



Chapter 5

模拟通信系统中的噪声影响

本章学习目标

- 能够分析噪声对线性调制信号的影响
 - 能够阐述“门限效应”的概念
 - 能够知道如何使用锁相环进行载频相位估计
 - 能够分析噪声对角度调制（尤其是FM）的影响
 - 能够阐述去加重网络和预加重网络的作用
 - 能够分析对比模拟通信系统的性能

在DSB-SC AM中，若消息信号 $m(t)$ 的带宽为 B Hz，
则已调信号 $y(t)$ 的带宽是多少？

- ☐ A B Hz
- ☐ B $2B$ Hz
- ☐ C $f_c + B$ Hz
- ☐ D $f_c - B$ Hz

提交

SSB AM: $y(t) = Am(t)\cos 2\pi f_c t \pm \widehat{Am(t)}\sin 2\pi f_c t$

若信号 $m(t)$ 的功率为 P_m ，则 $y(t)$ 的功率为多少？

- ☐ A $\frac{1}{2}A^2$
- ☐ B A^2
- ☐ C $\frac{1}{2}A^2P_m$
- ☐ D A^2P_m

提交

常规AM: $y(t) = A_c(1 + \alpha m_n(t))\cos 2\pi f_c t$

若消息信号 $m_n(t)$ 的功率为 P_{m_n} ，带宽为B Hz，则已调信号 $y(t)$ 的功率为 [填空1]，带宽为 [填空2]。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答



以下选项中，适合相干（同步）解调的有哪些？

A

DSB-SC AM

B

SSB-SC AM

C

常规调幅

D

VSB AM

提交



以下选项中，适合包络检波的有哪些？

A

DSB-SC AM

B

SSB-SC AM

C

常规调幅

D

VSB AM + 插入导频

提交

讨论

下面两段音频，哪段效果更好？那个是常规调幅？
哪个是调频？

A 

B 

- 你是通过什么做出判断的？

5.1 噪声对线性调制系统的影响

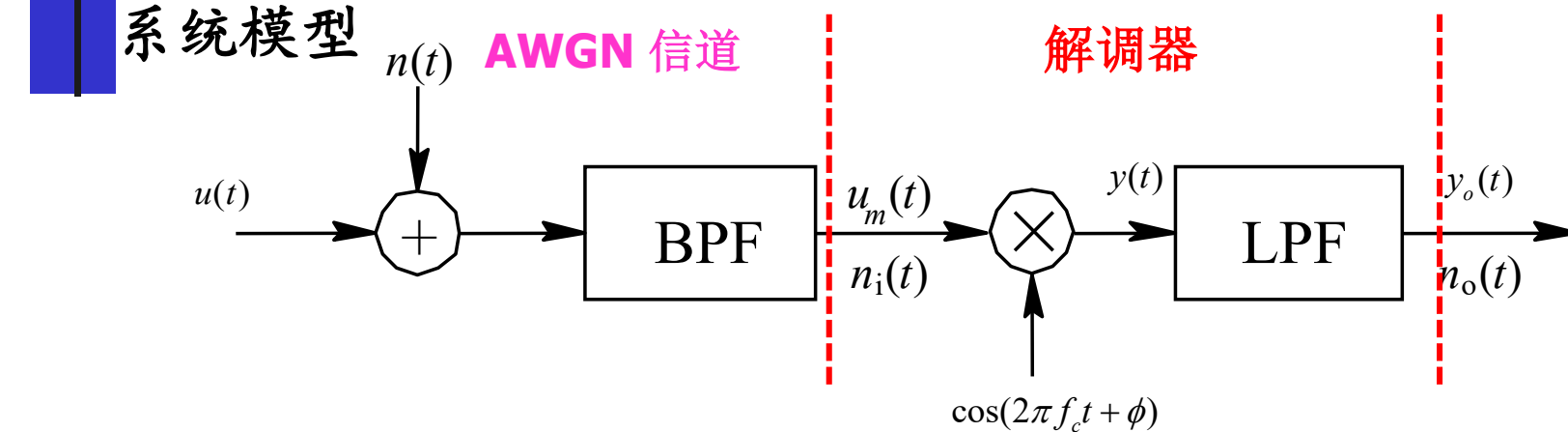


Fig5.1.1 接收机方框图

$$r(t) = u_m(t) + n_i(t)$$

BPF输出信号
是解调器的输入信号

$$n_i(t) = n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

带通滤波器输出的噪声为均值=0的窄带高斯噪声。

5.1 噪声对线性调制系统的影响

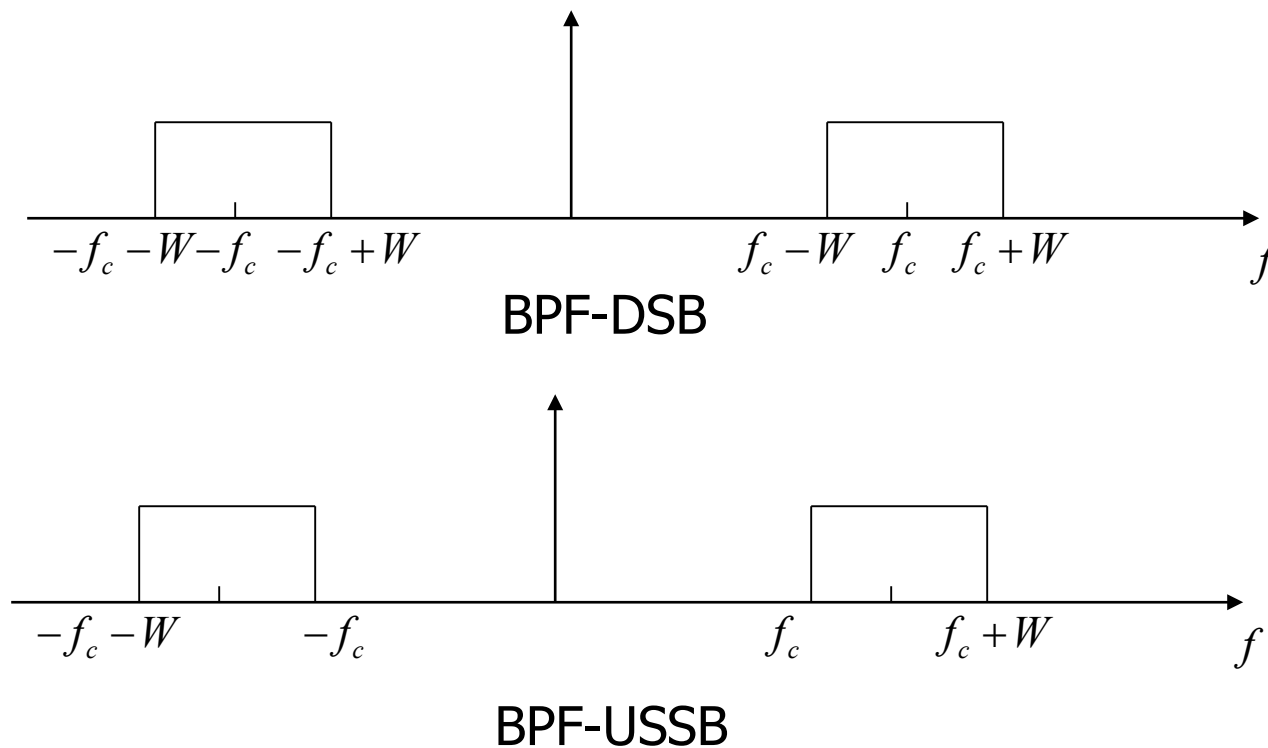


Figure 5.1.2 带通滤波器 (BPF)

5.1.1 噪声对基带系统的影响

比较标准.

