

# POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

## WYDZIAŁ MECHANICZNY

---

KIERUNEK: MECHATRONIKA

### PRACA DYPLOMOWA MAGISTERSKA

Badanie sterowania odwróconym wahadłem z wykorzystaniem  
technik sztucznej inteligencji

Analysis of inverted pendulum control using artificial intelligence  
techniques

AUTOR:

inż. Sławomir Mazur

PROMOTOR:

dr inż. Tomasz Jankowski

KATEDRA OBRABIAREK

I TECHNOLOGII NUMERYCZNYCH

OCENA PRACY:

WROCŁAW 2019



# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>4</b>
1.1	Definicja sztucznej inteligencji . . . . .	4
1.2	Znaczenie i zastosowania sztucznej inteligencji . . . . .	4
1.3	Rozwój sztucznej inteligencji . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Cel i zakres pracy</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Przegląd istniejących rozwiązań</b>	<b>8</b>
3.1	Wykorzystanie regulatora PD . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Założenia projektowe i koncepcja systemu</b>	<b>11</b>
4.1	Opis odwróconego wahadła . . . . .	11
4.2	Metoda symulacji . . . . .	12
4.3	Dobór narzędzi . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Model odwróconego wahadła</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Sterowanie wykorzystujące klasyczne techniki</b>	<b>18</b>
<b>7</b>	<b>Sterowanie wykorzystujące logikę rozmytą</b>	<b>19</b>
<b>8</b>	<b>Sterowanie wykorzystujące programowanie dynamiczne</b>	<b>20</b>
<b>9</b>	<b>Porównanie wyników wszystkich metod</b>	<b>21</b>
<b>10</b>	<b>Podsumowanie i wnioski</b>	<b>22</b>
<b>10</b>	<b>Spis rysunków</b>	<b>24</b>
<b>11</b>	<b>Spis tabel</b>	<b>25</b>

# 1 Wstęp

## 1.1 Definicja sztucznej inteligencji

Określenie „sztuczna inteligencja”(ang.*AI*) niesie ze sobą dwa podstawowe znaczenie: z jednej strony można używać tego terminu w odniesieniu do hipotetycznej inteligencji która powstała w procesie sztucznej kreacji na skutek procesów inżynierskich, nie natomiast jako naturalny efekt ewolucyjny. Z drugiej zaś strony termin ten odnosi się również do dziedziny wiedzy wywodzącej się z informatyki, a obecnie będącym przedmiotem interdyscyplinarnym działającym na pograniczu informatyki, neurologii, psychologii, kognitywistyki, a nawet filozofii.[1][4] Warto zaznaczyć że z uwagi na zmieniające się zastosowania samej sztucznej inteligencji oraz dużą dynamikę użycia owego powyższe znaczenia definicyjne częściowo się rozmyły, przez co można obecnie spotkać się z użyciem tego terminu w dużo szerszym znaczeniu niżby wynikało to ze wspomnianych definicji.

Jako techniki sztucznej inteligencji rozumie się zbiór metod wykorzystywanych w rozwiązywaniu problemów AI-trudnych m.in.

- Systemy logiki rozmytej
- Sieci neuronowe
- Drzewa decyzyjne
- Metoda Wektorów Nośnych (*ang.SVM*)
- Algorytmy genetyczne
- Metoda Monty Carlo
- Programowanie Dynamiczne[2]

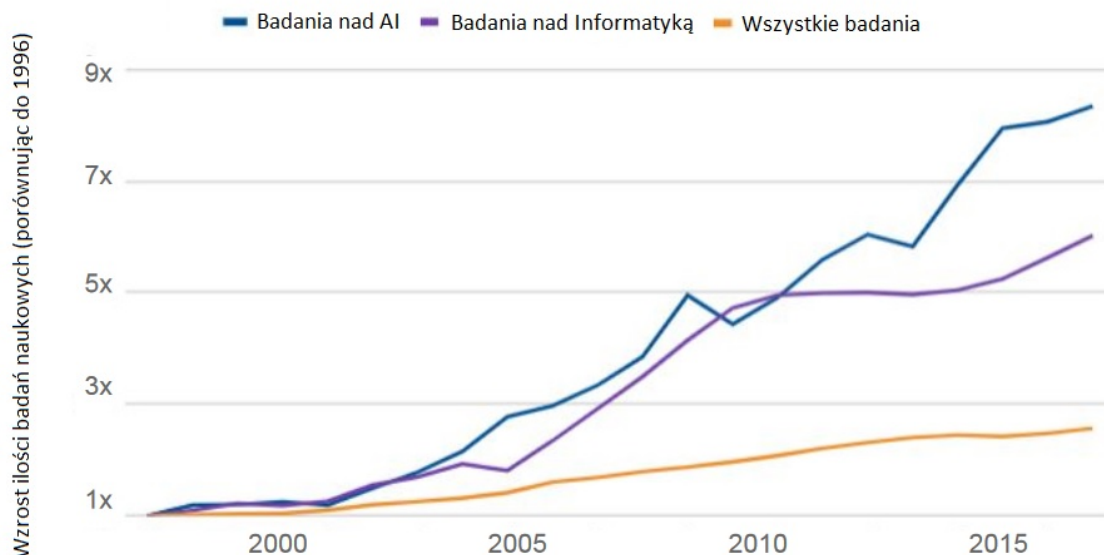
## 1.2 Znaczenie i zastosowania sztucznej inteligencji

