

Лекция 2. Структуры данных. Массивы. Алгоритмы массивов.



Оглавление

Цель лекции:	3
План лекции:	3
Структуры данных	3
Массивы	3
Простые алгоритмы сортировки	4
Сортировка пузырьком	4
Сортировка выбором	4
Сортировка вставками	5
Алгоритмы поиска	5
Продвинутые алгоритмы сортировки	6
Быстрая сортировка (quicksort)	6
Сортировка кучей (пирамидальная)	7
Итоги	8



Цель лекции:

- Узнать, что такое структуры данных
- Вспомнить, что такое массивы
- Разобрать различные операции с массивами на основе различных алгоритмов

План лекции:

- Структуры данных. Массивы
- Простые алгоритмы сортировки массивов: пузырьком, выбором, вставками
- Поиск в неотсортированном массиве (перебор), отсортированном массиве (бинарный поиск). Оценка сложности.
- Продвинутое алгоритмы сортировки: Быстрая сортировка, пирамидальная сортировка

Структуры данных

Структурами данных называют некоторый контейнер с данными, обладающий специфическим внутренним устройством (макетом) и логикой хранения. Различные макеты могут быть эффективны для некоторых операций и неэффективны для других.

Каждый разработчик в начале своего обучения, при знакомстве с языком программирования, начинает с операций над простейшими типами данных – числами и строками. Операции над такими данными простые, логичные и полностью покрывают потребности в решении базовых задач. Но со временем сложность задач растет и у разработчика появляется необходимость в объединении этих простых структур в более сложные для упрощения процесса разработки и логики решения задач. Все современные языки программирования имеют из коробки работать с различными типами данных, которые можно применять по мере необходимости. При этом нельзя сказать, что без них совсем нельзя обойтись – под всеми этими структурами всегда лежат самые обычные числа и строки – но вот написание кода без их использования для сколько-нибудь сложного проекта становится непосильной задачей. Всегда стоит помнить, что для каждой задачи существуют свои наиболее подходящие инструменты для решения. Базово, вы можете написать систему любой сложности на C или Assembler, но затраченные ресурсы на создание и поддержку такой системы будут просто огромными в сравнении с системами, написанными на современных языках программирования и манипулирующими различными сложными структурами данных. Для разработчика очень важно понимать внутреннюю структуру различных структур данных для эффективного применения их в процессе решения поставленных задач. У всех структур данных есть как сильные, так и слабые стороны и это обязательно нужно учитывать, когда речь идет про выбор подходящего пути решения. О них поговорим далее.

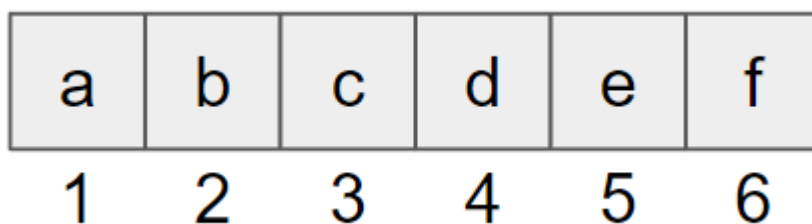
Массивы

Самой распространенной и простой для понимания структурой данных является массив.



Массив - это контейнер, хранящий данные идентифицируемые по индексу. К любому элементу массива всегда можно обратиться по его индексу и достать или заменить его.

В зависимости от языка программирования, массив может иметь как статичную длину (Java), так и динамическую (JavaScript), но основной особенностью работы с массивами является скорость доступа к элементам – т.к. каждый из них имеет один конкретный индекс, программа всегда знает где в памяти лежит конкретный индекс за счет чего скорость доступа к ним составляет $O(1)$. Таким образом, если вы знаете индекс требуемого элемента, независимо от того, сколько всего элементов лежит в массиве, процесс его получения будет занимать константное одинаковое время.



Наиболее популярными задачи в отношении массивов можно назвать поиск по массиву и сортировку. Выполнять эти операции можно с помощью различных алгоритмов, некоторые из них мы сегодня разберем.

Простые алгоритмы сортировки

Сортировка пузырьком

Один из наиболее простых алгоритмов сортировки массива – пузырьковая сортировка. Нагляднее всего работу этого алгоритма можно продемонстрировать в вертикальном массиве – наиболее легкие элементы стремятся вверх, словно пузырьки воздуха в жидкости.

