

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Новосибирский государственный технический университет

Методы оптимизации  
Лабораторная работа №3

|            |                               |
|------------|-------------------------------|
| Факультет: | ФПМИ                          |
| Группа:    | ПМ-63                         |
| Студенты:  | Кожекин М.В.<br>Утюганов Д.С. |
| Вариант:   | 5                             |

Новосибирск  
2019

# 1. Цель работы

Ознакомиться с методами штрафных функций при решении задач нелинейного программирования. Изучить типы штрафных и барьерных функций, их особенности, способы и области применения, влияние штрафных функций на сходимость алгоритмов, зависимость точности решения задачи нелинейного программирования от величины коэффициента штрафа.

## 2. Задание

Применяя методы поиска минимума 0-го порядка, реализовать программу для решения задачи нелинейного программирования с использованием **метода штрафных функций**.

Исследовать сходимость **метода штрафных функций** в зависимости от

- выбора штрафных функций,
- начальной величины коэффициента штрафа,
- стратегии изменения коэффициента штрафа,
- начальной точки,
- задаваемой точности.

Сформулировать выводы.

Применяя методы поиска минимума 0-го порядка, реализовать программу для решения задачи нелинейного программирования с ограничением типа неравенства (**только пункт а**) с использованием **метода барьерных функций**.

Исследовать сходимость **метода барьерных функций (только пункт а)** в зависимости от

- выбора барьерных функций,
- начальной величины коэффициента штрафа,
- стратегии изменения коэффициента штрафа,
- начального приближения,
- задаваемой точности.

Сформулировать выводы.

### Вариант 5

При ограничении:

а)  $x + y \leq -1$

б)  $y = x + 1$

Параметры методов в большинстве исследований следующие:

$$E = 1e^{-12}$$

$$r_0 = 10$$

$$rMult = 2$$

$$\alpha = 8$$

### 3. Зависимость скорости сходимости метода от заданной точности

#### 3.1. Штрафные функции

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \frac{1}{2}\{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\}$$

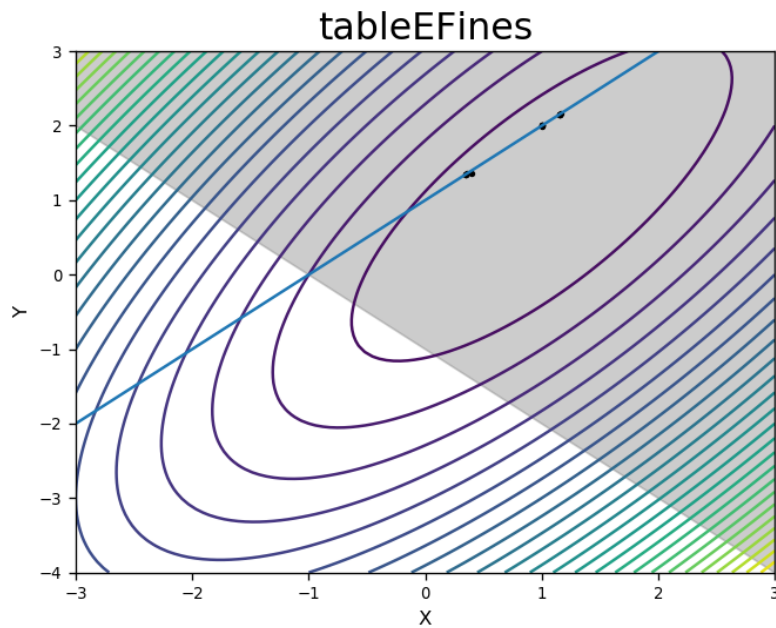
| $\varepsilon$     | Итераций | Вычислений $f$ | $r$ | $\mathbf{x}$                         | $f(\mathbf{x})$ |
|-------------------|----------|----------------|-----|--------------------------------------|-----------------|
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 4        | 271            | 160 | $(9.993447e - 01, 1.999343e + 00)^T$ | 4               |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 5        | 301            | 320 | $(1.000008e + 00, 2.000008e + 00)^T$ | 4               |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 4        | 264            | 160 | $(9.999935e - 01, 1.999993e + 00)^T$ | 4               |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 4        | 263            | 160 | $(1.000001e + 00, 2.000001e + 00)^T$ | 4               |
| $1 \cdot 10^{-7}$ | 4        | 269            | 160 | $(1.000000e + 00, 2.000000e + 00)^T$ | 4               |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \left[ \frac{1}{2}\{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\} \right]^2$$

| $\varepsilon$     | Итераций | Вычислений $f$ | $r$               | $\mathbf{x}$                         | $f(\mathbf{x})$ |
|-------------------|----------|----------------|-------------------|--------------------------------------|-----------------|
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 11       | 767            | 20,480            | $(1.158437e + 00, 2.158042e + 00)^T$ | 4.07            |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 14       | 984            | $1.64 \cdot 10^5$ | $(1.155621e + 00, 2.155573e + 00)^T$ | 4.07            |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 17       | 1,213          | $1.31 \cdot 10^6$ | $(1.155281e + 00, 2.155275e + 00)^T$ | 4.07            |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 20       | 1,448          | $1.05 \cdot 10^7$ | $(1.155233e + 00, 2.155232e + 00)^T$ | 4.07            |
| $1 \cdot 10^{-7}$ | 23       | 1,698          | $8.39 \cdot 10^7$ | $(1.155227e + 00, 2.155227e + 00)^T$ | 4.07            |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \left[ \frac{1}{2}\{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\} \right]^\alpha, \text{ если } \alpha \text{ чётное}$$

| $\varepsilon$     | Итераций | Вычислений $f$ | $r$                  | $\mathbf{x}$                         | $f(\mathbf{x})$ |
|-------------------|----------|----------------|----------------------|--------------------------------------|-----------------|
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 34       | 2,143          | $1.72 \cdot 10^{11}$ | $(3.935642e - 01, 1.364665e + 00)^T$ | 4.88            |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 54       | 3,429          | $1.8 \cdot 10^{17}$  | $(3.575230e - 01, 1.353514e + 00)^T$ | 5.21            |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 78       | 4,945          | $3.02 \cdot 10^{24}$ | $(3.513336e - 01, 1.350961e + 00)^T$ | 5.26            |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 102      | 6,468          | $5.07 \cdot 10^{31}$ | $(3.507720e - 01, 1.350737e + 00)^T$ | 5.26            |
| $1 \cdot 10^{-7}$ | 125      | 8,037          | $4.25 \cdot 10^{38}$ | $(3.506919e - 01, 1.350688e + 00)^T$ | 5.26            |



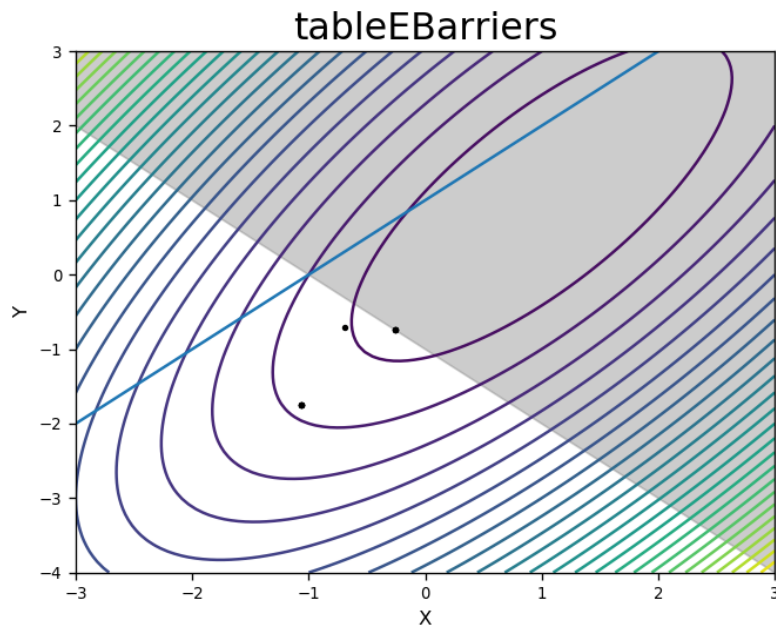
### 3.2. Барьерные функции

$$G_j[g_j(\bar{x})] = -\frac{1}{g_j(\bar{x})}$$

| $\varepsilon$     | Итераций | Вычислений $f$ | $r$                   | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|-------------------|----------|----------------|-----------------------|--|-----------------|
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 11       | 768            | $4.88 \cdot 10^{-3}$  | $(-6.919326e - 01, -6.994372e - 01)^T$ | 8.59            |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 25       | 1,912          | $2.98 \cdot 10^{-7}$  | $(-2.617377e - 01, -7.386586e - 01)^T$ | 5.69            |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 28       | 2,292          | $3.73 \cdot 10^{-8}$  | $(-2.603444e - 01, -7.397926e - 01)^T$ | 5.68            |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 31       | 2,703          | $4.66 \cdot 10^{-9}$  | $(-2.597752e - 01, -7.402737e - 01)^T$ | 5.68            |
| $1 \cdot 10^{-7}$ | 45       | 3,477          | $2.84 \cdot 10^{-13}$ | $(-2.596667e - 01, -7.403336e - 01)^T$ | 5.68            |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = -\ln[-g_j(\bar{x})]$$

| $\varepsilon$     | Итераций | Вычислений $f$ | $r$ | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|-------------------|----------|----------------|-----|--|-----------------|
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 1        | 94             | 5   | $(-1.061042e + 00, -1.751568e + 00)^T$ | 14.65           |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 1        | 103            | 5   | $(-1.060892e + 00, -1.750890e + 00)^T$ | 14.65           |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 1        | 113            | 5   | $(-1.060884e + 00, -1.750837e + 00)^T$ | 14.65           |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 1        | 122            | 5   | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| $1 \cdot 10^{-7}$ | 1        | 132            | 5   | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |



### 3.3. Вывод

При значении малом значении  $\alpha$  (1 и 2) заданная точность не оказывает влияние на скорость сходимости метода штрафных функций.

