

INTERFEROMETRIC MISSION

ESA challenge

INDICE

01

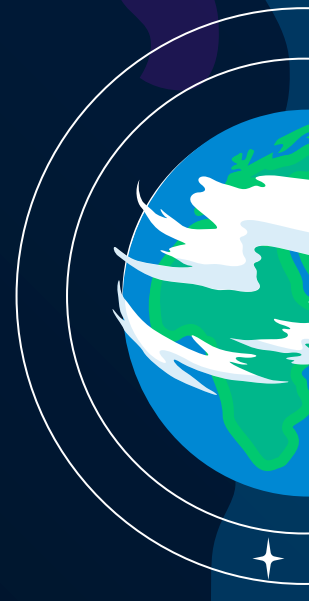
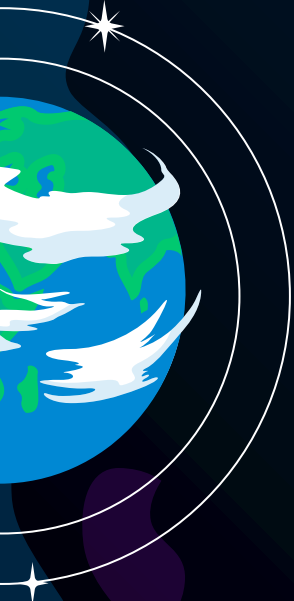
DESCRIZIONE PROBLEMA