<-Слайд с анимацией ->

Базовый алгоритм предполагает, что каждый элемент необходимо сравнить с соседним и, если правый элемент меньше левого, то их меняют местами. Алгоритм повторяется до тех пор, пока все элементы в массиве не выстроятся в нужном порядке.

```
1 public static void sort(int[] array) {
2     boolean needSort;
3     do {
4         needSort = false;
5         for (int i = 0; i < array.length - 1; i++) {
6             if (array[i] > array[i + 1]) {
7                 int temp = array[i];
8                 array[i] = array[i + 1];
9                 array[i + 1] = temp;
10                needSort = true;
11            }
12        }
13    } while (needSort);
14 }
```

Как можно понять из примера, количество шагов для сортировки будет отличаться в зависимости от того, в каком порядке изначально стоят элементы массива. Если массив уже отсортирован, то достаточно пройти по массиву 1 раз, чтобы убедиться в этом. При этом никаких операций перестановки элементов выполнено не будет. В такой ситуации сложность алгоритма будет $O(n)$. В тоже время, если самый



маленький элемент находится в самом конце, то количество проходов по массиву размером n будет так же достигать n , что дает нам сложность $O(n^2)$. Этот пример явно иллюстрирует, почему при оценке алгоритма не вычисляют реальное количество необходимых шагов, для получения результата. Даже один и тот же алгоритм может давать различное количество шагов для входных данных одного размера. Это подводит нас к еще одной особенности оценки сложности алгоритма. Один и тот же алгоритм может давать различные результаты для разных входящих данных, поэтому для оценки некоторых алгоритмов используются понятия максимальной (предельной) сложности и ожидаемой сложности.

Максимальная сложность – количество шагов для обработки наиболее неблагоприятного состояния входных данных.

Ожидаемая сложность – это вариант, который будет релевантен для большей части возможных кейсов.

Для некоторых алгоритмов ожидаемая сложность будет совпадать с максимальной, в каких-то – нет. В приведенном выше алгоритме пузырьковой сортировки максимальной сложностью вычисления будет $O(n^2)$ и эта же сложность является ожидаемой для этого алгоритма – для данного алгоритма очень небольшое количество кейсов дает сложность ниже указанной, а значит в большинстве случаев она будет стремиться именно к максимальной.

Сортировка выбором

Так же очень простой алгоритм сортировки, который предполагает поиск наименьшего (или наибольшего) значения правее от сравниваемого элемента. В случае, если такой элемент найден – происходит перестановка с начальным элементом.

<-Вставить анимацию сортировки->

Данный алгоритм очень похож на пузырьковую сортировку, за тем исключением, что для его записи удобнее использовать не цикл while, а 2 цикла for, вложенные друг в друга.

```
1 public static void sort(int[] array) {
2     for (int i = 0; i < array.length; i++) {
3         int minPosition = i;
4         for (int j = i + 1; j < array.length; j++) {
5             if (array[j] < array[minPosition]) {
6                 minPosition = j;
7             }
8         }
9         if (minPosition != i) {
10            int temp = array[i];
11            array[i] = array[minPosition];
12            array[minPosition] = temp;
13        }
14    }
15 }
```

Это наглядно приводит нас так же к сложности $O(n^2)$. В данном примере это несколько нагляднее – внутри одного алгоритма со сложностью $O(n)$ вызывается еще один алгоритм $O(n)$, что по правилам перемножения даст как раз сложность $O(n^2)$. По факту, подобный подход к сортировке уменьшает количество реальных операций перестановки, в сравнении с сортировкой пузырьком, но общее количество сравнений будет точно таким же.



Сортировка вставками

Так же, как нечто среднее, между сортировкой пузырьком и выбором, можно выделить сортировку вставками. Принцип работы у нее точно такой же, как у предыдущей, только после сравнения двух элементов мы не запоминаем индекс наименьшего (наибольшего) из элементов, а сразу производим перестановку.

