\mathbf{r}')e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$

六、准静 态场（似稳场）

1. 准静态场方程 $\nabla\times\mathbf{H} = \sigma\mathbf{E}$ 　 $\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$ 　 $\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$ 　 $\nabla\cdot\mathbf{D} = 0$

特点：位移电流远小于传导电流（ $\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \ll \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ ）；准静态场中不可能存在自由体电荷分布。

2. 缓变电磁场（低频电路理论）

随时间变化很慢，或者频率很低的电磁场。低频电路理论就是典型的缓变电磁场的实例。根据准静态方程第一方程，两边取散度有

$$\nabla\cdot\mathbf{J} = 0 \Rightarrow \oint_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S} = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^{N} i_j = 0$$ （基尔霍夫电流定律）

位函数满足 $\nabla\times\mathbf{A}=\mu\mathbf{J}$ $\nabla^2\phi=0$

符合静态场的规律。这就是“似稳”的含义。

$$-\oint_l \mathbf{E}_a\cdot d\mathbf{l}=\oint_l \frac{\mathbf{J}}{\sigma}\cdot d\mathbf{l}+\oint_l \nabla\phi\cdot d\mathbf{l}+\oint_l \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\cdot d\mathbf{l} \qquad \sum_{j=1}^{N} U_j=0$$ （基尔霍夫电压定律）

3. 场源近区的准静态电磁场

如果观察点与源的距离相当近 $kr=2\pi\frac{r}{\lambda}\ll 1 \Rightarrow e^{-jkr}\approx 1$，则

$$\mathbf{A}(\mathbf{r})=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV' \qquad \phi(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{V'}\frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$$ （近区场条件：$r=\frac{1}{k}=\frac{\lambda}{2\pi}\approx\frac{1}{6}\lambda$）

第六章

一、基本 极子的辐射

1. 电偶极子的远区场： $E_\theta=j\frac{\eta_0 I l\sin\theta}{2\lambda r}e^{-jkr}$ $H_\varphi=j\frac{I l\sin\theta}{2\lambda r}e^{-jkr}$

2. 磁偶极子的辐射： $E_\varphi=\frac{\pi IS\eta}{\lambda^2 r}\sin\theta e^{-jkr}$ $H_\theta=-\frac{\pi IS}{\lambda^2 r}\sin\theta e^{-jkr}$

二、天线 参数

1. 辐射功率： $P_r=\oint_S \mathbf{S}_{av}\cdot d\mathbf{S}=\frac{1}{2}\oint_S \mathrm{Re}\left[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right]\cdot d\mathbf{S}$

电偶极子的辐射功率： $P_r=80\pi^2 I^2\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$

2. 辐射电阻： $R_L=\frac{2P_r}{I^2}$

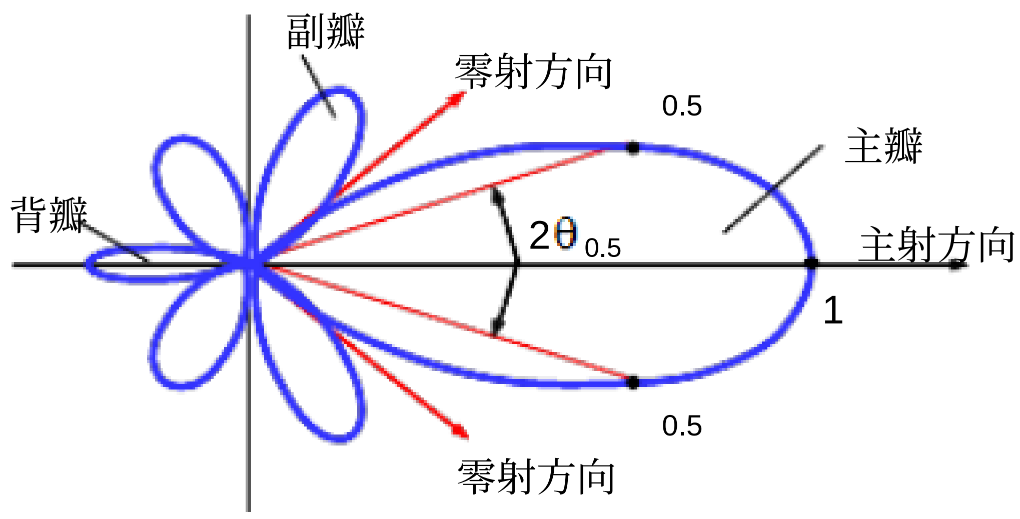
电偶极子的辐射电阻： $R_r=80\pi^2\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$

