

Datenanalyse Notizen

Benjamin Dropmann

April 6, 2025

1 TLDR

Name	Bedeutung	Formel
Messfehler	Der Messfehler ist die abweichung vom gemessenen Wert zum theoretischen oder erwarteten Wert	$e = \tilde{x} - x_1$ heigh

2 Messfehler

Messen wir einen Wert von welchen wir schon eine Theoretische einschätzung \tilde{x} haben, sei der gemessen Wert x_1 dann haben wir einen **Massfehler** $e = \tilde{x} - x_1$. Dieser Fehler kann systematisch (es kommt bei jeder Messung gleich vor) oder Zufällig (es war ein Zufall dass es diesmal den wert e angenommen hat, und es könnte nächstes mal irgendein Wert annehmen).

2.1 Wiederholtes Messen

Mit einer Wiederholung des Messens, kann man dieses Zufällige Fehler minimisieren. Mit viele Messwerte kann man den **Empirischen Mittelwert**:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

und die **Empirische Varianz**:

$$\Delta_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2$$

Berechnen. Die **Empirische Standardabweichung** ist ähnlich definiert: $\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2}$

Wenn wir Viele Messungen haben, können wir in einem Histogramm darstellen in dem wir Bins (wertebereiche) definieren und die Anzahl messung in jedes Bin darstellen. Wir können dann dieses Histogramm eine Funktion zuordnen die ungefähr diese anpasst. So eine Funktion heisst Probability Mass Funktion und hat die Eigenschaften dass: $0 \leq P(x_n) \leq 1$ und $\sum P(x_n) = 1$ wobei x_n eine bin ist und $P(x_n)$ Die wahrscheinlichkeit dass eine Messung in diese Bin reinfällt. Wenn diese Funktion nicht mehr Diskret definiert ist sondern Kontinuierlich dann nennt man diese Probability Density Funktion und beugt sich zur Eigenschaften $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1$ und $0 \leq f(x)$ hier ist die Wahrscheinlichkeit dass $a \leq x \leq b$ vom integral $P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$

3 Fouriertransform

Wir können jede Funktion auf einem beschränkte Zeitperiode als eine Summe von Trigonometrischen funktionen definieren. Wenn ich eine funktion x_{t_k} habe dann kann ich eine frequenz hier einsetzen: (in theorie ist dies ein Integral aber hier handelt es sich um diskrete daten)

$$X(f_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(t_k) e^{-i2\pi f_n t_k}$$

und ich bekomme ein anteil der trigonometrischen funktionen von dieser fräquenz in der funktion.

Wie man das praktisch macht, man misst für alle frequenzen die Gleichung und dann bekommt man den anteil dieser fräquenz auf der funktion welche wir den Fouriertransform machen

3.0.1 Aliasing

Man muss aufpassen wenn man eine Welle misst, wenn $\Delta t > \frac{1}{\nu}$ dann ist unsere messung okay, man braucht also mindestens zwei messpunkte pro oszillation der Welle, sonst kann ein Fall von Aliasing passieren wo wir eine höhere fräquenz messen als was eigentilch ist.

3.0.2 Gabors limit

Wenn sag ich dass eine fräquenz nicht im Transform auftaucht? Gabors limit besagt dass je langer ein signal ist in der zeit, desto besser kann die präzision der messung vom signal sein: $\sigma_t \cdot \sigma_f \geq \frac{1}{2}$. Wobei σ die auflösung der Messung ist. Daher limitiert die Messzeit t_{tot} σ_t . Wenn man den Fouriertransform von einer funktion mit eine auflösung σ_t , mit eine kleinere auflösung misst, bekommt man nicht mehr information, die zwei werte sind dann auf distanzen kleine als σ_t korreliert und bringen nicht neue information. Zusätzlich ist die Maximale frequenz die ich messen kann ist $f_{max} = \frac{1}{2\Delta t}$ die minimale frequenz lässt sich analog finden aber die negative Fourierwerte haben nicht mehr information als die positive