<-анимация алгоритма->

```
1 public static void sort(int[] array){
2     for (int i = 0; i < array.length; i++) {
3         for (int j = i + 1; j < array.length; j++) {
4             if (array[j] < array[i]) {
5                 int temp = array[i];
6                 array[i] = array[j];
7                 array[j] = temp;
8             }
9         }
10    }
11 }
```

Точно так же, как и обе предыдущие сортировки, сложность данного алгоритма равна $O(n^2)$. Как мы видим, все 3 рассмотренных алгоритма совершенно идентичны с точки зрения сложности. А также мы можем сказать, что использовать алгоритмы подобной сложности нельзя на данных большого размера, т.к. скорость выполнения алгоритма будет очень медленной. Попробуйте взять любой из рассмотренных алгоритмов и отсортировать массив, в котором 1 000 000 элементов. В среднем, пузырьковая сортировка может занять до получаса, в зависимости от мощности вашего компьютера, что явно не подходит для использования в массивах подобного размера.

Алгоритмы поиска

Поиск по массиву также относится к одной из самых базовых операций, с которыми можно столкнуться. В целом, код поиска знаком большинству начинающих разработчиков, т.к. именно такие алгоритмы идут в виде учебных задач при знакомстве с этой структурой данных. Самый просто в реализации и понимании способ – это перебор всего массива до тех пор, пока не встретится искомый элемент.

```
1 public static int findIndex(int value, int[] array) {
2     for (int i = 0; i < array.length; i++) {
3         if (array[i] == value) {
4             return i;
5         }
6     }
7     return -1;
8 }
```

Как несложно понять, благодаря использованию цикла for, мы получаем классическую сложность обхода массива - $O(n)$. Это неплохая сложность, но при работе с большими массивами и при регулярном поиске может стать проблемой. Можно ли найти что-то в массиве быстрее? В массиве, где данные расположены в случайном порядке, создать какой-либо универсальный алгоритм, который бы выдавал устойчивый результат, превышающий эффективность классического перебора не представляется реальным. Да, возможно какой-либо конкретный случай может содержать определенные закономерности, которые можно использовать для этого, но универсальным такой алгоритм не станет. В таком



вопросе гораздо эффективнее можно ориентироваться по отсортированному массиву данных. В нем сложность поиска можно существенно снизить применив, например, алгоритм бинарного поиска.



Бинарный поиск - тип поискового **алгоритма**, который последовательно делит пополам заранее отсортированный массив данных, чтобы обнаружить нужный элемент. Другие его названия — **двоичный поиск**, **метод** половинного деления, **дихотомия**. Принцип работы **алгоритма бинарного поиска**. Основная последовательность действий **алгоритма** выглядит так: Сортируем массив данных. Делим его пополам и находим середину.

Этот алгоритм использует сортировку массива для пропуска большей части данных при поиске. Бинарный поиск начинается с середины массива, где сразу получает данные в какой части массива может находиться искомый элемент – если центральный элемент массива меньше искомого – значит искомый в правой части массива. Если больше – значит в левой. Далее применяется аналогичная проверка для выбранной половины данных, снова через сравнение центрального элемента отрезка.

<-анимация алгоритма->

Таким образом, при поиске элемента количество операций сравнения будет существенно меньше, чем в операции поиска перебором. Более того, т.к. мы оперируем центральным элементом отрезка, чтобы сделать всего на 1 шаг больше нам необходимо увеличить количество элементов самого массива вдвое, чтобы центральный элемент массива оказался центральным для правой или левой части массива. Это яркий пример логарифмической сложности алгоритма $O(\log n)$. Таким образом, один раз потратив время на сортировку данных мы можем во много раз сократить временные затраты на многократный поиск в дальнейшем.

Благодаря особенностям данного алгоритма его очень просто записать с помощью рекурсии – операция сравнения абсолютно идентичная для любого из вложенных шагов.

```
1 public static int search(int value, int[] array, int min, int max) {
2     int midpoint;
3     if (max < min) {
4         return -1;
5     } else {
6         midpoint = (max - min) / 2 + min;
7     }
8
9     if (array[midpoint] < value) {
10        return search(value, array, midpoint + 1, max);
11    } else {
12        if (array[midpoint] > value) {
13            return search(value, array, min, midpoint - 1);
14        } else {
15            return midpoint;
16        }
17    }
18 }
```

Как мы видим, функция принимает в себя границы массива, в пределах которого необходимо осуществлять поиск. Таким образом, каждый рекурсивный шаг уменьшает диапазон, в котором необходимо произвести поиск. При этом сам алгоритм не меняется.