3. 效率： $\eta_A=\frac{P_r}{P_{in}}=\frac{P_r}{P_r+P_L}=\frac{R_r}{R_r+R_L}$

4. 方向性函数： $F(\theta,\varphi)=\frac{|E(r,\theta,\varphi)|}{E_{max}(r)}=\frac{f(\theta,\varphi)}{f_{max}}$

电偶极子的方向性函数为： $F(\theta,\varphi)=\sin\theta$

功率方向性函数： $F_p(\theta,\varphi)=F^2(\theta,\varphi)$ 如下图



主瓣宽度 $2\theta_{0.5}$、$2\varphi_{0.5}$：两个半功率点的矢径间的夹角。元天线： $2\theta_{0.5}=90^0$

副瓣电平： $SLL=10\lg\frac{S_1}{S_0}$ dB S_0为主瓣功率密度， S_1为最大副瓣的功率密度。

前后比： $FB=10\lg\frac{S_0}{S_b}$ dB S_0为主瓣功率密度， S_b为最大副瓣的功率密度。

5. 方向性系数：
$$D=\frac{4\pi}{\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}F^2(\theta,\varphi)\sin\theta\, d\theta}$$

电偶极子方向性系数的分贝表示　D = 10lg1.5 dB= 1.64dB

6. 增益：　$G=\eta_A D$　　$G_{dB}=10\lg G$

三、对称　天线

1. 对称天线的方向图函数：
$$F(\theta)=\frac{\cos(kl\cos\theta)-\cos kl}{\sin\theta}$$

2. 半波对称天线：
$$E_\theta=j\frac{60I_m}{r}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}e^{-jkr}\qquad H_\varphi=j\frac{I_m}{2\pi r}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}e^{-jkr}$$

方向性函数为：
$$F(\theta)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$$

辐射电阻为：$R_r=73.1\ \Omega$　　方向性系数：D = 10lg1.64 dB = 2.15dB

四．天线阵

1. 天线阵的概念

为了改善和控制天线的辐射特性，使用多个天线按照一定规律构成的天线系统，称为天线阵或阵列天线。天线阵的辐射特性取决于：阵元的类型、数目、排列方式、间距、电流振幅及相位和阵元的取向。

2. 均匀直线阵

均匀直线式天线阵：若天线阵中各个单元天线的类型和取向均相同，且以相等的间隔 d 排列在一条直线上。各单元天线的电流振幅均为 I，但相位依次逐一滞后或超前同一数值 ξ，这种天线阵称为均匀直线式天线阵。

（1）均匀直线阵阵因子
$$AF(\theta,\phi)=\frac{\sin\left[\frac{n}{2}(kd\cos\theta+\xi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta+\xi)\right]}$$

（2）方向图乘法原理
$$F(\theta,\varphi)=AF(\theta,\varphi)\,f_1(\theta,\varphi)$$

第七章

一、沿任　意方向传播的均匀　平面波
$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_0e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}=\mathbf{E}_0e^{-jk\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}\qquad \mathbf{H}=\frac{1}{\eta}\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0e^{-jk\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}$$

其中 $\mathbf{k}=\mathbf{n}k=\mathbf{e}_xk_x+\mathbf{e}_yk_y+\mathbf{e}_zk_z$，$\mathbf{r}=\mathbf{e}_xx+\mathbf{e}_yy+\mathbf{e}_zz$，$\mathbf{n}$ 为传播矢量 $\mathbf{k}$ 的单位方向，即电磁波的传播方向。

二、均匀　平面波在自由空间　中的传播

对于无界空间中沿 +z 方向传播的均匀平面波，即
$$\mathbf{E}(z)=\mathbf{e}_xE_x=\mathbf{e}_xE_{xm}e^{-jkz}e^{j\varphi_x}$$