Zgodnie z drugą definicją badania zajmujące się sztuczną inteligencją dążą do konstruowania takich maszyn, urządzeń i programów komputerowych, które swoim działaniem będą zdolne spełniać zadania które dotychczas możliwe były do wykonania jedynie przez istoty którym przypisuje się inteligencje. zadania te bywają nazywane problemami AI-trudnymi i zalicza się do nich m.in.

- podejmowanie decyzji w warunkach braku wszystkich danych
- analiza i synteza języków naturalnych
- rozumowanie logiczne/racjonalne,
- dowodzenie twierdzeń,
- komputerowe gry logiczne, np. szachy, go
- zarządzanie wiedzą, preferencjami i informacją w robotyce
- systemy eksperckie i diagnostyczne.[3][4]

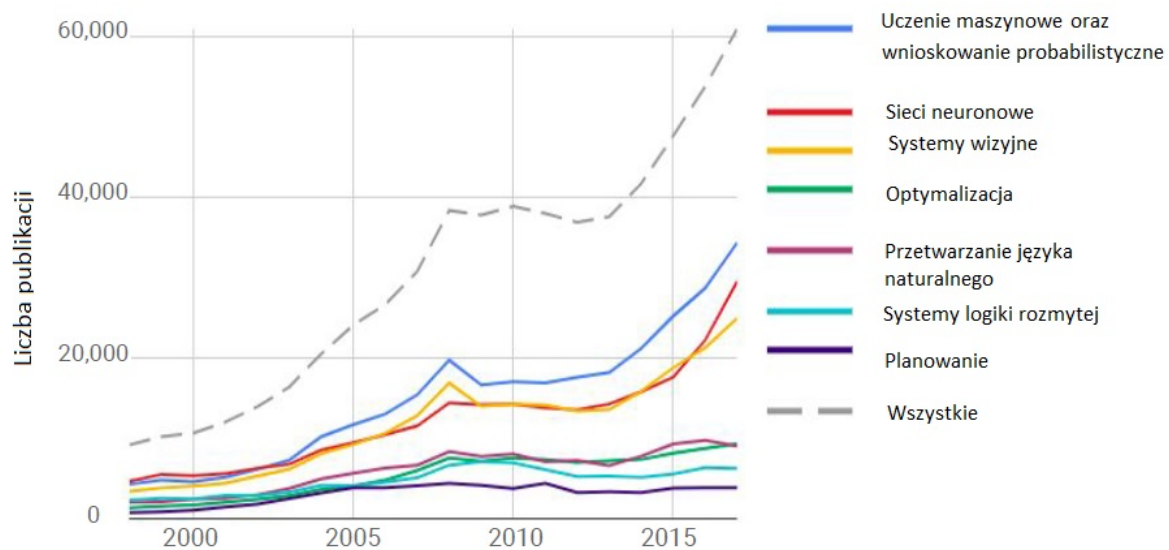
### 1.3 Rozwój sztucznej inteligencji

W ostatnich latach obserwuje się wzrost popularności sztucznej inteligencji. Można to zaobserwować po ilości publikacji poświęconych badaniom nad AI (Rysunek 1.1). Jest to również widoczne w przemyśle i usługach, w szczególności w branży motoryzacyjnej, handlu detalicznym oraz usługach finansowych[5].

