

# Introduction to Answer Set Programming (ASP): Logic Programming and Non-Monotonic Reasoning

Jianmin Ji and Guoqiang Jin

`{jizheng, abxeeled}@mail.ustc.edu.cn`

Multi-Agent Systems Lab.

School of Computer Science and Technology  
University of Science and Technology of China

August 17, 2010

# Outline

1 关于暑期讨论班

2 逻辑程序

3 稳定模型

4 相关阅读材料

# Outline

1 关于暑期讨论班

2 逻辑程序

3 稳定模型

4 相关阅读材料

# 机器人智能决策讨论班 (2010 年暑假)

- 主要内容:

- Answer Set Programming (ASP) 基础: 历史背景, 语法, 语义, 基本性质。
- ASP 求解: 计算原理, 多种求解器介绍, 使用和比较。
- ASP 编程: 使用 ASP 来求解问题, Home 组仿真平台的熟悉以及编程。
- 自然语言理解, 以及自然语言理解在 Home 机器人决策中的应用。
- 行动推理的理论以及相关的实验。

# 机器人智能决策讨论班 (2010 年暑假)

- 主要内容:

- Answer Set Programming (ASP) 基础: 历史背景, 语法, 语义, 基本性质。
- ASP 求解: 计算原理, 多种求解器介绍, 使用和比较。
- ASP 编程: 使用 ASP 来求解问题, Home 组仿真平台的熟悉以及编程。
- 自然语言理解, 以及自然语言理解在 Home 机器人决策中的应用。
- 行动推理的理论以及相关的实验。

- 方式:

- 报告: 隔一天一次专题报告。见  
[http://wrighteagle.org/cn/seminar/theory\\_10.php](http://wrighteagle.org/cn/seminar/theory_10.php)
- 文献阅读: 在报告之前和之后, 有一些文献需要阅读。
- 讨论: 每次报告后有一段时间集体讨论或回答问题。
- 实验: 主要是 Home 组的仿真平台。

# ASP 基础与应用讨论班 (2010 年暑假) con't

## 期望效果

- 了解 ASP 理论基础。
- 掌握 ASP 编程技术，可以用来求解实际问题。
- 了解行动推理或自然语言理解的大致框架。
- 了解并实验 Home 机器人中使用的 ASP 智能决策技术。

# Outline

1 关于暑期讨论班

2 逻辑程序

3 稳定模型

4 相关阅读材料

# 逻辑程序

- Answer Set Programming (ASP) 是逻辑程序 (Logic Programming) 中的一种。



# 逻辑程序

- Answer Set Programming (ASP) 是逻辑程序 (Logic Programming) 中的一种。
- 逻辑程序的基本观点:  $\text{Algorithm} = \text{Logic} + \text{Control}$

# 逻辑程序

- Answer Set Programming (ASP) 是逻辑程序 (Logic Programming) 中的一种。
- 逻辑程序的基本观点:  $\text{Algorithm} = \text{Logic} + \text{Control}$
- 只需用逻辑程序将问题的逻辑部分 (问题是什么) 描述清楚, 程序自动求解。

# 逻辑程序

- Answer Set Programming (ASP) 是逻辑程序 (Logic Programming) 中的一种。
- 逻辑程序的基本观点:  $\text{Algorithm} = \text{Logic} + \text{Control}$
- 只需用逻辑程序将问题的逻辑部分 (问题是什么) 描述清楚, 程序自动求解。
- 在逻辑程序中引入 'not', 从而处理非单调推理。

# 逻辑程序的语法

- 在逻辑程序中 (正程序), 所有“语句”都表示成“规则”的形式:

$$A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m.$$

其中  $A$  是一个原子, 称为该规则的“头”,  $A_i$  也是原子, 合称为该规则的“体”。

# 逻辑程序的语法

- 在逻辑程序中 (正程序), 所有“语句”都表示成“规则”的形式:

$$A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m.$$

其中  $A$  是一个原子, 称为该规则的“头”,  $A_i$  也是原子, 合称为该规则的“体”。

- $n = 0$  的规则称为“事实”, 没有体, 只有头, 往往省略反箭头  $\leftarrow$ .