1. 瞬时表达式为：
$$\mathbf{E}(z,t)=\mathrm{Re}\left[(\mathbf{e}_xE_{xm}e^{-jkz}e^{j\varphi_x})e^{j\omega t}\right]=\mathbf{e}_xE_{xm}\cos(\omega t-kz+\varphi_x)$$

2. 相速与波长： $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$ （非色散）

3. 场量关系： $\mathbf{H} = \frac{1}{\eta}\mathbf{e}_z \times \mathbf{E}$ $\quad \mathbf{E} = \eta \mathbf{H} \times \mathbf{e}_z$ $\quad \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\ \Omega$

4. 电磁波的特点

TEM 波；电场、磁场同相；振幅不变；非色散；磁场能量等于电场能量。

三、均匀平面波在导电媒质中的传播

对于导电媒质中沿 +z 方向传播的均匀平面波，即

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_x = \mathbf{e}_x E_{xm} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \qquad (\gamma = \alpha + j\beta)，其中\ e^{-\alpha z}\ 为衰减因子$$

1. 波阻抗：

$$\eta_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^{-1/2} = |\eta_c| e^{j\varphi}$$

2. 衰减常数：

$$\alpha = w\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{w\varepsilon}\right)^2} - 1\right]}$$

3. 相位常数：

$$\alpha = w\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{w\varepsilon}\right)^2} + 1\right]}$$

4. 相速：

$$v = \frac{w}{\beta}$$

5. 电磁波的特点：

TEM 波；电场、磁场有相位差；振幅衰减；色散；磁场能量大于电场能量。

四、良导体中的均匀平面波特性

1. 对于良导体，传播常数可近似为： $\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu\sigma}$

2. 相速与波长： $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_p}{f} = 2\sqrt{\frac{\pi}{f\mu\sigma}}$ $\quad v_p = \frac{\omega}{\beta} \approx \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$ （色散）

3. 趋肤深度： $d = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu\sigma}} = \frac{1}{\beta} = \frac{\lambda}{2\pi}$ 导体的高频电阻大于其直流电阻或低频电阻。

4. 良导体的本征阻抗为： $\eta_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_c}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}}} \approx \sqrt{j\frac{\omega\mu}{\sigma}} = (1+j)\sqrt{\frac{\pi f\mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{2\pi f\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}}$

良导体中均匀平面电磁波的磁场落后于电场的相角 $45°$。

五、电磁波的极化

1. 极化：电场强度矢量的取向。设有两个同频率的分别为 x、y 方向极化的电磁波： $\begin{cases} E_x = E_{xm}\cos(\omega t - kz + \varphi_1) \\ E_y = E_{ym}\cos(\omega t - kz + \varphi_2) \end{cases}$

2. 线极化： E_x, E_y 分量相位相同，或相差 $180°$ 则合成波电场表示直线极化波。

3. 圆极化： E_x, E_y 分量振幅相等，相位差为 $90°$，合成波电场表示圆极化波。

旋向的判断： $\varphi_y-\varphi_x=\dfrac{\pi}{2}$，左旋； $\varphi_y-\varphi_x=-\dfrac{\pi}{2}$，右旋

4. 椭圆极化： E_x, E_y 分量振幅不相等，相位不相同，合成波电场表示椭圆极化波。

六、均匀 平面波对分界面的 垂直入射

1. 反射系数与透射系数： $\Gamma=\dfrac{E_{rm}}{E_{im}}=\dfrac{\eta_{2c}-\eta_{1c}}{\eta_{2c}+\eta_{1c}}$ $\quad\tau=\dfrac{E_{tm}}{E_{im}}=\dfrac{2\eta_{2c}}{\eta_{2c}+\eta_{1c}}$

2. 对理想导体界面的垂直入射

$\Gamma=0$ ， $\tau=-1$，合成波为纯驻波

3. 对理想介质界面的垂直入射

合成波为行驻波，透射波为行波。驻波系数： $S=\dfrac{|E|_{max}}{|E|_{min}}=\dfrac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$

4. 对多层介质界面的垂直入射

(1) 3 层等效波阻抗

$$\eta_{ef}=\eta_2\frac{\eta_3+j\eta_2\tan(\beta_2 d)}{\eta_2+j\eta_3\tan(\beta_2 d)}$$

