2 静电场与恒定电场

2.1 静电场的基础知识

大物笔记，文件夹.

2.1.1 场强的计算与例子

- 物理概念
  - 电场力：$\boldsymbol{F}_{21}=\dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\boldsymbol{e}_R}{R^2}=\dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\boldsymbol{R}}{R^3}=\dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\boldsymbol{\nabla}\dfrac{-1}{R}.$
  - 电场强度：$\boldsymbol{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\boldsymbol{e}_R}{R^2}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\boldsymbol{R}}{R^3}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\boldsymbol{\nabla}\dfrac{-1}{R}.$
- 约定
  - 观测点 (场点) $\boldsymbol{r}=(x,y,z)$.
  - 电荷处 (源点) $\boldsymbol{r}'=(x',y',z')$.
- 例子
  - 无限长带电直线的电场：E ... ρ

- 无限长带电直线的电场：$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$.
- 无限大带电平面的电场：$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.
- 带电圆环轴线上的电场：$E = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$.

2.1.2 场强的通量与散度

真空中静电场的高斯定理：

- 场强 $\boldsymbol{E}$
  - 积分形式：$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$.
  - 微分形式：$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$.
- 电位移矢量 $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E}$
  - 积分形式：$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$.
  - 微分形式：$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{D} = \rho$.

2.1.3 场强的环量与旋度

真空中静电场的斯托克斯定理：

- $\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$.
- $\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$.

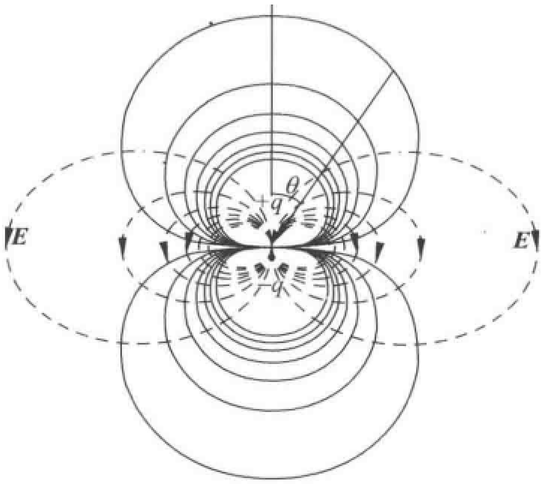
2.1.4 静电场的电位函数

- 一般的：$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi$.
- 点电荷：$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

2.1.5 电偶极子和电场线

- 电偶极距 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{e}} = q\boldsymbol{l}$.
  - 要求点电荷等值异号、相距很近.
  - 方向由负电荷指向正电荷.
- 电位函数 $\varphi = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\boldsymbol{P}_{\mathrm{e}}\cdot\boldsymbol{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.
  - 要求观察点远离电偶极子.
  - 等位面 $\varphi = \varphi_0 \Rightarrow r^2 = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0\varphi_0}$.
  - 电偶极子的电位衰减快于单个电子.
- 电场强度 $\boldsymbol{E} = \frac{P_{\mathrm{e}}\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{e}_r + \frac{P_{\mathrm{e}}\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{e}_\theta$.

- 要求观察点远离电偶极子.
- 电场线 $\boldsymbol{E} \times \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0 \Rightarrow r = C \sin^2 \theta$.
- 电偶极子的场强衰减快于单个电子.



2.2 介质中的静电场

2.2.1 极化强度与极化电荷密度

- 极化强度
  - 极化强度定义：$\boldsymbol{P} := \lim_{\Delta V \to 0} \sum_{i=1}^{n} \frac{\boldsymbol{P}_i}{\Delta V}$.
  - 一般通过另一种定义计算：$\boldsymbol{P} \equiv \varepsilon_0 \chi_{\mathrm{e}} \boldsymbol{E}$.
- 电介质中的电位
  - $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint_{S'} \frac{\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{n}} \, \mathrm{d}S'}{R} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{V'} \frac{\boldsymbol{\nabla}' \cdot \boldsymbol{P}}{R} \, \mathrm{d}V'$.
  - $\varphi = \oint_{S'} \frac{\rho_{\mathrm{p}} \, \mathrm{d}S'}{4\pi\varepsilon_0 R} + \int_{V'} \frac{\rho_{\mathrm{ps}} \, \mathrm{d}V'}{4\pi\varepsilon_0 R}$.
- 极化电荷密度
  - 极化电荷体密度 $\rho_{\mathrm{p}} = -\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{P}$.
  - 极化电荷面密度 $\rho_{\mathrm{ps}} = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$.
- 总束缚电荷 $Q = Q_{\mathrm{p}} + Q_{\mathrm{ps}}$.