SNR (信噪比, signal-to-noise ratio) 接收机对已调信号解调后的**输出信噪比**是评估模拟调制系统性能优劣的标准。

比较的基准是**等效基带系统的输出信噪比**。

下图中LPF的带宽为消息信号 $m(t)$ 的带宽, 记为 W Hz

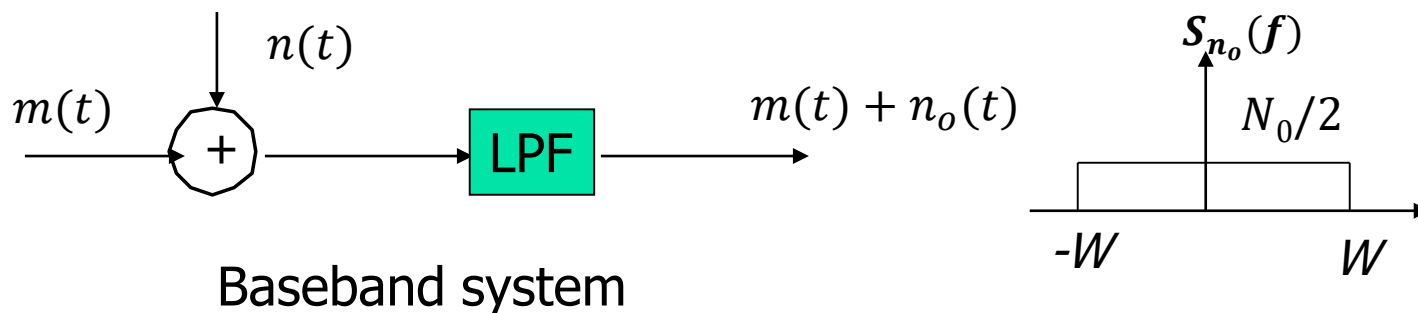


Figure 5.1.3 Baseband system

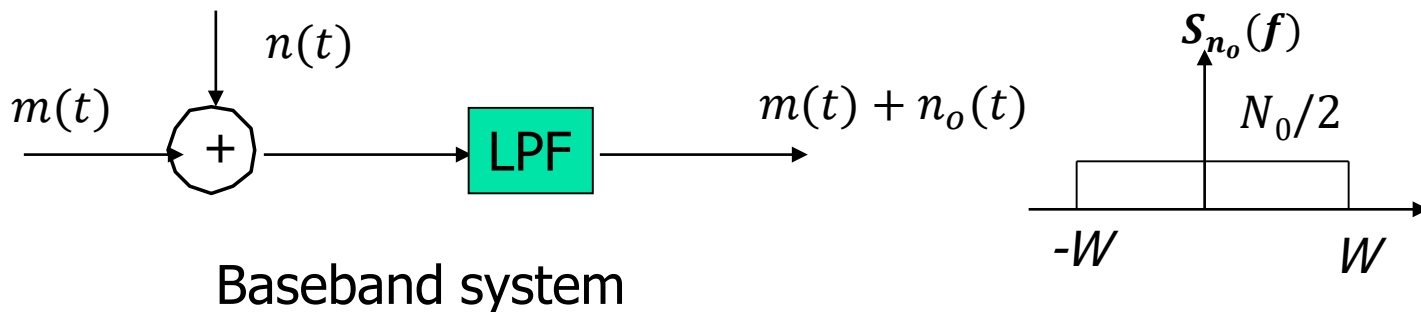
5.1.1 噪声对基带系统的影响

噪声功率为

$$P_{n_o} = \int_{-W}^W \frac{N_0}{2} df = N_0 W$$

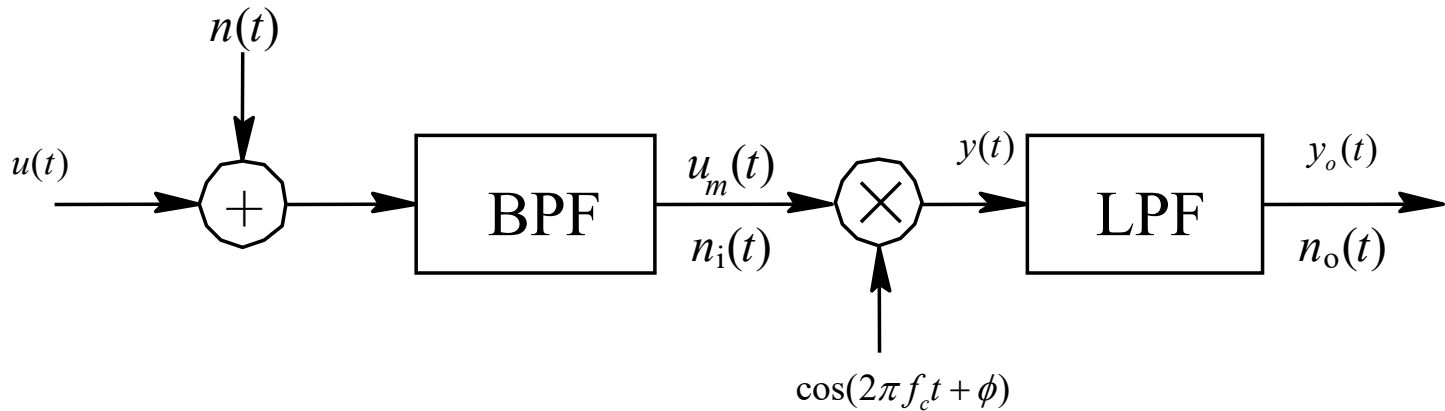
接收机的接收信号（解调器的输入信号）功率用 P_R 表示，则基带系统的 SNR 为

$$\left(\frac{S}{N} \right)_b = \frac{P_R}{N_0 W}$$



5.1.2 噪声对 DSB-SC AM 系统的影响

DSB-SC AM 需要相干解调。



$$u_m(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \Rightarrow \mathbf{P_R} = \frac{A_c^2}{2} \mathbf{P_m}$$

$$n_i(t) = n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$r(t)$$

$$= A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) + n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

5.1.2 噪声对 DSB-SC AM 系统的影响

$$\begin{aligned}y(t) &= r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) \\&= [A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) + n_c(t) \cos 2\pi f_c t \\&\quad - n_s(t) \sin 2\pi f_c t] \cos(2\pi f_c t + \phi) \\&= \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(\phi_c - \phi) + \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(4\pi f_c t + \phi_c + \phi) + \\&\quad \frac{1}{2} [n_c(t) \cos \phi + n_s(t) \sin \phi] + \frac{1}{2} [n_c(t) \cos(4\pi f_c t + \phi_c + \phi) - \\&\quad n_s(t) \sin(4\pi f_c t + \phi_c + \phi)] \\y_o(t) &= \frac{1}{2} [A_c m(t) + n_c(t) \cos \phi + n_s(t) \sin \phi] \quad \text{if } \phi_c = \phi\end{aligned}$$

$$y_o(t) = \frac{1}{2} [A_c m(t) + n_c(t) \cos \phi + n_s(t) \sin \phi]$$

(有用) 信号: $\frac{1}{2} A_c m(t) \Rightarrow P_o = \frac{1}{4} A_c^2 P_m$

噪声: $n_o(t) = \frac{1}{2} [n_c(t) \cos \phi + n_s(t) \sin \phi]$

噪声功率: $P_{n_o} = R_{n_o}(0)$

$$R_{n_o}(\tau) = E[n_o(t + \tau)n_o(t)]$$

$$= E \left\{ \frac{1}{2} [n_c(t + \tau) \cos \phi + n_s(t + \tau) \sin \phi] \times \frac{1}{2} [n_c(t) \cos \phi + n_s(t) \sin \phi] \right\}$$

$$+ n_s(t) \sin \phi]$$

$$= \frac{1}{4} [R_{n_c}(\tau) \cos^2 \phi + R_{n_s}(\tau) \sin^2 \phi + R_{n_s n_c}(\tau) \sin \phi \cos \phi$$

$$+ R_{n_c n_s}(\tau) \cos \phi \sin \phi] = \frac{1}{4} R_{n_c}(\tau)$$

$$R_{n_c}(\tau) = R_{n_s}(\tau)$$

$$R_{n_s n_c}(\tau) = -R_{n_c n_s}(\tau)$$

Why?

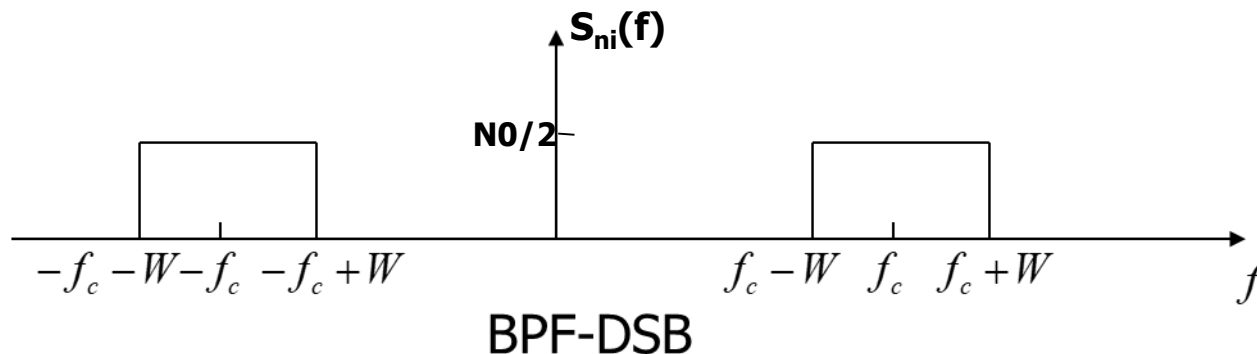
$$R_{n_c n_s}(\tau) = R_n(\tau) \sin 2\pi f_c \tau - \hat{R}_n(\tau) \cos 2\pi f_c \tau$$

$$= E[n_c(t + \tau)n_s(t)] = R_{n_s n_c}(-\tau) = -R_{n_s n_c}(\tau)$$

$$\therefore R_{n_o}(\tau) = \frac{1}{4} R_{n_c}(\tau) \Rightarrow P_{n_o} = \frac{1}{4} P_{n_c} = \frac{1}{4} P_{n_i}$$

$$P_{n_i} = \frac{N_0}{2} \times 2 \times 2W = 2N_0W$$

$$P_{n_o} = \frac{N_0W}{2}$$



5.1.2 噪声对 DSB-SC AM 系统的影响

$$P_o = \frac{1}{4} A_c^2 P_m \quad P_{n_o} = \frac{N_0 W}{2}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N} \right)_{oDSB} &= \frac{P_o}{P_{n_o}} = \frac{\frac{1}{4} A_c^2 P_m}{\frac{1}{2} N_0 W} = \frac{A_c^2 P_m}{2 N_0 W} = \frac{A_c^2 P_m}{2} \times \frac{1}{N_0 W} \\ &= \frac{P_R}{N_0 W} = \left(\frac{S}{N} \right)_b \end{aligned}$$

5.1.2 噪声对 DSB-SC AM 系统的影响

DSB-SC AM 系统的输出信噪比与等效基带系统相等, 因此DSB-SC AM 系统与等效的基带系统相比, 其信噪比没有得到改善。

5.1.2 噪声对 DSB-SC AM 系统的影响

衡量解调器性能的另一指标：调制制度增益G。

[定义] 解调器的输出信噪比与输入信噪比的比值为解调器调制制度增益G，即

$$G = \frac{SNR_O}{SNR_I}$$

表示解调器的信噪比改善程度。

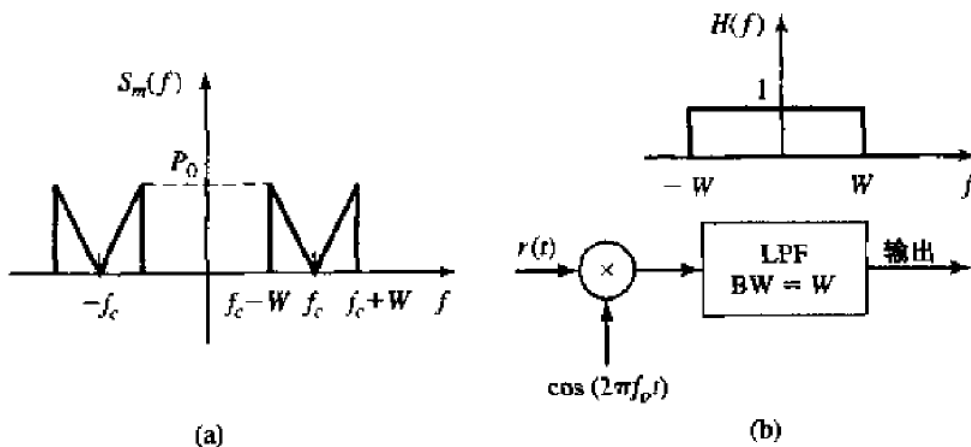
DSB-SC AM 的调制制度增益G=?

解调器的输入端，已调信号的功率 $=\frac{A_c^2}{2} P_m$ ，噪声的功率 $=2N_0W$

$$\Rightarrow SNR_I = \frac{A_c^2 P_m}{4N_0W}$$

$$\Rightarrow G = \frac{A_c^2 P_m / 2N_0W}{A_c^2 P_m / 4N_0W} = 2$$

已知一DSB-SC AM信号的功率谱密度如下图所示，它受到双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的加性噪声的干扰。对其进行相干解调，试确定输出信噪比。



解答

观察DSB-SC AM信号，和题图可知，等效基带输入功率

$$P_R = \int_{-\infty}^{\infty} S_m(f) df = 2WP_o$$

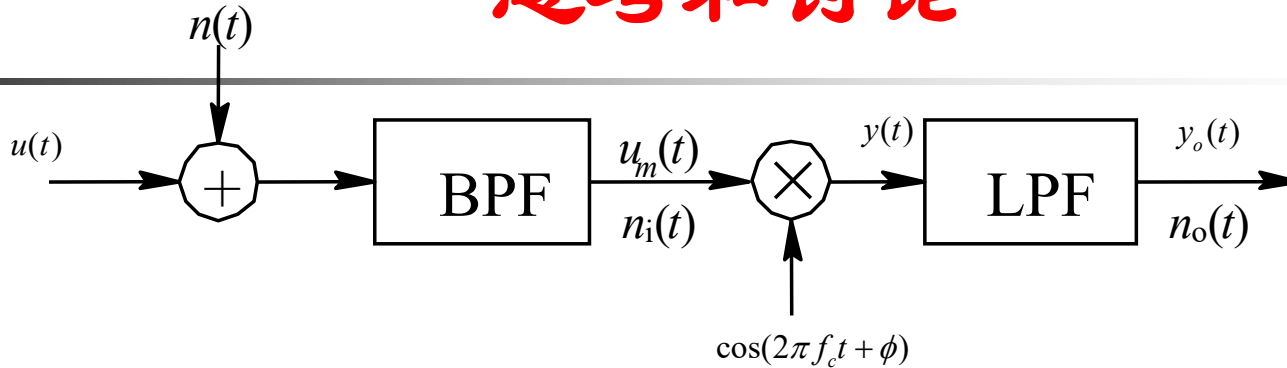
噪声功率

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} df = \int_{-W}^W \frac{N_0}{2} df = WN_0$$

