

0.1. Warning

NOTE: Все данные предоставлены лишь в ознакомительном порядке.
В формулах могут быть ошибки.

1. Лабораторная работа №1

1.1. Задание

Численно решить ОДУ, построив таблицы с шагом $h \in \{0.1, 0.01, 0.001\}$:

$$y' = 2ty$$

$$y(0) = 1$$

$$t \in [0, 1]$$

1.2. Методы

Дано уравнение $\frac{\partial y}{\partial t} = f(t, y)$, где $y = y(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, t — свободная переменная. Тогда его можно решить численно с помощью следующих методов.

Примечание: эти методы справедливы и для систем однородных дифференциальных уравнений. Тогда вместо y будет вектор размерности n , а функция должна иметь следующий вид: $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Например, для данной системы, y и f будут равны:

$$\begin{cases} \frac{\partial x_1}{\partial t} = x_1^2 + x_2^2 - 4tx_1x_2 \\ \frac{\partial x_2}{\partial t} = 3(x_1 - t)(x_2 + t) \end{cases} \Rightarrow y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, f(t, y) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 - 4tx_1x_2 \\ 3(x_1 - t)(x_2 + t) \end{pmatrix}$$

Обозначения:

t_0 — точка начала.

h — шаг.

$$t_n = t_0 + hn$$

$$y_n \approx y(t_n)$$

1.2.1. Метод Эйлера (явный)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$$

1.2.2. Модифицированный метод Эйлера

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \cdot [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_n + h \cdot f(t_n, y_n))]$$

1.2.3. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} \cdot [k_n^1 + 2k_n^2 + 2k_n^3 + k_n^4]$$

$$k_n^1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_n^2 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_n^1)$$

$$k_n^3 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_n^2)$$

$$k_n^4 = f(t_n + h, y_n + hk_n^3)$$

2. Лабораторная работа №2

2.1. Задание

Проинтегрировать и построить графики координаты x , скорости и давления с шагом $h \in \{0.1, 0.01, 0.001\}$:

2.2. Формулы

$$\begin{aligned}v' &= \frac{1}{m}[P_i S_i - P_j S_j - \nu \cdot |V| \cdot \text{sign} V] \\x' &= v \\P_i &= \frac{q_i - S_i V}{K^{\text{гпр.}}} \quad P_j = \frac{S_j V - q_j}{K^{\text{гпр.}}}\end{aligned}$$

2.3. Данные и начальные условия

Насос постоянного расхода: $q_i = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $P_j = 10^5$ Па. (атм. давление)
 $x(0) = 0$
 $V(0) = 0$
 $P(0) = 10^5$ Па.

3. Лабораторная работа №3

3.1. Задание

МС - местное сопротивление

ТП - трубопровод

x_1, x_2 - координаты при которых происходит переключение канала.

Ударник сам переключает свои каналы.

3.2. Метод работы перегородки

$$\begin{aligned}x(t) \\x^k, x^{k+1}, x^{k+2}, \dots \\x^k < x_{\text{окр.}} \wedge x^{k+1} > x_{\text{окр.}}\end{aligned}$$

1. Уменьшаем $ht/2$.
2. Мы могли попасть справа или слева $x_{\text{окр.}}$.
3. Уменьшаем пока x не окажется слева.
4. Остановиться, когда подходим на расстояние $\Delta\delta = 10^{-6}\text{м}$, тогда $x = x_{\text{окр.}}, v = 0$.

3.3. Основные формулы:

1. $p' = h\Phi(q_1 - q_j, p, C, C_{\text{cav}})$
2. $q' = hG(p_i - p_j - P_\alpha(q), q)$
3. $\Phi(q_{ij}, p, c, C) = \begin{cases} \frac{p^{(1+\frac{1}{\gamma})} q_{ij}}{C_{\text{cav}}}, & 0 < p \leq p_{\text{атм.}} \text{ и } 0 < q_{ij}, \\ \frac{q_{ij}}{C}, & \text{иначе} \end{cases}$
4. $P_\alpha(q) = \begin{cases} rq, & Re^{\text{mult}} \cdot |q| < Re^{\text{crt}} \\ r_{\text{ж}}|q|^{\text{ж}} \text{sign}(q), & \text{иначе} \end{cases}$

$$5. G(dp, q) = B\sqrt{|dp|} \left(F\sqrt{\frac{dp}{\xi}}^3 - q \right)$$

3.4. Константы:

1. $Nu = \begin{cases} 10^{-6}, & \text{вода} \\ 3.5 \cdot 10^{-5}, & \text{масло} \end{cases}$ - число Нуссельта
2. $\gamma = 1.4$
3. $\rho = \begin{cases} 997 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \text{вода} \\ 905 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \text{масло} \end{cases}$ - плотность жидкости
4. $E_s = \rho(\rho_{swd})^2 \approx 12600000$ - модуль жесткости воды.
5. $C = \frac{V}{E_s}$
6. $C_{cav} = 10^{\frac{5}{\gamma}} \frac{V}{\gamma}$
7. $d \approx 2\text{см}$
8. $\alpha = 1.75$
9. $Re^{crt} = 321$ - число Рейнольдса
10. $Re^{mult} = \frac{dH}{Nu \cdot S}$ - число Рейнольдса
11. $dH = \frac{4S}{\pi d}$
12. $B = \frac{1}{l\sqrt{2\rho}}$
13. $F = S\sqrt{2\rho}$
14. $\xi = 0.5 \cdot 0.035 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{\text{eps}(1)} - 1 \right)^2$
15. $\text{eps}(x) = 0.57 + 0.043(1.1 - x)$
16. $r = \frac{12g\nu l}{(dH)^2 S}$
17. $r_{\alpha} = \frac{0.1582g\nu^{0.25}l}{(dH)^{1.35}S^{1.75}}$

3.5. Обозначения:

1. V - объем камеры.
2. S - площадь сечения местного сопротивления.
3. C - жесткость воды.
4. C_{cav} - жесткость воды при кавитации.