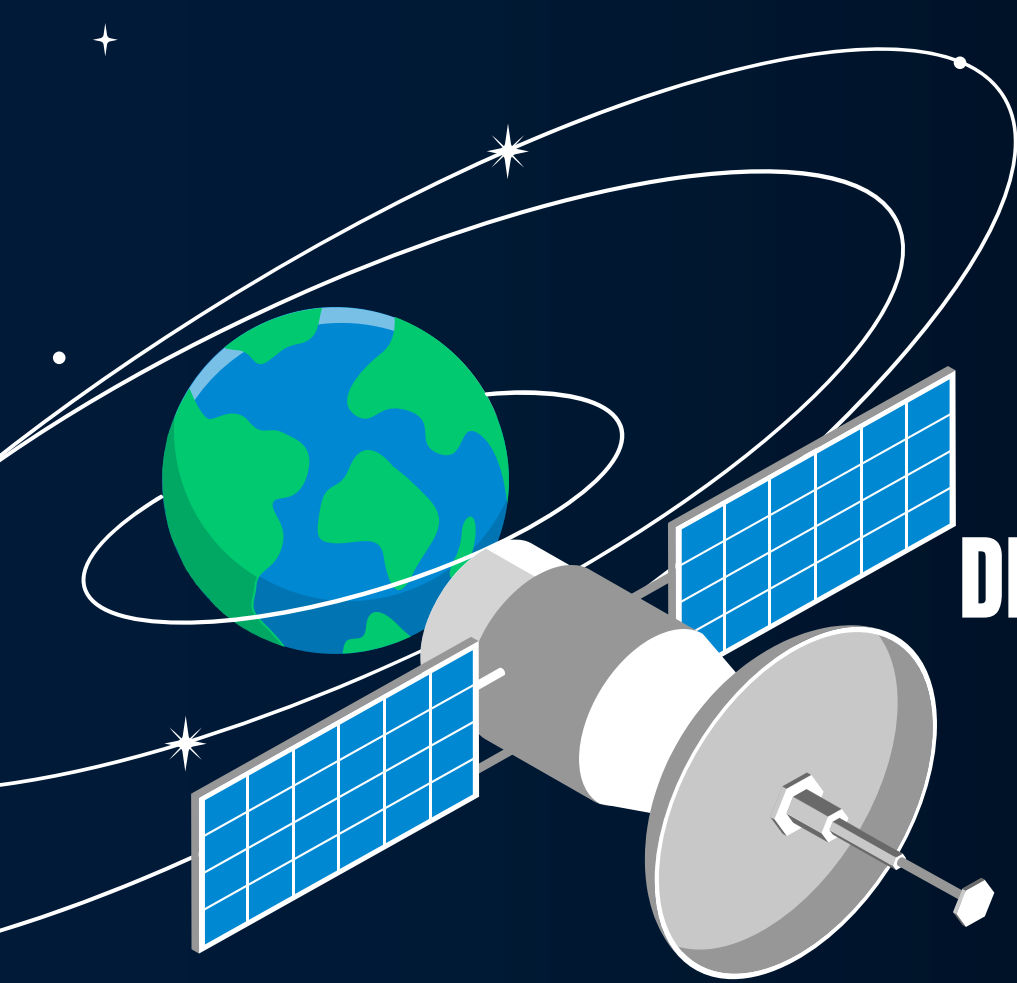
02

ALGORITMI UTILIZZATI

03

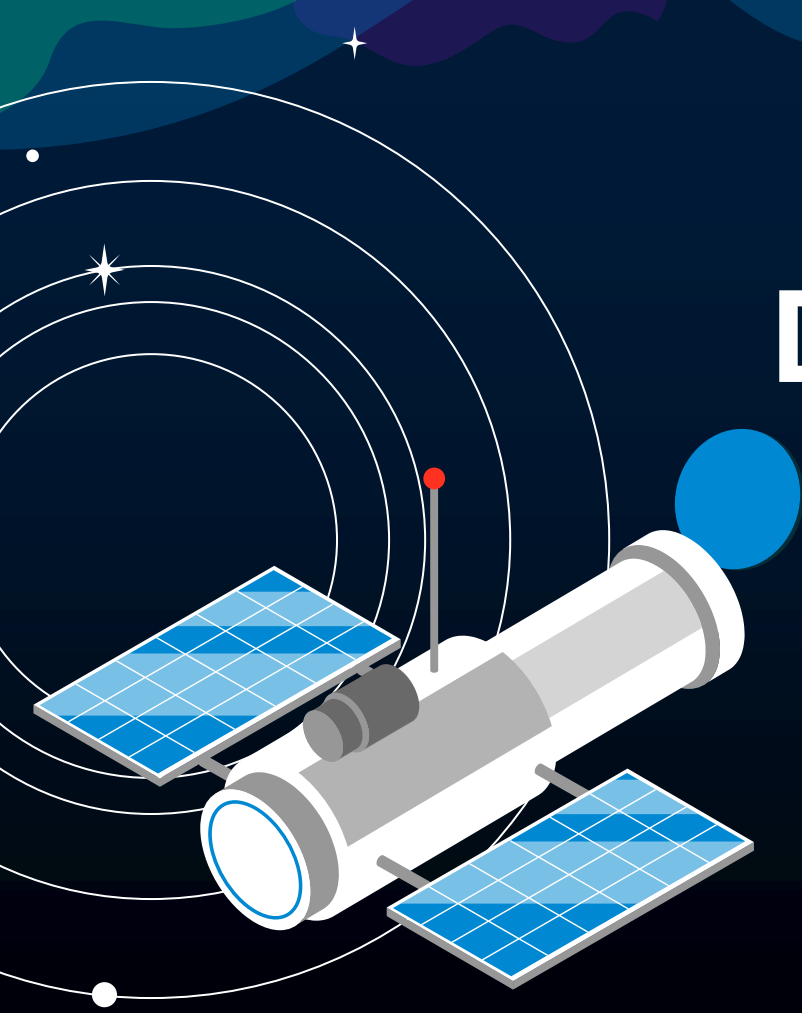
VALUTAZIONE PRESTAZIONI





01

DESCRIZIONE PROBLEMA



DESCRIZIONE PROBLEMA

OBIETTIVO PRINCIPALE

Configurare N satelliti (posizione e velocità iniziali) in modo da mantenere una configurazione utile per più orbite sui piani xy xz yz .

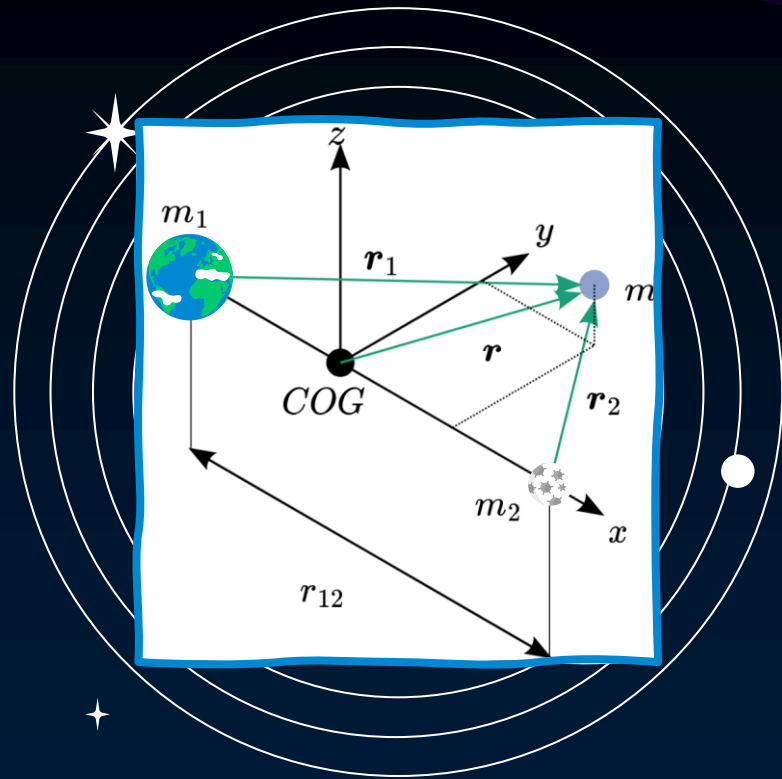
PERCHÉ

Per catturare immagini dai corpi celesti lontani, tramite satelliti, ci sono due possibilità:

- Costruire un **unico satellite** con un telescopio di grade diametro
- Utilizzare una **costellazione di satelliti** più piccoli e, tramite tecniche interferometriche, simularne un unico più grande

CENNI DEL MODELLO FISICO

Circular Restricted 3-Body Problem

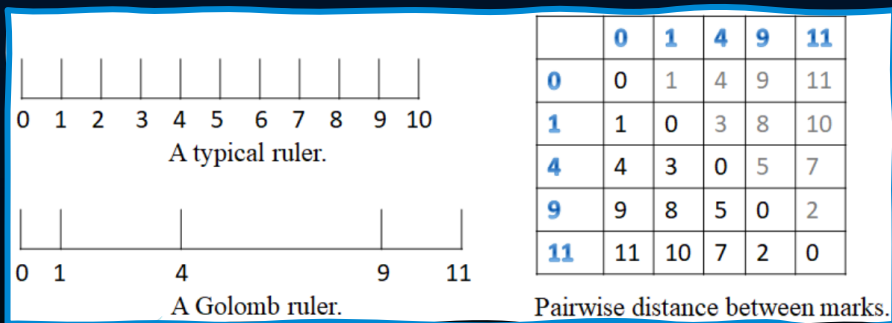


DISPOSIZIONE VOLUTA DEI SATELLITI

GOLOMB PATTERN

Un modello di Golomb è definito come un insieme di punti su una griglia tale per cui le distanze a coppie, non nulle, tra i vari punti sono **tutte distinte**;

- La griglia contiene solo pattern unici



PERCHÉ

l'interferometria su un'immagine osservata:

$$I_r = I_o * IFFT(OTF)$$

Optical Transfer Function (OTF) descrive come una «camera» cattura le frequenze spaziali di I_o

Descriviamo l'**OTF** mediante il **piano-uv**:
rappresentazione nello spazio delle frequenze spaziali

Il **piano-uv** è collegata all'autocorrelazione del piano di osservazione

FORMALIZZAZIONE

DETTAGLI DEL PROBLEMA

La costellazione di S satelliti deve seguire una nave madre che orbita nel sistema Terra-Luna, cui sono fornite le condizioni iniziali a $t = 0$.

L'obiettivo di questa sfida è trovare le condizioni iniziali dei satelliti, in modo che questi rispettino il pattern di Golomb quanto più possibile per $T = 3$ periodi orbitali del satellite madre.