故根据DSB-SC AM的抗噪声性能结论

$$SNR_o = SNR_b = \frac{2WP_o}{WN_0} = \frac{2P_o}{N_0}$$

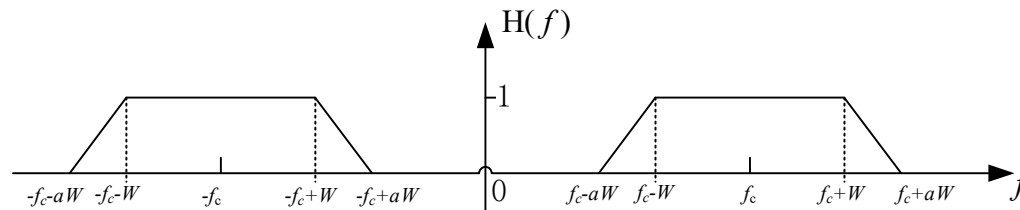
思考和讨论



上图中，若BPF的频率响应如下图所示，

$$u_m(t) = Am(t)\cos 2\pi f_c t$$

噪声 $n(t)$ 为双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的零均值白高斯噪声，
则解调器的输入信噪比（即BPF之后）是多少？



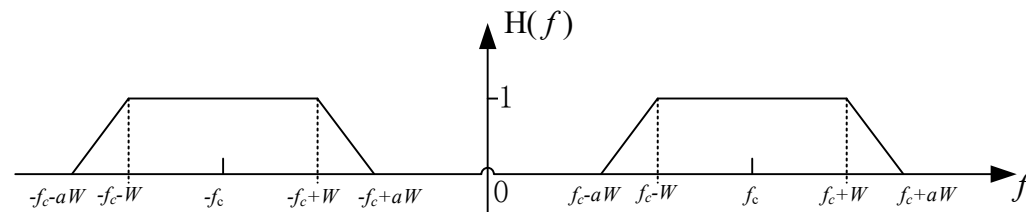
解答

观察该带通滤波器，可以看出它允许已调信号无失真通过，故信号功率为： $\frac{A^2}{2} P_m$ 。噪声功率为：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} df = 2 \times \frac{1}{2} (2W + 2aW) \times \frac{N_0}{2} = N_0 W (1 + a)$$

故解调器的输入信噪比为

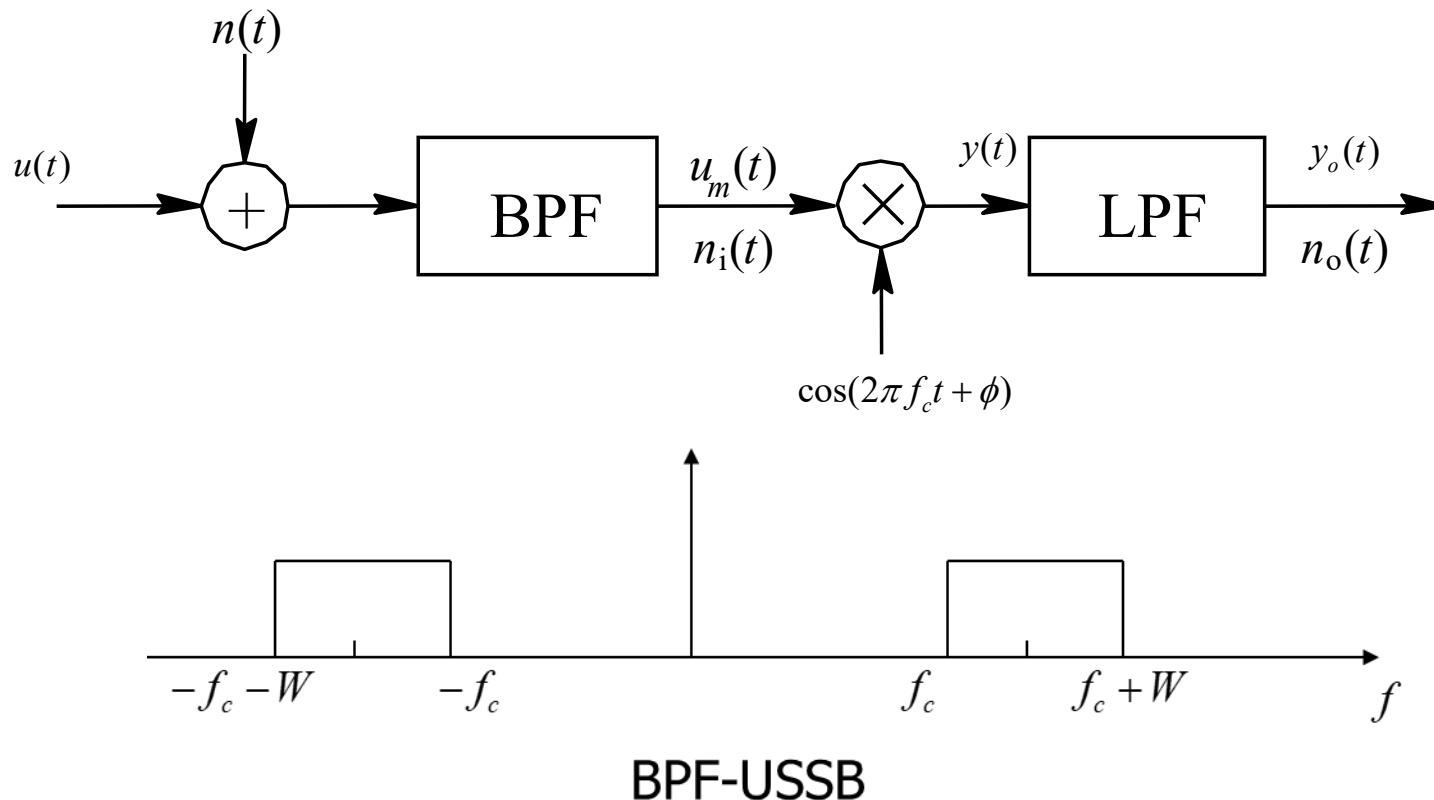
$$SNR_b = \frac{A^2 P_m}{2 N_0 W (1 + a)}$$



5.1.3 噪声对 SSB AM 系统的影响

SSB AM 采用相干解调

- 接收机的BPF应该是什么形式？



$$u(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t \pm A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$r(t) = (A_c m(t) + n_c(t)) \cos 2\pi f_c t + (\pm A_c \hat{m}(t) - n_s(t)) \sin 2\pi f_c t$$

$$y(t) = r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

$$= \left[A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \pm A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t + \phi_c) \right. \\ \left. + n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t \right] \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(\phi_c - \phi) + \frac{1}{2} A_c \hat{m}(t) \sin(\phi_c - \phi) + \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(4\pi f_c t + \phi_c + \phi)$$

$$+ \frac{1}{2} A_c \hat{m}(t) \sin(4\pi f_c t + \phi_c + \phi) + \frac{1}{2} [n_c(t) \cos \phi + n_s(t) \sin \phi]$$

$$+ \frac{1}{2} [n_c(t) \cos(4\pi f_c t + \phi) - n_s(t) \sin(4\pi f_c t + \phi)]$$

$$y_o(t) = \frac{1}{2} [A_c m(t) + n_c(t) \cos \phi + n_s(t) \sin \phi] \quad \text{if } \phi_c = \phi$$

5.1.3 噪声对 SSB AM 系统的影响

$$P_o = \frac{1}{4} A_c^2 P_m \quad P_{n_o} = \frac{1}{4} P_{n_c} = \frac{1}{4} P_{n_i}$$

$$P_{n_i} = \frac{1}{2} N_0 \times 2W = N_0 W$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oSSB} = \frac{P_o}{P_n} = \frac{A_c^2 P_m}{N_0 W} = \frac{P_R}{N_0 W} = \left(\frac{S}{N}\right)_b$$

SSB系统的SNR与DSB系统的相当

Actrually

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oDSB} = \frac{A_c^2 P_m}{2W N_0} \quad \left(\frac{S}{N}\right)_{oSSB} = \frac{A_c^2 P_m}{W N_0}$$

How to explain the upper conclusion?

5.1.4 噪声对常规 AM的影响

$$u_m(t) = A_c[1 + am_n(t)]\cos 2\pi f_c t$$

$$r(t) = [A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)]\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

若采用同步解调

$$y_o(t) = \frac{1}{2}\{A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)\cos \phi + n_s(t)\sin \phi\}$$

$$P_o = \frac{1}{4}A_c^2 a^2 P_{m_n}$$

$$P_{n_i} = 2WN_0$$

$$P_{n_o} = \frac{1}{4}P_{n_c} = \frac{1}{4}P_{n_i}$$

$$P_R = \frac{A_c^2}{2}[1 + a^2 P_{m_n}]$$

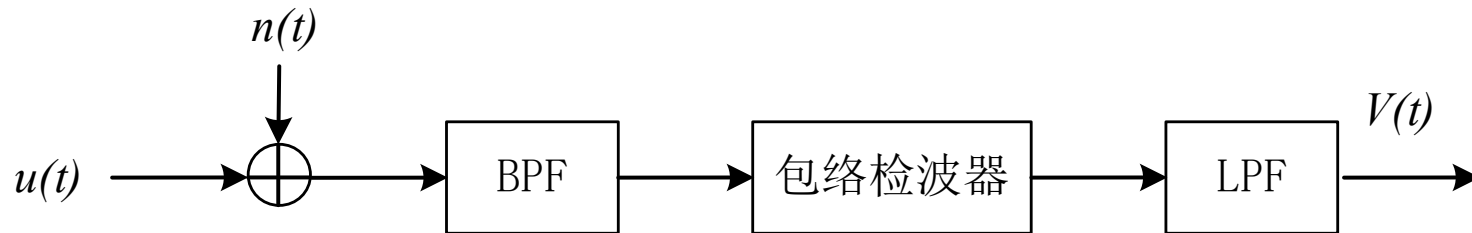
5.1.4 噪声对常规 AM的影响

$$\begin{aligned}\left(\frac{S}{N}\right)_{oAM} &= \frac{\frac{1}{4} A_c^2 a^2 P_{m_n}}{\frac{1}{4} P_n} = \frac{A_c^2 a^2 P_{m_n}}{2 N_0 W} \\&= \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \frac{\frac{A_c^2}{2} [1 + a^2 P_{m_n}]}{N_0 W} \\&= \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \frac{P_R}{N_0 W} \\&= \eta \left(\frac{S}{N}\right)_b \quad \text{where } \eta = \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}}\end{aligned}$$

$\eta < 1$. 常规 AM 的SNR小于相应的基带系统。

5.1.4 噪声对常规 AM的影响

- 采用包络检波，可以得到近似的结论。



$$r(t) = \{[A_c(1 + am_n(t)) + n_c(t)] \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t\}$$

包络检波器的输出可以写为

$$V(t) = \sqrt{\{A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)\}^2 + n_s^2(t)}$$

5.1.4 噪声对常规 AM的影响

$$V(t) = \sqrt{\{A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)\}^2 + n_s^2(t)}$$