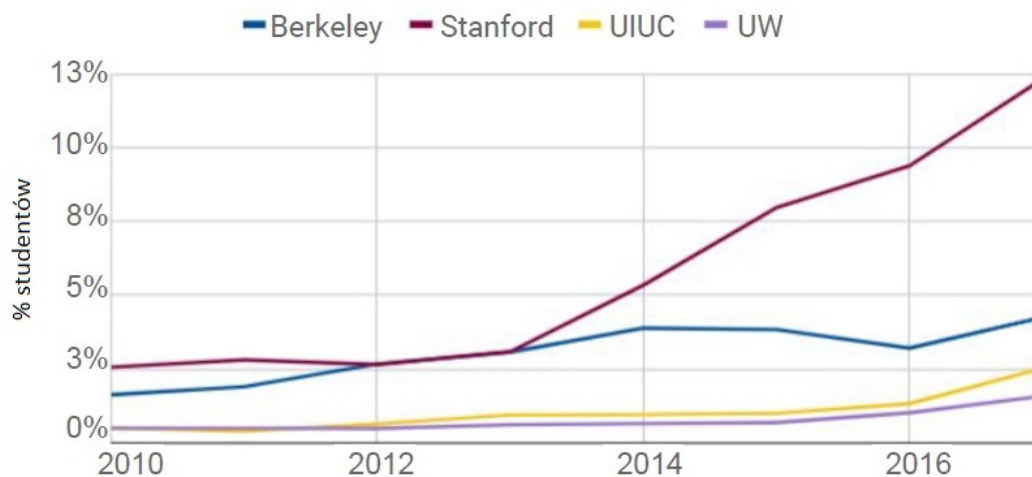


Rysunek 1.1: Wzrost popularności badań nad AI

Jeśli chodzi o dziedziny rozwoju sztucznej inteligencji, to najintensywniejszy rozwój można zaobserwować dla uczenia maszynowego, wnioskowania probabilistycznego, sieci neuronowych oraz systemów wizyjnych. Natomiast w dziedzinach przetwarzania języka naturalnego, systemów logiki rozmytej, planowania oraz optymalizacji można obserwować zainteresowanie na niezmiennym poziomie w ciągu ostatnich 10 lat, po wcześniejszych okresach dynamicznego wzrostu. Może to oznaczać że w pewnych dziedzinach AI jak ludzie jako cywilizacja zaczynają się zbliżać do granic wytyczonych przez obecny poziom wiedzy i kolejne postępy będą niemożliwe bez osiągnięcia przełomu w badaniach; natomiast dziedziny które znajdują się aktualnie w fazie dynamicznego wzrostu najprawdopodobniej utrzymają swój wzrost w ciągu najbliższych kilku lat. Można to wnioskować nie tylko po rosnącej z roku na rok liczbie publikacji naukowych dotyczących AI (Rysunek 1.2), ale również po stale rosnącym zainteresowaniu technikami sztucznej inteligencji na wiodących uczelniach technicznych.(Rysunek 1.3)



Rysunek 1.2: Liczba prac naukowych wydanych w latach 1996-2017



Rysunek 1.3: Wzrost popularności kursów związanych z AI

## 2 Cel i zakres pracy

Celem pracy jest zbadanie sterowania odwróconym wahadłem z wykorzystaniem technik sztucznej inteligencji. W ramach niniejszej pracy zostaną wykonane poniższe kroki:

1. Zamodelowanie odwróconego wahadła
2. Projekt sterowania z wykorzystaniem jednej z klasycznych technik opisanych w literaturze dla tej klasy problemów
3. Wykonanie dwóch projekt sterowania opartych na technikach sztucznej inteligencji
4. Porównanie wykorzystanych metod sterowania

W niniejszej pracy rozważany jest problem odwróconego wahadła. Jest to problem występujący często w literaturze, w szczególności w odniesieniu do sterowania. Będzie on rozpatrywany tylko jako problem płaski, w którym wózek porusza się po linii prostej a wahadło porusza się w jednej płaszczyźnie. Na podstawie równania różniczkowego opisującego badane wahadło zostanie stworzony model komputerowy, na którym będą działały zaprojektowane później układy sterowania. Następnie zostaną zaprojektowane układy sterowania. Każdy układ będzie testowany pod kątem trzech możliwych przypadków:

1. wahadło znajduje się w pozycji startowej bliskiej  $0^\circ$ , sterownik ma utrzymać pozycję początkową
2. wahadło w pozycji startowej ma niewielkie wychylenie (z zakresu  $30 - 60^\circ$ , sterownik ma sprowadzić wahadło do pionu i utrzymać pozycję
3. wahadło w pozycji początkowej ma ramie skierowane "w dół", zakres kątowy to  $120 - 240^\circ$ , sterownik ma sprowadzić wahadło do pionu i utrzymać pozycję

Dla każdego wykorzystanego projektu sterowania zostaną przeprowadzone eksperymenty sprawdzające ich działanie pod kątem trzech rozważanych przypadków pracy, na podstawie których zostanie przeprowadzone porównanie sterowań wraz z rzetelną analizą.