FUNZIONE OBIETTIVO

In ogni periodo, le posizioni dei satelliti vengono proiettati su tre piani: XY, XZ e YZ;

Viene poi applicata una griglia $N \times M$ alle posizioni dei satelliti e calcolata l'autocorrelazione;

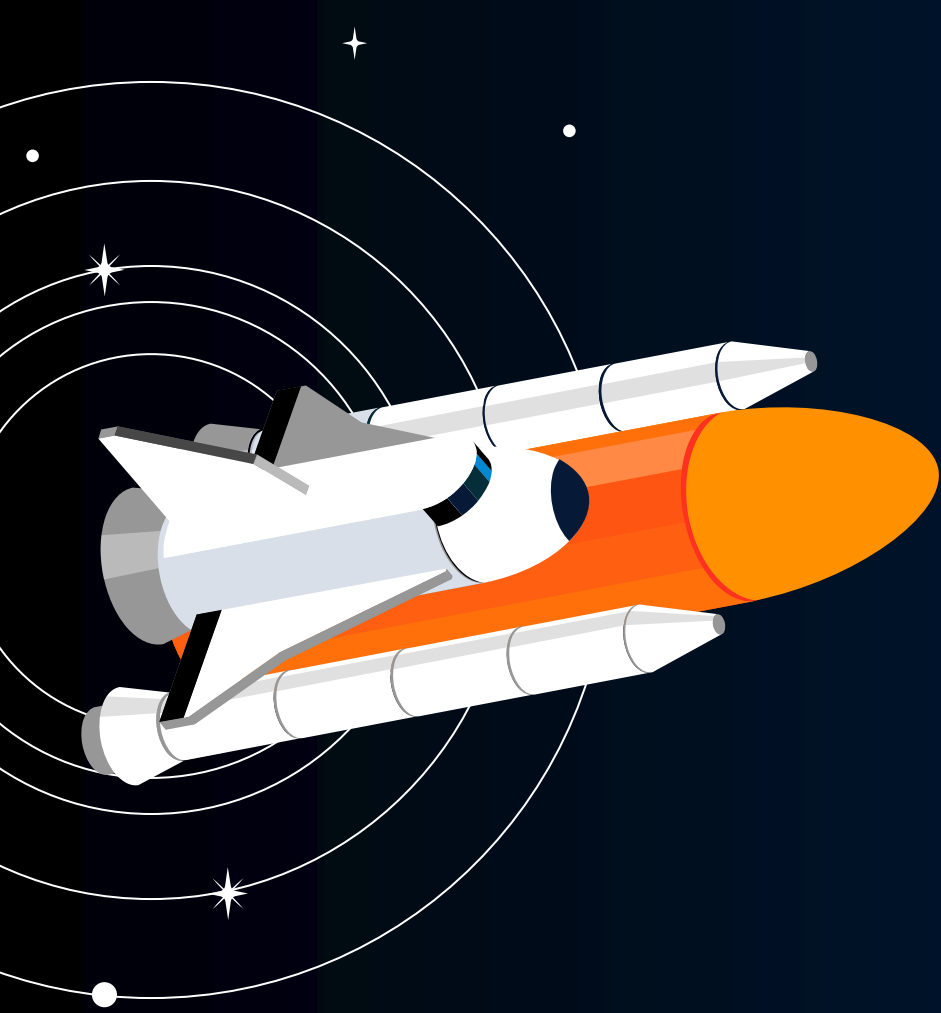
Viene poi calcolato lo «score» per ogni piano sulla base di quanti elementi non nulli ci sono sulla matrice di correlazione:

$$f_{ip} = \frac{K_{ip}}{(2M - 1)(2N - 1)}$$

Concludendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = [dx_1, \dots, dx_S, dy_1, \dots, dy_S, dz_1, \dots, dz_S, dvx_1, \dots, dvx_S, dvy_1, \dots, dvy_S, dvz_1, \dots, dvz_S] \\ f(x) = - \min_{i \in \{1,2,3\}} \sum_{p \in \{xy,xz,yz\}} f_{ip}(x) \end{array} \right.$$

* la ricostruzione ottima del immagine è un **obiettivo facoltativo** dato dipende anche da altri fattori



02

ALGORITMI UTILIZZATI

ALGORITMI UTILIZZATI



• DIFFERENTIAL EVOLUTION

Algoritmo **Evolutivo** basato su differenze vettoriali



GREY WOLF

Algoritmo **Collettivo** ispirato alle strategie di caccia dei lupi grigi



NSGA-II

Algoritmo **Genetico** specializzato nei problemi multi-obiettivo

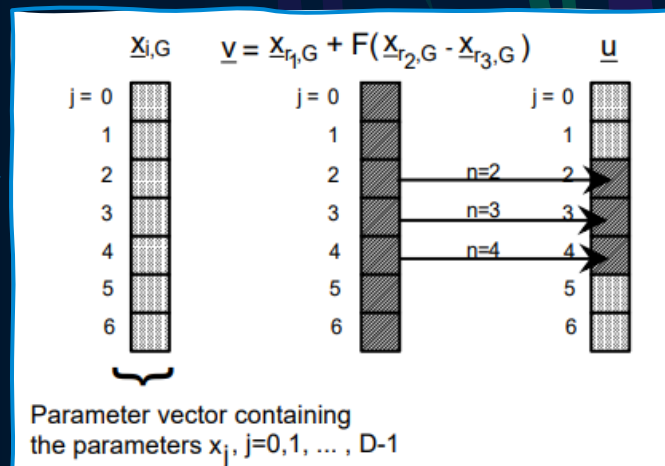
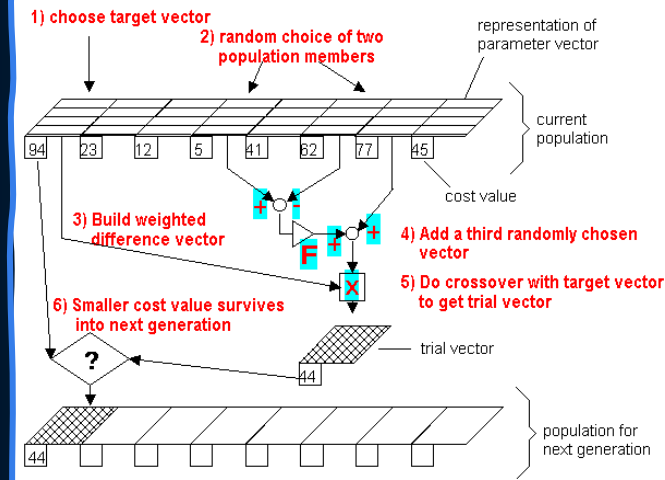
DIFFERENTIAL EVOLUTION

- Algoritmo **Evolutivo** basato differenze vettoriali;
- **Flessibile** ed efficace nella ricerca in spazi ad alta dimensionalità.