# 逻辑程序的语法

- 在逻辑程序中 (正程序), 所有“语句”都表示成“规则”的形式:

$$A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m.$$

其中  $A$  是一个原子, 称为该规则的“头”,  $A_i$  也是原子, 合称为该规则的“体”。

- $n = 0$  的规则称为“事实”, 没有体, 只有头, 往往省略反箭头  $\leftarrow$ .
- 文字的析取称为一个“子句”。不严格的说, 一条规则  $A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m$  代表一个子句  $A \vee \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_m$ 。

# 逻辑程序的语法

- 在逻辑程序中 (正程序), 所有“语句”都表示成“规则”的形式:

$$A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m.$$

其中  $A$  是一个原子, 称为该规则的“头”,  $A_i$  也是原子, 合称为该规则的“体”。

- $n = 0$  的规则称为“事实”, 没有体, 只有头, 往往省略反箭头  $\leftarrow$ .
- 文字的析取称为一个“子句”。不严格的说, 一条规则  $A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m$  代表一个子句  $A \vee \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_m$ .
- 仅有一个正文字的子句, 称为 Horn 子句。每条逻辑程序 (正程序) 的规则对应一个 Horn 子句。

# 逻辑程序的语法

- 在逻辑程序中 (正程序), 所有 “语句” 都表示成 “规则” 的形式:

$$A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m.$$

其中  $A$  是一个原子, 称为该规则的 “头”,  $A_i$  也是原子, 合称为该规则的 “体”。

- $n = 0$  的规则称为 “事实”, 没有体, 只有头, 往往省略反箭头  $\leftarrow$ .
- 文字的析取称为一个 “子句”。不严格的说, 一条规则  $A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m$  代表一个子句  $A \vee \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_m$ .
- 仅有一个正文字的子句, 称为 Horn 子句。每条逻辑程序 (正程序) 的规则对应一个 Horn 子句。
- 默认子句中出现的个体变元都被全称量化。因此, 子句  $A \vee \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_m$  实际上是全称闭式:

$$\forall x_1, x_2, \dots, x_n : A \vee \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_m$$

的简写, 其中  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是子句中出现的个体变元。



# Herbrand 基

- 任给程序  $P$ ,  $P$  的一个“常项” (ground term) 是一个由  $P$  中出现的个体常元和函数符号复合而成的项。

# Herbrand 基

- 任给程序  $P$ ,  $P$  的一个“常项” (ground term) 是一个由  $P$  中出现的个体常元和函数符号复合而成的项。
- $P$  的所有常项的集合称为  $P$  的 Herbrand 域 (Herbrand Universe), 记为  $U(P)$ 。

# Herbrand 基

- 任给程序  $P$ ,  $P$  的一个“常项” (ground term) 是一个由  $P$  中出现的个体常元和函数符号复合而成的项。
- $P$  的所有常项的集合称为  $P$  的 Herbrand 域 (Herbrand Universe), 记为  $U(P)$ 。
- 例如:  $P_1 = \{ p(1)., q(2)., q(x) \leftarrow p(x). \}$ , 则  $U(P_1) = \{ 1, 2 \}$ 。

# Herbrand 基

- 任给程序  $P$ ,  $P$  的一个“常项” (ground term) 是一个由  $P$  中出现的个体常元和函数符号复合而成的项。
- $P$  的所有常项的集合称为  $P$  的 Herbrand 域 (Herbrand Universe), 记为  $U(P)$ 。
- 例如:  $P_1 = \{ p(1)., q(2)., q(x) \leftarrow p(x). \}$ , 则  $U(P_1) = \{ 1, 2 \}$ 。
- $P$  的一个“常原子” 是一个由  $P$  的常项和  $P$  中出现的谓词符号组成的原子。