### 3 Przegląd istniejących rozwiązań

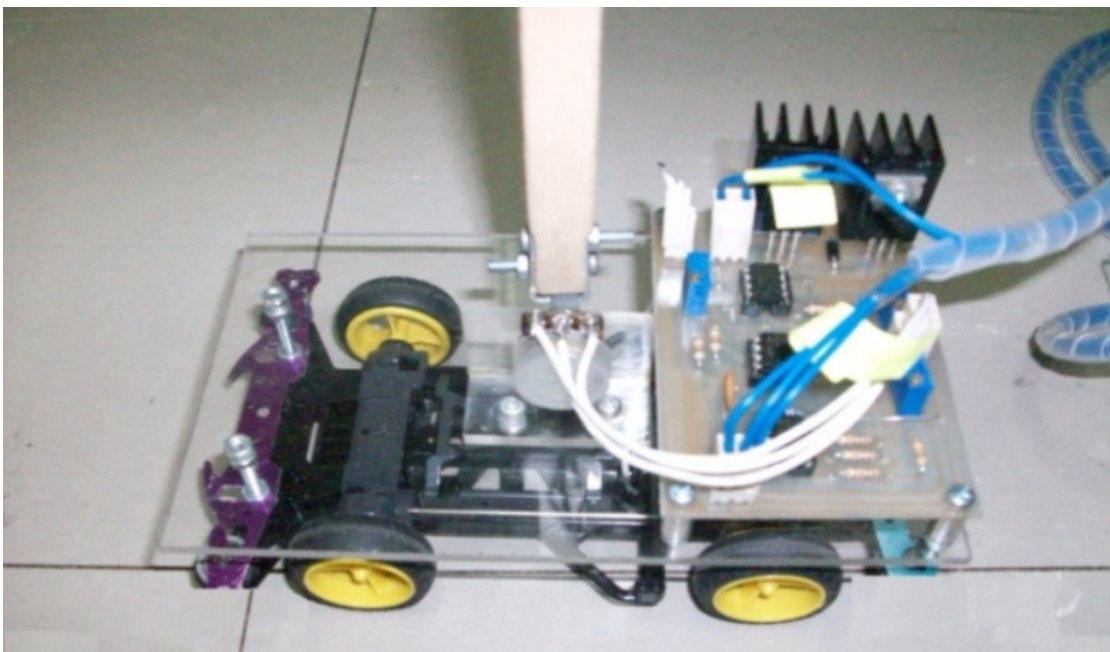
Sterowanie odwróconym wahadłem jest problemem często rozpatrywanym w literaturze, zarówno pod kątem klasycznych metod sterowania jak i tych wykorzystujących techniki sztucznej inteligencji. Techniki sterowania odwróconym wahadłem można podzielić na 2 kategorie: liniowe i nieliniowe[6].

**Nieliniowe systemy sterowania** cechują się dużo większą elastycznością ale ich implementacja implementacja może sprawiać problemy. Do nieliniowych systemów sterowania można zaliczyć m.in. Sterownik Logiki Rozmytej oraz Sieci Neuronowe[8].

**Liniowe systemy sterowania** są cieszą się dużą popularnością z uwagi na prostotę implementacji przy dobrych choć mało elastycznych rezultatach sterowania. Do liniowych systemów sterowania można zaliczyć sterowniki przestrzeni stanów (ang. *Linear state space controllers* takie jak Regulatory liniowo-kwadratowe (ang. *Linear-quadratic regulator*) oraz Regulatory Położenia Biegunów (ang. *Pole-placement controllers*).

#### 3.1 Wykorzystanie regulatora PD

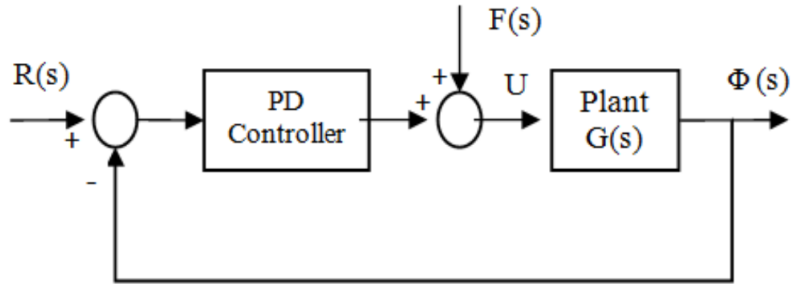
Jedną z klasycznych metod wykorzystania regulatora PD do sterowania odwróconym wahadłem przedstawił Mahadi Hasan w „Balancing of an Inverted Pendulum Using PD Controller”[7]. W owej pracy za cel postawiono sobie zaprojektowanie układu sterującego robotem będącym odwróconym wahadłem przedstawionym na Rysunku 3.1. W tym celu opisano układ podstawowymi równaniami fizycznymi opartymi na II prawie Newtona, a następnie na podstawie wyprowadzonych równań stworzono model komputerowy problemu w środowisku *MATLAB Simulink*.



Rysunek 3.1: Robot do eksperymentu odwróconego wahadła



Dla układu zaprojektowano sterowanie wykorzystujące sterownik PD; ten układ sterowania pokazano na Rysunku 3.2, przy czym  $R(s)$  – sygnał kąta wychylenia wahadła,  $F(s)$  – siła działająca na wózek wahadła, a  $G(s)$  – równanie opisujące wahadło.



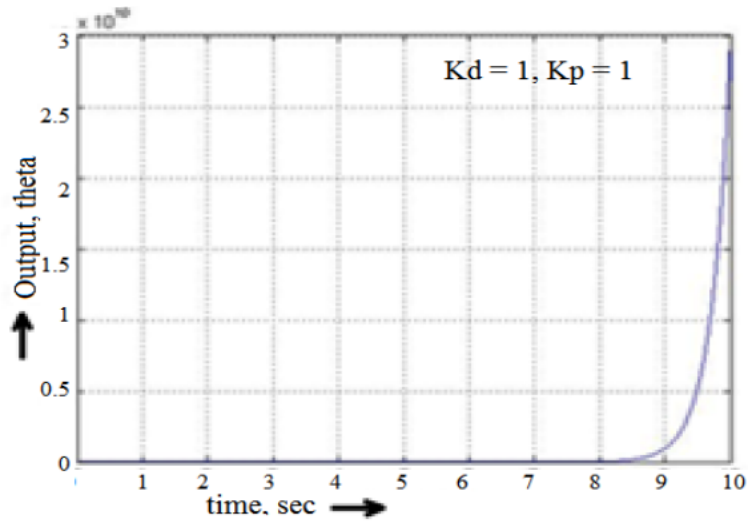
Rysunek 3.2: Schemat sterowania PD

W badaniu rozpatrzono 3 przypadki doboru parametrów regulatora PD, przedstawiono je na w Tablicy??