2.2.2 电位移矢量的通量与散度

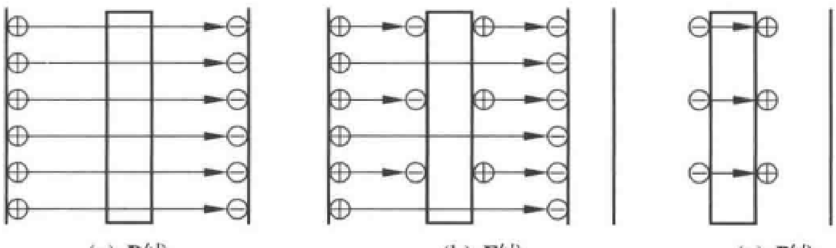
- 电位移矢量
  - 考虑 $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho + \rho_{\mathrm{p}}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho - \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{P}}{\varepsilon_0}$.
  - 于是定义电位移矢量 $\boldsymbol{D} := \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$.
- 介质中的高斯定理
  - 微分形式：$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{D} = \rho$.
  - 积分形式：$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$.

2.2.3 极化强度与相对介电常数

- 极化强度：$\boldsymbol{P} \equiv \varepsilon_0 \chi_{\mathrm{e}} \boldsymbol{E}$.
  - 由此定义的介质的极化率 χ_{e} 无量纲.
  - 对于线性介质, χ_{e} 与 $\boldsymbol{E}$ 无关.
  - 对于非线性介质, χ_{e} 是 $\boldsymbol{E}$ 的函数.
  - 对于各向同性的介质, χ_{e} 是一个系数.
  - 对于各向异性的截止, χ_{e} 是一个张量.
- 电位移矢量：$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0(1+\chi_{\mathrm{e}})\boldsymbol{E} \equiv \varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E} \equiv \varepsilon\boldsymbol{E}$.
  - 相对介电常数 ε_{r} 无量纲.
  - 介电常数 $\varepsilon := \varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}$ 单位为 $\mathrm{F/m}$.
  - 三个基本电磁参数：介电常数、磁导率、电导率.
  - 上式也称为介质中的电场物质 (本构) 方程.
  - 在真空中 $\varepsilon_0=1$, 在介质中 $\varepsilon_0>1$.

2.2.4 极化强度与极化电荷计算

- 相互关系与矢量方向
  - 电场强度 $\boldsymbol{E}$、极化强度 $\boldsymbol{P}$ 和电位移 $\boldsymbol{D}$ 之间是线性关系.
  - $\boldsymbol{D}$ 线由正的自由电荷发出, 终止于负的自由电荷.
  - $\boldsymbol{E}$ 线的起止点可以在自由电荷上, 也可以在极化电荷上.
  - $\boldsymbol{P}$ 线由负的极化电荷发出, 终止于正的极化电荷.



(a) $\boldsymbol{D}$线　　(b) $\boldsymbol{E}$线　　(c) $\boldsymbol{P}$线

- 极化强度和极化电荷的计算

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{P} &= \varepsilon_0\chi_e\boldsymbol{E}=\varepsilon_0(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\boldsymbol{E}=\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\boldsymbol{D},\\
\rho_{\mathrm{p}} &= -\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{P}=-\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{D}-\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{\nabla}\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\\
&= -\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\rho-\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{\nabla}\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}},\\
\rho_{\mathrm{ps}} &= \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}=\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}.
\end{aligned}
$$

对于线性各向同性介质，$\rho_{\mathrm{p}}=\dfrac{1-\varepsilon_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\rho$.

- 例子：真空中半径为 a、介电常数为 ε 的介质球内体电荷均匀分布，密度为 ρ，则球内

- 极化强度的计算：$\boldsymbol{P}=\dfrac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\boldsymbol{D}=\dfrac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{3\varepsilon_{\mathrm{r}}}r\rho\boldsymbol{e}_r$.
- 极化电荷体密度：$\rho_{\mathrm{p}}=-\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{P}=\dfrac{1-\varepsilon_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\rho$.
- 极化电荷面密度：$\rho_{\mathrm{ps}}=\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}=\dfrac{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}{3\varepsilon_{\mathrm{r}}}a\rho$.
- 总束缚电荷为零：$Q=\dfrac{4\pi a^3}{3}\rho_{\mathrm{p}}+4\pi a^2\rho_{\mathrm{ps}}=0$.