(2) 四分之一波长匹配层

$$\begin{cases}d=\dfrac{\lambda_2}{4}\\ \eta_2=\sqrt{\eta_1\eta_3}\end{cases}\Rightarrow R_1=0 \qquad \text{无反射}$$

照相机镜头上的涂敷层消除反射的原理。

(3) 半波长介质窗

$$\begin{cases}d=\dfrac{\lambda_2}{2}\\ \eta_1=\eta_3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_1=0\\ T_1T_2=-1\end{cases}\Rightarrow E_{3tm}=-E_{1im}$$

雷达天线罩消除电磁波反射的原理。

七、均匀 平面波在界面上的 斜入射

1. 反射定律与和折射定律 $\qquad\theta_i=\theta_r \qquad \dfrac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i}=\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{n_1}{n_2}$ （$n_1=\dfrac{c}{v_1}=\dfrac{c}{\omega}k_1 \qquad n_2=\dfrac{c}{v_2}=\dfrac{c}{\omega}k_2$）

2. 垂直极化波和平行极化波的反射系数与透射系数

$$R_\perp=\frac{\eta_2\cos\theta_i-\eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t} \qquad R_\perp=\frac{\cos\theta_i-\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1-\sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i+\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1-\sin^2\theta_i}}$$

$$T_\perp=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t} \qquad T_\perp=\frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i+\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1-\sin^2\theta_i}}$$

$$R_{//}=\frac{\eta_2\cos\theta_t-\eta_1\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t+\eta_1\cos\theta_i}\qquad R_{//}=\frac{(\varepsilon_2/\varepsilon_1)\cos\theta_i-\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1-\sin^2\theta_i}}{(\varepsilon_2/\varepsilon_1)\cos\theta_i+\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1-\sin^2\theta_i}}$$

$$T_{//}=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t+\eta_1\cos\theta_i}\qquad T_{//}=\frac{2\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}\cos\theta_i}{(\varepsilon_2/\varepsilon_1)\cos\theta_i+\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1-\sin^2\theta_i}}$$

3. 全反射

全反射条件： $\theta_i\ge\theta_c=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$ $\quad R_{//}=R_{\perp}=1$

4. 全透射

入射角 θ_i 称为布儒斯特角，记为： $\theta_B=\arctan\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2+\varepsilon_1}}$ $\quad R_{//}=0$，只适用于平行极化波。

5. 对理想导体的斜入射

(1) 垂直极化波： $R_{\perp}=-1\quad T_{\perp}=0$

振幅呈驻波分布；非均匀平面波； TE 波。

(2) 平行极化波： $R_{//}=1\quad T_{//}=0$

振幅呈驻波分布；非均匀平面波； TM 波。

第八章

一、导行 波系统分类

类 型	工 作 波 型	名 称	应 用 波 段	特点
TEM 波传输线	TEM 波	平行双线 同轴线、带状线、微带	米波、分米波低频端 分米波、厘米波	双导体系统
金属波导	TE 波、 TM 波	矩形波导、圆波导、 椭圆波导、脊波导	厘米波、 毫米波低频端	单导体系统
表面波传输线	混合型波	介质波导、介质镜象线、 单根表面波传输线	毫米波	

1. 均匀导波系统

波导的横截面在 z 向是均匀的，场量只与 x、y 有关，与 z 无关；

波导壁是理想导体，填充介质是理想介质；

波导内的电磁场为无源区的时谐场。

2. 单导体系统不能传输 TEM 波，为什么？

单导体波导内无纵向的传导电流和位移电流。因为是单导体，所以无传导电流；因为 TEM 波的纵向场 Ez = 0，所以无纵向位移电流。

二、导行波方程

波导内的电磁场满足亥姆霍兹方程： $\nabla^2\mathbf{E}+k^2\mathbf{E}=0\quad\nabla^2\mathbf{H}+k^2\mathbf{H}=0$

1. TEM 波 2. TE 波和 TM 波

三、传输 线

1. 集总参数电路与分布参数电路 2. 电报方程 3. 特性参数：特性阻抗、传播常数、相速、波长

4. 工作参数：输入阻抗、反射系数、驻波系数和行波系数

四、矩形 波导

1.波方程及其解 2. 传播特性 3. 矩形波导的主模 TE_{10} 模

主模参数

单模传输条件