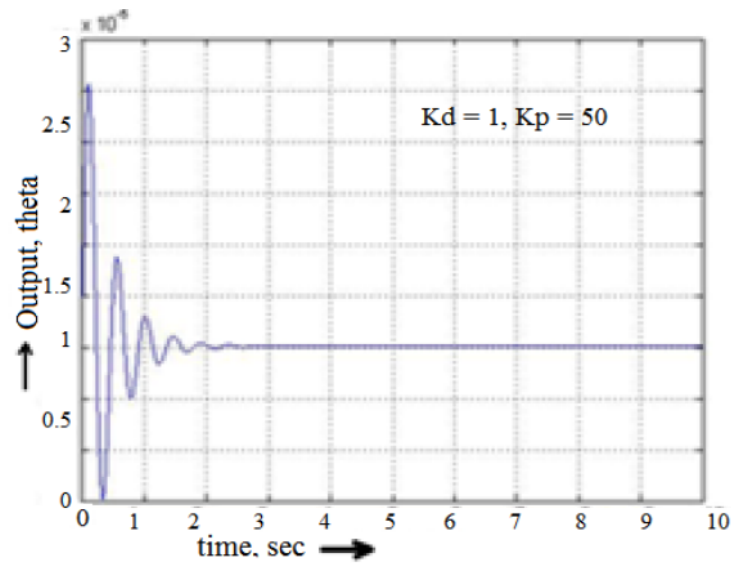
s	Przypadek 1	Przypadek 2	Przypadek 3
$K_p$	1	50	50
$K_d$	1	1	10

Tablica 3.1: Parametry regulatora PD

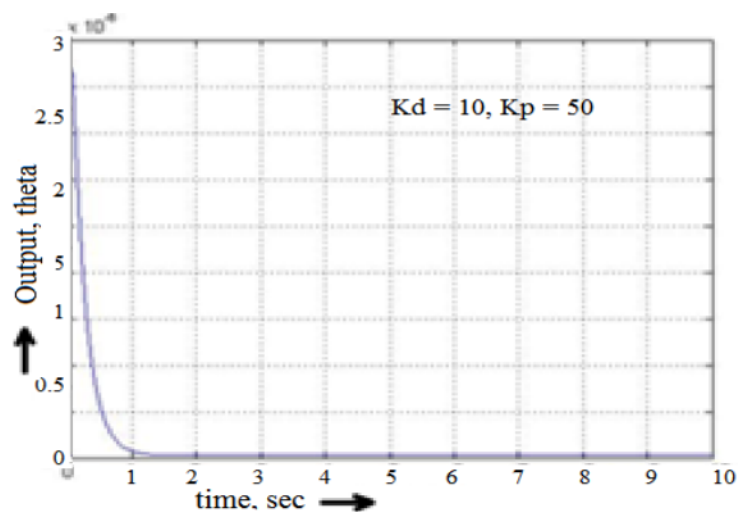
Wyniki każdego zestawu parametrów przedstawiono na Rysunkach 3.3, 3.4, 3.5



Rysunek 3.3: Sterowanie dla pierwszego zestawu parametrów



Rysunek 3.4: Sterowanie dla drugiego zestawu parametrów



Rysunek 3.5: Sterowanie dla trzeciego zestawu parametrów

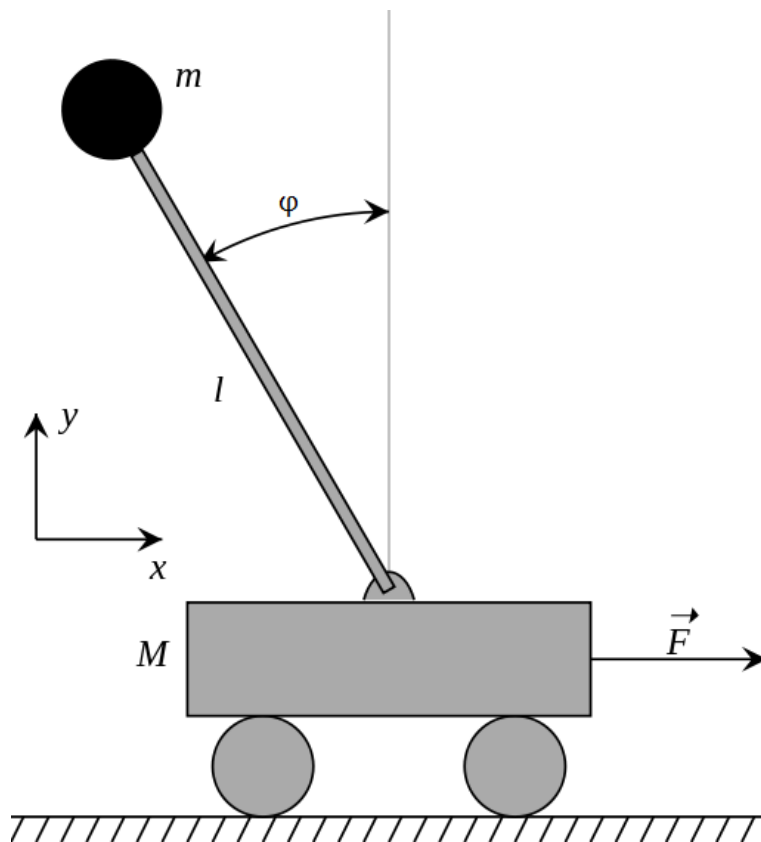
Obserwując wyniki sterowań stwierdzono że:

