2018 年河北省首届研究生数学建模竞赛

题 目　　河北省中南部空气质量预报模型研究

摘　　要：

随着我国工业化和城市化进程的蓬勃发展，区域性大范围的大气污染日趋严重，制约了社会经济的可持续发展，对人类的生态健康和生态环境安全也造成了极大威胁。京津冀地区空气污染问题尤为突出，河北省中南部空气污染最为严重。空气污染防控已成为我国政府关注的热点之一。如何获取与污染物相关性较好的气象因子以采取相应地防控措施成为环境保护关注的重点问题之一。本文考虑了影响河北省中南部不同城市不同季节空气污染的气象因子，建立了合理的相关性气象因子选择模型、空气污染物相邻两日浓度差值的预报模型、不同季节的污染物预报模型等。对上述模型进行验证，并给出合理化的建议。

问题一，选取与污染物浓度相关性较好的气象因子。首先进行数据预处理，通过分析数据集以及题目内容，创新性地增加三个属性值，分别表示：1）温度持续上升；2）相邻两日湿度维持在 50%以上；3）相邻两日风速差值。按污染物浓度采集时间为主键集成气象数据，静稳指数以及其他因子数据；通过计算欧氏距离对缺失值插补；采用分段均值填充缺失记录。然后采用 2014-2017 的数据进行问题分析。由于不同地域不同季节污染物浓度与气象因子的相关关系不同，故按照不同城市不同季节分别分析以获取其相关性较好的气象因子。最后采用皮尔森系数来验证与已有相关研究的一致性，并确定污染物与气象因子之间是否是线性相关。同时结合信息增益（IG）和互信息对数据进行特征选择，分析确定属性贡献度以获取与污染物相关性较好的气象因子。

问题二，构建空气污染物相邻两日浓度差值的预报模型。首先构建两个模型：浓度差值预报模型和浓度预报模型，后者根据预测值再计算差值。通过对比 BaseLine 实验结果选择构建各城市浓度预报模型进行优化。然后使用数据预处理后的新增属性的数据集，构建 CART（Classification and Regression Tree）决策树及随机森林（Random Forest）模型进行预报。最后通过 GridSearch 自动搜寻模型最优参数，模型在 PM2.5 的预测误差值为 44ug/m^3。

问题三，分不同季节建立污染物模型。首先通过数据统计分析发现，不同城市各污染物浓度在四个季度上平均值的变化趋势表现一致（呈现春冬高，夏秋低的趋势），然后通过对比两个城市建立各自的 BaseLine 模型以及两个城市共同建立的 BaseLine 模型预报结果发现，后者的预报效果更加理想，因此我们选择后者构建 CART 和 RF 模型，同样使用 GridSearch 自动搜索最优参数。实验结果显示夏秋两季模型比春冬两季模型效果要好。

最后，本文采用回归模型常用的评估指标 R^2，MAE，MSE 和 RMSE 对模型进行了合理性评估，并对其缺点部分提出改进，同时提出了模型优化的构想。

关键词 皮尔森系数 互信息 信息增益 CART 决策树 随机森林

目录

一、问题重述

1.1 问题背景

近年来，随着我国工业化和城市化进程的蓬勃发展，大气污染日趋严重。一方面传统的 SO_2、NO_2、PM10 污染尚未解决，O_3 和 PM2.5 为主的二次污染问题亦日益突出，呈现区域性大气复合型污染状况；另一方面大气环境质量的变化与气象条件改变之间的相互作用越来越复杂，污染防控的压力越来越大。区域性大范围的重污染天气制约着社会经济的可持续发展，也极大威胁人类的生态健康和生态环境的安全。污染防控工作也成为我国政府关注的热点重点问题之一，已成为我国政府“十三五”规划重点防控工作内容并上升到国家战略高度。最新统计资料显示：京津冀为近 3 年来国内重污染区域之一，既有区域影响因素，也有自身城市的发展，人口增多、车辆增加，污染物排放总量不断增加等不利因素的叠加。京津冀地区的经济快速发展，使其环境问题日趋严重，空气污染问题尤为突出。河北省中南部也是全国空气污染最为严重的地区之一，其空气污染特征具有一定的代表性。

目前，国内学者针对气象因素对大气污染物的影响开展了大量研究，并取得很多有意义的结果。研究表明：气象要素与污染物的聚集、传输、扩散、干湿沉降等密切相关[1, 2]，在污染源相对稳定的条件下，气象条件成为影响城市空气污染的主导因素。因此，研究气象条件与大气污染物的相关关系显得至关重要，也成为有效开展污染防控工作的关键环节。

1.2 需要解决的问题

我国工业化和城市化进程的发展使得大气污染问题日趋严重，研究气象条件与污染物的关系成为污染防控的关键问题。通过初步分析，合理选择城市，建立数学模型，查找相关数据，解决以下问题：

1、 请用适当的方法，挑选出与污染物相关性较好的气象因子，由于各个城市各季影响因子不同，故不同城市不同季节不同污染物的气象因子也不同。（以石家庄和邢台为例分析，数据见附件 1）

2、 采用适当的方法构建空气污染物相邻两日浓度差值的预报模型，对模型的构建过程进行详细阐述，选取空气污染物对预报模型进行设计。（合理选择城市分部情况，附件 2 给出其中部分城市的参考数据）