# Herbrand 基

- 任给程序  $P$ ,  $P$  的一个“常项” (ground term) 是一个由  $P$  中出现的个体常元和函数符号复合而成的项。
- $P$  的所有常项的集合称为  $P$  的 Herbrand 域 (Herbrand Universe), 记为  $U(P)$ 。
- 例如:  $P_1 = \{ p(1)., q(2)., q(x) \leftarrow p(x). \}$ , 则  $U(P_1) = \{ 1, 2 \}$ 。
- $P$  的一个“常原子” 是一个由  $P$  的常项和  $P$  中出现的谓词符号组成的原子。
- $P$  的所有常原子的集合称为  $P$  的 Herbrand 基 (Herbrand Base), 记为  $B(P)$ 。例如,  $B(P_1) = \{ p(1), p(2), q(1), q(2) \}$ 。

# 逻辑程序的常例 (grounding)

- 任给一个规则  $R$ ,  $R$  的一个“常例” (ground instance) 是通过下述操作产生的不含个体变元的规则: 对  $R$  中出现的每一个体变元  $x$ , 处处同时带入一个常项。

# 逻辑程序的常例 (grounding)

- 任给一个规则  $R$ ,  $R$  的一个“常例” (ground instance) 是通过下述操作产生的不含个体变元的规则: 对  $R$  中出现的每一个体变元  $x$ , 处处同时带入一个常项。
- 例如,  $P_1$  中第三条规则有两个常例:

$$q(1) \leftarrow p(1).$$

$$q(2) \leftarrow p(2).$$

# 逻辑程序的 Herbrand 解释

- 逻辑程序的语义与经典语义不同，建立在 Herbrand 解释之上。



# 逻辑程序的 Herbrand 解释

- 逻辑程序的语义与经典语义不同，建立在 Herbrand 解释之上。
- 一阶逻辑语义：一个解释  $I$  由一个论域  $D$  以及一个从项和公式到  $D$  上函数和关系的映射  $V$  构成。给定  $I$ ，任何公式都可被映射为真或者假。

# 逻辑程序的 Herbrand 解释

- 逻辑程序的语义与经典语义不同，建立在 Herbrand 解释之上。
- 一阶逻辑语义：一个解释  $I$  由一个论域  $D$  以及一个从项和公式到  $D$  上函数和关系的映射  $V$  构成。给定  $I$ ，任何公式都可被映射为真或者假。
- 任给程序  $P$ ， $P$  的任何一个 Herbrand 解释  $I_H$  的论域取为  $U(P)$ ，即  $P$  的 Herbrand 域。 $I_H$  的解释函数  $V_H$  将  $P$  的任意常项和常原子映射为它们自身。

# 逻辑程序的 Herbrand 解释

- 逻辑程序的语义与经典语义不同，建立在 Herbrand 解释之上。
- 一阶逻辑语义：一个解释  $I$  由一个论域  $D$  以及一个从项和公式到  $D$  上函数和关系的映射  $V$  构成。给定  $I$ ，任何公式都可被映射为真或者假。
- 任给程序  $P$ ， $P$  的任何一个 Herbrand 解释  $I_H$  的论域取为  $U(P)$ ，即  $P$  的 Herbrand 域。 $I_H$  的解释函数  $V_H$  将  $P$  的任意常项和常原子映射为它们自身。
- $P$  的一个 Herbrand 解释还包含一个由  $P$  的若干常原子组成的“指派”集合  $M(P) \subseteq B(P)$ 。一个常原子  $p$  在指派  $M(P)$  下为真，当且仅当  $p \in M(P)$ 。