- Dla pierwszego zestawu parametrów obiekt jest niestabilny
- Dla drugiego zestawu parametrów obiekt stabilizuje się po ok. 2,5 sekundy, duże prze-regulowanie, sterowanie niskiej jakości
- Dla trzeciego zestawu parametrów obiekt stabilizuje się po ok. 1,2 sekundy, brak prze-regulowania, sterowanie wysokiej jakości

## 4 Założenia projektowe i koncepcja systemu

### 4.1 Opis odwróconego wahadła

**Odwrócone wahadło** jest rodzajem wahadła w którym środek masy ramienia znajduje się bezpośrednio nad środkiem obrotu ramienia. Celem sterowania odwróconym wahadłem jest takie poruszanie podstawą wahadła aby ramię wahadła utrzymywało swój środek ciężkości nad środkiem obrotu. Schemat odwróconego wahadła przedstawiono na Rysunku 4.1.



Rysunek 4.1: Model odwróconego wahadła

W przypadku odwróconego wahadła rozpatrywanym w niniejszej pracy zakłada się że:

- dany jest wózek o masie  $M$  poruszający się w jednym kierunku w obie strony, wzdłuż osi oznaczonej na rysunku jako  $OX$
- Do wózka przymocowany jest nieważki pręt o długości  $l$  zakończony masą punktową o wartości  $m$
- Pręt porusza się tylko po płaszczyźnie  $XY$
- Kąt wychylecia wahadła od pozycji pionowej (wertykalnej) jest oznaczony kątem  $\phi$
- $\phi = 0$  jest docelową wartością wychylecia pręta

- W układzie działa przyspieszenie grawitacyjne  $g = 9.81 \frac{N}{m}$  skierowane pionowo w dół wzdłuż osi  $OY$
- Na wózek działa siła sterująca  $F$ , której celem jest utrzymanie  $\phi \approx 0$
- zmienna  $x$  oznacza przemieszczenie wózka, natomiast zmienna  $\phi$  kąt wychylenia ramienia

Odwrócone wahadło przed którym się stawia powyższe wymagania można opisać następującymi wzorami

$$(M + m) \cdot \ddot{x} - m \cdot l \cdot \ddot{\phi} \cdot \sin \phi = F \quad (4.1)$$

$$l \cdot \ddot{\phi} - g \cdot \sin \phi = \ddot{x} \cdot \cos \phi \quad (4.2)$$

Dodatkowo dla ułatwienia przyszłych rozważań zakłada się, że we wszystkich modelowanych zagadnieniach odwrócone wahadło będzie się cechowało następującymi parametrami:

- masa wózka  $M = 20kg$ , oznaczana będzie również jako  $m_1$
- masa dodatkowa obciążająca ramię wahadła  $m = 2kg$ , oznaczana będzie również jako  $m_2$
- długość ramienia wahadła  $l = 1m$

## 4.2 Metoda symulacji

Aby możliwa była interakcja z modelem konieczne jest określenie w jaki sposób model będzie spełniał równania różniczkowe które go będą opisywały. W tym celu wykorzystana zostanie **metoda Eulera**. Cechą tej metody jest to, że jest łatwa w implementacji, a bazuje na równaniach różniczkowych opisujących pierwotny obiekt. Umożliwia ona proste obliczanie zmieniającego się wektora stanu przy znanych warunkach początkowych.