2.2.5 泊松方程与拉普拉斯方程

对于线性、均匀、各向同行的介质材料，ε 为常数，因此有：

- 泊松方程 $\Delta\varphi=\boldsymbol{\nabla}^2\varphi=\boldsymbol{\nabla}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\varphi)=\boldsymbol{\nabla}\cdot(-\boldsymbol{E})=\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(-\dfrac{\boldsymbol{D}}{\varepsilon}\right)=-\dfrac{\rho}{\varepsilon}$.
- 当空间中没有电荷时, 泊松方程变为拉普拉斯方程 $\Delta\varphi=0$.

2.3 静电场的边界条件

2.3.1 电位移法向边界条件

- 法向边界条件
  - $\rho_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}\cdot(\boldsymbol{D}_1-\boldsymbol{D}_2)$.
  - $\rho_{\mathrm{s}}=D_{1\mathrm{n}}-D_{2\mathrm{n}}=\varepsilon_1E_{1\mathrm{n}}-\varepsilon_2E_{2\mathrm{n}}$.
  - 其中 ρ_{s} 是自由面电荷密度，而非极化面电荷密度.
- 特例与说明
  - 可由此计算极化电荷面密度.
  - 若有一个媒质是导体，则 $D_{\mathrm{n}}=\rho_{\mathrm{s}}$.
  - 如果导体表面有自由面电荷，则电场与表面垂直.

2.3.2 场强的切向边界条件

- 切向边界条件
  - $(\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2)\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}=0$.
  - $(\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2)\times\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{0}$.
  - $E_{1\mathrm{t}}=E_{2\mathrm{t}}=\dfrac{D_{1\mathrm{t}}}{\varepsilon_1}=\dfrac{D_{2\mathrm{t}}}{\varepsilon_2}$.
- 特例与说明
  - 若有一个媒质是导体，则 $E_{\mathrm{t}}=0$.
  - 电场在导体表面没有切向分量.

2.3.3 电位函数的边界条件

- 电位函数连续，即 $\varphi_1 = \varphi_2$.
- $\rho_\mathrm{s} = \varepsilon_2 \dfrac{\partial \phi_2}{\partial n} - \varepsilon_1 \dfrac{\partial \phi_1}{\partial n}$.
- 上式中注意方向.

2.3.4 分界面上的电场方向

- 若分界面上没有自由电荷，即 $\rho_\mathrm{s} = 0$，则
  - $\dfrac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.
  - $\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$.
- 其中角度为场强与法线的夹角.

2.3.5 电荷密度的计算方法

- 自由电荷
  - 自由体电荷密度：$\rho = \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{D}$.
  - 自由面电荷密度：$\rho_\mathrm{s} = (\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_2) \cdot \boldsymbol{n}$.
- 束缚电荷
  - 极化体电荷密度：$\rho_\mathrm{p} = -\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{P}$.
  - 极化面电荷密度：$\rho_\mathrm{ps} = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{n}$.

2.5 静电场的其它问题

2.5.1 双导体与孤立导体电容

- 电容定义
  - 双导体 $C = \dfrac{q}{U}$.
  - 孤立导体 $C = \dfrac{q}{\varphi}$.
- 电容求解
  - 法一：假设 q，求出 $\boldsymbol{E}$ 从而积分得到 U.
  - 法二：假设 φ，求出 $\boldsymbol{E}$ 从而得到 q（考虑体电荷、面电荷）

2.5.2 常见导体系统电容公式

- 双导体
  - 平板电容器：$C = \dfrac{\varepsilon S}{d}$.
  - 同轴圆柱：$C = 2\pi\varepsilon l \bigg/ \ln\dfrac{b}{a}$.

- 同心球壳：$C = \dfrac{4\pi\varepsilon ab}{b-a}$.
- 远距两球：$C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{2}{d}}$.

- 孤立电容
  - 球体 / 薄球壳：$C = 4\pi\varepsilon R$.