1. 高 SNR或高 P_R 条件下, 即满足

$$P(n_s(t)) \ll \{A_c[1 + am_n(t)]\}$$

则

$$V(t) \approx \{A_c[1 + am_n(t)]\} + n_c(t)$$

此时SNR 和相干解调相同

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oAM} = \frac{A_c^2 a^2 P_{m_n}}{2N_0 W} = \eta \left(\frac{S}{N}\right)_b$$

5.1.4 噪声对常规 AM的影响

$$V(t) = \sqrt{\{A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)\}^2 + n_s^2(t)}$$

2. 低 SNR 或低 P_R

$$\begin{aligned} P(n(t)) &\gg \{A_c[1 + am_n(t)]\} \\ V(t) &= \sqrt{\{A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)\}^2 + n_s^2(t)} \\ &= \sqrt{A_c^2(1 + am_n(t))^2 + n_c^2(t) + n_s^2(t) + 2A_cn_c(t)(1 + am_n(t))} \\ &\approx \sqrt{(n_c^2(t) + n_s^2(t)) \left[1 + \frac{2A_cn_c(t)}{n_c^2(t) + n_s^2(t)} (1 + am_n(t)) \right]} \end{aligned}$$

5.1.4 噪声对常规 AM的影响

$$V(t) \approx \sqrt{(n_c^2(t) + n_s^2(t)) \left[1 + \frac{2A_c n_c(t)}{n_c^2(t) + n_s^2(t)} (1 + am_n(t)) \right]}$$
$$\approx V_n(t) + \frac{A_c n_c(t)}{V_n(t)} [1 + am_n(t)] \quad \text{利用 } \sqrt{1 + \varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}, \varepsilon \ll 1$$

此时信号淹没在噪声里，无法区分出信号分量，称系统工作于门限之下，发生了门限效应。

5.1 噪声对线性调制系统的影响

Example 5.1.1 某消息信号 $m(t)$ 的带宽为 10kHz, 功率为 16W, 最大幅度为 6V. 传输信道的衰减为 80dB, 加性白噪声的功率谱密度为

$$S_n(f) = \frac{N_0}{2} = 10^{-12} \text{ W/Hz},$$

解调器输出信号的最低 SNR 为 50dB. 如果采用下述的调制方案, 则所需的发射功率和信道带宽分别为多少?

1. DSB AM
2. SSB AM
3. 调制系数为 0.8 的常规调幅

5.1 噪声对线性调制系统的影响

Solution. We first determine $(S/N)_b$ as a basis of comparison.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{P_R}{N_0 W} = \frac{P_R}{2 \times 10^{-12} \times 10^4} = (0.5 \times 10^8) P_R$$

Since the channel attenuation is 80dB, the ration of transmitted power P_T to received power P_R is

$$10 \lg \frac{P_T}{P_R} = 80 \Rightarrow P_R = 10^{-8} P_T \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{P_T}{2}$$

1. For DSB AM, we have

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{P_T}{2} \sim 50dB = 10^5 \Rightarrow P_T = 200KW$$
$$BW = 2W = 20KHz$$

5.1 噪声对线性调制系统的影响

2. For SSB AM,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{P_T}{2} \sim 50dB = 10^5 \Rightarrow P_T = 200KW$$

$$BW = W = 10KHz$$

3. For conventional AM, with $a=0.8$,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \eta \left(\frac{S}{N}\right)_b = \eta \frac{P_T}{2}$$

$$\eta = \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} = \frac{0.8^2 (16/36)}{1 + 0.8^2 (16/36)} \approx 0.22 \quad \text{where } P_{m_n}$$

$$= \frac{P_m}{(\max|m(t)|)^2}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o \approx 0.22 \frac{P_T}{2} = 10^5 \Rightarrow P_T \approx 909KW \quad BW = 2W = 20KHz$$

5.1 噪声对线性调制系统的影响

请总结线性调制的性能。

1. DSB-SC AM和SSB AM 相当，优于常规AM。
 2. SSB-SC AM占用带宽最小；常规AM接收机最简单。
- 因此：广播用常规AM，FDM中用SSB AM

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

5.2.1. 锁相环 (PLL)原理

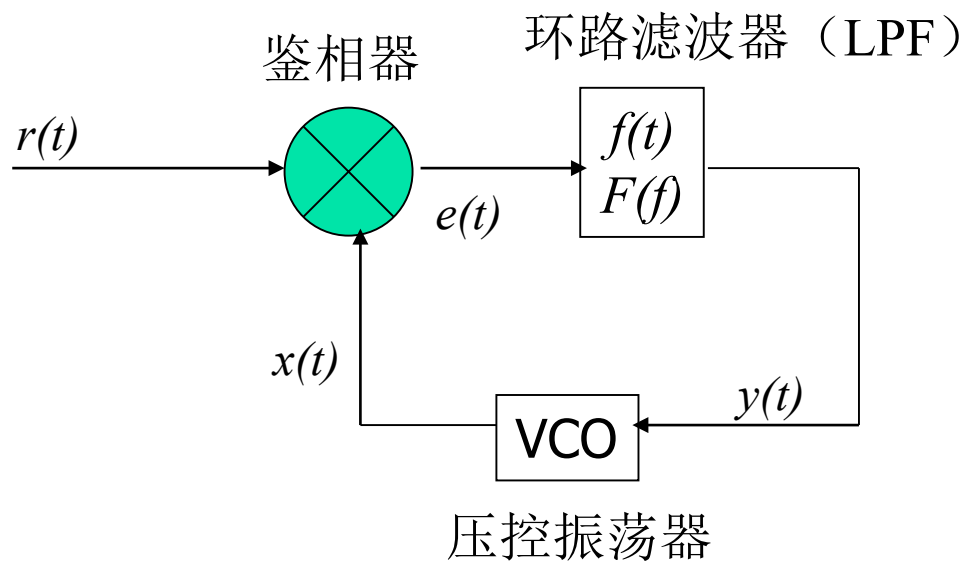


Figure 5.2.1 Schematic of the basic phase-locked loop

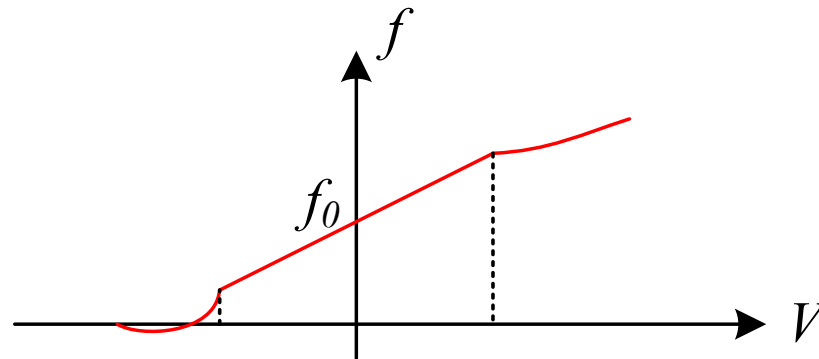
5.2 使用锁相环进行载频相位估计

锁相环是伺服控制环，其受控参数是输入载波信号的本地副本的相位。

- 鉴相器是一个测量输入信号与本地副本间的相位差的设备。
- 环路滤波器控制着PLL对误差信号变换的响应。一个好的环路应该能够跟踪输入信号相位的变化，同时对接收机的噪声不过分敏感。
- 压控振荡器用来产生载波副本，它是一个频率由输入电压控制的正弦振荡器。

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

- 在一定的输入和输出范围内，压控振荡器的频率是输入电压的线性函数。一个正的输入电压将会导致VCO输出的频率较之未受控制时的频率（也称为自然频率，是当输入电压为0时的输出频率） f_0 增大，而一个负的输入电压将导致输出频率减小。



5.2 使用锁相环进行载频相位估计

将输入信号 $r(t)$ 与 VCO 的输出 $x(t)$ 之间的相位差滤波后的结果反馈到压控振荡器的输入端，从而实现相位锁定。

- 考虑归一化的输入信号：

$$r(t) = \cos[2\pi f_0 t + \theta(t)]$$

其中 f_0 代表载波频率， $\theta(t)$ 代表缓慢变化的相位。

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

- 考虑 归一化的VCO 输出波形

$$x(t) = -2 \sin \left[2\pi f_0 t + \hat{\theta}(t) \right]$$

这些信号将在鉴相器的输出上产生一个误差信号

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t)r(t) = -2 \sin \left[2\pi f_0 t + \hat{\theta}(t) \right] \cos \left[2\pi f_0 t + \theta(t) \right] \\ &= \sin \left[\theta(t) - \hat{\theta}(t) \right] - \sin \left[4\pi f_0 t + \theta(t) + \hat{\theta}(t) \right] \end{aligned}$$

经过环路滤波器 (LPF) 后

$$y(t) = \sin(\theta(t) - \hat{\theta}(t)) \approx \theta(t) - \hat{\theta}(t)$$

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

- 如果假定 f_0 是 VCO 的自然频率, 则 VCO 的输出频率与 f_0 的差值就可以表示为相位项 $\hat{\theta}(t)$ 的时间微分. 因为 VCO 的输出频率是输入电压的线性函数, 而 f_0 是输入电压为 0 时的输出频率, 因此输出频率与 f_0 的差值就与输入电压 $y(t)$ 成正比, 即

$$\begin{aligned}\Delta\omega(t) &= \frac{d}{dt}[\hat{\theta}(t)] = K_0 y(t) \\ &= K_0 e(t) * f(t) \\ &\approx K_0 [\theta(t) - \hat{\theta}(t)] * f(t)\end{aligned}$$

其中 K_0 是 VCO 的增益.

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

- 考虑上式的傅立叶变换

$$j\omega\hat{\theta}(\omega) = K_0 \left[\theta(\omega) - \hat{\theta}(\omega) \right] F(\omega)$$

$$\frac{\hat{\theta}(\omega)}{\theta(\omega)} = \frac{K_0 F(\omega)}{j\omega + K_0 F(\omega)} = H(\omega)$$

💡 稳态跟踪特征

相位差可以
表示为:

$$\begin{aligned} E(\omega) &= \mathcal{F}[e(t)] \\ &= \theta(\omega) - \hat{\theta}(\omega) \\ &= [1 - H(\omega)]\theta(\omega) \\ &= \frac{j\omega\theta(\omega)}{j\omega + K_0 F(\omega)} \end{aligned}$$

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

- 运用傅立叶变换的极值定理

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{j\omega \rightarrow 0} j\omega E(\omega)$$

We get

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{j\omega \rightarrow 0} \frac{(j\omega)^2 \theta(\omega)}{j\omega + K_0 F(\omega)}$$

该式可以确定环路对各种可能的输入性质的稳态误差的响应。

☺ Example1 相位阶跃响应

试求环路输入为相位阶跃时环路的稳态响应

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

Solution

假定PLL处于相位锁定状态，一个相位阶跃将使环路不再处于锁定状态。输入相位的突然变化后又达到稳态是PLL最容易处理的相位扰动。相位阶跃的傅立叶变换为

$$\theta(\omega) = \mathcal{F}(\Delta\phi u(t)) = \frac{\Delta\phi}{j\omega}$$

其中 $\Delta\phi$ 是阶跃的幅度. $u(t)$ 是单位阶跃函数

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{j\omega \rightarrow 0} \frac{(j\omega)^2 \theta(\omega)}{j\omega + K_0 F(\omega)} = \lim_{j\omega \rightarrow 0} \frac{j\omega \Delta\phi}{j\omega + K_0 F(\omega)} = 0$$