# 逻辑程序的 Herbrand 解释

- 逻辑程序的语义与经典语义不同，建立在 Herbrand 解释之上。
- 一阶逻辑语义：一个解释  $I$  由一个论域  $D$  以及一个从项和公式到  $D$  上函数和关系的映射  $V$  构成。给定  $I$ ，任何公式都可被映射为真或者假。
- 任给程序  $P$ ， $P$  的任何一个 Herbrand 解释  $I_H$  的论域取为  $U(P)$ ，即  $P$  的 Herbrand 域。 $I_H$  的解释函数  $V_H$  将  $P$  的任意常项和常原子映射为它们自身。
- $P$  的一个 Herbrand 解释还包含一个由  $P$  的若干常原子组成的“指派”集合  $M(P) \subseteq B(P)$ 。一个常原子  $p$  在指派  $M(P)$  下为真，当且仅当  $p \in M(P)$ 。
- 任何规则  $R$  在一个 Herbrand 解释  $I_H$  下的真值根据  $M(P)$  如下：

# 逻辑程序的 Herbrand 解释

- 逻辑程序的语义与经典语义不同，建立在 Herbrand 解释之上。
- 一阶逻辑语义：一个解释  $I$  由一个论域  $D$  以及一个从项和公式到  $D$  上函数和关系的映射  $V$  构成。给定  $I$ ，任何公式都可被映射为真或者假。
- 任给程序  $P$ ， $P$  的任何一个 Herbrand 解释  $I_H$  的论域取为  $U(P)$ ，即  $P$  的 Herbrand 域。 $I_H$  的解释函数  $V_H$  将  $P$  的任意常项和常原子映射为它们自身。
- $P$  的一个 Herbrand 解释还包含一个由  $P$  的若干常原子组成的“指派”集合  $M(P) \subseteq B(P)$ 。一个常原子  $p$  在指派  $M(P)$  下为真，当且仅当  $p \in M(P)$ 。
- 任何规则  $R$  在一个 Herbrand 解释  $I_H$  下的真值根据  $M(P)$  如下：
  - ①  $I_H(R) = t$ ，当且仅当对  $R$  的所有常例  $R^*$  有  $I_H(R^*) = t$ ；

# 逻辑程序的 Herbrand 解释

- 逻辑程序的语义与经典语义不同，建立在 Herbrand 解释之上。
- 一阶逻辑语义：一个解释  $I$  由一个论域  $D$  以及一个从项和公式到  $D$  上函数和关系的映射  $V$  构成。给定  $I$ ，任何公式都可被映射为真或者假。
- 任给程序  $P$ ， $P$  的任何一个 Herbrand 解释  $I_H$  的论域取为  $U(P)$ ，即  $P$  的 Herbrand 域。 $I_H$  的解释函数  $V_H$  将  $P$  的任意常项和常原子映射为它们自身。
- $P$  的一个 Herbrand 解释还包含一个由  $P$  的若干常原子组成的“指派”集合  $M(P) \subseteq B(P)$ 。一个常原子  $p$  在指派  $M(P)$  下为真，当且仅当  $p \in M(P)$ 。
- 任何规则  $R$  在一个 Herbrand 解释  $I_H$  下的真值根据  $M(P)$  如下：
  - ①  $I_H(R) = t$ ，当且仅当对  $R$  的所有常例  $R^*$  有  $I_H(R^*) = t$ ；
  - ② 若  $A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m$  是一个规则的常例，则

$$I_H(A \leftarrow A_1, A_2, \dots, A_m) =_{df} I_H(A \vee \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_m),$$

当且仅当， $I_H(A) = t$  或者存在  $A_i$  使得  $I_H(\neg A_i) = t$ ，

当且仅当， $A \in M(P)$  或者存在  $A_i \notin M(P)$ 。

# 逻辑程序的 Herbrand 模型

- 一个 Herbrand 解释称为一个规则的 Herbrand 模型，如果该规则在该解释下为真。

# 逻辑程序的 Herbrand 模型

- 一个 Herbrand 解释称为一个规则的 Herbrand 模型，如果该规则在该解释下为真。
- 一个 Herbrand 解释称为一个程序的 Herbrand 模型，如果该程序的所有规则在该解释下为真。