2.5.3 多导体系统的部分电容

- 假设各导体的电量为 $q_0, \cdots, q_n$, 电位为 $\varphi_0, \cdots, \varphi_n$, 且 $\varphi_0 = 0$.
- $q_k = \displaystyle\sum_{s=1}^{n} \beta_{sk}\varphi_s$.
  - β_{sk} 称为电容系数,
  - 当 $s = k$ 时称为自电容系数,
  - 当 $s \neq k$ 时称为互电容系数.
- $q_k = \displaystyle\sum_{s=1}^{k-1} C_{ks}(\varphi_k - \varphi_s) + C_{kk}\varphi_k + \sum_{s=k+1}^{n} C_{ks}(\varphi_k - \varphi_s)$.
  - C_{ks} 称为部分电容.
  - 当 $s = k$ 时称为自部分电容,
    即全部导体的电位都是一个单位时, 第 k 个导体上的总电荷量.
  - 当 $s \neq k$ 时称为互部分电容,
    即第 s 个导体上的电位为一个单位, 其它导体接地时, 第 k 个导体上的总电荷量.
  - $C_{ks} = C_{sk} > 0$.
  - 两导体间的等效电容不一定等于部分电容.

2.5.4 静电场的能量及其密度

- 静电场的能量
  - 离散形式：$W_\mathrm{e} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_i \varphi_i q_i$.
  - 体积积分：$W_\mathrm{e} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_V \rho\varphi \,\mathrm{d}V$
  - 面积积分：$W_\mathrm{e} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_S \rho_\mathrm{s}\varphi \,\mathrm{d}S$.
- 静电场的能量密度
  - $W_\mathrm{e} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_V \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}\,\mathrm{d}V = \dfrac{1}{2}\int_V \omega_\mathrm{e}\,\mathrm{d}V$.
  - $\omega_\mathrm{e} = \dfrac{\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}}{2} = \dfrac{\varepsilon E^2}{2} = \dfrac{D^2}{2\varepsilon}$.
- 电容系统的能量：$W_\mathrm{e} = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{q^2}{2C}$.

2.5.5 计算静电力的虚位移法

对于复杂系统，利用 $\mathrm{d}W = F\,\mathrm{d}x + \mathrm{d}W_{\mathrm{e}}$.

- 若各带电导体的电位不变
  - $\mathrm{d}W = \sum\limits_i \varphi_i\,\mathrm{d}q_i$.
  - $\mathrm{d}W_{\mathrm{e}} = \dfrac{1}{2}\sum\limits_i \varphi_i\,\mathrm{d}q_i$.
  - $F = \left.\dfrac{\partial W_{\mathrm{e}}}{\partial x}\right|_{\varphi=\text{常数}}$.
- 若各带电导体的电荷不变
  - $\mathrm{d}W = 0$.
  - $F = -\left.\dfrac{\partial W_{\mathrm{e}}}{\partial x}\right|_{q=\text{常数}}$.

2.6 恒定电场

2.6.1 电流与电流密度矢量

- 自由电流
  - 传导电流：导体、导电溶液、半导体中.
  - 运流电流：真空、气体中.
- 电流密度
  - 体电流 $|\boldsymbol{J}| = \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S}$.
  - 面电流 $|\boldsymbol{J}_s| = \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}l}$.
  - $\boldsymbol{J} = |\boldsymbol{J}|\boldsymbol{e}_{_J} = \rho\boldsymbol{v}$.
- 电流强度 (电流密度通量)
  - 定义式：$I = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.
  - 体电流：$I = \displaystyle\int_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$
  - 面电流：$I = \displaystyle\int_l \boldsymbol{J}_s\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$.

2.6.2 恒定电场的基本性质

- **电流连续性方程**
  - 一般形式（电荷守恒定律）
    - 积分形式：$\displaystyle\oint_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = -\frac{\partial q}{\partial t}$.
    - 微分形式：$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{J} = -\dfrac{\partial\rho}{\partial t}$.
  - 恒定电场（基尔霍夫电流定律）

        - 积分形式：$\oint_S \boldsymbol{J}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=0.$
        - 微分形式：$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{J}=0.$
- **恒定电场的无旋性**（基尔霍夫电压定律）
    - 积分形式：$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=0.$
    - 微分形式：$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}=\boldsymbol{0}.$
    - 电位函数：$\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{\nabla}\phi.$
- **欧姆定律**
    - 公式
        - 微分形式：$\boldsymbol{J}\equiv\sigma\boldsymbol{E}.$
        - 积分形式：$U=\dfrac{Il}{\sigma S}\equiv IR.$
    - 说明
        - 电导率 σ 单位为 $\mathrm{S/m}.$
        - 电源内部：$\boldsymbol{J}=\sigma(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}').$
        - 长直导线电阻：$R=\dfrac{l}{\sigma S}.$
- **恒定电场的无散性**
    - $\boldsymbol{\nabla}\cdot(\sigma\boldsymbol{E})=0\Rightarrow\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{E}\cdot\dfrac{\boldsymbol{\nabla}\sigma}{\sigma}.$
    - $\rho=\boldsymbol{\nabla}\cdot(\varepsilon\boldsymbol{E})=\boldsymbol{E}\cdot\left(\boldsymbol{\nabla}\varepsilon-\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\boldsymbol{\nabla}\sigma\right).$
- **线性均匀媒质**
    - $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}=0,\ \rho=0.$
    - $\Delta\varphi=-\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}=0.$