3、 利用适当的方法，分不同季节建立的污染物的数学模型，采用不同的指标对预报结果进行评价分析？

二、问题分析

2.1 对问题一的分析

对于问题一，选取与污染物浓度相关性较好的气象因子。首先进行数据预处理，按污染物浓度采集时间为主键集成气象数据，静稳指数以及其他因子数据；通过计算欧氏距离对缺失值插补；采用分段均值填充缺失记录，采用 C4.5 决策树算法中采用的二分法对连续属性进行离散化处理。然后采用 2014-2017 的数据进行问题分析。影响因子包含气象数据（每日的气温四次平均值、最高气温、最低气温、降水量、气压四次平均值、相对湿度四次平均值、最小相对湿度、十分钟风速四次平均值、日最大风风速、日照时数）、混合层高度、地表通风系数以及静稳指数（当日四次静稳指数平均值），相关污染物包括 PM2.5、

PM10、SO_2、NO_2、CO、O_3。

由于不同地域不同季节污染物浓度与气象因子的相关关系不同，故按照不同城市不同季节分别分析以获取其相关性较好的气象因子。利用 python 将训练集分为八组，分别为：石家庄春，石家庄夏，石家庄秋，石家庄冬，邢台春，邢台夏，邢台秋，邢台冬；即前四组为石家庄地区四个季节分别对应的气象数据，后四组为邢台地区四个季节分别对应的气象数据；按照污染物的不同，分别进行相应地处理。

最后采用皮尔森系数来验证与已有相关研究的一致性，并确定污染物与气象因子之间是否是线性相关。除此之外，与其他方法比较以确定污染物与气象因子之间是否具有线性相关性。同时结合信息增益（IG）和互信息对训练数据进行特征选择，分析确定属性贡献度以获取与污染物相关性较好的气象因子。

2.2 对问题二的分析

在数据预处理完成的数据集 DS 基础上，通过分析数据集以及题目内容，创新性地增加三个属性值，分别表示：1）温度持续上升；2）相邻两日湿度维持在 50%以上；3）相邻两日风速差值。并据此构建数据集 DS+，然后构建两个模型：浓度差值预报模型和浓度预报模型，后者根据预测值再计算差值。通过对比 BaseLine 实验结果选择较优模型进行优化。然后使用数据预处理后的新增属性的数据集，构建 CART（Classification and Regression Tree）决策树及随机森林（Random Forest）模型进行预报。最后通过 GridSearch 自动搜寻模型最优参数。

2.3 对问题三的分析

分不同季节建立污染物模型。首先通过进行数据统计分析不同城市各污染物浓度在四个季度上平均值的变化趋势，然后建立两个城市各自的 BaseLine 模型以及两个城市共同的 BaseLine 模型，根据模型预报结果选择较优方式构建 CART 和 RF 模型，同样使用 GridSearch 自动搜索最优参数。最后采用回归模型常用的评估指标 R^2，平均绝对误差 MAE（mean absolute error），均方误差 MSE（Mean Squared Error）和均方根误差 RMSE（Root Mean Squard Error）进行模型评估。

三、模型假设

由于构建的预报模型是基于附件中的数据进行构建的，为了评估我们的模型，做出以下假设：

1、 假设影响浓度的因子只有数据表中列出的气象数据、混合层高度、地表通风系数以及静稳指数；
2、 假设表中提供的相关数据是在无人为干预的情况下采集得到的；
3、 假设表中提供的相关数据是真实准确的；
4、 假设 2014-2017 这几年期间没有自然灾害事件等不可抗力影响数据稳定性；
5、 假设 2014-2017 这几年期间没有重大污染事件、政府出台环保政策或人工降雨等人为因素影响数据；
6、 假设插补的缺失值接近于实际值。

四、符号说明

本文使用了一些统一的符号，其符号说明如下表 4-1 所示：

表 4-1 符号说明表

符号	说明
A	属性集合
a_i	属性集 A 中的第 i 个属性
L	20-20降水量缺失值及记录集合
l_k	第 k 条20-20降水量缺失值的记录
a_{ij}	无缺失值记录的第 j 条记录的第 i 个属性值
l_{ik}	第 k 条缺失值记录的第 i 个属性值
$d(a_{ij}, l_{ik})$	无缺失值记录的第 j 条记录与第 k 条缺失值记录的距离
M	无缺失值记录总数
K	有缺失值记录总数
D	样本集
b	连续属性
p_k	当前样本集 D 中第 k 类样本所占的比例
D^v	第 v 个分支结点中 D 中所有在属性 b 上取值为 b^v 的样本
T_b	采用二分法连续属性离散化的划分点集合

五、模型的建立与求解

5.1 数据预处理

由于附件二中 7 个地市的数据不完整（只有气象数据，没有污染物浓度数据），故无法对模型训练结果进行测试评估。所以采用附件一中 2014-2017 的数据作为全部数据，使用随机打乱拆分训练集和测试集，保证训练集和测试集服从相同的数据分布，利于模型学习泛化能力。通过分析数据，需要对数据的缺失值进行处理，对数据的缺失记录进行处理，另外还需要对连续属性进行离散化和特征缩放。

5.1.1 数据集成

由于影响污染物浓度的影响因子不在一个表中，所以需要对所有的影响因子进行集成处理融合在一个数据表中，即污染物浓度、气象因子、混合层高度、通风系数和静稳指数。采用 python 对数据进行集成处理。以污染物浓度采集时间为主键对各个表中的数据进行集成。并将集成处理后的数据集命名为 DS。通过集成处理后得到的属性描述如表 5-1 所示：