Для первой барьерной функций рост точности ведёт к увеличению числа итераций и вычислений целевой функции.

Вторая же не может найти более точное решение, поэтому её стоит использовать с минимальной точностью.

## 4. Зависимость скорости сходимости метода от коэффициента изменения штрафа

### 4.1. Штрафные функции

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \frac{1}{2} \{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\}$$

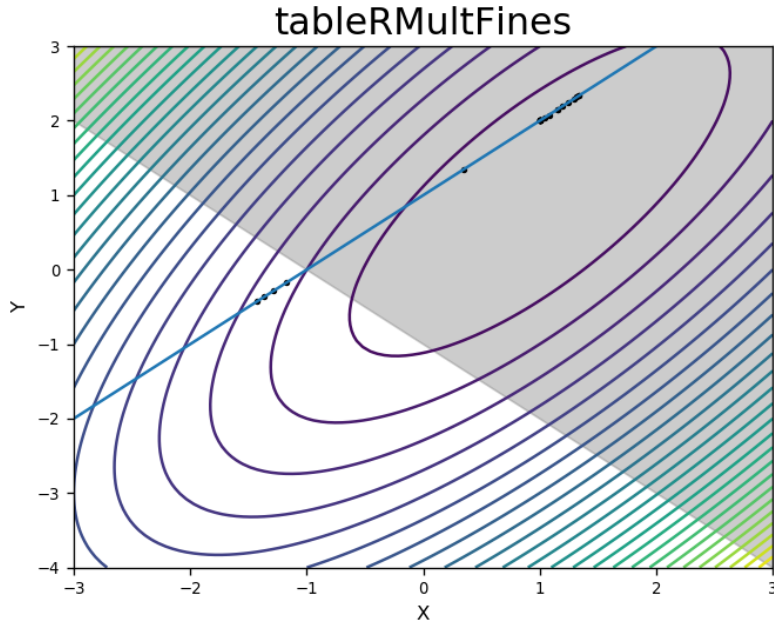
| $rMult$ | Итераций | Вычислений $f$ | $r$                  | $\mathbf{x}$                     | $f(\mathbf{x})$ |
|---------|----------|----------------|----------------------|----------------------------------|-----------------|
| 2       | 5        | 496            | 320                  | $(1.000000e+00, 2.000000e+00)^T$ | 4               |
| 3       | 5        | 503            | 2,430                | $(1.000000e+00, 2.000000e+00)^T$ | 4               |
| 4       | 8        | 685            | $6.55 \cdot 10^5$    | $(1.000000e+00, 2.000000e+00)^T$ | 4               |
| 5       | 47       | 3,234          | $7.11 \cdot 10^{33}$ | $(9.999861e-01, 1.999986e+00)^T$ | 4               |
| 6       | 35       | 2,416          | $1.72 \cdot 10^{28}$ | $(9.999521e-01, 1.999952e+00)^T$ | 4               |
| 7       | 37       | 2,550          | $1.86 \cdot 10^{32}$ | $(9.999502e-01, 1.999950e+00)^T$ | 4               |
| 8       | 8        | 685            | $1.68 \cdot 10^8$    | $(1.000000e+00, 2.000000e+00)^T$ | 4               |
| 9       | 26       | 1,875          | $6.46 \cdot 10^{25}$ | $(9.999958e-01, 1.999996e+00)^T$ | 4               |
| 10      | 22       | 1,587          | $1 \cdot 10^{23}$    | $(9.999732e-01, 1.999973e+00)^T$ | 4               |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \left[ \frac{1}{2} \{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\} \right]^2$$

| $rMult$ | Итераций | Вычислений $f$ | $r$                  | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|---------|----------|----------------|----------------------|--|-----------------|
| 2       | 28       | 3,093          | $2.68 \cdot 10^9$    | $(1.155227e + 00, 2.155227e + 00)^T$   | 4.07            |
| 3       | 21       | 2,381          | $1.05 \cdot 10^{11}$ | $(1.039906e + 00, 2.039906e + 00)^T$   | 4               |
| 4       | 19       | 2,229          | $2.75 \cdot 10^{12}$ | $(1.002909e + 00, 2.002909e + 00)^T$   | 4               |
| 5       | 19       | 2,264          | $1.91 \cdot 10^{14}$ | $(1.000405e + 00, 2.000405e + 00)^T$   | 4               |
| 6       | 16       | 2,069          | $2.82 \cdot 10^{13}$ | $(1.000008e + 00, 2.000008e + 00)^T$   | 4               |
| 7       | 17       | 1,802          | $2.33 \cdot 10^{15}$ | $(-1.173890e + 00, -1.738896e - 01)^T$ | 18.18           |
| 8       | 12       | 1,371          | $6.87 \cdot 10^{11}$ | $(-1.285930e + 00, -2.859298e - 01)^T$ | 19.68           |
| 9       | 11       | 1,261          | $3.14 \cdot 10^{11}$ | $(-1.364879e + 00, -3.648791e - 01)^T$ | 20.78           |
| 10      | 11       | 1,221          | $1 \cdot 10^{12}$    | $(-1.425473e + 00, -4.254725e - 01)^T$ | 21.65           |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \left[ \frac{1}{2} \{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\} \right]^\alpha, \text{ если } \alpha \text{ чётное}$$

| $rMult$ | Итераций | Вычислений $f$ | $r$                  | $\mathbf{x}$                         | $f(\mathbf{x})$ |
|---------|----------|----------------|----------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 2       | 241      | 21,121         | $3.53 \cdot 10^{73}$ | $(3.506846e - 01, 1.350685e + 00)^T$ | 5.26            |
| 3       | 158      | 13,932         | $2.43 \cdot 10^{76}$ | $(1.078361e + 00, 2.078361e + 00)^T$ | 4.02            |
| 4       | 128      | 11,441         | $1.16 \cdot 10^{78}$ | $(1.149671e + 00, 2.149671e + 00)^T$ | 4.07            |
| 5       | 111      | 9,999          | $3.85 \cdot 10^{78}$ | $(1.192329e + 00, 2.192329e + 00)^T$ | 4.11            |
| 6       | 100      | 9,086          | $6.53 \cdot 10^{78}$ | $(1.247717e + 00, 2.247717e + 00)^T$ | 4.18            |
| 7       | 67       | 6,908          | $4.18 \cdot 10^{57}$ | $(1.298145e + 00, 2.298145e + 00)^T$ | 4.27            |
| 8       | 63       | 6,541          | $7.85 \cdot 10^{57}$ | $(1.317640e + 00, 2.317640e + 00)^T$ | 4.3             |
| 9       | 61       | 6,316          | $1.62 \cdot 10^{59}$ | $(1.336057e + 00, 2.336057e + 00)^T$ | 4.34            |
| 10      | 58       | 6,075          | $1 \cdot 10^{59}$    | $(1.331247e + 00, 2.331247e + 00)^T$ | 4.33            |