Generazione Nuova Popolazione best/1/bin

Per ogni vettore x_i appartenente alla popolazione attuale viene:

- Mutazione: $v_i = x_{best} + w(x_j - x_k)$ con $\begin{cases} i \neq j \neq k \\ w \in [0,2] \end{cases}$
- Clipping: se uno degli elementi di v_i non si trova nello spazio di ricerca, questo viene riportato forzatamente al primo valore utile;
- Crossover: gli elementi del vettore x_i vengono sostituiti con quelli di v_i con probabilit  $CR \in [0,1]$ ottenendo cos  un vettore candidato \hat{v}_i ;
- Selezione: se \hat{v}_i   tale per cui $F(\hat{v}_i) < F(x_i)$, nel caso di problemi di minimizzazione, questo lo sostituisce nella prossima popolazione.



GREY WOLF



Ispirazione naturale:

Simula il comportamento di caccia dei lupi grigi, dove i lupi alfa, beta e delta guidano il branco verso la preda

Gerarchia sociale:

I lupi sono organizzati in una gerarchia sociale rigida:

1. **Alfa:** Leader, determina la direzione della caccia.
2. **Beta:** Aiuta l'alfa, influenza gli altri membri del branco.
3. **Delta:** Sottomesso all'alfa e al beta, dominano gli omega
4. **Omega:** Sono i capri espiatori, non prendono decisioni, sono gli ultimi a mangiare

Fasi principali della caccia:

1. Tracciare, inseguire ed approcciare la preda
2. Circondare e molestare la preda
3. Attaccare

Fase preliminare:

Inizializzo la popolazione X_i ($i = 1, 2, \dots, n$)

Inizializzo \vec{a} , \vec{A} , \vec{C}

Gerarchia sociale iniziale:

Calcolo la fitness per ogni agente (lupo):

X_α = Il miglior agente (fitness migliore)

X_β = il secondo miglior agente

X_δ = il terzo miglior agente

Inizio ciclo di caccia:

1. Ogni agente aggiorna la sua posizione seguendo α , β , δ

$$\vec{X}(t+1) = \frac{(\vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}|) + (\vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}|) + (\vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}|)}{3}$$

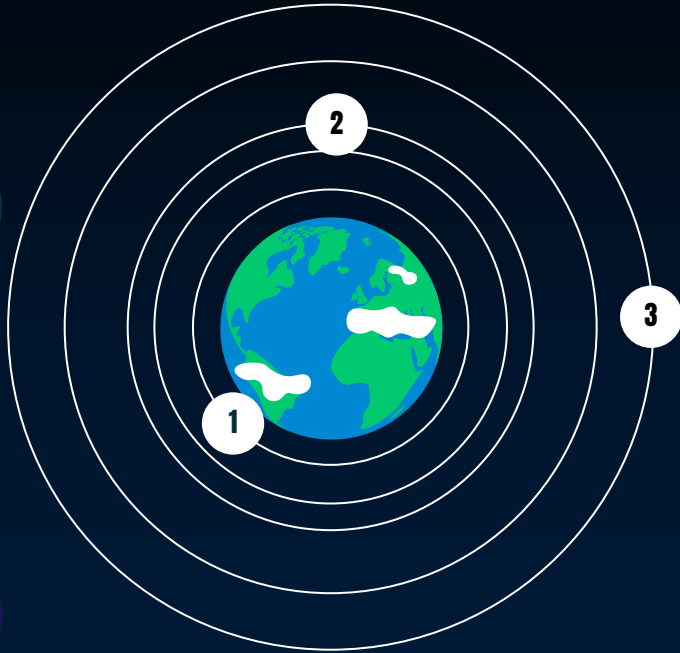
2. Aggiorniamo \vec{a} , \vec{A} , \vec{C}

3. Calcoliamo la fitness per ogni agente ed aggiorniamo la gerarchia

4. Il ciclo di ripete per ogni iterazione



NON-DOMINATED SORTING GENETIC ALGORITHM v2



1. Algoritmo evolutivo multi-obiettivo basato su popolazioni
2. Efficiente nel trovare soluzioni non dominate e diversificate nel fronte di Pareto
3. Robusto nella gestione di obiettivi in conflitto e nella conservazione della diversità.

• NSGA-II

NSGA-II: Evoluzione della Popolazione

Popolazione iniziale : Generata casualmente nello spazio di ricerca.

Ordinamento Pareto : Classificazione individuale in fronti non dominati basata sugli obiettivi.

$$\forall i \quad f_i(x_1) \leq f_i(x_2) \wedge \exists j, f_j(x_1) < f_j(x_2)$$

Crowding Distance : Distanza tra soluzioni nel fronte di Pareto per preservare la diversità.

$$D_i = \sum_{i=1}^N \frac{f_i^{k+1} - f_i^{k-1}}{f_i^{max} - f_i^{min}}$$

Generazione Nuova Popolazione

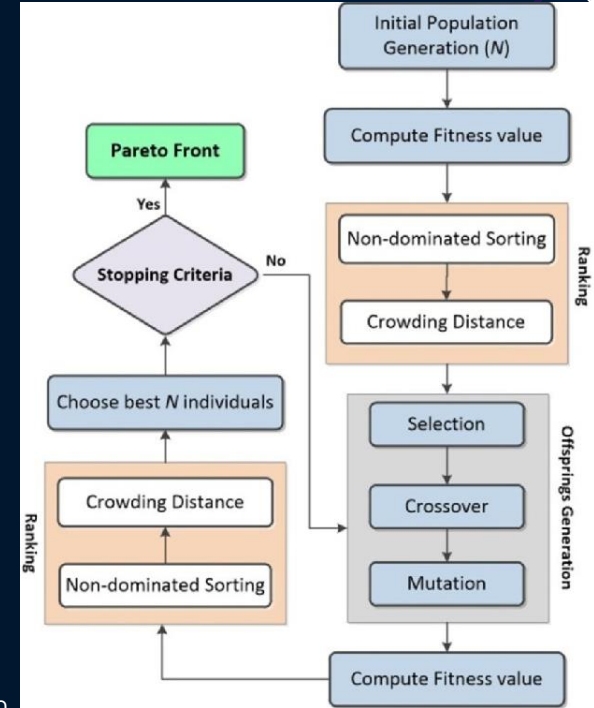
Selezione : Individui migliori (rank basso, alta distanza di affollamento) selezionati.

Crossover : Combina coppie di individui per generare soluzioni figlie.

Mutazione : Introduce variazione casuale per esplorare lo spazio di ricerca.