W badanym układzie wektor stanu opisany jest przez następujące wartości:

- zmienne  $x$  i  $\phi$  odpowiadające za przemieszczenie wózka oraz kąt obrotu wahadła
- zmienne  $\dot{x}$  oraz  $\ddot{x}$  będące kolejno prędkością i przyspieszeniem wózka
- zmienne  $\dot{\phi}$  oraz  $\ddot{\phi}$  będące kolejno prędkością kątową i przyspieszeniem kątowym ramienia wahadła
- zmiennym  $m, M, l$  odpowiadającym za warunki mechaniczne oraz  $g$  odpowiadające za otoczenie

Każde uruchomienie symulacji będzie wymagało rozpoczęcia ze znanym wektorem stanu, np. dla zadanego początkowego kąta wychylenia  $20^\circ$  i zerowych przyspieszeń oraz prędkości. Przekształca się kolejno równania 4.1 oraz 4.2 do następującej postaci:

$$\ddot{x} = \frac{F + m \cdot l \cdot \ddot{\phi} \cdot \sin \phi}{M + m} \quad (4.3)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\ddot{x} \cdot \cos \phi + g \cdot \sin \phi}{l} \quad (4.4)$$

Są to jednak równania dla układu ciągłego, podczas gdy metoda iteracyjna cechuje się wykonywaniem algorytmu działania w sposób dyskretny. Równania 4.3 oraz 4.4 należy zapisać w sposób dyskretny:

$$\ddot{x}_n = \frac{F_n + m \cdot l \cdot \ddot{\phi}_{n-1} \cdot \sin \phi_{n-1}}{M + m} \quad (4.5)$$

$$\ddot{\phi}_n = \frac{\ddot{x}_{n-1} \cdot \cos \phi_{n-1} + g \cdot \sin \phi_{n-1}}{l} \quad (4.6)$$

Natomiast wiedząc że dla układu ciągłego:

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} \quad (4.7)$$

To dla układu dyskretnego przy  $n$ -tej iteracji algorytmu:

$$\ddot{x}_n = \frac{\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_n}{dt} \quad (4.8)$$

Co po przekształceniu skutkuje otrzymaniem następującego równania:

$$\dot{x}_n = \dot{x}_{n-1} + \ddot{x}_n \cdot dt \quad (4.9)$$

Powtarzając rozumowanie przedstawione dla równań 4.7-4.9 dla pozostałych zmiennych stanu otrzyma się:

$$x_n = x_{n-1} + \dot{x}_n \cdot dt \quad (4.10)$$

$$\dot{\phi}_n = \dot{\phi}_{n-1} + \ddot{\phi}_n \cdot dt \quad (4.11)$$

$$\phi_n = \phi_{n-1} + \dot{\phi}_n \cdot dt \quad (4.12)$$

Algorytm działania metody symulacji:

1. Ustalenie początkowego wektora stanu i stałej całkowania  $dt$ , jest to zerowy krok symulacji  $n = 0$
2. zwiększenie kroku symulacji o 1,  $n = n + 1$
3. Obliczenie  $\ddot{x}_1$  oraz  $\ddot{\phi}_1$  na podstawie równań 4.5 oraz 4.6
4. Obliczenie  $\dot{x}_1$  oraz  $\dot{\phi}_1$  na podstawie równań 4.9 oraz 4.11
5. Obliczenie  $x_1$  oraz  $\phi_1$  na podstawie równań 4.10 oraz 4.12
6. Powrót do kroku 2. symulacji

W metodzie kluczowe jest wyprowadzenie odpowiednich równań różniczkowych opisujących zjawisko oraz dobranie odpowiedniej stałej czasowej  $dt$ . W przypadku niniejszej pracy badany jest obiekt teoretyczny którego równania różniczkowe są znane dobrze z literatury, tak więc założenia są prawdziwe. Natomiast stała całkowania  $dt$  odpowiada za dokładność metody i czasochłonność obliczeń - im większa stała tym mniejszy czas obliczania symulacji, ale mniej dokładne efekty symulacji. Stała całkowania zależy od dynamiki badanego zjawiska. Ze względu na wcześniej wspomniane powody stałą całkowania najłatwiej wyznaczyć eksperymentalnie, jednak wymaga to odpowiednio zaprojektowanego eksperymentu - uruchomienia symulacji dla różnych stałych  $dt$  i porównanie ich z oczekiwanymi rezultatami. Dobór stałej  $dt$  dla tworzonego modelu zostanie przedstawiony w późniejszej części pracy.

### 4.3 Dobór narzędzi

Jednym z podstawowych problemów jest dobór odpowiednich narzędzi programistycznych do stworzenia modelu i jego obsługi. Od dobranych narzędzi oczekuje się następujących parametrów:

- umożliwienie implementacji modelu odwróconego wahadła w możliwie łatwy sposób
- jest łatwe w operowaniu i intuicyjne
- posiada możliwie dużo bibliotek i mechanizmów wspierających implementację algorytmów sztucznej inteligencji
- gwarantuje wystarczającą szybkość obliczeń
- jest dobrze wspierane
- jest opensource'owe

Spośród możliwych rozwiązań wybrano propozycje dwóch środowisk, które najlepiej spełniają wskazane kryteria: Python oraz Matlab. Porównanie parametrów powyższych środowisk znajduje się w Tablicy 4.1.