2.6.3 恒定电场的边界条件

- 积分：场强与电流密度
    - **法向边界条件**
        - $(\boldsymbol{J}_1-\boldsymbol{J}_2)\cdot\boldsymbol{e}_\mathrm{n}=0.$
        - $J_{1\mathrm{n}}=J_{2\mathrm{n}}.$
    - **切向边界条件**
        - $\boldsymbol{e}_\mathrm{n}\times(\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2)=0.$
        - $E_{1\mathrm{t}}=E_{2\mathrm{t}}.$
- 推论：电位与折线夹角
    - **电位函数连续**
        - $\phi_1=\phi_2.$
        - $\sigma_1\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n}=\sigma_2\dfrac{\partial\phi_2}{\partial n}.$
    - **电流矢量折线**

        - $\dfrac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$，其中角度为电流矢量与法线的夹角.
        - 良导体（σ 大）的电流流入不良导体，则流出电流近似垂直于分界面，于是良导体表面可以近似地看作等位面.
- **自由电荷分布**
    - 不均匀的导电媒质在恒定电场中：$\rho = \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{D} = \boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{\nabla}\dfrac{\varepsilon}{\sigma}$.
    - 线性均匀导电媒质的内部，在达到稳恒状态之前有
        - $-\dfrac{\partial\rho}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{J} = \sigma\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon}\rho$.
        - $\rho = \rho_0\mathrm{e}^{-\frac{\sigma}{\varepsilon}t} = \rho_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \to 0$.
    - 分界面的自由面电荷
        - $\rho_\mathrm{s} = D_{1\mathrm{n}} - D_{2\mathrm{n}} = \left(\dfrac{\varepsilon_1}{\sigma_1} - \dfrac{\varepsilon_2}{\sigma_2}\right)J$.
        - 非理想介质分界面的自由面电荷一般非零.

2.6.4 静电场比拟法与电导

	电源以外导体区域中的恒定电场	无源均匀介质的区域中的静电场
微分形式	$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$ $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{J} = 0$	$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$ $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{D} = 0$
积分形式	$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$ $\oint_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$	$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$ $\oint_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$
场量关系	$\boldsymbol{J} = \sigma\boldsymbol{E}$ $\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi$	$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E}$ $\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi$
满足方程	$\boldsymbol{\nabla}^2\varphi = 0$ $I = \int_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\boldsymbol{\nabla}^2\varphi = 0$ $q = \int_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$
边界条件	$E_{1\mathrm{t}} = E_{2\,\mathrm{t}}$ $J_{1\mathrm{n}} = J_{2\mathrm{n}}$ $\varphi_1 = \varphi_2$	$E_{1\mathrm{t}} = E_{2\mathrm{t}}$ $D_{1\mathrm{n}} = D_{2\mathrm{n}}$ $\varphi_1 = \varphi_2$
对应关系	$\boldsymbol{E}, \varphi$ $\boldsymbol{J}, \sigma$ I	$\boldsymbol{E}, \varphi$ $\boldsymbol{D}, \varepsilon$ q

- 双导体的电容与电导
    - $C = \dfrac{q}{U} = \dfrac{\int_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{U} = \dfrac{\varepsilon\int_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{U}$.
    - $G = \dfrac{I}{U} = \dfrac{\int_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{U} = \dfrac{\sigma\int_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{U}$.
    - $CR = \dfrac{C}{G} = \dfrac{q}{I}\left(= \dfrac{\mathrm{d}\ln I}{\mathrm{d}t}\right) = \dfrac{\varepsilon}{\sigma}$.
- 接地电阻的国标为 $\leq 4\Omega$.

2.6.5 损耗功率与焦耳定律

损耗功率密度为 $p = \dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V}$，焦耳定律为：

- 微分形式：$p = \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{E} = \sigma E^2 = \dfrac{J^2}{\sigma}$.
- 积分形式：$P = \displaystyle\int_V p \, \mathrm{d}V = UI$.