Iterazioni

Ripeti per un numero predefinito di generazioni o fino al raggiungimento di un criterio di arresto



• NSGA-II

SCELTA DELLE FITNESS

Abbiamo analizzato i dati sia per un problema semplice che per un problema di complessità media, utilizzando due approcci principali:

Metodo con 3 fitness: dove gli obiettivi erano basati sui fattori di riempimento ai tre istanti temporali specifici.

- f1: Fattore di riempimento relativo al primo istante temporale.
- f2: Fattore di riempimento relativo al secondo istante temporale.
- f3: Fattore di riempimento relativo al terzo istante temporale.

Metodo con 4 fitness: che, oltre ai fattori di riempimento, includeva come obiettivo aggiuntivo la minimizzazione della distanza media negativa tra i satelliti,

$$f_i = -\frac{1}{N} \sum_{i < j}^N |x_i - y_j|$$

GENERAZIONI: 100

• **POPOLAZIONE:** Proporzionale al numero di satelliti (n.sat*6*4)

LIBRERIA: pygmo

The background is a dark blue space scene. On the left, a grey planet with a lighter grey center is shown with three white lines radiating from it towards the left. To the right, a bright red comet with a blue nucleus and a long, fiery red and orange tail is streaking across the sky. Several white stars of different sizes are scattered throughout the scene. In the bottom left and bottom right corners, there are abstract, wavy shapes in shades of green and purple, resembling nebulae or distant galaxies.

03

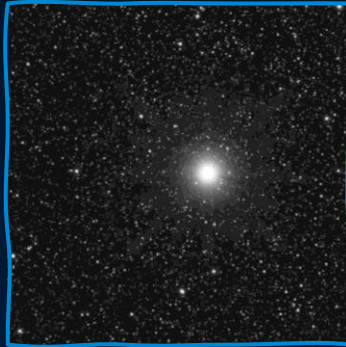
VALUTAZIONE PRESTAZIONI

VALUTAZIONE PRESTAZIONI

CONFRONTO DEGLI ALGORITMI

- **NSGA-II** è il più costoso in termini di risorse, ma offre una solida gestione per problemi multi-obiettivo.
- **DE** è meno costoso di NSGA-II ma può soffrire di inefficienze in spazi di ricerca ad alta dimensione.
- **GWO** è il più efficiente in termini di memoria e operazioni per popolazione, mentre, ha difficoltà nei problemi ad alta dimensione.

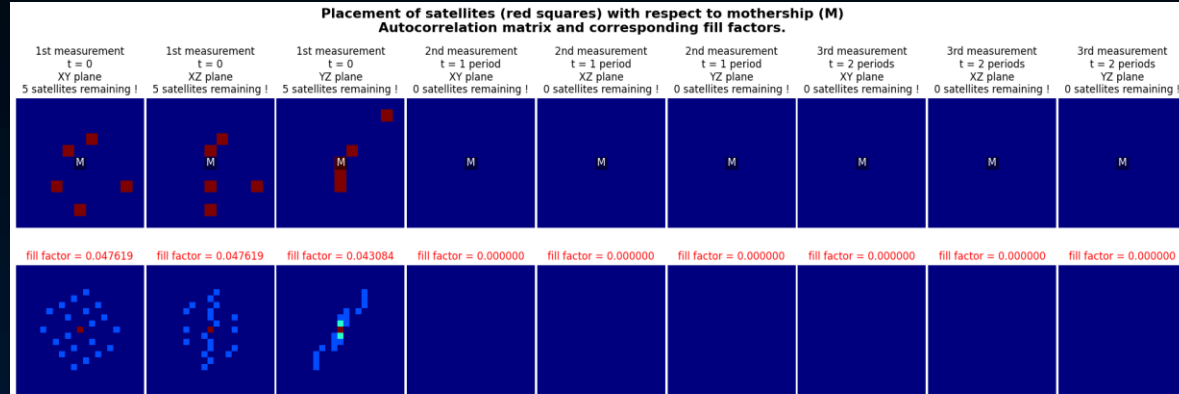
IMMAGINI USATE PER LA RICOSTRUZIONE



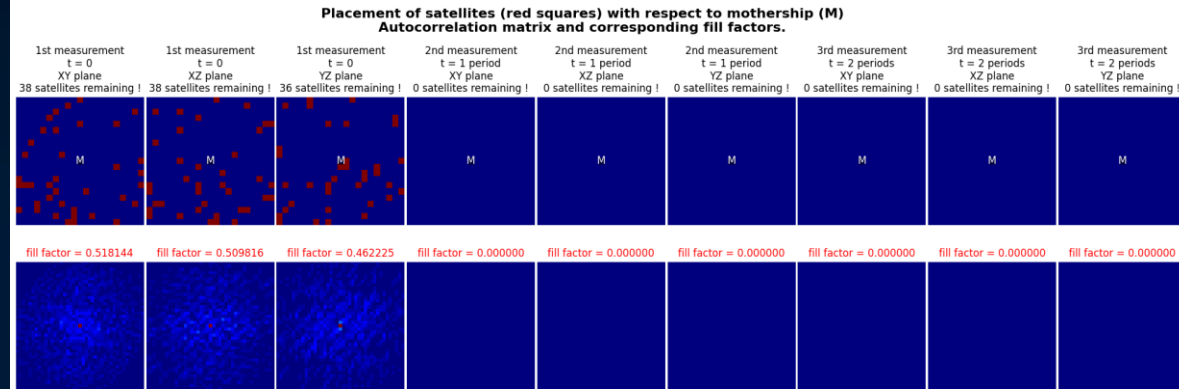
CASO NON OTTIMIZZATO

A solo scopo illustrativo, mostriamo le prestazioni di una soluzione generata casualmente con distribuzione uniforme

PROBLEMA SEMPLICE:



PROBLEMA MEDIO:



PROBLEMA 1

($S = 5, N = M = 11$)