# 逻辑程序的 Herbrand 模型

- 一个 Herbrand 解释称为一个规则的 Herbrand 模型，如果该规则在该解释下为真。
- 一个 Herbrand 解释称为一个程序的 Herbrand 模型，如果该程序的所有规则在该解释下为真。
- 严格说，一个程序  $P$  的一个 Herbrand 解释是一个三元组  $I_H = \langle U(P), V_H, M(P) \rangle$ 。但  $U(P)$  和  $V_H$  对任何  $P$  都是“固定的”，所以通常用指派集合  $M(P) \subseteq B(P)$  代表一个 Herbrand 模型，简记为  $M$ 。

# 逻辑程序的 Herbrand 模型

- 一个 Herbrand 解释称为一个规则的 Herbrand 模型，如果该规则在该解释下为真。
- 一个 Herbrand 解释称为一个程序的 Herbrand 模型，如果该程序的所有规则在该解释下为真。
- 严格说，一个程序  $P$  的一个 Herbrand 解释是一个三元组  $I_H = \langle U(P), V_H, M(P) \rangle$ 。但  $U(P)$  和  $V_H$  对任何  $P$  都是“固定的”，所以通常用指派集合  $M(P) \subseteq B(P)$  代表一个 Herbrand 模型，简记为  $M$ 。
- 例如， $P_1 = \{ p(1)., q(2)., q(x) \leftarrow p(x). \}$  有两个 Herbrand 模型： $\{ p(1), q(1), q(2) \}$  和  $\{ p(1), p(2), q(1), q(2) \}$ 。

# 正程序 Herbrand 模型性质

## Proposition 1

任何正程序都有 *Herbrand* 模型。

# 正程序 Herbrand 模型性质

## Proposition 1

任何正程序都有 *Herbrand* 模型。

## Theorem 1

正程序的任意两个 *Herbrand* 模型的交集也是该程序的一个 *Herbrand* 模型。

# 正程序 Herbrand 模型性质

## Proposition 1

任何正程序都有 *Herbrand* 模型。

## Theorem 1

正程序的任意两个 *Herbrand* 模型的交集也是该程序的一个 *Herbrand* 模型。

## Proposition 2

任何正程序有唯一的极小（最小）*Herbrand* 模型。记为  $AS(P)$ 。

# 正程序 Herbrand 模型性质

## Proposition 1

任何正程序都有 *Herbrand* 模型。

## Theorem 1

正程序的任意两个 *Herbrand* 模型的交集也是该程序的一个 *Herbrand* 模型。

## Proposition 2

任何正程序有唯一的极小（最小）*Herbrand* 模型。记为  $AS(P)$ 。

## Proposition 3

两个逻辑程序  $P_1, P_2$ ，如果  $P_1 \subseteq P_2$ ，则  $AS(P_1) \subseteq AS(P_2)$ 。

# Outline

1 关于暑期讨论班

2 逻辑程序

3 稳定模型

4 相关阅读材料

# 逻辑程序中引入 ‘not’

- 逻辑程序中规则定义为如下形式：

$$A \leftarrow A_1, \dots, A_m, \text{not } A_{m+1}, \dots, \text{not } A_n.$$



# 逻辑程序中引入 'not'

- 逻辑程序中规则定义为如下形式：

$$A \leftarrow A_1, \dots, A_m, \text{not } A_{m+1}, \dots, \text{not } A_n.$$

- 引入 'not'，从而引入非单调的表达能力。

# 逻辑程序中引入 ‘not’

- 逻辑程序中规则定义为如下形式：

$$A \leftarrow A_1, \dots, A_m, \text{not } A_{m+1}, \dots, \text{not } A_n.$$

- 引入 ‘not’，从而引入非单调的表达能力。
- ‘not’ 表示 “推不出”，逻辑程序下的推出 (推不出) 关系。

# 逻辑程序中引入 ‘not’

- 逻辑程序中规则定义为如下形式：

$$A \leftarrow A_1, \dots, A_m, \text{not } A_{m+1}, \dots, \text{not } A_n.$$

- 引入 ‘not’，从而引入非单调的表达能力。
- ‘not’ 表示 “推不出”，逻辑程序下的推出 (推不出) 关系。
- 对于正程序有唯一的极小 Herbrand 模型，对于一般逻辑程序极小 Herbrand 模型不是唯一的。(哪些才是合理的？)