表 5-1 属性集合各属性与气象因子对应关系表

属性	属性名称
a_1	通风系数（Coefficient_of_ventilatin）
a_2	混合层高度（Mixing_layer_height）
a_3	相对湿度4次平均（Average_relative_humidity）
a_4	最高气温（Maximum_temperature）
a_5	日最大风风速（Maximum_wind_spee）
a_6	最小相对湿度（Minimum_relative_humidity）
a_7	最低气温（Minimum_temperature）
a_8	本站气压4次平均（Average_station_pressure）
a_9	静稳指数（Stable_weather_index(SWI)）
a_{10}	日照时数合计（Sunshine_hour）
a_{11}	气温4次平均（Average_temperatur）
a_{12}	20-20降水量（Precipitation）
a_{13}	10分钟风速4次平均（Average_wind_speed）

5.1.2 缺失值处理

通过分析表中的数据发现 2014-2016 气象数据表中 20-20 降水量和 10 分钟风速 4 次平均中有缺失值。查阅相关资料发现，降水量与气温，湿度等是有关系的。故对于 20-20 降水量的缺失值采用回归方法进行插值。根据已有的 20-20 降水量值和与其相关的气温 4 次平均、最高气温、最低气温、相对湿度 4 次平均、最小相对湿度和日照时数合计属性值建立拟合模型来预测缺失的 20-20 降水量属性值。假定 a_i（$a_i \in A$，i 等于属性的个数，A 为属性集合）为影响 20-20 降水量属性值的第 i 个因子，M 为无缺失值记录总数。20-20 降水量缺失值的记录 l_k（$l_k \in L$，k 等于缺失值的记录总数，L 为 20-20 降水量缺失值集合），通过计算缺失值记录与已有记录之间的欧式距离 $d(a_{ij}, l_{ik})$（a_{ij} 为无缺失值记录的第 j 条记录的第 i 个属性值，l_{ik} 为第 k 条缺失值记录的第 i 个属性值，有缺失值记录总数为 K）找到与其距离最小的记录所对应的属性值进行插补。其计算公式为：

$$d(a_{ij}, l_{ik}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{A} (a_{ij} - l_{ik})^2} \qquad (1 \le j \le M, 1 \le k \le K) \qquad (1)$$

通过计算各无缺失值记录与缺失值记录之间的距离找到与该有缺失值记录距离最小的记录 $d_{\min}(a_{ij}, l_{ik})$ 所对应的属性值进行插补。

对于 10 分钟风速 4 次平均值的缺失值也采用同样的方法进行插补。

5.1.3 缺失记录处理

在数据集成过程中发现有某些数据缺失，即当天只有污染物浓度数据记录而没有气象因子等数据，也就是说出现了缺失记录的问题。2014 年 7 月 3 日-2014 年 7 月 9 日静稳指数是缺失的。面对这个问题，我们的解决办法是利用 2014 年 7 月 2 日和 2014 年 7 月 10 静稳指数进行增补。每日的静稳指数为其当日静稳指数记录值的平均值，而且静稳指数的变化趋势是连续的，则缺失的这几日的

数据值按首项是 2 日的静稳指数值，末项为 10 日的静稳指数值得等差数列进行插补。

5.1.4 连续属性离散化

由于连续属性的可取值数目不再是有限的，因此，不能直接根据连续属性的可取值来对节点进行划分。此时，需要对连续属性进行离散化处理以便进行信息增益及决策树构建。我们采用 C4.5 决策树算法中采用的二分法对连续属性进行处理。

在这里通过计算信息熵和信息增益来确定，信息熵的计算公式为：

$$Ent(D) = -\sum_{k=1}^{|Y|} p_k \log_2 p_k \qquad (2)$$

其中，$p_k (k = 1,2,...,|Y|)$ 是当前样本集 D 中第 k 类样本所占的比例。

假定离散属性 b 有 V 个可能的取值 $\{b_1, b_2, ..., b_v\}$，若使用 b 来对样本集 D 进行划分。则会产生 V 个分支结点，其中第 v 个分支结点包含了 D 中所有在属性 b 上取值为 b^v 的样本，记为 D^v。考虑到不同分支结点包含的样本数不同，分支节点赋予权重 $|D^v| / |D|$，即样本数越多的分支结点影响越大，则用属性 b 对样本集 D 进行划分获得的信息增益为：

$$Gain(D,b) = Ent(D) - \sum_{v=1}^{V} \frac{|D^v|}{|D|} Ent(D^v) \qquad (3)$$

信息增益越大，则意味着使用属性 b 来进行划分所获得的“纯度提升”越大。

给定样本集 D 和连续属性 b，假定 b 在 D 上出现了 n 个不同的取值，将这些值从小到大进行排序，记为 $\{b^1, b^2, ..., b^n\}$。基于划分点 t 可将 D 分为子集 D_t^+ 和 D_t^-，其中 D_t^- 包含那些属性 b 上取值不大于 t 的样本。显然，对相邻的属性取值 b^i 与 b^{i+1} 来说，t 在区间 $[b^i, b^{i+1}]$ 中取任意值所产生的划分结果相同。因此，对连续属性 b，我们可考察 n-1 个元素的候选划分点集合

$$T_b = \{\frac{b^i + b^{i+1}}{2} | 1 \le i \le n-1\} \qquad (4)$$

即把区间 $[b^i, b^{i+1}]$ 的中位点 $\frac{b^i + b^{i+1}}{2}$ 作为候选划分点。然后，我们就可离散属性值一样来考虑这些划分点，选取最优的划分点进行样本集合的划分。即对公式（2）稍加改造：

$$Gain(D,b) = \max_{t \in T_a} Gain(D,b,t) = \max_{t \in T_a} Ent(D) - \sum_{\lambda \in \{-,+\}} \frac{|D_t^\lambda|}{|D|} Ent(D_t^\lambda) \qquad (5)$$