Сложность этого алгоритма – $O(\log n)$. И вложенная логика, которая требует сравнить элемент с искомым и определить куда двигаться дальше – вправо или влево. Данный алгоритм имеет сложность $O(1)$, т.к. эта операция никак не зависит от размера массива и, по сути, оперирует всегда с 1 значением. Перемножение сложностей дает нам $O(1 * \log n) \Rightarrow O(\log n)$. Подход, используемый бинарным поиском, разделяющий объем данных пополам на каждом шаге, называется «разделяй и властвуй». Он позволяет создавать алгоритмы со сложностями $O(m * \log n)$, где m может быть как константой (непосредственно бинарный поиск), так и непосредственно n . Зачастую такие алгоритмы сложнее, но гораздо выгоднее с точки зрения производительности, т.к. дают сложность ощутимо меньше, чем $O(n^2)$. Это подводит нас к алгоритмам сортировки, основанным на подобном принципе.

Продвинутые алгоритмы сортировки

Быстрая сортировка (quicksort)

Чаще всего, когда мы используем сортировку, уже реализованную в штатных средствах языка программирования или библиотеки, под капотом мы встретим именно быструю сортировку. Суть быстрой сортировки – разделить массив на 2 части таким образом, чтобы справа все числа были больше, чем слева, при этом их порядок относительно друг друга не важен. Это позволит не сравнивать элементы справа с элементами слева больше 1 раза, как раз для достижения их разделения на 2 части. И далее этот же подход будет применяться для каждой из получившихся частей, равно как предусматривает принцип «разделяй и властвуй». При этом, в отличие от бинарного поиска, количество операций в момент разделения не константное, а линейное – необходимо сравнить все элементы правой и левой части с неким эталоном и при необходимости – поменять их местами. В данном алгоритме такой элемент называется пивотом.



Пивот - от английского поворот (pivot).

При этом нет единого эталонного алгоритма выбора пивота. Это может быть абсолютно любой элемент массива – средний, крайний, случайный и т.д.

<-анимация квиксорта->

Берутся 2 маркера, стоящие в 2 крайних позициях и начинаются двигаться друг к другу, сравнивая элементы с пивотом. Как только левый маркер находит элемент больше пивота, он останавливается до тех пор, пока правый маркер не встретит элемент меньше пивота. Это сигнал к тому, что данные элементы необходимо поменять местами, чтобы соблюсти условие – все элементы левее пивота меньше либо равны ему, а справа – больше либо равны. Маркеры продолжают двигаться друг к другу, пока не пересекутся. Точка пересечения в итоге будет тот самый пивот, который при этом может сменить свое положение. После этого алгоритм рекурсивно запустится для левой и правой части относительно пивота и будет продолжаться до тех пор, пока весь массив не будет отсортирован.