	Python	Matlab
Umożliwia implementację	+	++
Intuicyjność	++	+
Gotowe elementy	+	++
Szybkość obliczeń	–	+
Wsparcie	++	+
Opensource	++	– –

Tablica 4.1: Porównanie parametrów środowisk Python i Matlab

**Python** jest językiem programowania cieszącym się dużą popularnością w zakresie zagadnień analizy danych. Jego zaletami są m.in. łatwość w implementacji wahadła, intuicyjność w pracy, dostęp do wielu bibliotek wspierających operacje numeryczne, obsługę algorytmów AI oraz prototypowanie. Także to że Python jest językiem opensource'owy pozwala na korzystanie z niego i z jego bibliotek za darmo, natomiast jego popularność skutkuje wieloma artykułami przedstawiającymi rozwiązywanie problemów związanych z implementacją. Jego wadami jest natomiast niska szybkość wykonywania akcji, implementacja równań różniczkowych nie jest tak prosta jak w środowisku Matlab, a wykorzystanie gotowych elementów wymaga większej wiedzy wejściowej.

**Matlab** jest środowiskiem służącym do obliczeń naukowych i inżynierskich. Jego zaletami jest to że jest względnie prosty w użyciu, posiada wiele przydatnych bibliotek których użycie jest proste, z uwagi na okienkowy interfejs. Matlab cechuje się też dużą szybkością obliczeń oraz dobrą dokumentacją. Do wad tego środowiska należy przede wszystkim jego wysoka cena oraz brak dużego wsparcia społeczności użytkowników.

Biorąc pod uwagę wspomniane wady i zalety zdecydowano się na wykorzystanie języka programowania Python. Przy pracy z nim korzystano z następujących narzędzi dodatkowych:

- biblioteka *numpy* oraz *pandas* do szybkich operacji numerycznych
- biblioteka *matplotlib* do tworzenia wizualizacji danych
- wysokopoziomowy interfejs *keras* do tworzenia sieci neuronowych
- biblioteka *sklearn* zawierająca gotowe algorytmy sztucznej inteligencji
- środowisko *jupyter* do prostego prototypowania



## 5 Model odwróconego wahadła

Tu będzie:

- wymagania dotyczące programu
- opis struktury programu
- atrybuty i ich cele
- opis podstawowych funkcji
- przykładowa inicjalizacja

## **6 Sterowanie wykorzystujące klasyczne techniki**

Przykład wykorzystujący PID, już jest napisany

## **7 Sterowanie wykorzystujące logikę rozmytą**

Jeszcze nie napisany

## 8 Sterowanie wykorzystujące programowanie dynamiczne

Już jest napisany, ale działa raczej średnio, muszę jeszcze popracować nad parametrami pracy

## 9 Porównanie wyników wszystkich metod

## 10 Podsumowanie i wnioski

# Literatura

- [1] F.Dul *Wprowadzenie do sztucznej inteligencji*
- [2] Richard S. Sutton and Andrew G. Barto *Reinforcement Learning: An Introduction*, 2017
- [3] *Technopedia.com* <https://www.techopedia.com/definition/190/artificial-intelligence-ai> (dostęp: 2019-05-2)
- [4] *Wikipedia.com* [https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Sztuczna\\_inteligencja&oldid=55997670](https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Sztuczna_inteligencja&oldid=55997670) (dostęp: 2019-02-23)
- [5] Yoav Shoham, Raymond Perrault, Erik Brynjolfsson, Jack Clark, James Manyika, Juan Carlos Niebles, Terah Lyons, John Etchemendy, Barbara Grosz and Zoe Bauer, "*The AI Index 2018 Annual Report*", AI Index Steering Committee, Human-Centered AI Initiative, Stanford University, Stanford, CA, December 2018.
- [6] Rich Chi Ooi *Balancing a Two-Wheeled Autonomous Robot* 2003
- [7] Mahadi Hasan *Balancing of an Inverted Pendulum Using PD Controller*, 2012
- [8] Charles W. Anderson *Learning to Control an Inverted Pendulum Using Neural Networks*, 1989
- [9] *Wikipedia.com* [https://en.wikipedia.org/wiki/Inverted\\_pendulum](https://en.wikipedia.org/wiki/Inverted_pendulum) (dostęp: 2019-05-04)
- [10] P. Fronczak *Metody numeryczne* [www.if.pw.edu.pl/~agatka/numeryczne/wyklad\\_08.pdf](http://www.if.pw.edu.pl/~agatka/numeryczne/wyklad_08.pdf)

## Spis rysunków

1.1	Wzrost popularności badań nad AI . . . . .	5
1.2	Liczba prac naukowych wydanych w latach 1996-2017 . . . . .	6
1.3	Wzrost popularności kursów związanych z AI . . . . .	6
3.1	Robot do eksperymentu odwróconego wahadła . . . . .	8
3.2	Schemat sterowania PD . . . . .	9
3.3	Sterowanie dla pierwszego zestawu parametrów . . . . .	9
3.4	Sterowanie dla drugiego zestawu parametrów . . . . .	10
3.5	Sterowanie dla trzeciego zestawu parametrów . . . . .	10
4.1	Model odwróconego wahadła . . . . .	11



## Spis tablic

3.1	Parametry regulatora PD . . . . .	9
4.1	Porównanie parametrów środowisk Python i Matlab . . . . .	15