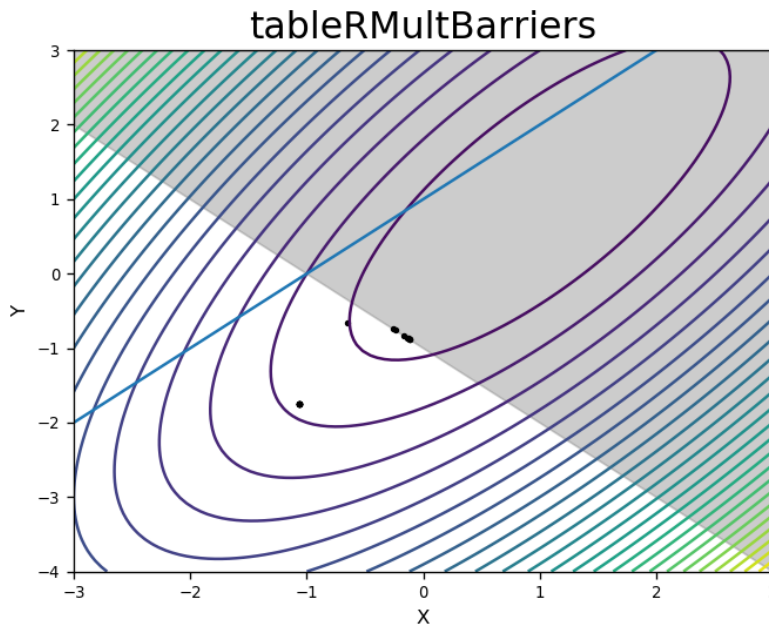
## 4.2. Барьерные функции

$$G_j[g_j(\bar{x})] = -\frac{1}{g_j(\bar{x})}$$

| $rMult$ | Итераций | Вычислений $f$ | $r$                   | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|---------|----------|----------------|-----------------------|--|-----------------|
| 2       | 58       | 6,419          | $3.47 \cdot 10^{-17}$ | $(-2.596589e - 01, -7.403411e - 01)^T$ | 5.68            |
| 3       | 18       | 2,356          | $2.58 \cdot 10^{-8}$  | $(-6.540634e - 01, -6.540635e - 01)^T$ | 8.21            |
| 4       | 43       | 5,321          | $1.29 \cdot 10^{-25}$ | $(-2.403403e - 01, -7.596596e - 01)^T$ | 5.69            |
| 5       | 36       | 4,271          | $6.87 \cdot 10^{-25}$ | $(-1.627271e - 01, -8.372728e - 01)^T$ | 5.88            |
| 6       | 30       | 3,561          | $4.52 \cdot 10^{-23}$ | $(-1.415051e - 01, -8.584949e - 01)^T$ | 5.97            |
| 7       | 27       | 3,196          | $1.52 \cdot 10^{-22}$ | $(-1.290716e - 01, -8.709284e - 01)^T$ | 6.03            |
| 8       | 25       | 2,956          | $2.65 \cdot 10^{-22}$ | $(-1.216684e - 01, -8.783316e - 01)^T$ | 6.06            |
| 9       | 24       | 2,802          | $1.25 \cdot 10^{-22}$ | $(-1.170250e - 01, -8.829749e - 01)^T$ | 6.09            |
| 10      | 23       | 2,681          | $1 \cdot 10^{-22}$    | $(-1.139555e - 01, -8.860444e - 01)^T$ | 6.11            |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = -\ln[-g_j(\bar{x})]$$

| $rMult$ | Итераций | Вычислений $f$ | $r$  | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|---------|----------|----------------|------|--|-----------------|
| 2       | 1        | 180            | 5    | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 3       | 1        | 180            | 3.33 | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 4       | 1        | 180            | 2.5  | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 5       | 1        | 180            | 2    | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 6       | 1        | 180            | 1.67 | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 7       | 1        | 180            | 1.43 | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 8       | 1        | 180            | 1.25 | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 9       | 1        | 180            | 1.11 | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |
| 10      | 1        | 180            | 1    | $(-1.060879e + 00, -1.750834e + 00)^T$ | 14.65           |



### 4.3. Вывод

Для решения методом штрафной функции оптимальным методом является выбор первой функции с коэффициентом штрафа  $rMult = 2$ .

С ростом степени  $\alpha$  в штрафной функции растёт число итераций и вычислений целевой функции. Для  $\alpha \geq 2$  оптимален  $rMult = 3$ .

Для решения методом барьерной функции оптимален выбор первой функции с параметром  $\text{rMult} = 2$  для получения наиболее точного результата. Можно использовать метод с параметром  $\text{rMult} = 10$ . Так мы получим приближенное решение с вдвое меньшими вычислительными затратами.

## 5. Зависимость скорости сходимости метода от начального значения штрафа

### 5.1. Штрафные функции

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \frac{1}{2} \{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\}$$

| $r_0$ | Итераций | Вычислений f | г   | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|-------|----------|--------------|-----|--|-----------------|
| 1     | 6        | 845          | 64  | $(1.288387e + 00, 2.288387e + 00)^T$   | 4.25            |
| 2     | 5        | 672          | 64  | $(1.132032e + 00, 2.132032e + 00)^T$   | 4.05            |
| 4     | 4        | 496          | 64  | $(6.432039e - 01, 1.643204e + 00)^T$   | 4.38            |
| 8     | 5        | 500          | 256 | $(1.000000e + 00, 2.000000e + 00)^T$   | 4               |
| 16    | 5        | 501          | 512 | $(1.000000e + 00, 2.000000e + 00)^T$   | 4               |
| 32    | 1        | 61           | 64  | $(-2.000000e + 00, -1.000000e + 00)^T$ | 31              |
| 64    | 1        | 61           | 128 | $(-2.000000e + 00, -1.000000e + 00)^T$ | 31              |

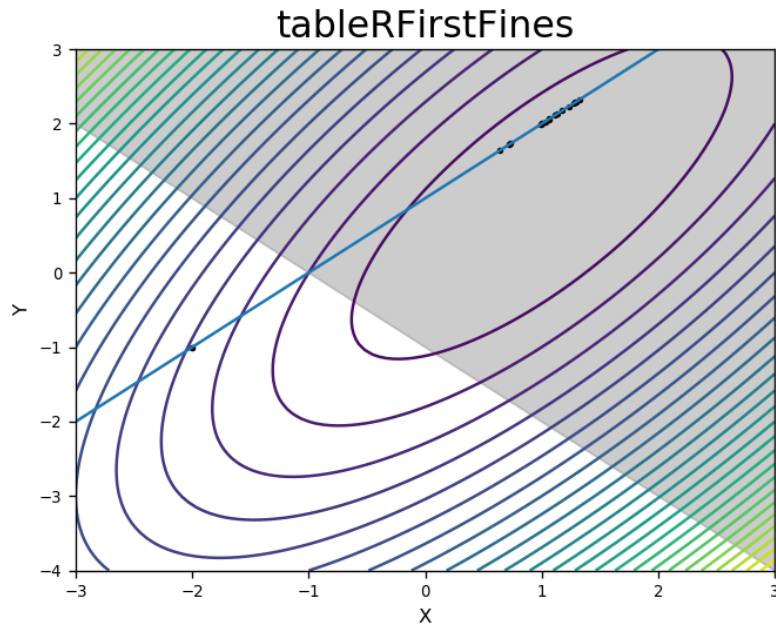
$$G_j[g_j(\bar{x})] = \left[ \frac{1}{2} \{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\} \right]^2$$

| $r_0$ | Итераций | Вычислений f | г                 | $\mathbf{x}$                         | $f(\mathbf{x})$ |
|-------|----------|--------------|-------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 1     | 31       | 3,561        | $2.15 \cdot 10^9$ | $(1.320299e + 00, 2.320299e + 00)^T$ | 4.31            |
| 2     | 30       | 3,404        | $2.15 \cdot 10^9$ | $(1.292411e + 00, 2.292411e + 00)^T$ | 4.26            |
| 4     | 29       | 3,253        | $2.15 \cdot 10^9$ | $(1.235510e + 00, 2.235510e + 00)^T$ | 4.17            |
| 8     | 29       | 3,180        | $4.29 \cdot 10^9$ | $(1.173672e + 00, 2.173672e + 00)^T$ | 4.09            |
| 16    | 28       | 3,047        | $4.29 \cdot 10^9$ | $(1.117858e + 00, 2.117858e + 00)^T$ | 4.04            |
| 32    | 27       | 2,920        | $4.29 \cdot 10^9$ | $(1.065477e + 00, 2.065477e + 00)^T$ | 4.01            |
| 64    | 27       | 2,791        | $8.59 \cdot 10^9$ | $(1.027760e + 00, 2.027760e + 00)^T$ | 4               |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = \left[ \frac{1}{2} \{g_j(\bar{x}) + |g_j(\bar{x})|\} \right]^\alpha, \text{ если } \alpha \text{ чётное}$$

| $r_0$ | Итераций | Вычислений f | г                    | $\mathbf{x}$                         | $f(\mathbf{x})$ |
|-------|----------|--------------|----------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 1     | 173      | 17,223       | $1.2 \cdot 10^{52}$  | $(1.273767e + 00, 2.273767e + 00)^T$ | 4.22            |
| 2     | 256      | 22,123       | $2.32 \cdot 10^{77}$ | $(7.244551e - 01, 1.724455e + 00)^T$ | 4.23            |
| 4     | 255      | 21,970       | $2.32 \cdot 10^{77}$ | $(7.242674e - 01, 1.724267e + 00)^T$ | 4.23            |
| 8     | 255      | 21,890       | $4.63 \cdot 10^{77}$ | $(7.345661e - 01, 1.734566e + 00)^T$ | 4.21            |
| 16    | 245      | 21,489       | $9.05 \cdot 10^{74}$ | $(1.059100e + 00, 2.059100e + 00)^T$ | 4.01            |
| 32    | 245      | 20,472       | $1.81 \cdot 10^{75}$ | $(9.954348e - 01, 1.995435e + 00)^T$ | 4               |
| 64    | 243      | 20,178       | $9.05 \cdot 10^{74}$ | $(9.956446e - 01, 1.995645e + 00)^T$ | 4               |