其中 $Gain(D,b,t)$ 是样本集 D 基于划分点 t 二分后的信息增益，于是，我们就可选择使 $Gain(D,b,t)$ 最大化的划分点。

5.1.5 特征提取及数据集描述

考虑到杜传耀等研究结论：1）温度持续上升，相对湿度维持在 50%以上，风速基本在 2 m•s-1 以下；2）逆温层的持续存在，大气对流减弱，阻止了颗粒物向高空扩散，并且数据中提供了温度，湿度以及风速维度信息，因此，我们在数据集成处理得到的数据集（DS）基础上选择增加三个维度来表示温度的持续上升，湿度的持续维持 50%以上，以及风速的差值。第一个维度，当日温度与昨日温度都大于设置的阈值，且当日温度大于昨日温度则置为 1，否则为 0。第二个维度，当日湿度与昨日湿度都大于设置的 50%则置为 1，否则为 0。第三个维度为当日平均风速与上日的平均风速差值，两日最大的风速差值小于 10。

得到新的数据集记为 DS+，其具体的描述如下表 5-2 所示：

表 5-2 数据集说明

数据集	属性说明
DS	数据集成处理之后的所有属性（即原始属性，13 个）
DS+	数据集成基础上新增三个属性（即原始属性+3个）

通过在上述两个数据集上的模型训练，可以进一步评估影响污染物浓度的因子，同时也可以形成对比实验以评估模型。

5.2 模型评价

5.2.1 评价指标

我们采用采用回归模型常用的评估指标 R^2，MAE，MSE 和 RMSE 进行模型评估。

R^2 模型预测的所有误差与平均值之间的关系，最大值为 1，越大表示模型能力越好，其计算公式为：

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_i (\bar{y}_i - y_i)^2} = 1 - \frac{(\sum_i (\hat{y}_i - y_i)^2)/m}{(\sum_i (\bar{y}_i - y_i)^2)/m} = 1 - \frac{MSE(\hat{y}, y)}{Var(y)} \quad (5)$$

MAE 用真实值-预测值，然后取绝对值之后求和取得的平均值，其计算公式为：

$$MAE = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} |(y_i - \hat{y}_i)| \quad (6)$$

MSE 用真实值-预测值，然后平方之后求和取得的平均值，其计算公式为：

$$MSE = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (7)$$

RMSE 它是 MSE 的平均值，其计算公式为：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (8)$$

5.2.2 评价方式——交叉验证法

我们采用交叉验证法对该模型进行评估。“k 折交叉法”先将数据集D划分为k个互斥子集，即$D=D_1\cup D_2\cup...\cup D_k, D_i\cap D_j=\varnothing(i\neq j)$。每个子集$D$都尽可能保持数据分布的一致性，即从$D$中通过分层采样得到。然后，每次用$k-1$个子集的并集作为训练集，余下的那个子集作为测试集；这样就可获得k组训练/测试集，从而进行k次训练和测试，最终返回得是这k个测试结果的均值。显然，交叉验证评估结果的稳定性和保真性在很大程度上取决于k的取值，在这里，我们取k的值为 10，即进行 10 折交叉验证。

5.3 问题一相关性因子的选取

5.3.1 相关概念

皮尔森系数 皮尔森相关系数[3]用来衡量线性关联性的程度,两个连续变量(X,Y)的 Pearson 相关性系数(Px,Y)等于它们之间的协方差$\mathrm{cov}(X,Y)$除以它们各自标准差的乘积$(\sigma X,\sigma Y)$。系数的取值总是在-1.0 到 1.0 之间，接近 0 的变量被成为无相关性，接近 1 或者-1 被称为具有强相关性。

信息增益 信息增益[4]在决策树算法中是用来选择特征的指标，信息增益越大，则这个特征的选择性越好。在信息增益中，重要性的衡量标准就是看特征能够为分类系统带来多少信息，带来的信息越多，该特征越重要。

互信息 互信息[5]是信息论里一种有用的信息度量，它可以看成是一个随机变量中包含的关于另一个随机变量的信息量，或者说是一个随机变量由于已知另一个随机变量而减少的不确定性，因此常用来表示两个变量 X 与 Y 是否有关系，以及关系的强弱。

5.3.2 基于皮尔森系数的相关因子分析

为了挑选出不同城市不同季节与不同污染物相关性较好的气象因子，本文使用三种特征选择方法结合的方式对题目一进行求解。

首先，使用了皮尔森相关系数法，皮尔森系数也称皮尔森积距相关系数，是一种线性相关系数，是最常用的一种相关系数，记为 r,用来反映两个变量 X 和 Y 的线性相关程度，r 的取值范围为（-1，1），r 的绝对值越大表明相关性越强，当 r>0 时表明两个变量正相关，即一个变量值越大则另一个变量值也会越大；当 r<0 时表明两个变量负相关，即一个变量越大则另一个变量反而越小；当 r=0 时，表明两个变量是非线性相关的；当 r=1 或 r=-1 时，表明两个变量可以很好的由直线方程来描述，所有样本点都很好的落在一条直线上。总体相关系数 p 定义为两个变量 X、Y 之间的协方差和标准差的比值，如下：

$$\rho_{XY}=\frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}=\frac{E[(X-\mu x)(Y-\mu y)]}{\sigma_X\sigma_Y} \tag{9}$$