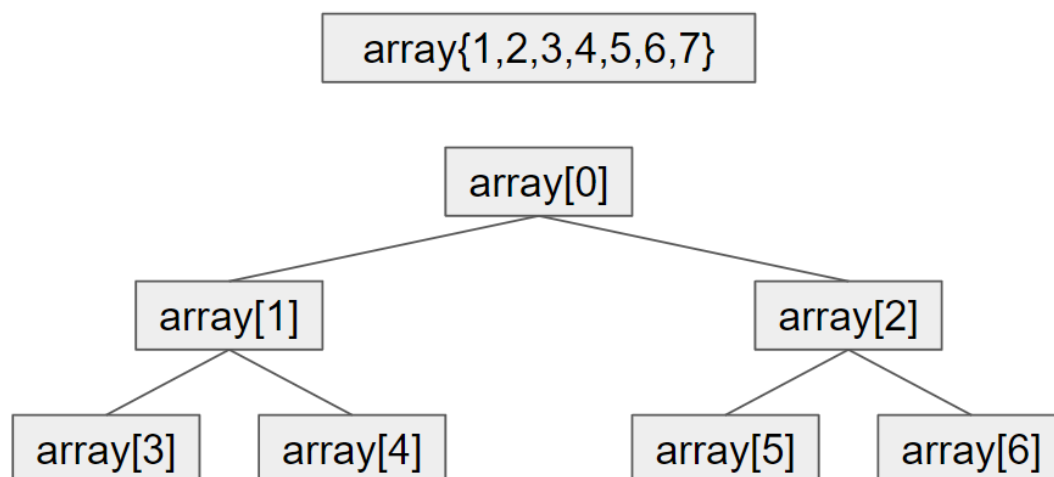
```
1 public static void sort(int[] array, int startPosition, int endPosition) {
2     int leftPosition = startPosition;
3     int rightPosition = endPosition;
4     int pivot = array[(startPosition + endPosition) / 2];
5     do {
6         while (array[leftPosition] < pivot) {
7             leftPosition++;
8         }
9         while (array[rightPosition] > pivot) {
10            rightPosition--;
11        }
12        if (leftPosition ≤ rightPosition) {
13            if (leftPosition < rightPosition) {
14                int temp = array[leftPosition];
15                array[leftPosition] = array[rightPosition];
16                array[rightPosition] = temp;
17            }
18            leftPosition++;
19            rightPosition--;
20        }
21    } while (leftPosition ≤ rightPosition);
22
23    if (leftPosition < endPosition) {
24        sort(array, leftPosition, endPosition);
25    }
26
27    if (startPosition < rightPosition) {
28        sort(array, startPosition, rightPosition);
29    }
30 }
```

Если сравнивать данный алгоритм с теми, что были рассмотрены ранее, можно увидеть, что количество сравнений элементов друг с другом существенно снижено. Мы так же имеем два вложенных алгоритма. В лучшем из вариантов мы каждый раз будем делить массив ровно пополам (плюс-минус 1 элемент), что дает максимальную глубину рекурсии $\log n$. И проводить сравнение элементов друг с другом в пределах получившихся массивов ($O(n)$), тем самым получим сложность $O(n \log n)$. В худшем – пивот всегда будет оказываться крайним элементом при разбиении коллекции (пивот является максимальным или минимальным значением рассматриваемого массива), а значит максимальная глубина рекурсии будет равна $n-1$, что даст сложность $O(n^2)$. При этом, эффективной сложностью данной сортировки принято считать именно $O(n \log n)$, т.к. шанс попадания пивота крайним элементом, особенно на большом объеме данных, очень невелик. Это легко проверить, запустив сортировку того же массива в 1 000 000 элементов, на котором экспериментировали с пузырьковой сортировкой. Процесс займет не больше нескольких секунд.

Сортировка кучей (пирамидальная)

Особенность данной сортировки в использовании дополнительной структуры данных называемой бинарной кучей (пирамидой).

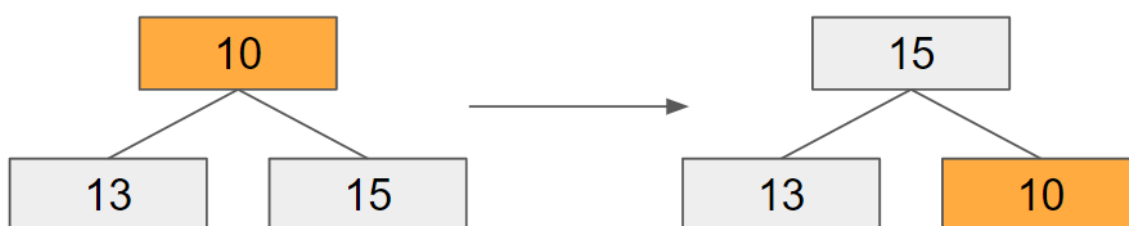
Бинарная куча представляет из себя древовидную структуру, когда у каждого объекта может быть до 2 детей. При этом строится из массива она предельно просто – первый элемент массива является корнем, 2 и 3 его детьми, 4 и 5 детьми элемента 2 и т.д. пока в массиве остаются элементы.



Благодаря такому подходу к составлению бинарной кучи она получает следующее свойство: если принять элемент с индексом i за родителя, то индексы его дочерних элементов будут $2 * i + 1$ и $2 * i + 2$.

