

Mechanická práce a energie - Teoretický přehled

Fyzika - opakování a prohloubení

1 Mechanická práce

1.1 Definice

Obecná definice:

Mechanická práce je energie přenesená silou, která působí na těleso po určité dráze.

Rovnice:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Speciální případy:

- $\alpha = 0$ (síla ve směru pohybu): $W = F \cdot s$
- $\alpha = 90$ (síla kolmá k pohybu): $W = 0$
- $\alpha = 180$ (síla proti pohybu): $W = -F \cdot s$

Popis veličin:

Veličina	Popis	Jednotka
W	Mechanická práce	J (Joule)
F	Síla	N
s	Dráha	m
α	Úhel mezi silou a dráhou	° nebo rad

Fyzikální význam:

- Práce je skalární veličina (může být kladná, záporná i nulová)
- Kladná práce: síla koná práci (přidává energii)
- Záporná práce: síla brzdí (odebírání energie)
- Nulová práce: síla nekoná práci (kolmá k pohybu)

2 Výkon

2.1 Průměrný výkon

Definice:

Průměrný výkon je práce vykonaná za jednotku času.

Rovnice:

$$P_p = \frac{W}{t}$$

2.2 Okamžitý výkon

Rovnice:

$$P = F \cdot v$$

Popis veličin:

Veličina	Popis	Jednotka
P	Výkon	W (Watt)
W	Práce	J
t	Čas	s
F	Síla	N
v	Rychlost	m/s

Jednotka:

- $1 \text{ W (Watt)} = 1 \text{ J/s}$
- $1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$
- $1 \text{ MW} = 1\,000\,000 \text{ W}$

2.3 Účinnost

Definice:

Účinnost vyjadřuje poměr užitečné energie (výkonu) k celkové dodané energii (výkonu).

Rovnice:

$$\eta = \frac{P_{vst}}{P_{vst}} = \frac{W_{vst}}{W_{vst}}$$

Vyjádření:

- V desetinném tvaru: $0 < \eta < 1$
- V procentech: $0\% < \eta < 100\%$

Fyzikální význam:

- Vždy $\eta < 1$ (nebo $\eta < 100\%$)
- Část energie se vždy ztratí (nejčastěji jako teplo třením)
- Ideální stroj by měl $\eta = 1$ (neexistuje)

3 Mechanická energie

3.1 Kinetická energie

Definice:

Kinetická energie je energie pohybujícího se tělesa.

Rovnice:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Popis veličin:

Veličina	Popis	Jednotka
E_k	Kinetická energie	J
m	Hmotnost	kg
v	Rychlost	m/s

Fyzikální význam:

- Závisí na druhé mocnině rychlosti
- Zdvojnásobení rychlosti \rightarrow zčtyřnásobení energie
- Vždy kladná hodnota (rychlost je na druhou)

3.2 Potenciální energie

Definice:

Potenciální energie je energie polohy tělesa v gravitačním poli.

Rovnice:

$$E_p = mgh$$

Popis veličin:

Veličina	Popis	Jednotka
E_p	Potenciální energie	J
m	Hmotnost	kg
g	Tíhové zrychlení	m/s ²
h	Výška nad referenční hladinou	m

Fyzikální význam:

- Závisí na výběru nulové hladiny (referenční úrovně)
- Čím výše, tím větší potenciální energie
- Při pádu se mění na kinetickou energii

3.3 Celková mechanická energie

Rovnice:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

4 Zákony zachování

4.1 Zákon zachování mechanické energie

Formulace:

V konzervativním systému (bez třecích sil) zůstává celková mechanická energie konstantní.

Rovnice:

$$E_k + E_p = \text{konst.}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{konst.}$$

Aplikace na volný pád:

V nejvyšším bodě ($h = h_{max}$, $v = 0$):

$$E = E_p = mgh_{max}$$

Při dopadu ($h = 0$, $v = v_{max}$):

$$E = E_k = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

Rovnost:

$$mgh_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

Rychlost při volném pádu:

$$v = \sqrt{2gh}$$

4.2 Zákon zachování hybnosti

Formulace:

V izolované soustavě je celková hybnost konstantní.

Rovnice:

$$\vec{p}_{ped} = \vec{p}_{po}$$

Pro dvě tělesa:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$$

Aplikace:

- Srážky těles
- Výbuch
- Raketový pohon

Důležité:

- Platí vždy (i při nepružných srážkách)
- Zachovává se i v případech, kdy se nezachovává mechanická energie

5 Druhy srážek

5.1 Pružná srážka

Charakteristika:

- Zachovává se hybnost
- Zachovává se kinetická energie
- Dokonale pružné tělesa (idealizace)

Zákony:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$$

5.2 Nepružná srážka

Charakteristika:

- Zachovává se hybnost
- Nezachovává se kinetická energie (část se mění na teplo, deformaci)
- Reálné srážky

Zákon:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Dokonale nepružná srážka:

- Tělesa se po srážce spojí
- Pohybují se společnou rychlostí

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

6 Praktické vztahy

6.1 Vztah mezi prací a energií

Práce jako změna kinetické energie:

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Práce tíhové síly:

$$W_g = -\Delta E_p = -(mgh_2 - mgh_1) = mg(h_1 - h_2)$$

6.2 Brzdná dráha

Z kinetické energie:

$$\begin{aligned} E_k &= W_{ten} \\ \frac{1}{2}mv^2 &= F_t \cdot s \\ s &= \frac{mv^2}{2F_t} = \frac{v^2}{2a} \end{aligned}$$

Kde $a = F_t/m$ je brzdné zrychlení.

Závislost na rychlosti:

- Zdvojnásobení rychlosti \rightarrow zčtyřnásobení brzdné dráhy
- Proto je rychlost kritická pro bezpečnost

7 Fyzikální konstanty

Konstanta	Symbol	Hodnota	Jednotka
Tíhové zrychlení (Země)	g	9,81	m/s ²
Tíhové zrychlení (Měsíc)	g_M	1,62	m/s ²

8 Souhrn jednotek v SI

Veličina	Jednotka SI	Odvození	Poznámka
Práce	J (Joule)	$\text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$	1 J = práce síly 1 N po dráze 1 m
Energie	J (Joule)	$\text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$	Stejná jako práce
Výkon	W (Watt)	$\text{J} / \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^3$	1 W = 1 J/s
Účinnost	-	-	Bezrozměrná veličina (0-1 nebo 0-100%)

Běžné násobky:

- 1 kJ = 1000 J
- 1 MJ = 1 000 000 J
- 1 kW = 1000 W
- 1 MW = 1 000 000 W
- 1 kWh = 3 600 000 J = 3,6 MJ

Poznámky

- **Konzervativní síla:** Síla, u které práce nezávisí na dráze, ale jen na počáteční a koncové poloze (gravitační síla, elektrická síla)
- **Nekonzervativní síla:** Síla, u které práce závisí na dráze (třecí síla)
- **Energetická bilance:** Součet všech energií zůstává konstantní (ale může se měnit forma energie)
- **Práce a teplo:** Jsou to formy přenosu energie, ne druhy energie
- **Perpetuum mobile:** Stroj s účinností 100% nebo větší - neexistuje (porušoval by termodynamické zákony)
- **Vztah práce a výkonu:** Stejná práce může být vykonána s různým výkonem (záleží na čase)
- **Elastická potenciální energie:** $E_{pel} = \frac{1}{2}kx^2$ (pružina, kde k je tuhost a x je prodloužení)