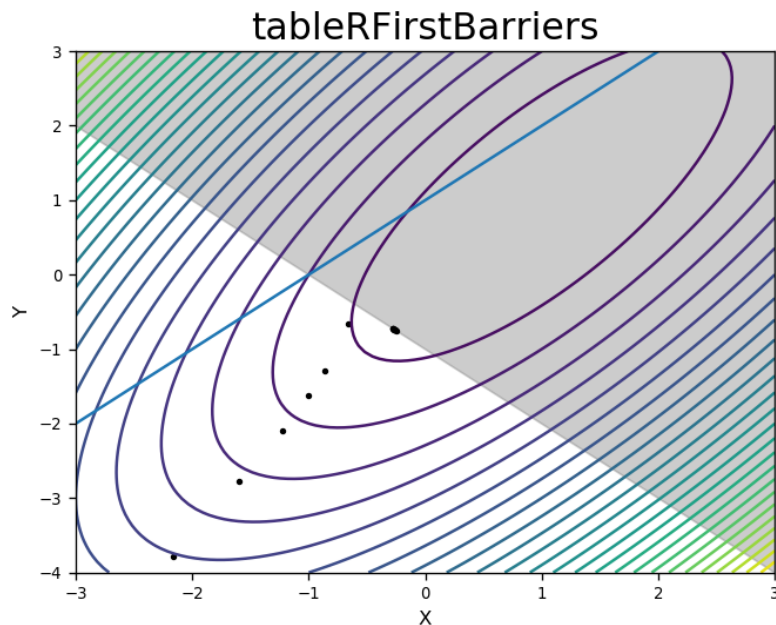
## 5.2. Барьерные функции

$$G_j[g_j(\bar{x})] = -\frac{1}{g_j(\bar{x})}$$

| $r_0$ | Итераций | Вычислений f | $\tau$                | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|-------|----------|--------------|-----------------------|--|-----------------|
| 1     | 54       | 5,586        | $5.55 \cdot 10^{-17}$ | $(-2.764539e - 01, -7.235461e - 01)^T$ | 5.69            |
| 2     | 55       | 5,735        | $5.55 \cdot 10^{-17}$ | $(-2.765279e - 01, -7.234721e - 01)^T$ | 5.69            |
| 4     | 56       | 5,902        | $5.55 \cdot 10^{-17}$ | $(-2.765339e - 01, -7.234661e - 01)^T$ | 5.69            |
| 8     | 26       | 3,390        | $1.19 \cdot 10^{-7}$  | $(-6.597586e - 01, -6.597589e - 01)^T$ | 8.26            |
| 16    | 58       | 6,277        | $5.55 \cdot 10^{-17}$ | $(-2.461733e - 01, -7.538267e - 01)^T$ | 5.69            |
| 32    | 57       | 6,017        | $2.22 \cdot 10^{-16}$ | $(-2.651979e - 01, -7.348021e - 01)^T$ | 5.68            |
| 64    | 58       | 6,079        | $2.22 \cdot 10^{-16}$ | $(-2.628074e - 01, -7.371927e - 01)^T$ | 5.68            |

$$G_j[g_j(\bar{x})] = -\ln[-g_j(\bar{x})]$$

| $r_0$ | Итераций | Вычислений f | $\tau$               | $\mathbf{x}$                           | $f(\mathbf{x})$ |
|-------|----------|--------------|----------------------|--|-----------------|
| 1     | 28       | 3,668        | $3.73 \cdot 10^{-9}$ | $(-2.631574e - 01, -7.368426e - 01)^T$ | 5.68            |
| 2     | 28       | 3,647        | $7.45 \cdot 10^{-9}$ | $(-2.631686e - 01, -7.368314e - 01)^T$ | 5.68            |
| 4     | 1        | 183          | 2                    | $(-8.672954e - 01, -1.296810e + 00)^T$ | 11.2            |
| 8     | 1        | 180          | 4                    | $(-1.000000e + 00, -1.618034e + 00)^T$ | 13.53           |
| 16    | 1        | 177          | 8                    | $(-1.227380e + 00, -2.090309e + 00)^T$ | 17.86           |
| 32    | 1        | 185          | 16                   | $(-1.595075e + 00, -2.780173e + 00)^T$ | 25.82           |
| 64    | 1        | 189          | 32                   | $(-2.160645e + 00, -3.779900e + 00)^T$ | 40.46           |



### 5.3. Вывод

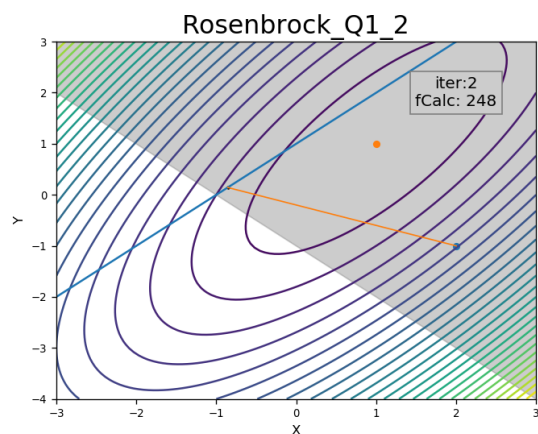
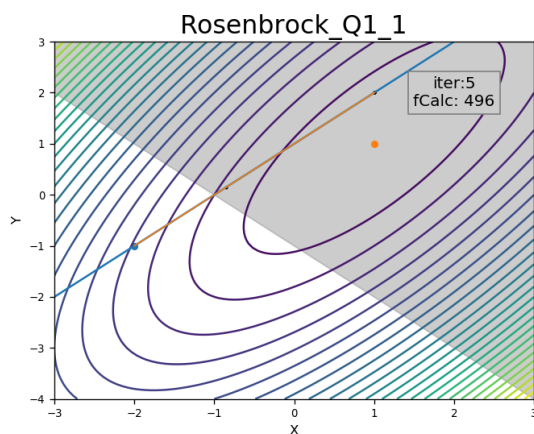
Для решения методом штрафной функции оптимальным методом является выбор первой функции с начальным значением штрафа  $\in [8, 16]$ .