假设 $F(0) \neq 0$. 如果环路滤波器具有非零直流响应，那么环路将跟踪输入信号的任意相位阶跃。这意味着如果环路滤波器具有 $F(\omega) = N(\omega)/D(\omega)$ 和 $N(0) \neq 0$ 的性质，则PLL在输入信号跳跃一个常数相位时，仍然能自动的逐渐趋于相位锁定。这是环路的一个很好的特性。

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

☺ Example 2. 频率阶跃响应

考虑输入信号的频率产生一个阶跃时环路的稳态响应。

💡 Solution

频率阶跃可以用来表示由于发射机和接收机之间的相对移动而导致的多普勒频移的影响。所以该例是针对具有移动终端的系统。既然相位是频率的积分，那么，输入相位将是时间的线性函数。相位特征函数的傅立叶变换将是频率特征函数积分的变换。由于频率特征函数是阶跃函数，而积分的变换是将被积函数的变换除以参数 $j\omega$ ，所以得到

$$\theta(\omega) = \frac{\Delta\omega}{(j\omega)^2}$$

其中 $\Delta\omega$ 是频率阶跃的幅度。故：

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{j\omega \rightarrow 0} \frac{(j\omega)^2 \theta(\omega)}{j\omega + K_0 F(\omega)} = \lim_{j\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{j\omega + K_0 F(\omega)} = \frac{\Delta\omega}{K_0 F(0)}$$

这种情况下，稳态结果依赖于环路滤波器的更多性质，而不仅仅是非零直流响应。如果滤波器是全通的，则 $F(\omega)=1$ 。表明环路以一个常数稳态误差跟踪相位斜变

如果滤波器是低通的则

$$F(\omega) = \frac{\omega_1}{j\omega + \omega_1}$$

如果滤波器是超前滞后的,则

$$F(\omega) = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \frac{j\omega + \omega_2}{j\omega + \omega_1}$$

so

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{\Delta\omega}{K_0}$$

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

这个稳态误差称为速度误差，除非 $F(\omega)$ 的分母具有 $j\omega$ 因式。否则速度误差的存在与滤波器的阶数无关。

$D(\omega)$ 具有一个 $j\omega$ 因子，等价在环路滤波器中有一个理想的积分器。理想积分器是不可实现的，但是可以用数字电路或者有源积分器电路逼近。这样，如果要在跟踪多普勒频移时达到稳态误差，就要在环路滤波器中包括一个理想积分器的逼近。即使具有非零的稳态误差，频率仍然可以跟踪。而且在一些重要的应用中，跟踪的零稳态误差并不是很重要。

进一步，若输入频率随时间线性变化，环路滤波器的阶数要求更高。

实际应用中，二阶环路能够跟踪无条件稳定，故大部分的PLL设计都是二阶的。

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

需要说明的是前面的分析都是忽略了噪声的影响。事实上，噪声会对锁相环的性能造成不利影响。分析噪声对PLL的影响，有如下结论：

- ① $H(\omega)$ 的有效带宽越窄，环路跟踪输入信号相位变化的能力越差；因此为了更好的跟踪相位的变化，要求环路的有效带宽尽量的大。
- ② 一个宽带的锁相环会引入更多的噪声，进而使得相位的估计的精确度降低。
- ③ 一般来说，信噪比越大，VCO相位误差的方差越小。Viterbi1966年推导出PLL相位误差的概率密度函数为

$$f(\Delta\phi) = \frac{\exp(\rho_L \cos\Delta\phi)}{2\pi I_0(\rho_L)}$$

其中 ρ_L 为PLL的输入信噪比。

$$\rho_L = \frac{A_c^2/2}{B_{neq}N_0/2}$$

- ④ PLL的捕获相位变化的能力需要分析PLL的瞬时特性。当PLL的信噪比 ρ_L 降低到一定值后，PLL的性能极具恶化，相位失锁并出现脉冲噪声。

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

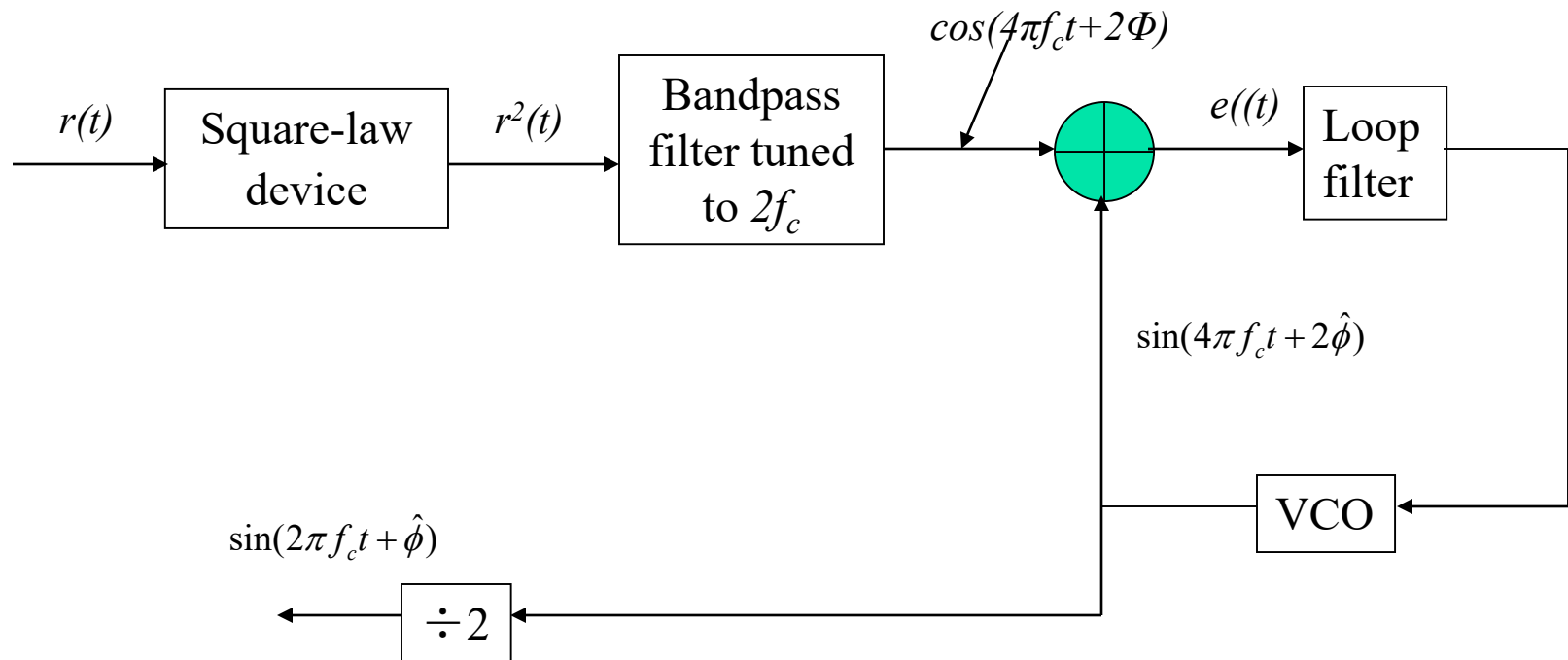
平方环

对 DSB-SC AM 信号, 由于接收信号 $r(t)$ 中不含直流分量, 所以无法直接从 $r(t)$ 中提取载波信号。但是如果对 $r(t)$ 进行平方运算, 则有

$$\begin{aligned} r^2(t) &= A_c^2 m^2(t) \cos^2(2\pi f_c t + \phi_c) + \text{noiseterms} \\ &= \frac{1}{2} A_c^2 m^2(t) + \frac{1}{2} A_c^2 m^2(t) \cos(4\pi f_c t + 2\phi_c) \\ &\quad + \text{noiseterm} \end{aligned}$$