估算样本的协方差和标准差，可得到样本的皮尔森相关系数：

$$\mathrm{r}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}\sqrt{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}(Y_i-\overline{Y})^2}} \tag{10}$$

r 还可以由 (X_i,Y_i) 样本点的标准分数均值估计得到与上式等价的表达式：

$$\mathrm{r}=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\frac{X_i-\overline{X}}{\sigma_{\mathrm{X}}})(\frac{Y_i-\overline{Y}}{\sigma_{\mathrm{Y}}}) \tag{11}$$

其中，$\frac{\mathrm{X_i}-\overline{\mathrm{X}}}{\sigma_{\mathrm{X}}}$ 为 X_i 样本的标准分数；$\overline{\mathrm{X}}$ 为样本均值；σ_{X} 为样本标准差；n 为样本数量。

对于虽然皮尔森相关系数的绝对值越大表示相关性越高，但是皮尔森系数有一个明显的缺点，即它接近于 1 的程度与数据组数 n 相关，这容易给人一种假象。因为，当 n 较小时，相关系数的波动较大，对有些样本相关系数的绝对值易接近于 1；当 n 较大时，相关系数的绝对值容易偏小。特别是当 n=2 时，相关系数的绝对值总为 1。因此在样本容量 n 较小时，仅凭相关系数较大就判定变量 x 与 y 之间有密切的线性关系是不妥当的，因此本文只用该方法来验证题目已知的相关内容(风速的增加，污染物浓度呈下降趋势；污染的严重程度主要取决于风速大小和强风持续时间；连续污染与稳定的垂直层结及地面较弱的气压场有关等)以及污染物浓度与气象因子之间的非线性关系。石家庄和邢台污染程度与温度、湿度、风速的皮尔森系数如表 5-3 所示：

表 5-3 两个城市的皮尔森系数分析

	温度	湿度	风速
石家庄	-0.42630914	0.26078098	-0.40308647
邢台	-0.41082751	0.18659954	-0.32469533

从表中数据可以看出，温度与污染程度呈负相关关系，结合实际情况分析考虑，冬季温度低，烧煤产生大量污染物，造成污染加重，而夏季气温高，会降低烧煤量，并且会有大量植物生长吸收净化空气中的部分污染物使得污染物浓度降低。湿度与污染程度呈现正相关关系，风速与污染程度呈现负相关关系，这与已有研究得出的结论（郑美琴[6]对日照市的空气污染与气象要素进行分析，指出随风速的增加，污染物浓度呈下降趋势。李国翠[7]对石家庄大气污染与沙尘天气的关系进行分析，得出污染的严重程度主要取决于风速大小和强风持续时间）是一致的。

5.3.3 基于信息增益的相关因子分析

选择 2014 年到 2017 年的数据，根据其气象因子及对应的污染物浓度数据，通过计算其“信息熵”和信息增益值度量与空气污染相关性较好的气象因子。假定当前样本集合 D 中第 k 类样本所占的比例为 p_k（1，2，…，$|Y|$），则 D 的信息熵计算公式同公式（2） $Ent(D)$ 的值越小，则 D 的纯度越高。

当一个特征 a_i 不能变化时，系统的信息量是多少？这个信息量其实也有专门的名称，就叫做“条件熵”。但是如果一个特征 X，它可能的取值有 n 种（$x1$，$x2$，……，xn），当计算条件熵而需要把它固定的时候，每一种可能都要固定一下，计算 n 个值，然后取均值才是条件熵。而取均值也不是简单的加一加然后除以 n，而是要用每个值出现的概率来算平均（简单理解，就是一个值出现的可能性比较大，固定在它上面时算出来的信息量占的比重就要多一些），即通过

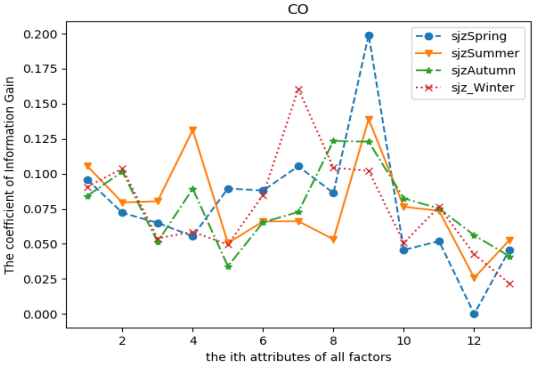
下式计算：

$$\begin{aligned} H(C|X) &= P_1 H(C|X=x_1) + P_2 H(C|X=x_2) + \ldots\ldots + P_n H(C|X=x_n) \\ &= \sum_{i=1}^{n} P_i H(C|X=x_i) \end{aligned} \tag{12}$$