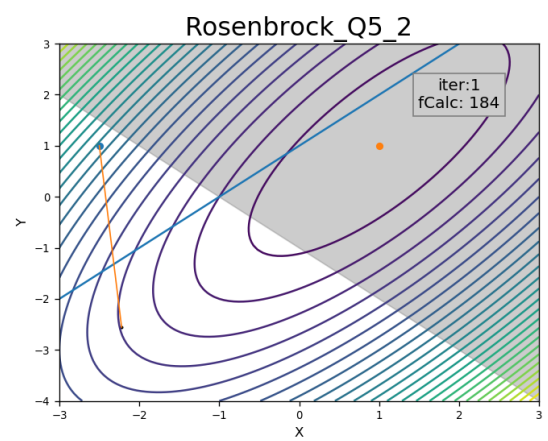
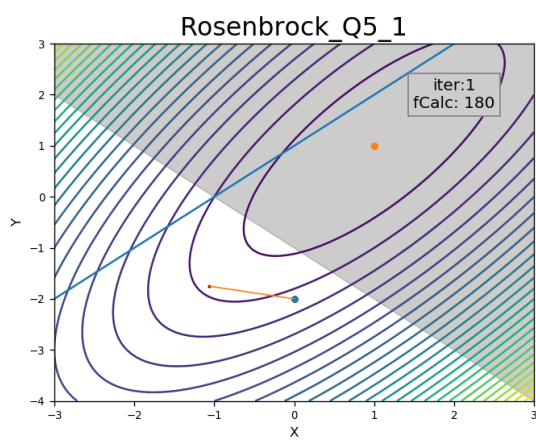
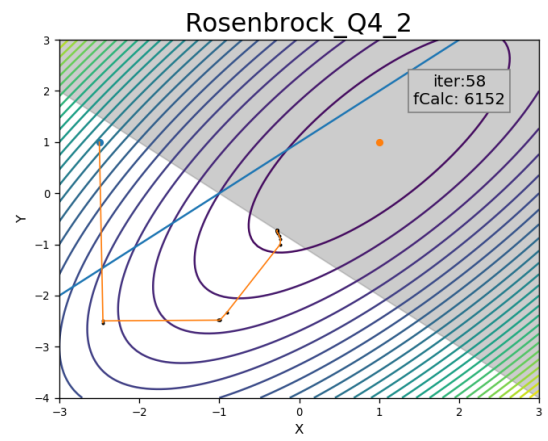
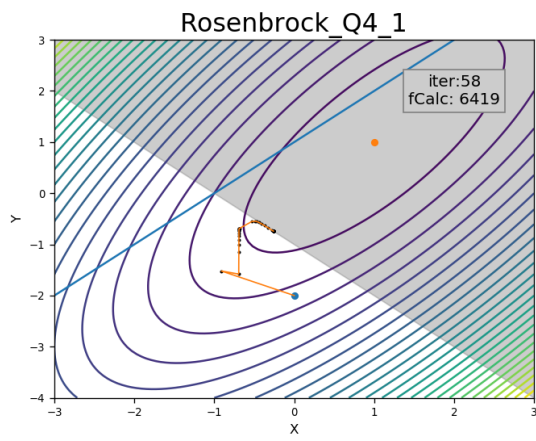
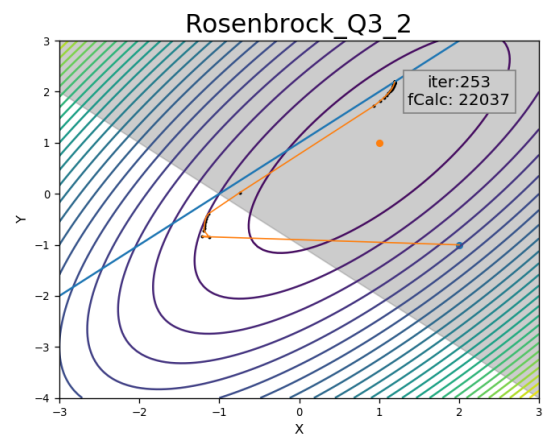
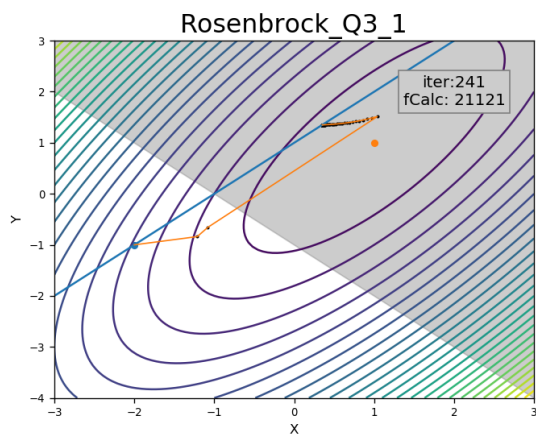
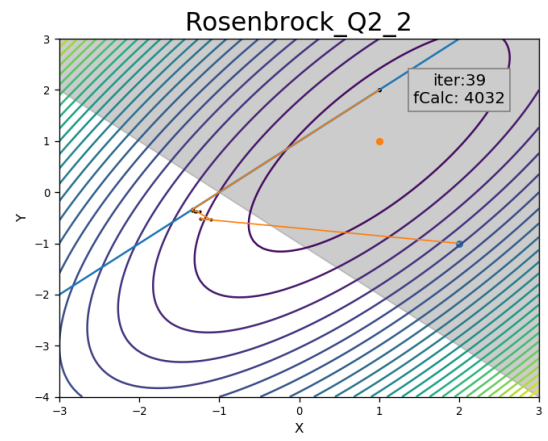
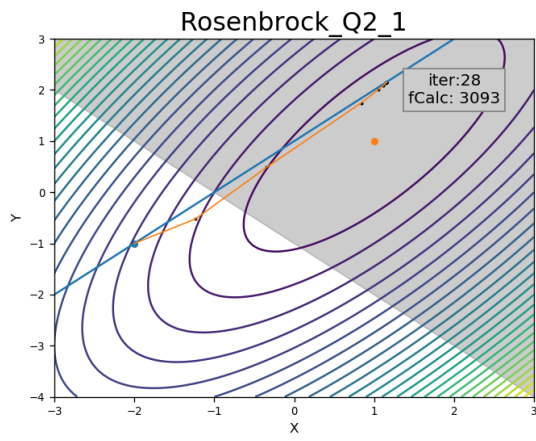
С ростом степени  $\alpha$  в штрафной функции растёт число итераций и вычислений целевой функции. Для  $\alpha \geq 2$  оптимален  $r_0 \in [32, 64]$ .

Для решения методом барьерной функции оптимален выбор первой функции с любым параметром или второй с  $r_0 \in [1, 2]$

Для второй (логарифмической) функции метода барьеров рост начального значения штрафа ведёт к тому, что метод в первую очередь стремится не найти локальный минимум, а стремится отойти как можно дальше от границы области.

## 6. Зависимость скорости сходимости метода от начального приближения





## 6.1. Вывод

Начальное приближение никак не влияет на сходимость метода.

## 7. Исходный код программы

head.h

```
1 #pragma once
2 #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
3 #define UNICODE
4 #include <fstream>
5 #include <iostream>
6 #include <vector>
7 #include <string>
8 #include <iomanip>
9 #include <functional>
10 #include <cmath>
11 #include <math.h>
12
13 using namespace std;
14
15
16 // float || double
17 typedef double real;
18 typedef vector <real> vector1D;
19 typedef vector <vector <real>> matrix2D;
20
21
22
23 // Умножение на константу
24 inline bool operator==(const vector1D& a, const vector1D& b) {
25 #ifdef _DEBUG
26     if (a.size() != b.size())
27         throw std::exception();
28 #endif
29     for (int i = 0; i < a.size(); ++i)
30         if (a[i] != b[i])
31             return false;
32
33     return true;
34 }
35
36
37 // Сложение векторов
38 inline vector1D operator+(const vector1D& a, const vector1D& b) {
39 #ifdef _DEBUG
40     if (a.size() != b.size())
41         throw std::exception();
42 #endif
43     vector1D result = a;
44     for (int i = 0; i < b.size(); i++)
45         result[i] += b[i];
46     return result;
47 }
48
49
50 // Сложение матриц
51 inline matrix2D operator+(const matrix2D& a, const matrix2D& b) {
52 #ifdef _DEBUG
```

```

53     if (a.size() != b.size())
54         throw std::exception();
55 #endif
56     matrix2D result = a;
57     for (int i = 0; i < b.size(); i++)
58         for (int j = 0; j < b.size(); j++)
59             result[i][j] += b[i][j];
60     return result;
61 }
62
63
64 // Сложение матриц
65 inline matrix2D operator/(const matrix2D& a, const real& b) {
66
67     matrix2D result = a;
68     for (int i = 0; i < a.size(); i++)
69         for (int j = 0; j < a.size(); j++)
70             result[i][j] /= b;
71     return result;
72 }
73
74
75 // Вычитание векторов
76 inline vector1D operator-(const vector1D& a, const vector1D& b) {
77 #ifdef _DEBUG
78     if (a.size() != b.size())
79         throw std::exception();
80 #endif
81     vector1D result = a;
82     for (int i = 0; i < b.size(); i++)
83         result[i] -= b[i];
84     return result;
85 }
86
87
88 inline vector1D operator-(const vector1D& a) {
89     vector1D result = a;
90     for (int i = 0; i < a.size(); i++)
91         result[i] = -result[i];
92     return result;
93 }
94
95
96 // Умножение матрицы на вектор
97 inline vector1D operator*(const matrix2D& a, const vector1D& b) {
98     vector1D result = { 0.0, 0.0 };
99     for (int i = 0; i < a.size(); i++)
100         for (int j = 0; j < a.size(); j++)
101             result[i] += a[i][j] * b[j];
102     return result;
103 }
104
105
106 // Умножение на константу
107 inline vector1D operator*(const vector1D& a, double b) {
108     vector1D result = a;
109     for (int i = 0; i < result.size(); i++)
110         result[i] *= b;
111     return result;
112 }

```

```

113
114
115 // Умножение на константу
116 inline vector1D operator*(double b, const vector1D& a) {
117     return operator*(a, b);
118 }
119
120
121 // Деление на константу
122 inline vector1D operator/(const vector1D& a, double b) {
123     vector1D result = a;
124     for (int i = 0; i < result.size(); i++)
125         result[i] /= b;
126     return result;
127 }
128
129
130 // Деление на константу
131 inline vector1D operator/(double b, const vector1D& a) {
132     return operator/(a, b);
133 }
134
135
136 // Скалярное произведение
137 inline real operator*(const vector1D& a, const vector1D& b) {
138 #ifdef _DEBUG
139     if (a.size() != b.size())
140         throw std::exception();
141 #endif
142     real sum = 0;
143     for (int i = 0; i < a.size(); i++)
144         sum += a[i] * b[i];
145     return sum;
146 }
147
148
149 // Поточковый вывод вектора
150 inline std::ostream& operator<<(std::ostream& out, const vector1D& v) {
151
152     for (int i = 0; i < v.size() - 1; ++i)
153         out << v[i] << " ";
154     out << v.back();
155     return out;
156 }
157
158 // Поточковый вывод вектора для TeX
159 inline void printTeXVector(std::ofstream &fout, const vector1D &v) {
160     fout << "$(";
161     for (int i = 0; i < v.size() - 1; ++i)
162         fout << v[i] << ", ";
163     fout << v.back() << ")^T$";
164 }
165
166 // Поточковый вывод матрицы
167 inline std::ostream& operator<<(std::ostream& out, const matrix2D& v) {
168     for (int i = 0; i < v.size() - 1; ++i)
169         out << v[i] << " ";
170     out << v.back();
171     return out;
172 }