Таким образом, несмотря на то, что сортировка использует для своего алгоритма бинарную кучу, в реальности строить никакую отдельную структуру данных не нужно, т.к. мы в любой момент можем определить детей для каждого из элементов и проводить их сравнение или обмен.

Общая идея сортировки пирамидой заключается в том, что сравнение элементов происходит не между всеми элементами массива, а только в пределах построенной пирамидальной структуры, т.е. родителя и его детей. Такая операция называется **«просеиванием»**, когда интересующий нас узел кучи сравнивается со своими двумя детьми и меняется местами с тем, что больше родителя. Если оба ребенка больше родителя – обмен происходит с наибольшим из детей.



Дальше необходимо определить алгоритм, в каком порядке необходимо проводить операции просеивания. Для этого весь процесс пирамидальной сортировки делится на 2 этапа.

Первый этап – это подготовка кучи. Определяем правую часть кучи по формуле $n/2-1$, где n – длина массива. Начиная с указанного индекса, мы начинаем операции просеивания в цикле до тех пор, пока не придем к началу массива. В результате этой операции самый большой элемент нашего массива окажется в индексе 0, что является вершиной пирамиды.

Второй этап – начинается с того, что первый и последний элемент массива меняется местами, тем самым наибольший элемент оказывается в конце массива, а текущая вершина (индекс 0) начинает операцию просеивания по пирамиде с



размером $n-1$, в результате чего снова наибольший элемент займет 0 индекс нашего массива. Меняем его местами с предпоследним элементом массива (последний мы уже определили) и повторяем операцию. Это происходит до тех пор, пока все элементы массива не займут свое место, а размер пирамиды для просеивания не уменьшится до 0.

<-Вставить анимацию->

```
1  public static void sort(int[] array) {
2      // Построение кучи (перегруппируем массив)
3      for (int i = array.length / 2 - 1; i ≥ 0; i--)
4          heapify(array, array.length, i);
5
6      // Один за другим извлекаем элементы из кучи
7      for (int i = array.length - 1; i ≥ 0; i--) {
8          // Перемещаем текущий корень в конец
9          int temp = array[0];
10         array[0] = array[i];
11         array[i] = temp;
12
13         // Вызываем процедуру heapify на уменьшенной куче
14         heapify(array, i, 0);
15     }
16 }
17
18 private static void heapify(int[] array, int heapSize, int rootIndex) {
19     int largest = rootIndex; // Инициализируем наибольший элемент как корень
20     int leftChild = 2 * rootIndex + 1; // левый = 2*rootIndex + 1
21     int rightChild = 2 * rootIndex + 2; // правый = 2*rootIndex + 2
22
23     // Если левый дочерний элемент больше корня
24     if (leftChild < heapSize && array[leftChild] > array[largest])
25         largest = leftChild;
26
27     // Если правый дочерний элемент больше, чем самый большой элемент на данный момент
28     if (rightChild < heapSize && array[rightChild] > array[largest])
29         largest = rightChild;
30     // Если самый большой элемент не корень
31     if (largest ≠ rootIndex) {
32         int temp = array[rootIndex];
33         array[rootIndex] = array[largest];
34         array[largest] = temp;
35
36         // Рекурсивно преобразуем в двоичную кучу затронутое поддерево
37         heapify(array, heapSize, largest);
38     }
39 }
```

В данном случае мы имеем обратную, в отличие от быстрой сортировки, зависимость на сложность алгоритма – внешний цикл содержит $O(n)$ шагов, а вложенный работает по уже знакомому нам принципу $O(\log n)$, т.к. количество операций соответствует обходу вложенных элементов, что суммарно дает нам сложность $O(n \log n)$, как и у быстрой сортировки.

Итоги

Сегодня мы познакомились с понятием структуры данных, рассмотрели 2 из них – массив и бинарную кучу. Разобрали несколько алгоритмов сортировки и поиска и определили их сложность. Оценка сложности тех или иных решений критично важна для решения рабочих задач. Умение определять сложность решения и понимать его сильные и слабые стороны один из ключевых навыков любого разработчика.



Дополнительные материалы

<https://prog-cpp.ru/sort-pyramid/>

<https://habr.com/ru/company/otus/blog/460087/>

<https://habr.com/ru/post/415935/>