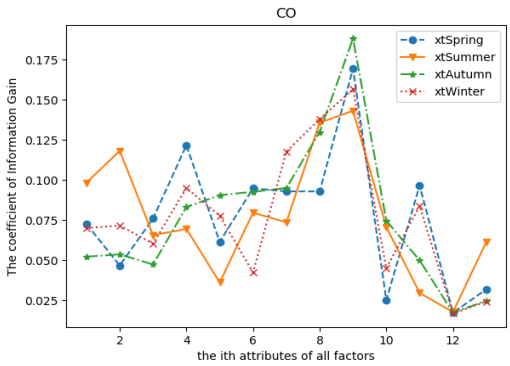
因此，特征 X 给系统带来的信息增益就可以写成系统原本的熵与固定特征 X 后的条件熵之差:

$$IG(X) = H(C) - H(C|X) \tag{13}$$

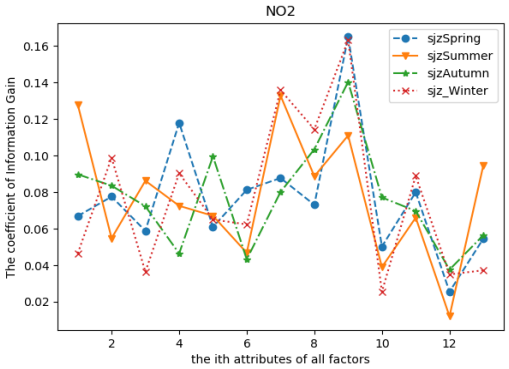
假定离散属性 a 有 V 个可能的取值$\{a_1,a_2,\ldots,a_V\}$,若使用 a 来对样本集 D 进行划分。则会产生 V 个分支结点，其中第 v 个分支结点包含了 D 中所有在属性 a 上取值为 a^v 的样本，记为 D^v。考虑到不同分支结点包含的样本数不同，分支节点赋予权重$|D^v|/|D|$，即样本数越多的分支结点影响越大，则用属性 a 对样本集 D 进行划分获得的信息增益计算公式同公式（3）信息增益越大，则意味着使用属性 a 来进行划分所获得的“纯度提升”越大。因此可以用信息增益来进行决策树的划分属性选择。由于不同城市不同季节污染物浓度与各气象因子的相关性是有所区别的。故按照不同城市，不同季节将数据集分为八组：石家庄春（sjzSpring）、石家庄夏（sjzSummer）、石家庄秋（sjzAutumn）、石家庄冬（sjzWinter）、邢台春（ztSpring）、邢台夏（xtSummer）、邢台秋（xtAutumn）和邢台冬（xtWinter），污染物有六种类型：CO、NO_2、O_3、PM2.5、PM10 和 SO_2，而影响污染物浓度的属性因子总共有 13 个，按照表 5-2 中的属性因子分别训练得到两个城市四个季节六种污染物的信息增益值，其计算结果见附表 1，具体的信息如图 5-1 所示，其中，左图为石家庄四个季节六种污染物的信息增益值，右图为邢台市的训练结果：