```

```

173
174 // Евклидова норма
175 real calcNormE(const vector1D &x) {
176     return sqrt(x*x);
177 }
178
179
180 // Определитель матрицы
181 real det(const matrix2D &m) {
182     return m[0][0] * m[1][1] - m[0][1] * m[1][0];
183 }

```

## main.cpp

```

1 #include "head.h"
2 int fCalcCount, gCalcCount, alpha, rMult;
3 real r;
4
5 //-----
6 struct methodResult
7 {
8     real E;
9     int iterationsCount;
10    int fCalcCount;
11    int r0;
12    vector1D x0, x, xPrev, S, gradf;
13    matrix2D A;
14    real fx, fxPrev, lambda;
15    void printResultE(std::ofstream &fout);
16    void printResultR(std::ofstream &fout);
17    void printResultRFirst(std::ofstream &fout);
18 };
19
20
21 // Вывод результатов в поток
22 void methodResult::printResultE(std::ofstream &fout) {
23     fout << E << "\t"
24         << iterationsCount << "\t"
25         << fCalcCount << "\t"
26         << r << "\t";
27     printTeXVector(fout, x);
28     fout << "\t" << fx << endl;
29 }
30
31
32 // Вывод результатов в поток
33 void methodResult::printResultR(std::ofstream &fout) {
34     fout << rMult << "\t"
35         << iterationsCount << "\t"
36         << fCalcCount << "\t"
37         << r << "\t";
38     printTeXVector(fout, x);
39     fout << "\t" << fx << endl;
40 }
41
42
43 // Вывод результатов в поток
44 void methodResult::printResultRFirst(std::ofstream &fout) {
45     fout << r0 << "\t"
46         << iterationsCount << "\t"
47         << fCalcCount << "\t"
48         << r << "\t";

```

```

49     printTeXVector(fout, x);
50     fout << "\\t" << fx << endl;
51 }
52
53
54
55 //-----
56 // Функция для исследования min=0 в точке (1,1)
57 // x — вектор аргументов функции
58 inline real f(const vector1D &x) {
59     fCalcCount++;
60     return 4 * pow((x[1] - x[0]), 2) + 3 * pow((x[0] - 1), 2);
61 }
62
63
64
65 // Ограничение области б
66 inline real gFine(const vector1D &x) {
67     // y = x + 1
68     gCalcCount++;
69     return fabs(x[1] - x[0] - 1) /*+ fabs(x[0] + x[1] + 1)*/;
70 }
71
72 // Ограничение области а
73 inline real gBarrier(const vector1D &x) {
74     // x + y <= -1
75     gCalcCount++;
76     return x[0] + x[1] + 1;
77 }
78
79
80
81
82 //-----
83 // Штрафная функция G
84 inline real G1(const vector1D &x) {
85     if (gFine(x) > 0)
86         return 0.5*(gFine(x) + fabs(gFine(x)));
87     else
88         return 0;
89 }
90 inline real G2(const vector1D &x) {
91     if (gFine(x) > 0)
92         return pow(0.5*(gFine(x) + fabs(gFine(x))), 2);
93     else
94         return 0;
95 }
96 inline real G3(const vector1D &x) {
97     if (gFine(x) > 0)
98         return pow(0.5*(gFine(x) + fabs(gFine(x))), alpha);
99     else
100         return 0;
101 }
102 inline real G4(const vector1D &x) {
103     if (gBarrier(x) <= 0)
104         return -1.0 / gBarrier(x);
105     else
106         return std::numeric_limits<double>::infinity();
107 }
108 inline real G5(const vector1D &x) {

```



```

109     if (gBarrier(x) <= 0)
110         return -log(-gBarrier(x));
111     else
112         return std::numeric_limits<double>::infinity();
113 }
114
115
116 //-----
117 // Минимизируемая функция Q(x,y)
118 real Q1(const vector1D &x) { return f(x) + r * G1(x); }
119 real Q2(const vector1D &x) { return f(x) + r * G2(x); }
120 real Q3(const vector1D &x) { return f(x) + r * G3(x); }
121 real Q4(const vector1D &x) { return f(x) + r * G4(x); }
122 real Q5(const vector1D &x) { return f(x) + r * G5(x); }
123
124
125
126 // Поиск интервала, содержащего минимум
127 // f — целевая одномерная функция
128 // a,b — искомые границы отрезка
129 // x — начальное приближение
130 // S — орты направления()
131 void interval(const function<real(const vector1D &x)> &f, real &a, real &b,
132              vector1D &x, vector1D &S)
133 {
134     real lambda0 = 0.0;
135     real delta = 1.0e-8;
136     real lambda_k_minus_1 = lambda0;
137     real f_k_minus_1 = f(x + S * lambda_k_minus_1);
138     real lambda_k;
139     real f_k;
140     real lambda_k_plus_1;
141     real f_k_plus_1;
142     real h;
143     if (f(x + S * lambda0) > f(x + S * (lambda0 + delta)))
144     {
145         lambda_k = lambda0 + delta;
146         h = delta;
147     }
148     else
149     {
150         lambda_k = lambda0 - delta;
151         h = -delta;
152     }
153     f_k = f(x + S * lambda_k);
154     while (true)
155     {
156         h *= 2.0;
157         lambda_k_plus_1 = lambda_k + h;
158         f_k_plus_1 = f(x + S * lambda_k_plus_1);
159         if (f_k > f_k_plus_1)
160         {
161             lambda_k_minus_1 = lambda_k;
162             f_k_minus_1 = f_k;
163             lambda_k = lambda_k_plus_1;
164             f_k = f_k_plus_1;
165         }
166         else
167         {
168             a = lambda_k_minus_1;

```

```

168         b = lambda_k_plus_1;
169         if (b < a)
170             swap(a, b);
171         return;
172     }
173 }
174 }
175
176
177
178 // Вычисление n-го числа Фибоначчи
179 inline real fib(int n)
180 {
181     real sqrt5 = sqrt(5.0), pow2n = pow(2.0, n);
182     return (pow(1.0 + sqrt5, n) / pow2n - pow(1.0 - sqrt5, n) / pow2n) / sqrt5;
183 }
184
185
186
187 // Определение коэффициента лямбда методом Фибоначчи
188 // f — минимизируемая функция
189 // x — начальное значение
190 // S — базис
191 // E — точность
192 real fibonacci(const function<real(const vector1D &x)> &f, vector1D &x, vector1D
193               &S, real E)
194 {
195     real a, b;
196     interval(f, a, b, x, S);
197     int iter;
198     real len = fabs(a - b);
199     int n = 0;
200     while (fib(n) < (b - a) / E) n++;
201     iter = n - 3;
202     real lambda1 = a + (fib(n - 2) / fib(n)) * (b - a);
203     real f1 = f(x + S * lambda1);
204     real lambda2 = a + (fib(n - 1) / fib(n)) * (b - a);
205     real f2 = f(x + S * lambda2);
206     for (int k = 0; k < n - 3; k++)
207     {
208         if (f1 <= f2)
209         {
210             b = lambda2;
211             lambda2 = lambda1;
212             f2 = f1;
213             lambda1 = a + (fib(n - k - 3) / fib(n - k - 1)) * (b - a);
214             f1 = f(x + S * lambda1);
215         }
216         else
217         {
218             a = lambda1;
219             lambda1 = lambda2;
220             f1 = f2;
221             lambda2 = a + (fib(n - k - 2) / fib(n - k - 1)) * (b - a);
222             f2 = f(x + S * lambda2);
223         }
224         len = b - a;
225     }
226     lambda2 = lambda1 + E;
227     f2 = f(x + S * lambda2);

```

```

227     if (f1 <= f2)
228         b = lambda1;
229     else
230         a = lambda1;
231     return (a + b) / 2.0;
232 }
233
234
235
236 // Метод Розенброка
237 // f — оптимизируемая функция
238 // x0 — начальное приближение
239 // E — точность
240 // funcname — название функции
241 methodResult calcByRosenbrock(const function<real(const vector1D &x)> &fExact,
    const function<real(const vector1D &x)> &f, const function<real(const
    vector1D &x)> &G, const vector1D &x0, real r0, real E, const string &funcname
    , bool isFineNotBarrier) {
242
243     ofstream fout("report/tableRosenbrock_" + funcname + ".txt");
244     ofstream steps("steps/Rosenbrock_" + funcname + ".txt");
245     fout << scientific;
246     steps << fixed << setprecision(12);
247     steps << x0 << endl;
248
249     methodResult result;
250     fCalcCount = 0;
251     gCalcCount = 0;
252     vector1D xPrev, B, x = x0;
253     int maxiter = 1000;
254     int iterationsCount = 0, count = 0;
255     r = r0;
256     real lambda1, lambda2;
257     matrix2D A(2);
258     A[0] = { 1.0, 0.0 };
259     A[1] = { 0.0, 1.0 };
260
261
262     // Начальные ортогональные направления
263     matrix2D S(2);
264     S[0] = { 1.0, 0.0 };
265     S[1] = { 0.0, 1.0 };
266
267     do {
268         xPrev = x;
269
270         // Минимализируем функцию в направлениях S^k_1...S^k_n
271         lambda1 = fibonacci(f, x, S[0], E);
272         x = x + S[0] * lambda1;
273         lambda2 = fibonacci(f, x, S[1], E);
274         x = x + S[1] * lambda2;
275
276         // Построение новых ортогональных направлений при
277         // сортировке лямбд в порядке убывания по абсолютным значениям
278         A[0] = S[0] * lambda1 + S[1] * lambda2;
279         if (fabs(lambda1 >= lambda2))
280             A[1] = S[1] * lambda2;
281         else
282             A[1] = S[0] * lambda1;
283

