

0.1. Warning

NOTE: Все данные предоставлены лишь в ознакомительном порядке.
В формулах могут быть ошибки.

1. Лабораторная работа №1

1.1. Задание

Численно решить ОДУ, построив таблицы с шагом $h \in \{0.1, 0.01, 0.001\}$:

$$y' = 2ty$$

$$y(0) = 1$$

$$t \in [0, 1]$$

1.2. Методы

Дано уравнение $\frac{\partial y}{\partial t} = f(t, y)$, где $y = y(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, t — свободная переменная. Тогда его можно решить численно с помощью следующих методов.

Примечание: эти методы справедливы и для систем однородных дифференциальных уравнений. Тогда вместо y будет вектор размерности n , а функция должна иметь следующий вид: $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Например, для данной системы, y и f будут равны:

$$\begin{cases} \frac{\partial x_1}{\partial t} = x_1^2 + x_2^2 - 4tx_1x_2 \\ \frac{\partial x_2}{\partial t} = 3(x_1 - t)(x_2 + t) \end{cases} \Rightarrow y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, f(t, y) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 - 4tx_1x_2 \\ 3(x_1 - t)(x_2 + t) \end{pmatrix}$$

Обозначения:

t_0 — точка начала.

h — шаг.

$$t_n = t_0 + hn$$

$$y_n \approx y(t_n)$$

1.2.1. Метод Эйлера (явный)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$$

1.2.2. Модифицированный метод Эйлера

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \cdot [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_n + h \cdot f(t_n, y_n))]$$

1.2.3. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} \cdot [k_n^1 + 2k_n^2 + 2k_n^3 + k_n^4]$$

$$k_n^1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_n^2 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_n^1)$$

$$k_n^3 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_n^2)$$

$$k_n^4 = f(t_n + h, y_n + hk_n^3)$$

2. Лабораторная работа №2

2.1. Задание

Проинтегрировать и построить графики координаты x , скорости и давления с шагом $h \in \{0.1, 0.01, 0.001\}$:

2.2. Формулы

$$\begin{aligned}v' &= \frac{1}{m}[p_i S_i - p_j S_j - \nu \cdot |v| \cdot \text{sign } v] \\x' &= v \\p_i &= \frac{q_i - S_i v}{K^{\text{впр.}}}, \quad p_j = \frac{S_j v - q_j}{K^{\text{впр.}}}\end{aligned}$$

2.3. Данные и начальные условия

Насос постоянного расхода: $q_i = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $P_j = 10^5$ Па. (атм. давление)
 $x(0) = 0$
 $V(0) = 0$
 $P(0) = 10^5$ Па.

3. Лабораторная работа №3

3.1. Задание

МС - местное сопротивление

ТП - трубопровод

x_1, x_2 - координаты при которых происходит переключение канала.

Ударник сам переключает свои каналы.

3.2. Схема работы трубопровода

Справа и слева есть расход воды q_i и q_j соответственно, давление внутри трубы p зависит от этих расходов по формулам:

$$\begin{aligned}p' &= \Phi(q_i - q_j, p, C, C_{cav}) \\ \Phi(q_{ij}, p, C, C_{cav}) &= \begin{cases} \frac{p^{(1+\frac{1}{\gamma})} q_{ij}}{C_{cav}}, & 0 < p \leq p_{\text{атм.}} \text{ и } q_{ij} < 0, \\ \frac{-q_{ij}}{C}, & \text{иначе} \end{cases}\end{aligned}$$

3.3. Схема работы местного сопротивления

Справа и слева от местного сопротивления есть давление p_i и p_j соответственно, расход от местного сопротивления q вычисляется по следующим формулам:

$$\begin{aligned}q' &= G(p_i - p_j - P_\alpha(q), q) \\ P_\alpha(q) &= \begin{cases} r q, & Re^{\text{mult}} \cdot |q| < Re^{\text{crit}} \\ r_\infty |q|^\infty \text{sign}(q), & \text{иначе} \end{cases} \\ G(dp, q) &= B \sqrt{|dp|} \left(F \sqrt{\left| \frac{dp}{\xi} \right|}^3 \text{sign}(dp) - q \right)\end{aligned}$$

3.4. Простейшая схема из трубопровода и местного сопротивления

$q_1 = 0.001$ - расход насоса.

$p_1(t)$ - давление внутри трубы.

$q_2(t)$ - расход на местном сопротивлении.

$p_2 = 10^5$ - атмосферное давление, слив.

$$\begin{cases} p'_1 = \Phi(q_1 - q_2, p_1, C, C_{cav}) \\ q'_2 = G(p_1 - p_2 - P_\alpha(q_2), q_2) \end{cases}$$

Начальные условия:

$$p_1(0) = p_2$$

$$q_2(0) = 0$$

3.5. Метод работы перегородки

$$x(t)$$

$$x^k, x^{k+1}, x^{k+2}, \dots$$

$$x^k < x_{\text{окр.}} \wedge x^{k+1} > x_{\text{окр.}}$$

1. Уменьшаем $ht/2$.
2. Мы могли попасть справа или слева $x_{\text{окр.}}$.
3. Уменьшаем пока x не окажется слева.
4. Остановиться, когда подходим на расстояние $\Delta\delta = 10^{-6}\text{м}$, тогда $x = x_{\text{окр.}}$, $v = 0$.

3.6. Основные формулы:

3.7. Константы:

$$1. \text{Nu} = \begin{cases} 10^{-6}, & \text{вода} \\ 3.5 \cdot 10^{-5}, & \text{масло} \end{cases} - \text{число Нуссельта}$$

$$2. \gamma = 1.4$$

$$3. \rho = \begin{cases} 997 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \text{вода} \\ 905 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \text{масло} \end{cases} - \text{плотность жидкости}$$

$$4. E_s = \rho(\rho_{swd})^2 \approx 1260000 - \text{модуль жесткости воды.}$$

$$5. C = \frac{V}{E_s}$$

$$6. C_{cav} = 10^{\frac{5}{\gamma}} \frac{V}{\gamma}$$

$$7. d \approx 2\text{см}$$

$$8. \alpha = 1.75$$

$$9. Re^{crt} = 321 - \text{число Рейнольдса}$$

$$10. Re^{mult} = \frac{dH}{\text{Nu} \cdot S} - \text{число Рейнольдса}$$

$$11. dH = \frac{4S}{\pi d}$$

$$12. B = \frac{1}{l\sqrt{2\rho}}$$

$$13. F = S\sqrt{2\rho}$$

$$14. \xi = 0.5 \cdot 0.035 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{\text{eps}(1)} - 1 \right)^2 = 0.0192$$

$$15. \text{eps}(x) = 0.57 + 0.043(1.1 - x)$$

$$16. r = \frac{12g\nu l}{(dH)^2 S}$$

$$17. r_\alpha = \frac{0.1582g\nu^{0.25}l}{(dH)^{1.35}S^{1.75}}$$

3.8. Обозначения:

1. V - объем камеры.
2. S - площадь сечения местного сопротивления.
3. C - жесткость воды.
4. C_{cav} - жесткость воды при кавитации.