Physik II Aufgaben

Benjamin DROPMANN

Serie 01

Aufgabe 1

$y(0,t) = 8 \sin(\pi t)$

die allgemeine Form einer Transversalwelle ist: $y(x,t) = A \sin(k(x+vt))$

$\Rightarrow k = \frac{\pi}{v} = 5\pi$ (da $v = \frac{1}{5}$) $\quad k = 5\pi$

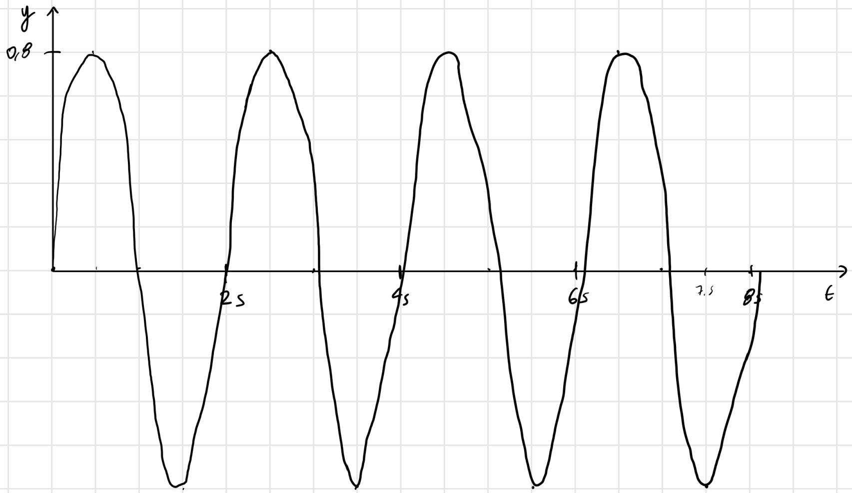
a) $\nu = \frac{1}{T}$ und $\omega = 2\pi\nu$ und $y(x,t) = A \sin(kx + \underbrace{kvt}_{=\omega t})$ $\Rightarrow kv = \omega \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad} \cdot s^{-1}$

$\Rightarrow \nu$: frequenz $= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2}$ Hz

$\Rightarrow T$: Periode $= \frac{1}{\nu} = 2$ s

die Wellenlänge λ lässt sich wie folgt rechnen: $k\lambda = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2}{5}$ m

b) $\Rightarrow y(x,t) = 0{,}8 \sin(\quad \pi t)$



$$y(x,t) = 0{,}08 \sin(5\pi x + \pi t) = \sin(5\pi x)\cos(\pi t) + \cos(5\pi x)\sin(\pi t)$$

$x = 0{,}3: \quad y(0{,}3,t) = -0{,}08\cos(\pi t)$

$x = 0{,}8: \quad y(0{,}8,t) = 0{,}08\cos(\pi t)$

$x = 1: \quad y(1,t) = 0{,}08\cos(\pi t)$

Aufgabe 2 Mit den Zollstock kann man die Wellenlänge und mit der stoppuhr kann man die Periode und die Zeit die Welle nimmt, um am Rand zu kommen, braucht.

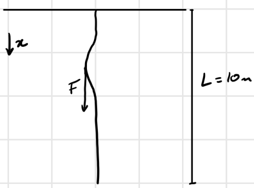
$\Rightarrow$ gegeben: $\underbrace{T}_{\text{Periode}}, \underbrace{\lambda}_{\text{wellenlänge}}, \underbrace{\theta}_{\text{Zeit}}$. Ich mache hier die Annahme dass die Wellengeschwindigkeit konstant ist.

dann ist die geschwindigkeit: $v = \frac{x}{\theta} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow x = \frac{\lambda}{T}\theta$

Für $x = 40m$ z.B., müssen die Studenten den Stein werfen, die Zeit messen bis die Welle am Rand ankommt und dann die Periode und wellenlänge der Welle.

b) Diese Methode nimmt an dass v konstant ist was nicht immer der Fall ist, da die Tiefe, Temperatur usw. eine Rolle spielen. Bei einer 1 dimensionaler Welle, wäre unsere Methode präziser, man könnte aber von den Messungen Die ganze Wellenfunktion herleiten

Aufgabe 3



$$F(x) = (L-x)\mu g \rightarrow v(x) = \sqrt{\frac{F(x)}{\mu}} = \sqrt{(L-x)g}$$

$$v(x) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow t = \int_0^L \frac{1}{v(x)}\,dx = \int_0^L \frac{1}{\sqrt{(L-x)g}}\,dx = \frac{-1}{g}\int_0^L g\frac{1}{\sqrt{(L-x)g}}\,dx$$

$$= \left[\frac{2\sqrt{(L-x)g}}{g}\right]_0^L = \frac{2\sqrt{Lg}}{g} \approx 2 \text{ sekunden (mit der approximation } L = g)$$

Aufgabe 4

2. Newtonsches gesetz:

m_1: $\sum F_{1x} = ((x_2 - x_1) - L)\ell \rightarrow$ diese horizontale auslenkung sei zu vernachlässigen? (ich glaube, ich habe die Aufgabe nicht ganz verstanden