```

```

284
285 // Ортогонализация ГраммаШмидта-
286 S[0] = A[0] / calcNormE(A[0]);
287 B = A[1] - S[1] * A[1] * S[1];
288 if (calcNormE(B) > E)
289     S[1] = B / calcNormE(B);
290 iterationsCount++;
291
292
293 fout << iterationsCount << "\t"
294     << fCalcCount << "\t"
295     << r << "\t"
296     << x << "\t"
297     << fExact(x) << endl;
298
299 steps << x << endl;
300
301 if (isFineNotBarrier)
302     r *= rMult;
303 else
304     r /= rMult;
305
306 } while (abs(f(x) - f(xPrev)) > E && abs(calcNormE(x) - calcNormE(xPrev)) >
307 E && iterationsCount < maxiter && r * G(x) > E);
308
309 fout.close();
310 steps.close();
311
312 result.E = E;
313 result.iterationsCount = iterationsCount;
314 result.fCalcCount = fCalcCount;
315 result.x0 = x0;
316 result.x = x;
317 result.fx = fExact(x);
318 result.r0 = r0;
319 return result;
320 }
321
322
323
324 //
325 //
326 // Исследования
327 //
328 //
329
330
331
332
333 // Зависимость скорости сходимости метода от заданной точности
334 void researchE()
335 {
336     cout << "Research E" << endl;
337     ofstream foutF("steps/tableEFines.txt");
338     ofstream foutB("steps/tableEBarriers.txt");
339     ofstream fout1("report/tableE1.txt");
340     ofstream fout2("report/tableE2.txt");
341     ofstream fout3("report/tableE3.txt");
342     ofstream fout4("report/tableE4.txt");

```

```

343 ofstream fout5("report/tableE5.txt");
344 fout1 << scientific << "E\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
345 fout2 << scientific << "E\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
346 fout3 << scientific << "E\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
347 fout4 << scientific << "E\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
348 fout5 << scientific << "E\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
349
350 methodResult result;
351 real r0 = 10;
352 rMult = 2;
353 alpha = 8;
354 vector1D x0Fine = { -2, -1 };
355 vector1D x0Barrier = { 0, -2 };
356
357 for (double E = 1e-3; E >= 1e-7; E /= 10)
358 {
359     result = calcByRosenbrock(f, Q1, G1, x0Fine, r0, E, "Q1", true);
360     result.printResultE(fout1);
361     foutF << result.x << endl;
362     result = calcByRosenbrock(f, Q2, G2, x0Fine, r0, E, "Q2", true);
363     result.printResultE(fout2);
364     foutF << result.x << endl;
365     result = calcByRosenbrock(f, Q3, G3, x0Fine, r0, E, "Q3", true);
366     result.printResultE(fout3);
367     foutF << result.x << endl;
368
369     result = calcByRosenbrock(f, Q4, G4, x0Barrier, r0, E, "Q4", false);
370     result.printResultE(fout4);
371     foutB << result.x << endl;
372     result = calcByRosenbrock(f, Q5, G5, x0Barrier, r0, E, "Q5", false);
373     result.printResultE(fout5);
374     foutB << result.x << endl;
375 }
376
377 // Визуализация
378 string runVisualisation = "python plot.py "
379     + to_string(x0Fine[0]) + " " + to_string(x0Fine[1]) + " "
380     + to_string(x0Barrier[0]) + " " + to_string(x0Barrier[1]) + " " +
381 to_string(1);
382 system(runVisualisation.c_str());
383
384 foutF.close();
385 foutB.close();
386 fout1.close();
387 fout2.close();
388 fout3.close();
389 fout4.close();
390 fout5.close();
391 }
392
393
394 // Зависимость скорости сходимости метода от стратегии изменения коэффициента штрафа
395 void researchRMult()
396 {
397     cout << "Research r^mult" << endl;
398     ofstream foutF("steps/tableRMultFines.txt");
399     ofstream foutB("steps/tableRMultBarriers.txt");
400     ofstream fout1("report/tableRMult1.txt");
401     ofstream fout2("report/tableRMult2.txt");

```

```

402 ofstream fout3("report/tableRMult3.txt");
403 ofstream fout4("report/tableRMult4.txt");
404 ofstream fout5("report/tableRMult5.txt");
405 fout1 << scientific << "rMult\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
406 fout2 << scientific << "rMult\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
407 fout3 << scientific << "rMult\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
408 fout4 << scientific << "rMult\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
409 fout5 << scientific << "rMult\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
410
411 methodResult result;
412 real E = 1e-12;
413 real r0 = 10;
414 alpha = 8;
415 vector1D x0Fine = { -2, -1 };
416 vector1D x0Barrier = { 0, -2 };
417 for (size_t i = 2; i <= 10; i += 1)
418 {
419     rMult = i;
420     result = calcByRosenbrock(f, Q1, G1, x0Fine, r0, E, "Q1", true);
421     result.printResultR(fout1);
422     foutF << result.x << endl;
423     result = calcByRosenbrock(f, Q2, G2, x0Fine, r0, E, "Q2", true);
424     result.printResultR(fout2);
425     foutF << result.x << endl;
426     result = calcByRosenbrock(f, Q3, G3, x0Fine, r0, E, "Q3", true);
427     result.printResultR(fout3);
428     foutF << result.x << endl;
429
430
431     result = calcByRosenbrock(f, Q4, G4, x0Barrier, r0, E, "Q4", false);
432     result.printResultR(fout4);
433     foutB << result.x << endl;
434     result = calcByRosenbrock(f, Q5, G5, x0Barrier, r0, E, "Q5", false);
435     result.printResultR(fout5);
436     foutB << result.x << endl;
437 }
438
439 // Визуализация
440 string runVisualisation = "python plot.py "
441     + to_string(x0Fine[0]) + " " + to_string(x0Fine[1]) + " "
442     + to_string(x0Barrier[0]) + " " + to_string(x0Barrier[1]) + " " +
443 to_string(2);
444 system(runVisualisation.c_str());
445
446 foutF.close();
447 foutB.close();
448 fout1.close();
449 fout2.close();
450 fout3.close();
451 fout4.close();
452 fout5.close();
453 }
454
455
456 // Зависимость скорости сходимости метода от стратегии изменения коэффициента штрафа
457 void researchRFirst()
458 {
459     cout << "Research r_0" << endl;
460     ofstream foutF("steps/tableRFirstFines.txt");

```

```

461 ofstream foutB("steps/tableRFirstBarriers.txt");
462 ofstream fout1("report/tableRFirst1.txt");
463 ofstream fout2("report/tableRFirst2.txt");
464 ofstream fout3("report/tableRFirst3.txt");
465 ofstream fout4("report/tableRFirst4.txt");
466 ofstream fout5("report/tableRFirst5.txt");
467 fout1 << scientific << "rFirst\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
468 fout2 << scientific << "rFirst\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
469 fout3 << scientific << "rFirst\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
470 fout4 << scientific << "rFirst\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
471 fout5 << scientific << "rFirst\titer\tfCalc\tr\tx\tfx" << endl;
472
473 methodResult result;
474 real E = 1e-12;
475 rMult = 2;
476 alpha = 8;
477 vector1D x0Fine = { -2, -1 };
478 vector1D x0Barrier = { 0, -2 };
479
480 for (real r0 = 1; r0 <= 64; r0 *= 2)
481 {
482     result = calcByRosenbrock(f, Q1, G1, x0Fine, r0, E, "Q1", true);
483     result.printResultRFirst(fout1);
484     foutF << result.x << endl;
485     result = calcByRosenbrock(f, Q2, G2, x0Fine, r0, E, "Q2", true);
486     result.printResultRFirst(fout2);
487     foutF << result.x << endl;
488     result = calcByRosenbrock(f, Q3, G3, x0Fine, r0, E, "Q3", true);
489     result.printResultRFirst(fout3);
490     foutF << result.x << endl;
491
492     result = calcByRosenbrock(f, Q4, G4, x0Barrier, r0, E, "Q4", false);
493     result.printResultRFirst(fout4);
494     foutB << result.x << endl;
495     result = calcByRosenbrock(f, Q5, G5, x0Barrier, r0, E, "Q5", false);
496     result.printResultRFirst(fout5);
497     foutB << result.x << endl;
498 }
499
500
501 // Визуализация
502 string runVisualisation = "python plot.py "
503     + to_string(x0Fine[0]) + " " + to_string(x0Fine[1]) + " "
504     + to_string(x0Barrier[0]) + " " + to_string(x0Barrier[1]) + " " +
505 to_string(3);
506 system(runVisualisation.c_str());
507
508 foutF.close();
509 foutB.close();
510 fout1.close();
511 fout2.close();
512 fout3.close();
513 fout4.close();
514 fout5.close();
515 }
516
517
518 // Зависимость скорости сходимости метода от начального приближения
519 void researchXFirst()