由于 $m^2(t) > 0$, 信号中有 $2f_c$ 和 $2\phi_c$ 这一频率与相位分量, 可用来驱动锁相环。

5.2 使用锁相环进行载频相位估计



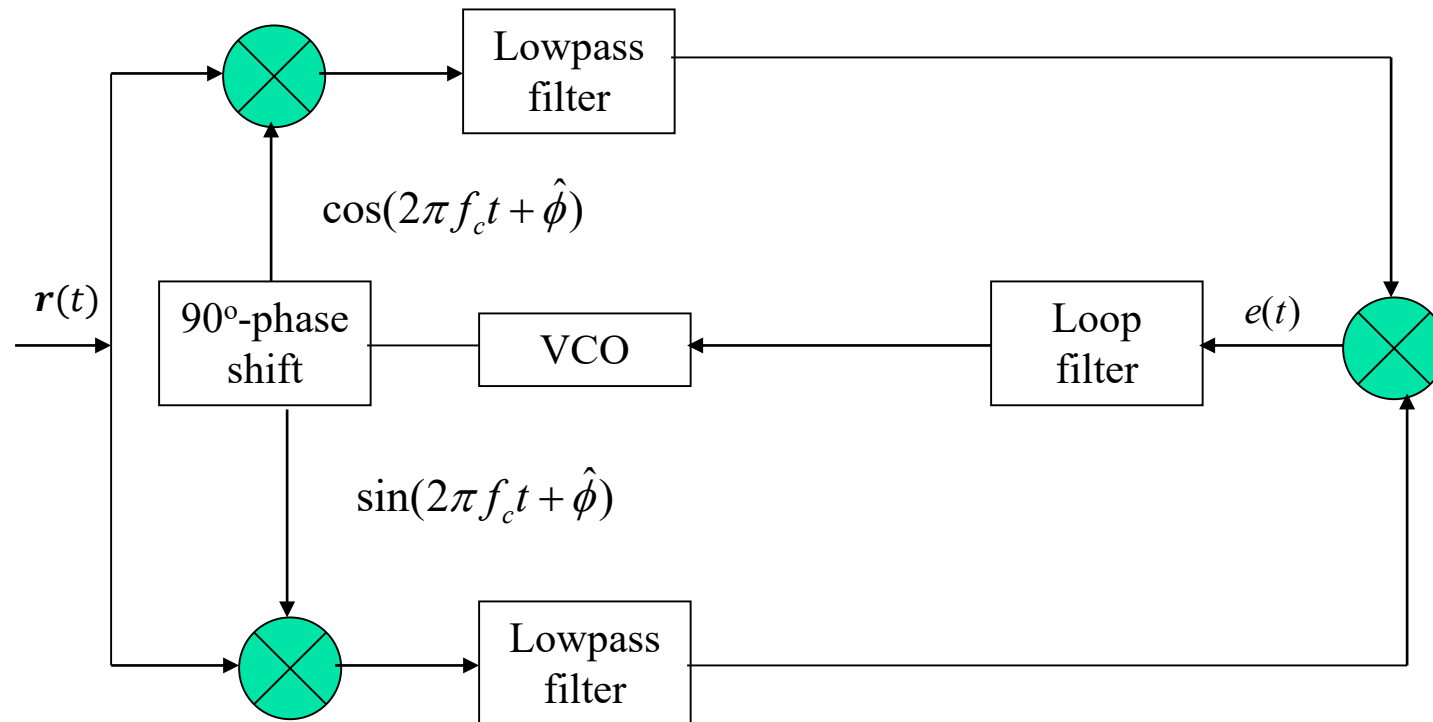
使用平方律部件的载波恢复

5.2 使用锁相环进行载频相位估计

■ 科斯塔环：

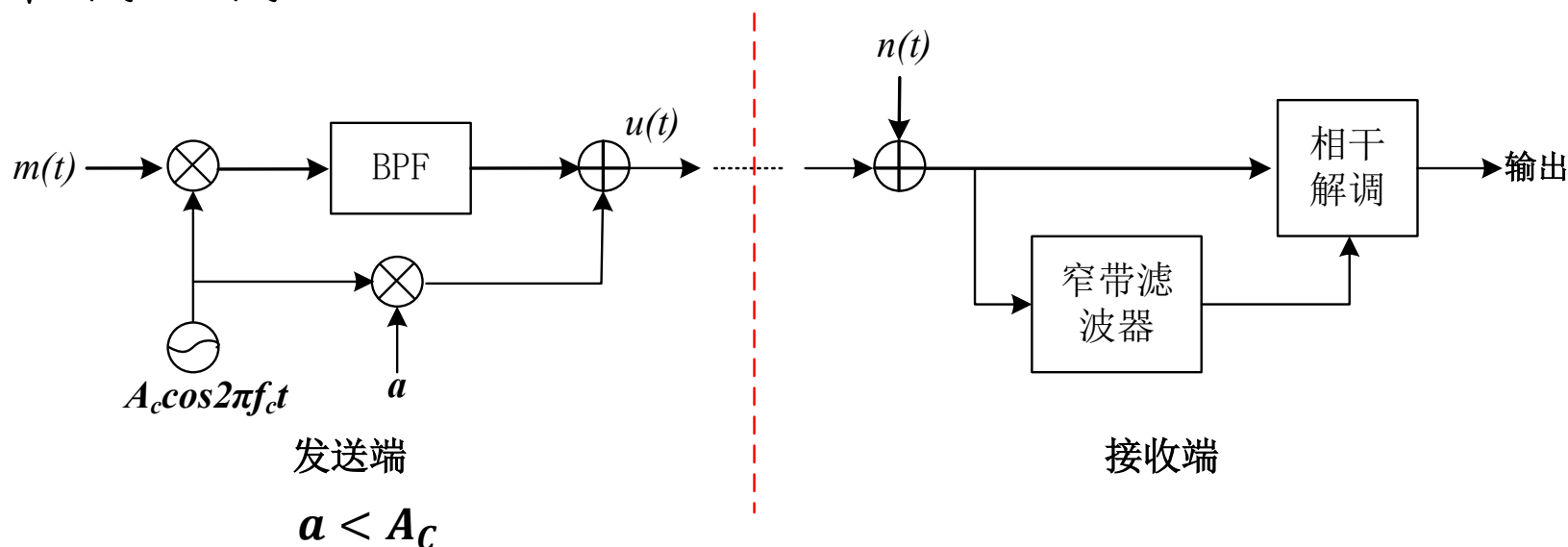
忽略噪声的影响，有

$$e(t) = \frac{A_c^2}{8} m^2(t) \sin 2\Delta\phi \approx \frac{A_c^2}{4} m^2(t) \Delta\phi$$



5.2 使用锁相环进行载频相位估计

对于SSB和VSB信号，采用相干解调时，通常是发送端在已调信号中插入载频分量，接收端通过一个窄带滤波器获得该分量，以驱动锁相环产生本地相干载波



角度调制学习目标

- 能够分析 噪声对角度调制（尤其是FM）的影响
- 能够阐述去加重网络和预加重网络的作用
- 能够分析对比模拟通信系统的性能

5.3 噪声对角度调制的影响

角度调制信号的接收机是非相干解调器。

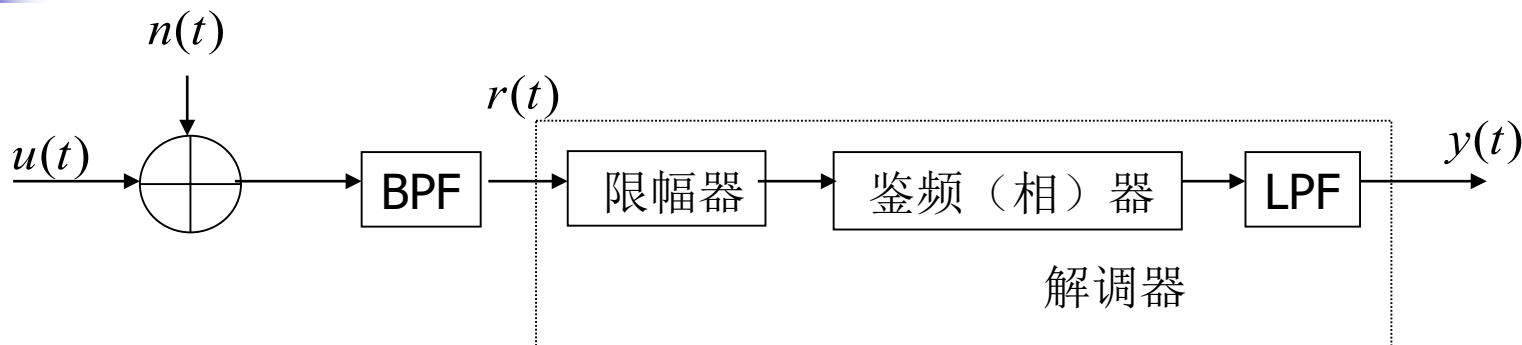


Figure 5.3.1 Block diagram of receiver for a general angle-demodulated signal

上图中 BPF 的带宽为 $B_c = 2(\beta + 1)W$, 其中 β 是调制指数, W 是消息信号的带宽. LPF 的带宽为 W .

$$u(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \theta + \varphi(t)]$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} K_p m_n(t) & PM \\ 2\pi f_d \int m_n(\alpha) d\alpha & FM \end{cases}$$

$$K_f = 2\pi f_d \quad SNR_b = \frac{P_R}{N_0 W} = \frac{A_c^2}{2N_0 W}$$

5.3 噪声对角度调制的影响

$$\begin{aligned} r(t) &= u(t) + n(t) \\ &= u(t) + n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) + \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)} \cos(2\pi f_c t + \arctan \frac{n_s(t)}{n_c(t)}) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) + V_n(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi_n(t)) \\ &= R(t) \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \end{aligned}$$

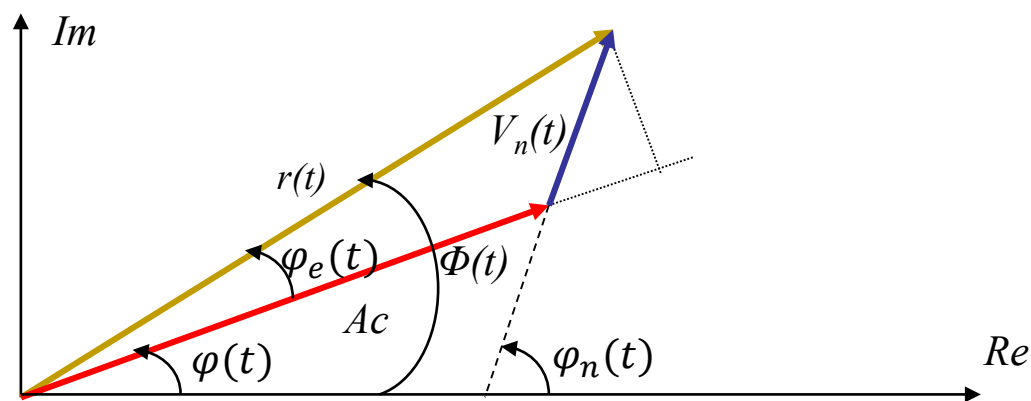
解调器的输出取决于相位 $\phi(t)$.

5.3 噪声对角度调制的影响

对于大SNR的情况如下图所示，有：

$$\phi(t) = \varphi(t) + \varphi_e(t)$$

$$\varphi_e(t) = \arctan \frac{V_n(t) \sin(\varphi_n(t) - \varphi(t))}{A_c + V_n(t) \cos(\varphi_n(t) - \varphi(t))} \approx \frac{V_n(t)}{A_c} \sin(\varphi_n(t) - \varphi(t))$$



初相 $\Theta=0$

Figure 5.3.2 角度调制系统中的信号和噪声向量图， $SNR_T \gg 1$

5.3 噪声对角度调制的影响

- 对于小 SNR, 有

$$\phi(t) = \varphi_n(t) + \varphi_e(t)$$

$$\varphi_e(t) = \tan^{-1} \frac{A_c \sin[\varphi(t) - \varphi_n(t)]}{V_n(t) + A_c \cos[\varphi(t) - \varphi_n(t)]}$$

$$\approx \frac{A_c}{V_n(t)} \sin[\varphi(t) - \varphi_n(t)]$$

可见信号淹没在噪声里, 发生门限效应, 无法解调出信号。

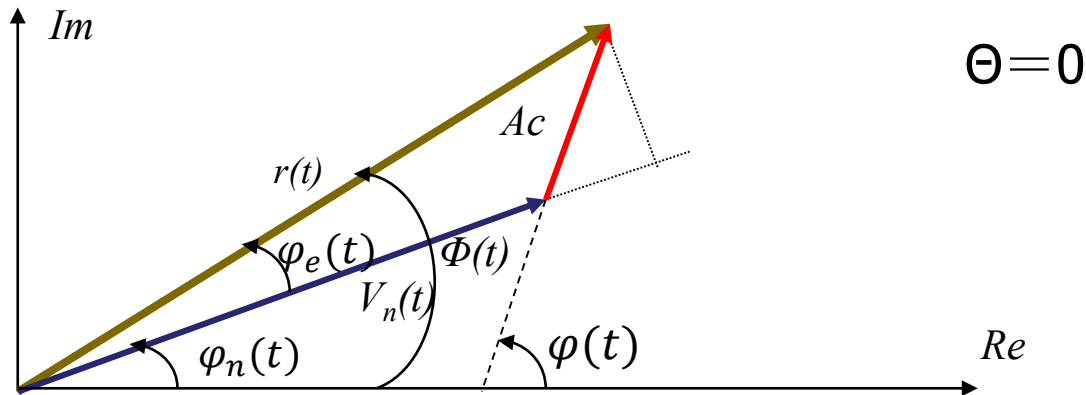


Figure 5.3.3 角度调制系统中的信号和噪声向量图, $SNR_T < 1$

5.3 噪声对角度调制的影响

- 解调器的输出信号是

$$y(t) = \begin{cases} K_D \phi(t) & PM \\ \frac{1}{2\pi} K_D \frac{d\phi(t)}{dt} & FM \end{cases}$$

其中 K_D 鉴频（相）器的系数, 假设 $K_D=1$.