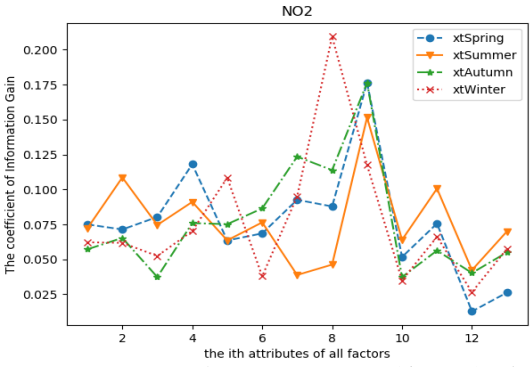
a（1）石家庄四季 CO 与特征关系



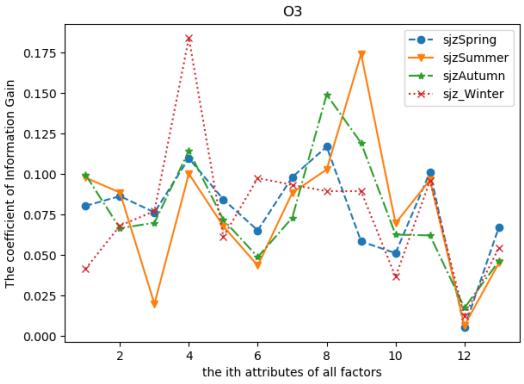
b（1）邢台四季 CO 与特征关系



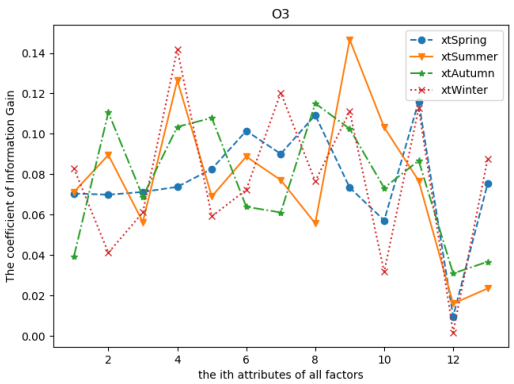
a（2）石家庄四季 NO_2 与特征关系



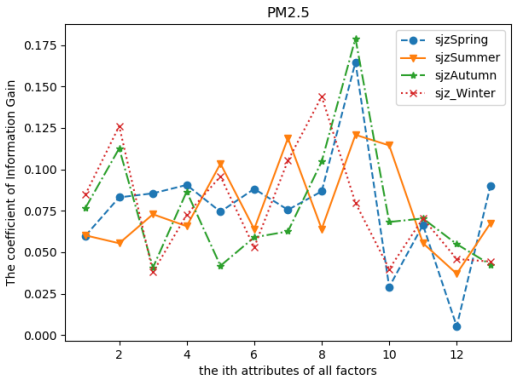
b（2）邢台四季 NO_2 与特征关系



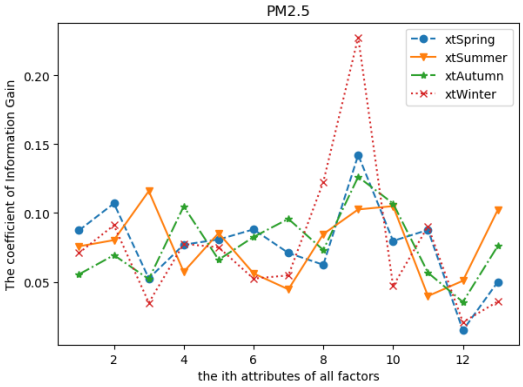
a（3）石家庄四季 O_3 与特征关系



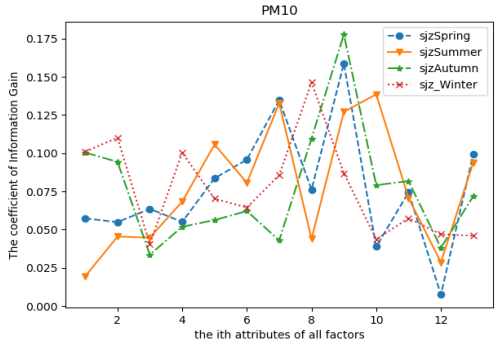
b（3）邢台四季 O_3 与特征关系



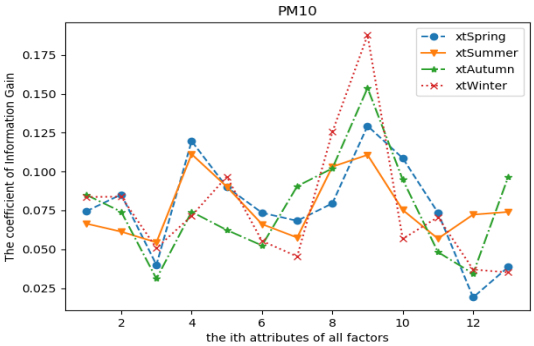
a（4）石家庄四季 PM2.5 与特征关系



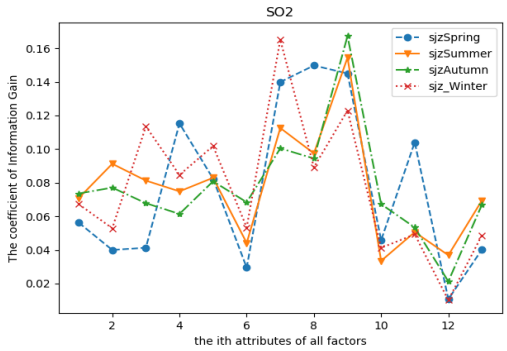
b（4）邢台四季 PM2.5 与特征关系



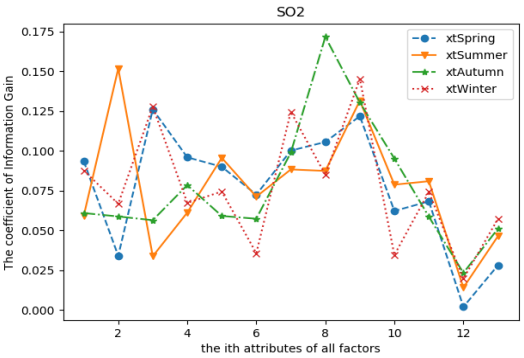
a（5）石家庄四季 PM10 与特征关系



b（5）邢台四季 PM10 与特征关系



a（6）石家庄四季 SO_2 与特征关系



b（6）邢台四季 SO_2 与特征关系

图 5-1 基于信息增益的特征选择结果，*a* 为石家庄特征选择结果图 *b* 为邢台市特征选择结果

分析图中结果，按照不同城市不同季节各污染物与各因子之间的关系，石家庄市影响 CO 浓度最大的因子是静稳指数，其次是最高气温、最低气温与通风系数；影响 NO2 浓度最大的因子是静稳指数，其次是最低气温、通风系数与最高气温；影响 O3 浓度最大的因子是最高气温、静稳指数，其次是本站气压 4 次平均、气温 4 次平均；影响 PM2.5 浓度最大的因子是静稳指数，其次是本站气压 4 次平均与混合层高度；影响 PM10 浓度最大的因子是静稳指数，其次为本站气压 4 次平均、日照时数合计与最低气温；影响 SO2 浓度最大的因子是最低气温与静稳指数，其次为本站气压 4 次平均、最高气温与相对湿度 4 次平均。邢台市影响 CO 浓度最大的因子是静稳指数，其次是本站气压 4 次平均、最高气温与混合层高度;影响 NO2 浓度最大的因子是本站气压 4 次平均与静稳指数，其次是最低气温与最高气温；影响 O3 浓度最大的因子是静稳指数与最高气温，其次是最低气温、气温 4 次平均与本站气压 4 次平均；影响 PM2.5 浓度最大的因子是静稳指数，其次是混合层高度、相对湿度 4 次平均与本站气压 4 次平均；影响 PM10 浓度最大的因子为静稳指数，其次是最高气温、本站气压 4 次平均和 10 分钟风速 4 次平均；影响 SO2 浓度最大的因子是本站气压 4 次平均，其次是混合层高度、静稳指数、相对湿度 4 次平均与最低气温。总体而言，各种污染物浓度与静稳指数的相关性都较强，而与 20-20 降水量的相关性都较强都较小。