```

```

520 {
521     cout << "Research x_0" << endl;
522     methodResult result;
523     real E = 1e-12;
524     real r0 = 10;
525     rMult = 2;
526     alpha = 8;
527     vector1D x0Fine = { -2, -1 };
528     vector1D x0Barrier = { 0, -2 };
529
530     ofstream fout1("steps/Rosenbrock_Q_1.txt");
531     result = calcByRosenbrock(f, Q1, G1, x0Fine, r0, E, "Q1_1", true);
532     fout1 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
533     result = calcByRosenbrock(f, Q2, G2, x0Fine, r0, E, "Q2_1", true);
534     fout1 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
535     result = calcByRosenbrock(f, Q3, G3, x0Fine, r0, E, "Q3_1", true);
536     fout1 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
537     result = calcByRosenbrock(f, Q4, G4, x0Barrier, r0, E, "Q4_1", false);
538     fout1 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
539     result = calcByRosenbrock(f, Q5, G5, x0Barrier, r0, E, "Q5_1", false);
540     fout1 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
541
542     // Визуализация
543     string runVisualisation = "python plot.py "
544         + to_string(x0Fine[0]) + " " + to_string(x0Fine[1]) + " "
545         + to_string(x0Barrier[0]) + " " + to_string(x0Barrier[1]) + " " +
546     to_string(4);
547     system(runVisualisation.c_str());
548
549     ofstream fout2("steps/Rosenbrock_Q_2.txt");
550     x0Fine = { 2, -1 };
551     x0Barrier = { -2.5, 1 };
552     result = calcByRosenbrock(f, Q1, G1, x0Fine, r0, E, "Q1_2", true);
553     fout2 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
554     result = calcByRosenbrock(f, Q2, G2, x0Fine, r0, E, "Q2_2", true);
555     fout2 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
556     result = calcByRosenbrock(f, Q3, G3, x0Fine, r0, E, "Q3_2", true);
557     fout2 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
558     result = calcByRosenbrock(f, Q4, G4, x0Barrier, r0, E, "Q4_2", false);
559     fout2 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
560     result = calcByRosenbrock(f, Q5, G5, x0Barrier, r0, E, "Q5_2", false);
561     fout2 << result.iterationsCount << " " << result.fCalcCount << endl;
562
563     // Визуализация
564     runVisualisation = "python plot.py "
565         + to_string(x0Fine[0]) + " " + to_string(x0Fine[1]) + " "
566         + to_string(x0Barrier[0]) + " " + to_string(x0Barrier[1]) + " " +
567     to_string(5);
568     system(runVisualisation.c_str());
569     fout2.close();
570 }
571
572
573 void main()
574 {
575     researchE();
576     researchRMult();
577     researchRFirst();

```



```

578     researchXFirst();
579 }

```

## plot.py

```

1 import pylab
2 import numpy
3 import sys
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import matplotlib.lines as lines
6 import matplotlib.cm as cm
7
8 DPI = 120
9
10 xList = []
11 yList = []
12 data = []
13 text = []
14
15 folder = 'pics/'
16 steps = 'steps/'
17
18 # Считывание итогов работы метода
19 def inputMethodResults(filename):
20     global text
21     global data
22     text = []
23     data = []
24     with open(steps + filename, 'r') as f:
25         for line in f: # read rest of lines
26             data.append([int(x) for x in line.split()])
27     for i in range(len(data)):
28         text.append('iter:' + str(data[i][0]) + '\nCalc: ' + str(data[i][1]))
29
30
31 # Считывание хода метода
32 def inputSteps(filename):
33     global xList
34     global yList
35     global data
36     xList = []
37     yList = []
38     data = []
39     with open(steps + filename, 'r') as f:
40         for line in f: # read rest of lines
41             data.append([float(x) for x in line.split()])
42     for i in range(len(data)):
43         xList.append(data[i][0])
44         yList.append(data[i][1])
45
46
47 # Целевая функция
48 def f(x, y):
49     return 4*(y-x)**2 + 3*(x-1)**2
50
51
52 # Рассчёт значений целевой функции на сетке
53 def buildIsolines(f):
54     x = numpy.linspace(-3, 3, 100)
55     y = numpy.linspace(-4, 3, 100)
56     xgrid, ygrid = numpy.meshgrid(x, y)
57     zgrid = f(xgrid, ygrid)

```

```

58     return xgrid, ygrid, zgrid
59
60
61 # Закраска областей, где накладывается штраф или барьер уходит в бесконечность
62 def drawFines():
63     x1 = numpy.linspace(-3, 3, 100)
64     y1 = -1 - x1
65     yBorder = 3
66     plt.fill_between(x1, y1, yBorder, color='grey', alpha=0.4)
67     x2 = numpy.linspace(-3, 2, 100)
68     y2 = x2 + 1
69     plt.plot(x2, y2)
70
71
72 # Отрисовка сходимости метода
73 def drawMethodConvergence(name, f, index, x0, y0, xExp, yExp):
74     global text
75     inputSteps(name + '.txt')
76     drawFines()
77     x, y, z = buildIsoLines(f)
78     cs = pylab.contour(x, y, z, 25)
79     plt.plot(xList, yList, linewidth=1)
80     for i in range(len(xList)):
81         plt.scatter(xList[i], yList[i], s=2, color='black')
82     plt.title(name, fontsize=19)
83     plt.xlabel('X', fontsize=10)
84     plt.ylabel('Y', fontsize=10)
85     plt.tick_params(axis='both', labelsize=8)
86     plt.scatter(x0, y0, s=20)
87     plt.scatter(xExp, yExp, s=20)
88     plt.text(2, 2, text[index], size=12,
89            ha="center", va="center",
90            bbox=dict(boxstyle="square",
91                    ec=(.5, .5, .5),
92                    fc=(.8, .8, 0.8),
93                    )
94            )
95     plt.savefig(folder + name + '.png', dpi=DPI)
96     plt.clf()
97
98
99 # Отрисовка точек в исследовании
100 def drawPointsAtResearch(name, f):
101     inputSteps(name + '.txt')
102     drawFines()
103     x, y, z = buildIsoLines(f)
104     cs = pylab.contour(x, y, z, 25)
105     plt.title(name, fontsize=19)
106     plt.xlabel('X', fontsize=10)
107     plt.ylabel('Y', fontsize=10)
108     plt.tick_params(axis='both', labelsize=8)
109     for i in range(len(xList)):
110         plt.scatter(xList[i], yList[i], s=5, color='black')
111     plt.savefig(folder + name + '.png', dpi=DPI)
112     plt.clf()
113
114
115
116 if __name__ == '__main__':
117     # парсим начальное приближение

```

```

118     params = sys.argv[1:6]
119     x0Fine = float(params[0])
120     y0Fine = float(params[1])
121     x0Barrier = float(params[2])
122     y0Barrier = float(params[3])
123     mode = int(params[4])
124     xExp = 1
125     yExp = 1
126
127
128     if mode == 1:
129         drawPointsAtResearch('tableEFines', f)
130         drawPointsAtResearch('tableEBarriers', f)
131
132     if mode == 2:
133         drawPointsAtResearch('tableRMultFines', f)
134         drawPointsAtResearch('tableRMultBarriers', f)
135
136     if mode == 3:
137         drawPointsAtResearch('tableRFirstFines', f)
138         drawPointsAtResearch('tableRFirstBarriers', f)
139
140     if mode == 4:
141         inputMethodResults('Rosenbrock_Q_1.txt')
142         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q1_1', f, 0, x0Fine, y0Fine, xExp,
143                               yExp)
144         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q2_1', f, 1, x0Fine, y0Fine, xExp,
145                               yExp)
146         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q3_1', f, 2, x0Fine, y0Fine, xExp,
147                               yExp)
148         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q4_1', f, 3, x0Barrier, y0Barrier,
149                               xExp, yExp)
150         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q5_1', f, 4, x0Barrier, y0Barrier,
151                               xExp, yExp)
152
153     if mode == 5:
154         inputMethodResults('Rosenbrock_Q_2.txt')
155         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q1_2', f, 0, x0Fine, y0Fine, xExp,
156                               yExp)
157         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q2_2', f, 1, x0Fine, y0Fine, xExp,
158                               yExp)
159         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q3_2', f, 2, x0Fine, y0Fine, xExp,
160                               yExp)
161         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q4_2', f, 3, x0Barrier, y0Barrier,
162                               xExp, yExp)
163         drawMethodConvergence('Rosenbrock_Q5_2', f, 4, x0Barrier, y0Barrier,
164                               xExp, yExp)

```