5.3 噪声对角度调制的影响

1. 对大 SNR

$$\phi(t) \approx \varphi(t) + \frac{V_n(t)}{A_c} \sin(\varphi_n(t) - \varphi(t)) = \varphi(t) + Y_n(t)$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} K_p m(t), & PM \\ 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau, & FM \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} K_p m(t) + Y_n(t), & PM \\ K_f m(t) + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} Y_n(t), & FM \end{cases}$$

A_c 越大, 噪声越小

$$= \begin{cases} K_p m(t) + \frac{V_n(t)}{A_c} \sin(\varphi_n(t) - \varphi(t)), & PM \\ K_f m(t) + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left[\frac{V_n(t)}{A_c} \sin(\varphi_n(t) - \varphi(t)) \right], & FM \end{cases}$$

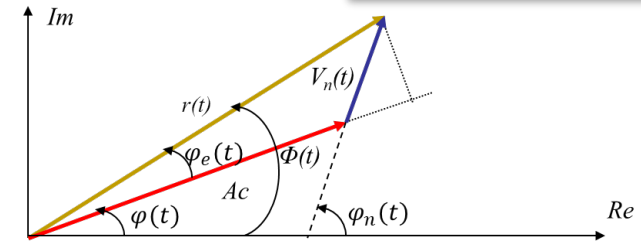
Noise at the output

■ 现在考查噪声的性质：

这里需要求噪声的功率

→ 知道噪声的功率谱密度及带宽

→ 噪声的自相关函数 → 噪声的平稳性。



$$Y_n(t) = \frac{V_n(t)}{A_c} \sin(\varphi_n(t) - \varphi(t))$$

$$= \frac{1}{A_c} V_n(t) [\sin \varphi_n(t) \cos \varphi(t) - \cos \varphi_n(t) \sin \varphi(t)]$$

$$= \frac{1}{A_c} [V_n(t) \sin \varphi_n(t) \cos \varphi(t) - V_n(t) \cos \varphi_n(t) \sin \varphi(t)]$$

$$= \frac{1}{A_c} [n_s(t) \cos \varphi(t) - n_c(t) \sin \varphi(t)]$$

- 应用条件: $R_{n_s}(\tau) = R_{n_c}(\tau)$; $R_{n_s n_c}(\tau) = -R_{n_c n_s}(\tau) = 0$ 和噪声与消息信号统计独立,

- 有 $Y_n(t)$ 的自相关函数为:

$$\begin{aligned}
 R_{Y_n}(t + \tau, t) &= E[Y_n(t + \tau)Y_n(t)] \\
 &= \frac{1}{A_c^2} E\{[n_s(t + \tau)\cos\varphi(t + \tau) - n_c(t + \tau)\sin\varphi(t + \tau)][n_s(t)\cos\varphi(t) \\
 &\quad - n_c(t)\sin\varphi(t)]\} \\
 &= \frac{1}{A_c^2} \{E[n_s(t + \tau)n_s(t)]E[\cos\varphi(t + \tau)\cos\varphi(t)] \\
 &\quad - E[n_s(t + \tau)n_c(t)]E[\cos\varphi(t + \tau)\sin\varphi(t)] \\
 &\quad - E[n_c(t + \tau)n_s(t)]E[\sin\varphi(t + \tau)\cos\varphi(t)] \\
 &\quad + E[n_c(t + \tau)n_c(t)]E[\sin\varphi(t + \tau)\sin\varphi(t)]\} \\
 &= \frac{1}{A_c^2} \{R_{n_s}(\tau) E[\cos\varphi(t + \tau)\cos\varphi(t)] + R_{n_c}(\tau)E[\sin\varphi(t + \tau)\sin\varphi(t)]\} \\
 &= \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) E\{\cos[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)]\} = \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) E\left[\operatorname{Re}[e^{j[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)]}]\right]
 \end{aligned}$$

- 进一步假设消息信号 $m_n(t)$ 是零均值的高斯随机信号，则

$$\varphi(t) = \begin{cases} K_p m_n(t) & PM \\ 2\pi f_d \int m_n(\alpha) d\alpha & FM \end{cases}$$

也是零均值的高斯随机信号。

令

$$Z(t, \tau) = \varphi(t + \tau) - \varphi(t)$$

为零均值高斯随机信号，方差

$$\begin{aligned} \sigma_Z^2 &= E\{[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)]^2\} \\ &= E\{\varphi(t + \tau)^2 + \varphi(t)^2 - 2\varphi(t + \tau)\varphi(t)\} \\ &= 2[R_\varphi(0) - R_\varphi(\tau)] \end{aligned}$$

$$\text{从而: } f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Z^2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_Z^2}\right)$$

$$\begin{aligned}
 R_{Y_n}(t + \tau, t) &= \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) E \left[\text{Re} \left[e^{j[\varphi(t+\tau) - \varphi(t)]} \right] \right] \\
 &= \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) E \left[\text{Re} \left(e^{jZ(t, \tau)} \right) \right] = \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) \text{Re} \left[E \left[e^{jZ(t, \tau)} \right] \right] \\
 \because E \left[e^{jZ(t, \tau)} \right] &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{jz} f(z) dz = \Psi_Z(v) \Big|_{m=0}^{v=1} = e^{jm - \frac{v^2 \sigma_Z^2}{2}} \Big|_{m=0}^{v=1} \\
 &= e^{-\frac{\sigma_Z^2}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore R_{Y_n}(t + \tau, t) &= \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) \text{Re} \left[e^{-\frac{\sigma_Z^2}{2}} \right] = \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) e^{-\frac{\sigma_Z^2}{2}} \\
 &= \frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) e^{-(R_\varphi(0) - R_\varphi(\tau))} = R_{Y_n}(\tau)
 \end{aligned}$$

故 $Y_n(t)$ 平稳。

$$\begin{aligned} S_{Y_n}(f) &= \mathcal{F}[R_{Y_n}(\tau)] = \mathcal{F}\left[\frac{1}{A_c^2} R_{n_c}(\tau) e^{-(R_\varphi(0) - R_\varphi(\tau))}\right] \\ &= \frac{1}{A_c^2} e^{-R_\varphi(0)} \mathcal{F}[R_{n_c}(\tau) e^{R_\varphi(\tau)}] \\ &= \frac{1}{A_c^2} e^{-R_\varphi(0)} S_{n_c}(f) * G(f) \end{aligned}$$

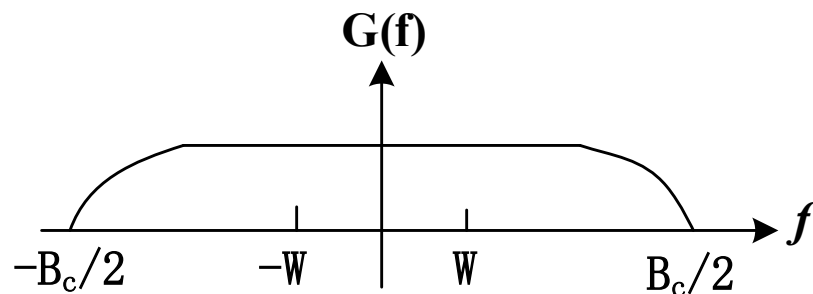
其中： $g(\tau) = e^{R_\varphi(\tau)} \Leftrightarrow G(f)$

由习题5.12可知，若 $\varphi(t)$ 是零均值的高斯信号，则角度调制信号的功率谱

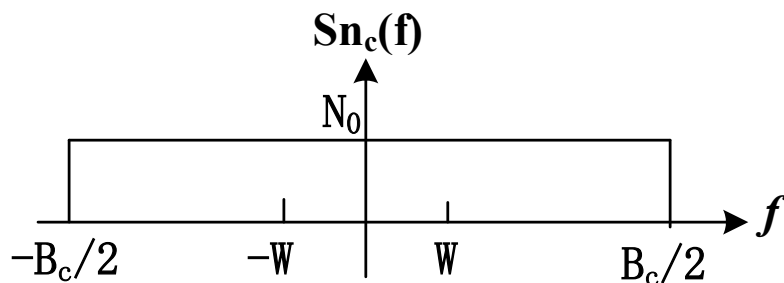
$$S(f) = \frac{A_c^2}{4} e^{-R_\varphi(0)} [G(f - f_c) + G(f + f_c)]$$

故 $G(f)$ 可以看作角度调制信号的等效基带信号。

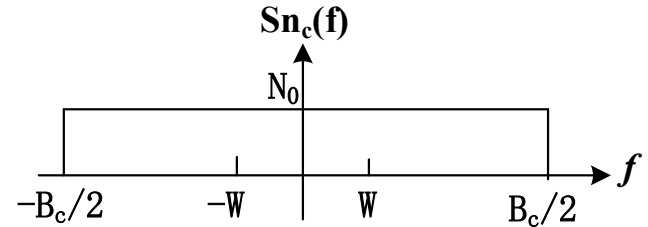
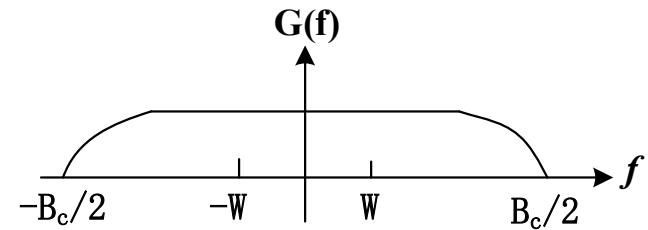
角度调制信号的带宽为 $B_c \text{ Hz}$, 即 $G(f)$ 的带宽为 $B_c/2$ Hz。



$$S_{n_c}(f) = \begin{cases} N_0, & |f| < \frac{B_c}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 - S_{Y_n}(f) &= \frac{1}{A_c^2} e^{-R_\varphi(0)} S_{n_c}(f) * G(f) \\
 &= \frac{e^{-R_\varphi(0)}}{A_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{n_c}(f-u) G(u) du \\
 &= \frac{e^{-R_\varphi(0)}}{A_c^2} N_0 \int_{-B_c/2}^{B_c/2} G(u) du \\
 &= \frac{e^{-R_\varphi(0)}}{A_c^2} N_0 \int_{-\infty}^{\infty} G(f) df \\
 &= \frac{e^{-R_\varphi(0)}}{A_c^2} N_0 g(\tau) \Big|_{\tau=0} = \frac{e^{-R_\varphi(0)}}{A_c^2} N_0 e^{R_\varphi(0)} \\
 &= \frac{N_0}{A_c^2}
 \end{aligned}$$



5.3 噪声对角度调制的影响

$$\therefore y(t) = \begin{cases} K_p m(t) + Y_n(t), & PM \\ K_f m(t) + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} Y_n(t), & FM \end{cases}$$

输出噪声的功率谱密度为

$$S_n(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{A_c^2} & PM \\ \frac{N_0}{(2\pi)^2 A_c^2} (|j2\pi f|)^2 = \frac{N_0}{A_c^2} f^2 & FM \end{cases}$$