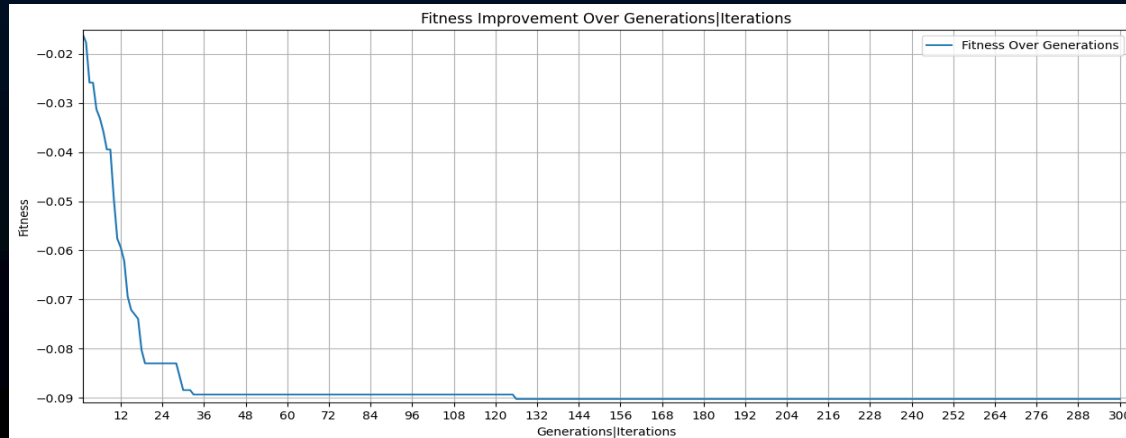
| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.1428 | 95% | 100% |
| DE | -0.1390 | 84% | 99% |
| NSGA-2 | -0.1428 | 36% | 99% |

*Le metriche sono una media su 8 iterazioni

PROBLEMA 1 ($S = 5, N = M = 11$)

| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.1428 | 95% | 100% |
| DE | -0.1390 | 84% | 99% |
| NSGA-2 | -0.1428 | 36% | 99% |

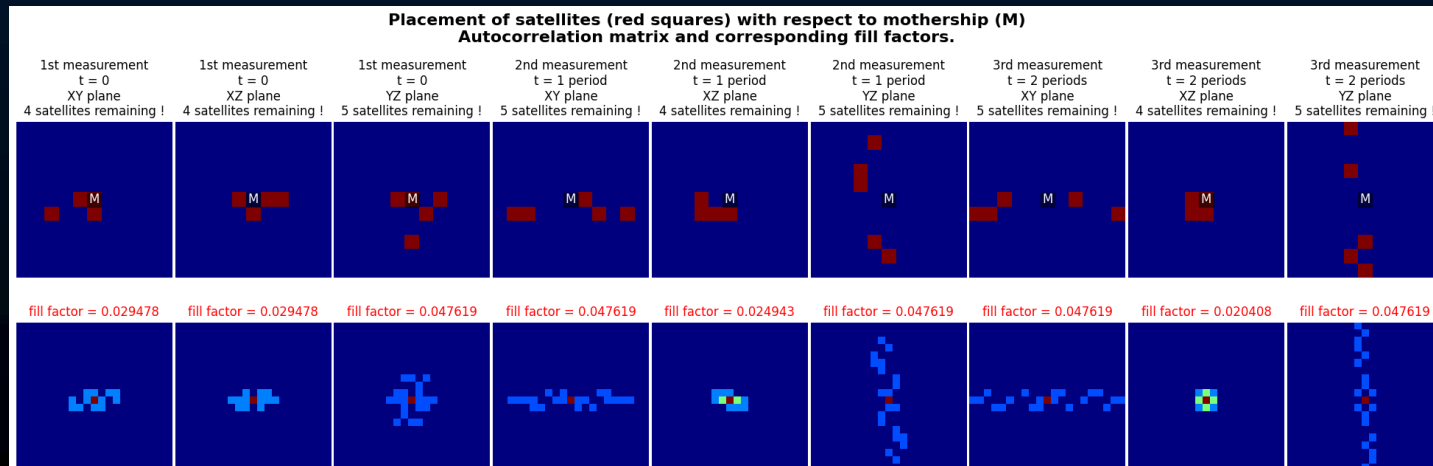
*Le metriche sono una media su 8 iterazioni



PROBLEMA 1 ($S = 5, N = M = 11$)

| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.1428 | 95% | 100% |
| DE | -0.1390 | 84% | 99% |
| NSGA-2 | -0.1428 | 36% | 99% |

*Le metriche sono una media su 8 iterazioni

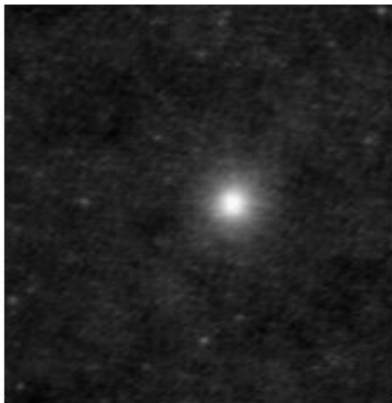


PROBLEMA 1 $(S = 5, N = M = 11)$

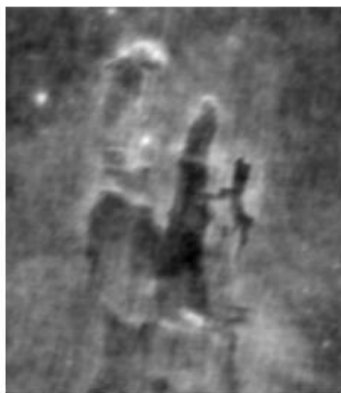
| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.1428 | 95% | 100% |
| DE | -0.1390 | 84% | 99% |
| NSGA-2 | -0.1428 | 36% | 99% |

*Le metriche sono una media su 8 iterazioni

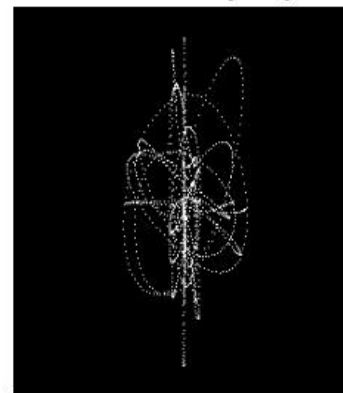
Reconstruction



Reconstruction



Golomb Array Traj



XZ SSIM = 73.06%

PROBLEMA 2

($S = 40, N = M = 21$)