$\sum F_{1y} = -y_1\frac{k}{2} - y_1\frac{k}{2} - (y_1 - y_2)\ell = \sum F_1$

m_2: $\sum F_{2x} = -\sum F_{1x}$ zu vernachlässigen

$\sum F_{2y} = -y_2\frac{k}{2} - \frac{k}{2}y_2 - (y_2 - y_1)\ell = \sum F_2$

da $\sum F = ma$, gilt: $m\ddot{y}_1 = -ky_1 - (y_1 - y_2)\ell$

$m\ddot{y}_2 = -ky_2 - (y_2 - y_1)\ell$

b) $y_1(0) = y_1^0 \gg L \quad y_2(0) = y_2^0 = 0 \quad \dot{y}_1(0) = \dot{y}_2(0) = 0$

da $y_1^0 \gg L$ gilt $y_1^0 - y_2^0 \gg L \Rightarrow$ elastische deformation der Feder $\rightarrow$ alles ist kaputt & aufgabe ist fertig (if only)

nein. $m\ddot{y}_1 - m\ddot{y}_2 = -ky_1 - (y_1 - y_2)l - [-ky_2 - (y_2 - y_1)l] = k(y_2 - y_1) + 2l(y_2 - y_1) = (y_2 - y_1)(k + 2l)$

sei $\delta = (y_2 - y_1) \rightarrow -m\ddot{\delta} = (k + 2l)\delta \rightarrow \ddot{\delta} + \frac{k+2l}{m}\delta = 0$ sei $\frac{k+2l}{m} = \omega^2$

$\Rightarrow$ dann ist $\delta = C_1 \sin(\omega t) + C_2 \cos(\omega t)$ Lösung der obigen DGL

mit unsere anfangsbedingungen gilt also:

$\delta(0) = y_2(0) - y_1(0) = -y_1^0 \qquad \dot{\delta}(0) = \dot{y}_2(0) - \dot{y}_1(0) = 0$

$\Rightarrow C_1 \sin(\omega \cdot 0) + C_2 \cos(\omega \cdot 0) = -y_1^0 \Rightarrow C_2 = -y_1^0$

$\Rightarrow C_1 \omega \cos(\omega \cdot 0) + y_1^0 \omega \sin(\omega \cdot 0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$ da $\omega \neq 0$

$$\Rightarrow \quad \delta(t) = -y_1^0 \cos\left(\sqrt{\frac{k+2l}{m}}\, t\right)$$

c) $\sigma(t) = y_1(t) + y_2(t) \Rightarrow m\ddot{\sigma}(t) = -ky_1 - ky_2 - l(y_1 - y_2) - l(y_2 - y_1) = -k(y_1 + y_2)$

$\Rightarrow \ddot{\sigma}(t) = -\frac{k}{m}\sigma(t)$ sei $\frac{k}{m} = \Omega^2 \Rightarrow$ die lösung ist der form: $C_1' \sin(\Omega t) + C_2' \cos(\Omega t) = \sigma(t)$

$y_1(0) = y_1^0 \quad y_2(0) = 0$
$\dot{y}_1(0) = \dot{y}_2(0) = 0$
$\hookrightarrow C_1 = 0,\ C_2 = y_0^1$

d) $\delta + \sigma = 2y_2(t) \Rightarrow \frac{\delta + \sigma}{2} = ((C_1 + C_1')\sin(\omega t)\sin(\Omega t) + (C_2 + C_2')\cos(\omega t)\cos(\Omega t)] \cdot \frac{1}{2}$

$= [(\cos(t(\omega - \Omega)) - \cos(t(\omega + \Omega)))(C_1 + C_1') + (C_2 + C_2')(\cos(t(\omega - \Omega)) + \cos(t(\omega + \Omega)))] \cdot \frac{1}{4}$

mit $C_1 = C_1' = 0$ und $C_2 = C_2' = y_0^1 \rightarrow \frac{1}{2}y_1^0\left[\cos\left(\frac{2l}{m}t\right) + \cos\left(2\frac{k+l}{m}t\right)\right] = y_2(t)$

$\Rightarrow y_1(t) = \sigma(t) - y_2(t) = y_0^1 \cos\left(\frac{k}{m}t\right) - \frac{1}{2}y_0^1\left[\cos\left(\frac{2l}{m}t\right) + \cos\left(2\frac{k+l}{m}t\right)\right]$ ich weiss nicht wie ich weiter soll...

Aufgabe 5

a) $\nabla \cdot F = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = 1 + 1 - 2 = 0 \qquad \nabla \times F = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) = (0, 0, -2)$

$\nabla \cdot G = \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} + \frac{\partial G_z}{\partial z} = 0 + 0 + 0 = 0 \qquad \nabla \times G = (3 - 3,\ 0 - 0,\ 2 - 2) = (0, 0, 0) = \vec{0}$

$\nabla \cdot H = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 2x + 0 + 2x = 4x \qquad \nabla \times H = (0 - 0,\ -2z - 2,\ 0 - 0) = (0, -2z - 2, 0)$

b) $G = -\nabla\phi \rightarrow \frac{\partial\phi}{\partial x} = -2y \rightarrow \phi = -2yx + C(y, z) \qquad \frac{\partial\phi}{\partial y} = -2x - 3z = -2x + \frac{\partial C(y,z)}{\partial y} \Rightarrow \phi = -2xy - 3yz + C(z)$

$\frac{\partial\phi}{\partial z} = 3y \rightarrow 0 + 3y + \frac{\partial C(z)}{\partial z} = 3y \rightarrow \phi = -2xy - 3yz + C$

c) $\nabla f = x^2 - z$, es fehlt hier ein $+C$

- $\nabla \times A$ ist ein Vektorfeld und $\nabla \cdot B$ ein skalarfeld, sie können nicht gleich sein