# 稳定模型语义 (Stable Model Semantics)

The stable model semantics for logic programming  
[Gelfond & Lifschitz 1988].

- Assumption = Minimal Knowledge.

# 稳定模型语义 (Stable Model Semantics)

The stable model semantics for logic programming  
[Gelfond & Lifschitz 1988].

- Assumption = Minimal Knowledge.
- 对于含 ‘not’ 的规则，我们不得不预先合理的假定一些知识 (assumption)。所谓的合理在这里解释为：与最后推导出的知识 (minimal knowledge) 一致。

# 稳定模型语义 (Stable Model Semantics)

The stable model semantics for logic programming  
[Gelfond & Lifschitz 1988].

- Assumption = Minimal Knowledge.
- 对于含 'not' 的规则，我们不得不预先合理的假定一些知识 (assumption)。所谓的合理在这里解释为：与最后推导出的知识 (minimal knowledge) 一致。
- 对于任意原子的集合  $S$ ， $P^S$  定义为  $P$  中按下列方式处理得到的程序：

# 稳定模型语义 (Stable Model Semantics)

The stable model semantics for logic programming  
[Gelfond & Lifschitz 1988].

- Assumption = Minimal Knowledge.
- 对于含 ‘not’ 的规则，我们不得不预先合理的假定一些知识 (assumption)。所谓的合理在这里解释为：与最后推导出的知识 (minimal knowledge) 一致。
- 对于任意原子的集合  $S$ ， $P^S$  定义为  $P$  中按下列方式处理得到的程序：
  - 1 如果规则体中有  $\text{not } a$ ，并且  $a \in S$ ，则删除这条规则；

# 稳定模型语义 (Stable Model Semantics)

The stable model semantics for logic programming  
[Gelfond & Lifschitz 1988].

- Assumption = Minimal Knowledge.
- 对于含 'not' 的规则，我们不得不预先合理的假定一些知识 (assumption)。所谓的合理在这里解释为：与最后推导出的知识 (minimal knowledge) 一致。
- 对于任意原子的集合  $S$ ， $P^S$  定义为  $P$  中按下列方式处理得到的程序：
  - 1 如果规则体中有  $not a$ ，并且  $a \in S$ ，则删除这条规则；
  - 2 删除剩余的含  $not$  文字。



# 稳定模型语义 (Stable Model Semantics)

The stable model semantics for logic programming  
[Gelfond & Lifschitz 1988].

- Assumption = Minimal Knowledge.
- 对于含 'not' 的规则，我们不得不预先合理的假定一些知识 (assumption)。所谓的合理在这里解释为：与最后推导出的知识 (minimal knowledge) 一致。
- 对于任意原子的集合  $S$ ， $P^S$  定义为  $P$  中按下列方式处理得到的程序：
  - 1 如果规则体中有  $not a$ ，并且  $a \in S$ ，则删除这条规则；
  - 2 删除剩余的含  $not$  文字。
- $S$  是  $P$  的稳定模型 iff  $S$  是  $P^S$  的极小模型。