其中： $y(t) = dx/dt \Leftrightarrow S_y(f) = (|j2\pi f|)^2 S_x(f)$

5.3 噪声对角度调制的影响

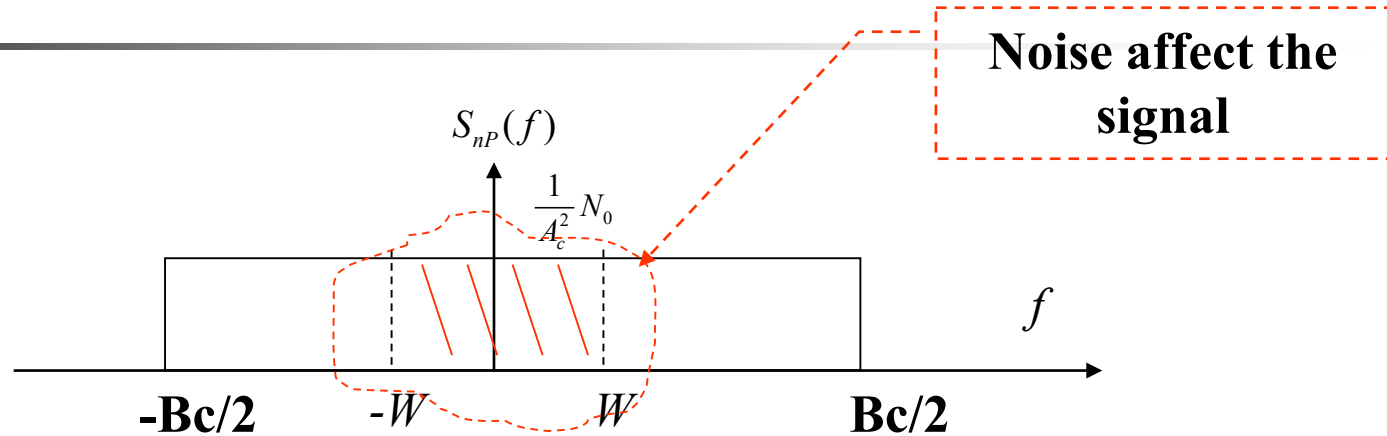


Figure 5.3.4 The Noise Spectrum of PM

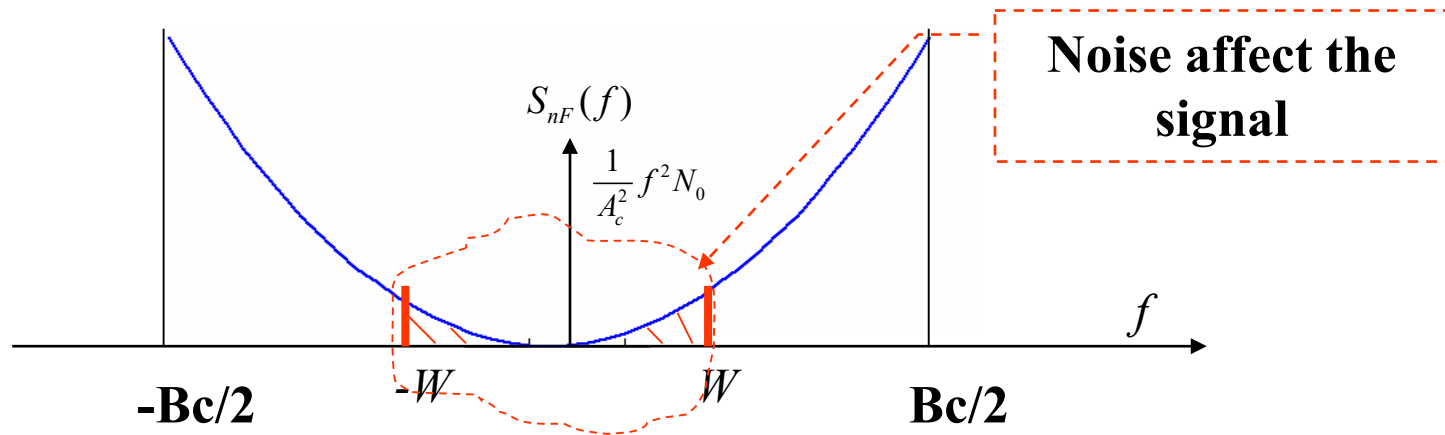


Figure 5.3.5 The Noise Spectrum of FM

5.3 噪声对角度调制的影响

- 对于 $|f| < W$, PM和 FM 中 噪声的功率谱密度是

$$S_{n_o}(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{A_c^2} & PM \\ \frac{N_0}{A_c^2} f^2 & FM \end{cases}$$

对 FM 系统, 噪声对信号高频分量的干扰远大于对低频分量的干扰。输出端的噪声功率为:

$$P_{n_o} = \int_{-W}^W S_{n_o}(f) df = \begin{cases} \frac{2WN_0}{A_c^2} & PM \\ \frac{2N_0W^3}{3A_c^2} & FM \end{cases}$$

5.3 噪声对角度调制的影响

■ 解调器输出端的信号是

$$y(t) = \begin{cases} k_p m(t) + \frac{V_n(t)}{A_c} \sin(\Phi_n(t) - \varphi(t)), & PM \\ k_f m(t) + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \frac{V_n(t)}{A_c} \sin(\Phi_n(t) - \varphi(t)), & FM \end{cases}$$

输出信号的功率是

$$P_{s_o} = \begin{cases} k_p^2 P_M & PM \\ k_f^2 P_M & FM \end{cases}$$

SNR 为

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \begin{cases} \frac{k_p^2 A_c^2}{2} \frac{P_M}{N_0 W} = \frac{P_M \beta_p^2}{(\max|m(t)|)^2} \left(\frac{S}{N}\right)_b & PM \\ \frac{3k_f^2 A_c^2}{2W^2} \frac{P_M}{N_0 W} = 3 \frac{P_M \beta_f^2}{(\max|m(t)|)^2} \left(\frac{S}{N}\right)_b & FM \end{cases}$$

5.3 噪声对角度调制的影响

■ 其中

$$\begin{cases} \beta_p = k_p \max|m(t)| & PM \\ \beta_f = \frac{k_f \max|m(t)|}{W} & FM \end{cases}$$

注意到 $\frac{P_M}{(\max|m(t)|)^2} = P_{M_n}$ 是消息信号的**平均功率对峰值功率的比值（峰均比（PAPR）的倒数）**，或者是归一化信号的功率大小。因而

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \begin{cases} \beta_p^2 P_{M_n} \left(\frac{S}{N}\right)_b = P_M \left(\frac{\frac{\Omega}{2} - 1}{\max|m(t)|}\right)^2 \left(\frac{S}{N}\right)_b & PM \\ 3\beta_f^2 P_{M_n} \left(\frac{S}{N}\right)_b = 3P_M \left(\frac{\frac{\Omega}{2} - 1}{\max|m(t)|}\right)^2 \left(\frac{S}{N}\right)_b & FM \end{cases}$$

其中 $\Omega = \frac{B_c}{W} = 2(\beta + 1)$ 是带宽扩展因子——信道带宽于消息信号带宽的比率。

5.3 噪声对角度调制的影响

1. 无论是 PM 还是 FM 系统, 输出 SNR 与调制指数 β 的平方成正比. 因此, 增大 β , 输出的 SNR 增大.
2. 接收 SNR 的增加是通过增加带宽获得的。因此角度调制提供了一种在带宽和发送功率之间的折衷。
3. 尽管增大 β 可以提高输出 SNR, 但是增大 β 会造成门限效应 (**threshold effect**), 信号淹没在噪声里。

5.3 噪声对角度调制的影响

4. 增大发送功率，会使输出信噪比增大. 在 AM 中，任何接收功率的增加都会直接导致接收机输出信号功率的增加. 然而角度调制中，有用消息包含在已调信号的相位里，因而增加发射功率不会增加解调消息的功率，而是通过减小接收噪声的功率来实现的。
5. 对 FM, 噪声对高频信号的影响更大。这说明高频部分信号受到噪声的干扰要比低频信号严重的多。解决的方法是在系统中添加预加重和去加重网络。

例题（请先自己做）

已知消息信号 $m_n(t)$ 的带宽为5kHz，功率为0.1W(瓦特)，信道带宽为100kHz，衰减为80dB。白噪声的功率谱密度为 $0.5 \times 10^{-12} \text{ W/Hz}$ ，发射功率为10kW。若对信号进行FM调制，最高可能的解调输出信噪比 $\left(\frac{S}{N}\right)_o = ?$

解答

解： 1、求等效基带信噪比

$$\text{由题意可知： } 10\lg\left(\frac{P_T}{P_R}\right) = 80 \Rightarrow P_R = \frac{P_T}{10^8} = \frac{10^4}{10^8} = 10^{-4}W$$

$$\frac{N_0}{2} = 0.5 \times 10^{-12} \Rightarrow N_0W = 10^{-12} \times 5 \times 10^3 = 5 \times 10^{-9}$$

$$\text{从而： } \left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{P_R}{N_0W} = 0.2 \times 10^5$$

$$\begin{aligned} 2、\text{由带宽关系： } 2(\beta + 1)W &= B \Rightarrow 2(\beta + 1) \times 5k = 100k \\ &\Rightarrow \beta = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3、\left(\frac{S}{N}\right)_o &= 3\beta^2 P_{m_n} \left(\frac{S}{N}\right)_b = 3 \times 81 \times 0.1 \times 0.2 \times 10^5 = \\ &486000 \end{aligned}$$

5.3.1 角度调制的门限效应

 **门限效应 (Threshold effect)**：在低 SNRs 情况下，信号和噪声相互混合，不能从噪声中分辨出信号，称为出现门限效应。

门限效应的存在为 FM 系统中的带宽和功率之间的折衷定出了上限。

可以证明，当 FM 系统处于门限时， SNR_b 和 β_f 之间存在下面的近似关系：

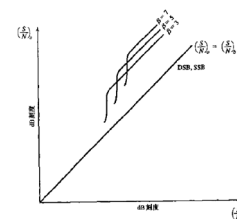
$$\left(\frac{S}{N}\right)_{b,th} = \frac{P_R}{N_0 W} = 20(\beta + 1)$$

5.3 噪声对角度调制的影响

根据上式，给定接收功率 P_R ，就可以计算出系统工作在门限以上的 β 的最大允许值，同时给定分配带宽 B_c ，可以根据 Carson 准则，求出合适的 β ，从而可以确定能够使整个分配带宽全部可用所需的最小接收功率。

- 一般情况，有两个因素制约调制指数 β 的取值。
 1. 信道带宽的限制，通过 Carson 公式 $B_c = 2(\beta + 1)$ 影响 β 。
 2. 接收功率的限制，它限制了 β 的值。（见右下角图）
 3. 如果使用可用带宽的最大值，则需要用下式

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = 60\beta^2(\beta + 1)P_{M_n}$$



5.3.2. 预加重和去加重滤波

基本思想:

1. 预加重滤波: 该滤波器不影响信号的低频分量, 对高频分量为微分器。高通滤波器可以完成该功能。
2. 去加重滤波: 对低频信号是常数增益, 高频部分为积分器。低通滤波器可实现该功能
3. 另外可以从噪声的角度理解加重原理。

希望噪声对信号所有频率的影响是一样的。由于FM解调器对噪声高频部分影响大, 低频部分影响小。就在接收端添加(去)加重网络, 该网络是LPF, 确保其输出的噪声功率谱密度是平坦的。

但是这样的网络对信号的高频部分有影响, 必须克服。于是在发送端添加预加重网络, 先放大信号高频部分, 使得预加重网络串联去加重网络对信号没有影响。

预加重和去加重技术可以改善FM的输出信噪比!

5.4 模拟调制系统的比较

带宽有效性

$\text{SSB-SC} \rightarrow \text{VSB} \rightarrow \text{FM}$

■ 功率有效性.

$\text{FM} \rightarrow \text{conventional AM} \rightarrow \text{VSB+Carrier}$

■ 实现难易

$\text{conventional AM} \rightarrow \text{VSB+C} \rightarrow \text{FM}$

■ 注意:

1. SSB-SC and DSB-SC 从不用于广播系统
2. DSB-SC 很少在模拟通信系统中应用.

Summarizing

Effect of noise on angle modulation

- Comparison of analog-modulation systems
- Effects of transmission losses and noise in analog communication systems

思考题：

- 1、角度调制系统有什么特点？
- 2、预加重和去加重滤波的作用是什么？

Chapter 5

Thank you for your attention!

Any question?