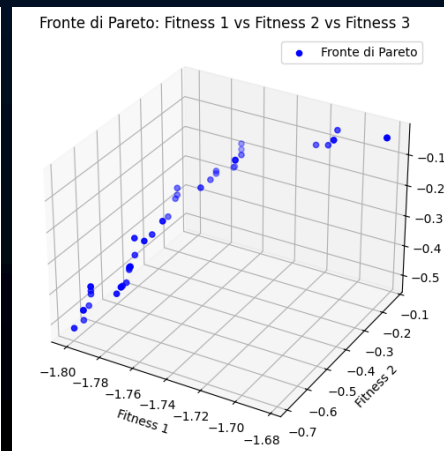
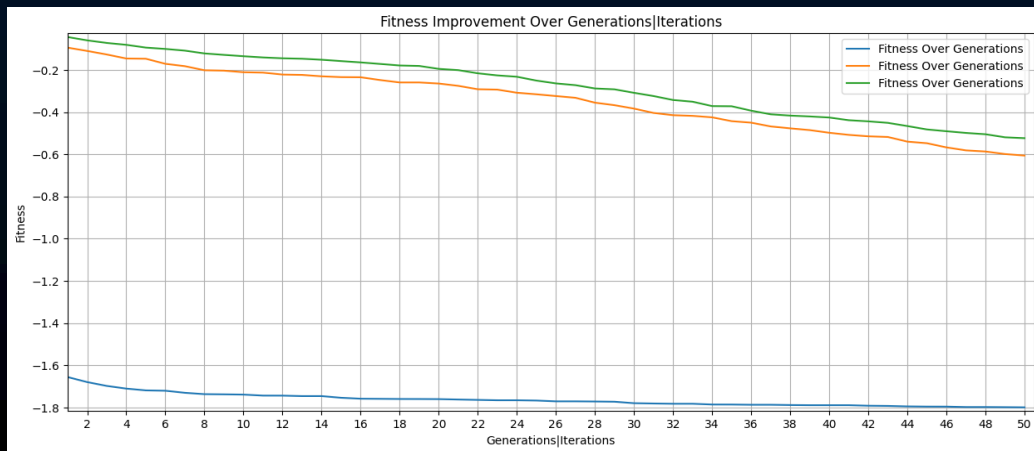
| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.6980 | 2.6% | 67% |
| DE | -0.5817 | 6.1% | 71% |
| NSGA-2 | -1.4229 | 11.2% | 60% |

*Le metriche sono una media su 8 iterazioni

PROBLEMA 2 ($S = 40, N = M = 21$)

| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.6980 | 2.6% | 67% |
| DE | -0.5817 | 6.1% | 71% |
| NSGA-2 | -1.4229 | 11.2% | 60% |

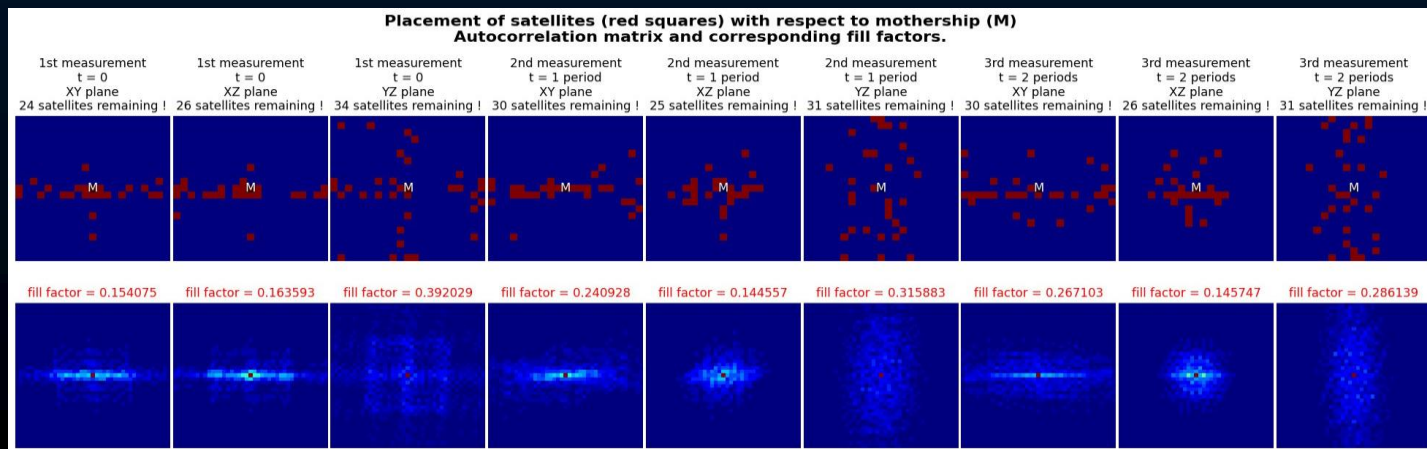
*Le metriche sono una media su 8 iterazioni



PROBLEMA 2 ($S = 40, N = M = 21$)

| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.6980 | 2.6% | 67% |
| DE | -0.5817 | 6.1% | 71% |
| NSGA-2 | -1.4229 | 11.2% | 60% |

*Le metriche sono una media su 8 iterazioni



PROBLEMA 2 ($S = 40, N = M = 21$)

| | FITNESS | DISTANZE UNICHE | SATELLITI IN GRIGLIA |
|--------|---------|-----------------|----------------------|
| GWA | -0.6980 | 2.6% | 67% |
| DE | -0.5817 | 6.1% | 71% |
| NSGA-2 | -1.4229 | 11.2% | 60% |