$$S = AS(P^S)$$

# Stable Model 性质

## Theorem 2

$S$  是程序  $P$  的 *Herbrand* 模型当且仅当  $S$  是  $P^S$  的 *Herbrand* 模型。

# Stable Model 性质

## Theorem 2

$S$  是程序  $P$  的 *Herbrand* 模型当且仅当  $S$  是  $P^S$  的 *Herbrand* 模型。

## Theorem 3

程序  $P$  的任何一个稳定模型都是  $P$  的一个极小 *Herbrand* 模型。

# Stable Model 性质

## Theorem 2

$S$  是程序  $P$  的 *Herbrand* 模型当且仅当  $S$  是  $P^S$  的 *Herbrand* 模型。

## Theorem 3

程序  $P$  的任何一个稳定模型都是  $P$  的一个极小 *Herbrand* 模型。

- 正程序有唯一的稳定模型，即该程序的极小模型；

# Stable Model 性质

## Theorem 2

$S$  是程序  $P$  的 *Herbrand* 模型当且仅当  $S$  是  $P^S$  的 *Herbrand* 模型。

## Theorem 3

程序  $P$  的任何一个稳定模型都是  $P$  的一个极小 *Herbrand* 模型。

- 正程序有唯一的稳定模型，即该程序的极小模型；
- 有些程序没有稳定模型，例如  $\{p \leftarrow \text{not } p.\}$ ；

# Stable Model 性质

## Theorem 2

$S$  是程序  $P$  的 *Herbrand* 模型当且仅当  $S$  是  $P^S$  的 *Herbrand* 模型。

## Theorem 3

程序  $P$  的任何一个稳定模型都是  $P$  的一个极小 *Herbrand* 模型。

- 正程序有唯一的稳定模型，即该程序的极小模型；
- 有些程序没有稳定模型，例如  $\{p \leftarrow \text{not } p.\}$ ；
- 有些程序有多个稳定模型，例如  $\{p \leftarrow \text{not } q. q \leftarrow \text{not } p.\}$ ；

# Stable Model 性质

## Theorem 2

$S$  是程序  $P$  的 *Herbrand* 模型当且仅当  $S$  是  $P^S$  的 *Herbrand* 模型。

## Theorem 3

程序  $P$  的任何一个稳定模型都是  $P$  的一个极小 *Herbrand* 模型。

- 正程序有唯一的稳定模型，即该程序的极小模型；
- 有些程序没有稳定模型，例如  $\{p \leftarrow \text{not } p.\}$ ；
- 有些程序有多个稳定模型，例如  $\{p \leftarrow \text{not } q. q \leftarrow \text{not } p.\}$ ；
- 有些程序只有空集作为稳定模型，例如  $\{p \leftarrow p.\}$ ；

# Stable Model 性质

## Theorem 2

$S$  是程序  $P$  的 *Herbrand* 模型当且仅当  $S$  是  $P^S$  的 *Herbrand* 模型。

## Theorem 3

程序  $P$  的任何一个稳定模型都是  $P$  的一个极小 *Herbrand* 模型。

- 正程序有唯一的稳定模型，即该程序的极小模型；
- 有些程序没有稳定模型，例如  $\{p \leftarrow \text{not } p.\}$ ；
- 有些程序有多个稳定模型，例如  $\{p \leftarrow \text{not } q. q \leftarrow \text{not } p.\}$ ；
- 有些程序只有空集作为稳定模型，例如  $\{p \leftarrow p.\}$ ；
- 一个程序的稳定模型彼此互不为子集。



# 稳定模型语义举例

企鹅与鸟的例子:

# 稳定模型语义举例

企鹅与鸟的例子:

## Example 4

$fly(X) \leftarrow bird(X), not\ nfly(X).$

/\* 通常, 鸟会飞 \*/

$bird(X) \leftarrow penguin(X).$

/\* 企鹅是鸟 \*/

$nfly(X) \leftarrow penguin(X), not\ fly(X).$

/\* 通常, 企鹅不会飞 \*/

$penguin(tweety).$

/\* tweety 是企鹅 \*/

# 稳定模型语义举例

企鹅与鸟的例子:

## Example 4

$fly(X) \leftarrow bird(X), not\ nfly(X).$

/\* 通常, 鸟会飞 \*/

$bird(X) \leftarrow penguin(X).$

/\* 企鹅是鸟 \*/

$nfly(X) \leftarrow penguin(X), not\ fly(X).$

/\* 通常, 企鹅不会飞 \*/

$penguin(tweety).$

/\* tweety 是企鹅 \*/

tweety 会不会飞?