*Le metriche sono una media su 8 iterazioni

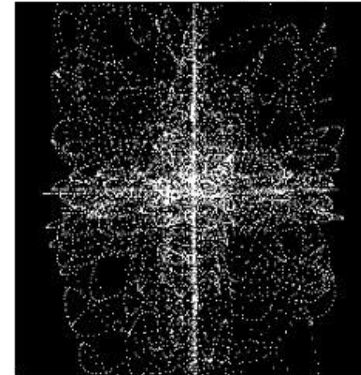
Reconstruction



Reconstruction



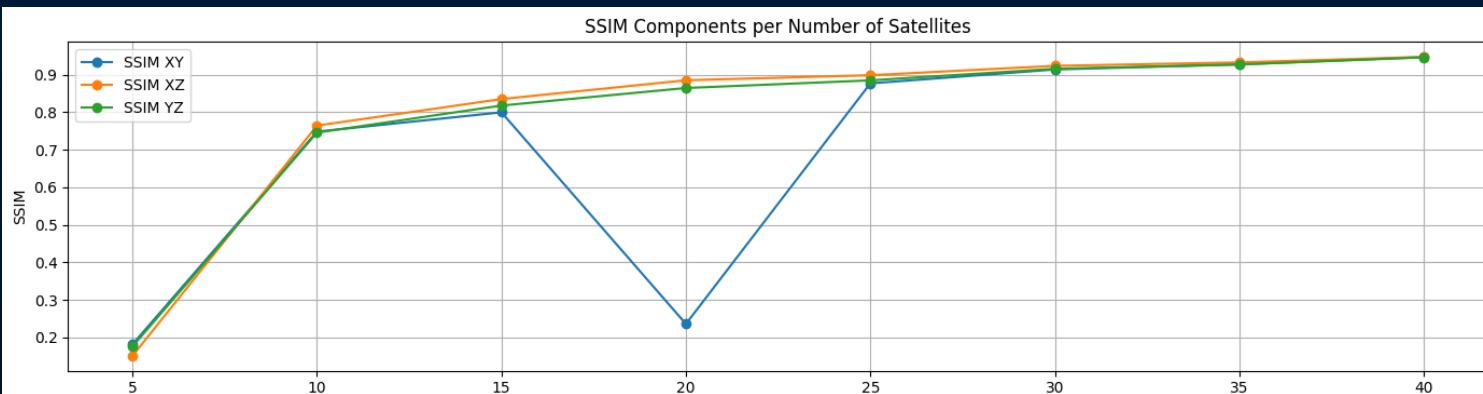
Golomb Array Traj



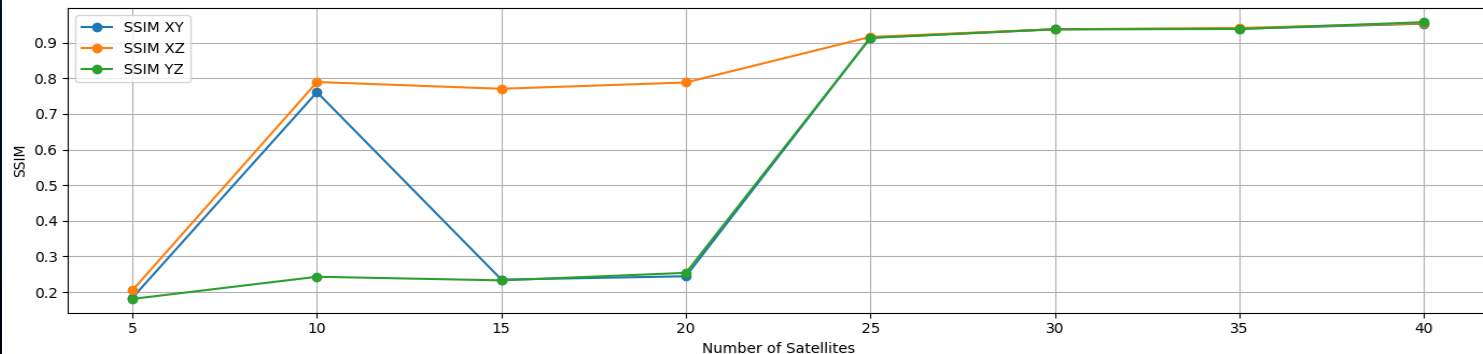
XZ SSIM = 95.58%

QUALE È IL NUMERO GIUSTO DI S ? ($N=M=21$)

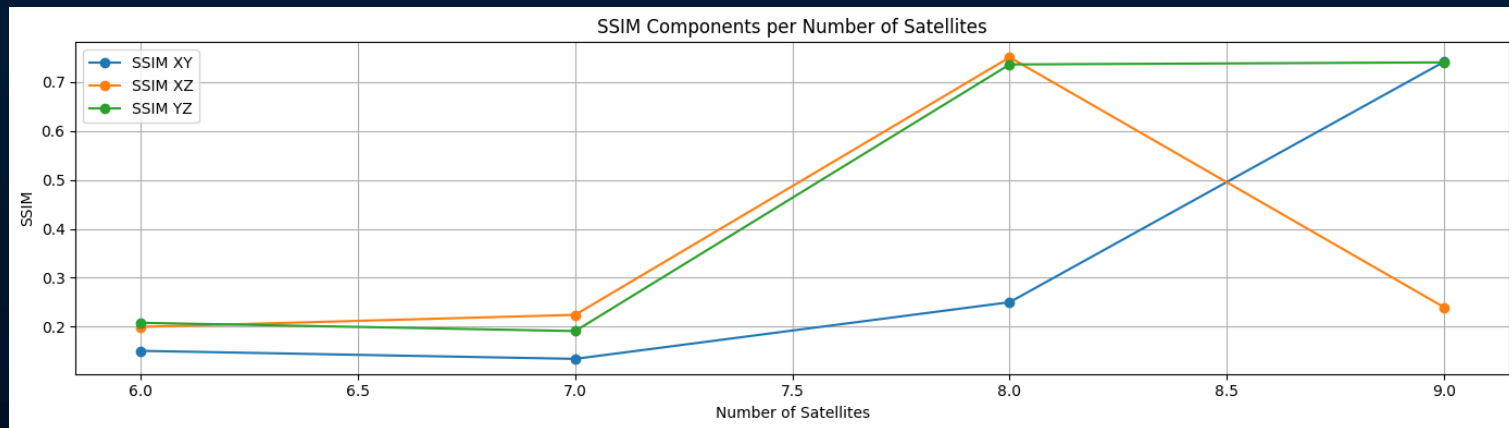
DE:



GWA:



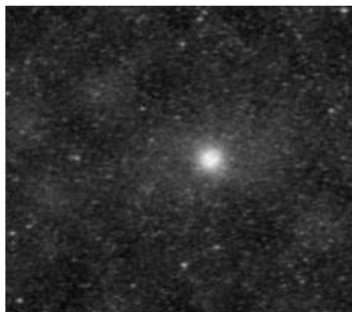
QUALE È IL NUMERO GIUSTO DI S ?



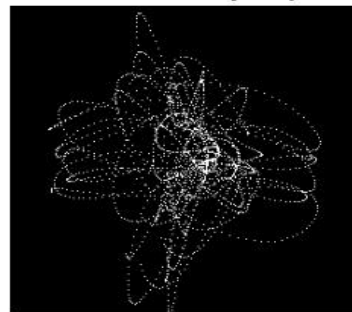
Reconstruction



Reconstruction



Golomb Array Traj



XZ SSIM = 75.26%

GRAZIE PER L'ATTENZIONE!

- Di Lorenzo Giuseppe
- Esposito Raffaele
- Vallefuego Agostino

CREDITS: This presentation template was created by **Slidesgo**, including icons by **Flaticon**, and infographics & images by **Freepik**