# 稳定模型语义举例

企鹅与鸟的例子:

## Example 4

$fly(X) \leftarrow bird(X), not\ nfly(X).$	<i>/* 通常, 鸟会飞 */</i>
$bird(X) \leftarrow penguin(X).$	<i>/* 企鹅是鸟 */</i>
$nfly(X) \leftarrow penguin(X), not\ fly(X).$	<i>/* 通常, 企鹅不会飞 */</i>
$penguin(tweety).$	<i>/* tweety 是企鹅 */</i>

tweety 会不会飞?

此程序的所有稳定模型为:

$\{ bird(tweety), penguin(tweety), fly(tweety) \},$   
 $\{ bird(tweety), penguin(tweety), nfly(tweety) \}.$

# 经典否定

- 前面的介绍中，没有涉及经典否定  $\neg$ 。在程序中其实可以加入经典否定：

$$L \leftarrow L_1, \dots, L_m, \text{not } L_{m+1}, \dots, \text{not } L_n.$$

其中， $L$  和  $L_i$  是文字，即原子或原子的否定 ( $\neg$ )。

# 经典否定

- 前面的介绍中，没有涉及经典否定  $\neg$ 。在程序中其实可以加入经典否定：

$$L \leftarrow L_1, \dots, L_m, \text{not } L_{m+1}, \dots, \text{not } L_n.$$

其中， $L$  和  $L_i$  是文字，即原子或原子的否定 ( $\neg$ )。

- 对于含经典否定的正逻辑程序，仍然可以定义极小 Herbrand 模型，只不过此时 Herbrand 解释对应为文字的集合。

# 经典否定

- 前面的介绍中，没有涉及经典否定  $\neg$ 。在程序中其实可以加入经典否定：

$$L \leftarrow L_1, \dots, L_m, \text{not } L_{m+1}, \dots, \text{not } L_n.$$

其中， $L$  和  $L_i$  是文字，即原子或原子的否定 ( $\neg$ )。

- 对于含经典否定的正逻辑程序，仍然可以定义极小 Herbrand 模型，只不过此时 Herbrand 解释对应为文字的集合。
- 程序的 Herbrand 模型是一致的（不同时存在  $p$  和  $\neg p$ ）或者是文字的全体集合  $Lit$ 。在此约束下，逻辑程序保持前面介绍的各种性质。

# 经典否定

- 前面的介绍中，没有涉及经典否定  $\neg$ 。在程序中其实可以加入经典否定：

$$L \leftarrow L_1, \dots, L_m, \text{not } L_{m+1}, \dots, \text{not } L_n.$$

其中， $L$  和  $L_i$  是文字，即原子或原子的否定 ( $\neg$ )。

- 对于含经典否定的正逻辑程序，仍然可以定义极小 Herbrand 模型，只不过此时 Herbrand 解释对应为文字的集合。
- 程序的 Herbrand 模型是一致的（不同时存在  $p$  和  $\neg p$ ）或者是文字的全体集合  $Lit$ 。在此约束下，逻辑程序保持前面介绍的各种性质。
- 程序的 Answer set 为一个文字集  $S$ ，满足  $S = AS(P^S)$ 。





## 下一阶段阅读文献



Gelfond, M. and Lifschitz, V.

The Stable Model Semantics For Logic Programming.

*In Proceedings of the Fifth International Conference on Logic Programming (ICLP-88)*, pages 1070–1080, 1988.



Gelfond, M. and Lifschitz, V.

Classical Negation in Logic Programs and Disjunctive Databases.

*New Generation Computing* 9:365–385, 1991.