5.3.4 基于互信息的相关因子分析

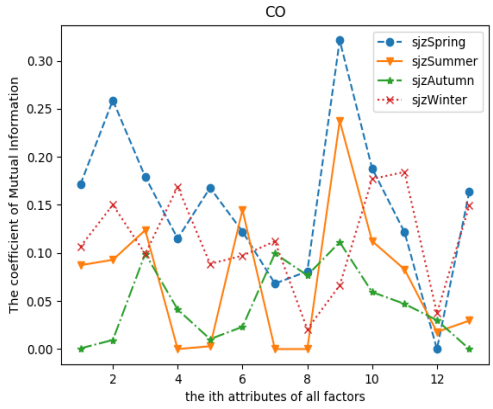
有关系的信息才能消除不确定性，这个有关系有点模糊，最好能度量“相关性”才好。香农在信息论中提出了一个“互信息”的概念作为两个随机事件“相关性”的度量。假定有两个随机事件 X 和 Y，它们的互信息的计算公式推导为：

$$
\begin{aligned}
I(X,Y) &= \int_X\int_Y P(X,Y)\log\frac{P(X,Y)}{P(X)P(Y)} \\
&= \int_X\int_Y P(X,Y)\log\frac{P(X,Y)}{P(X)} - \int_X\int_Y P(X,Y)\log P(Y) \\
&= \int_X\int_Y P(X)P(Y|X)\log P(Y|X) - \int_Y \log P(Y)\int_X P(X,Y) \\
&= \int_X P(X)\int_Y P(Y|X)\log P(Y|X) - \int_Y \log P(Y)P(Y) \\
&= -\int_X P(X)H(Y|X=x) + H(Y) \\
&= H(Y) - H(Y|X)
\end{aligned}
\tag{14}
$$

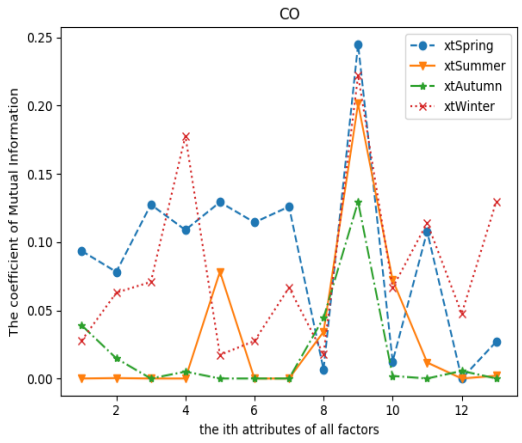
其中，$H(Y)$是 Y 的熵，定义为$H(Y)=-\int_X P(Y)\log P(Y)$，$Y$ 的熵衡量的是 Y 的不确定度，Y 分布的越离散$H(Y)$的值越高，$H(Y|X)$则表示在已知 X 的情况下 Y 的不确定度；因此，根据互信息公式可以看出，$I(X,Y)$可以解释为由 X 引入而使 Y 的不确定性减小的的量，这个减小的量为$H(Y|X)$，所以如果 X、Y 关系

越密切，$I(X,Y)$就越大；$I(X,Y)$最大的取值是$H(X)H(Y)$，此时$H(Y|X)$的值为 0，意义为 X 和 Y 完全相关，在 X 确定的情况下 Y 是一个确定的值，没有出现其他不确定情况的概率，所以$H(Y|X)$的值为 0；如果$P(X,Y)=P(X)P(Y)$，此时$H(Y)=H(Y|X)$，意义为 X 的出现不影响 Y，$I(X,Y)$就为 0，即代表 X 与 Y 不相关。

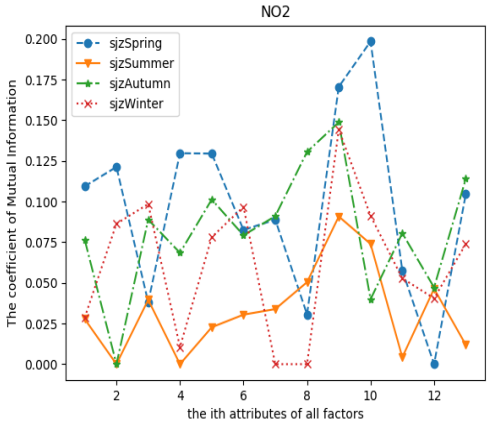
由于不同城市不同季节污染物浓度与各气象因子的相关性是有所区别的。故按照不同城市，不同季节将数据集分为八组：石家庄春（sjzSpring）、石家庄夏（sjzSummer）、石家庄秋（sjzAutumn）、石家庄冬（sjzWinter）、邢台春（ztSpring）、邢台夏（xtSummer）、邢台秋（xtAutumn）和邢台冬（xtWinter），又污染物有六种类型：CO、NO_2、O_3、PM2.5、PM10 和 SO_2，而影响污染物浓度的属性因子总共有 13 个，按照表 5-2 中的属性因子分别训练得到两个城市四个季节六种污染物的互信息系数值，计算得到的互信息系数表见附表 2，根据该表如图 5-1 所示的两个城市四个季节各个气象因子的互信息系数值，其中，左图为石家庄四个季节六种污染物的互信息系数，右图为邢台市的训练结果：



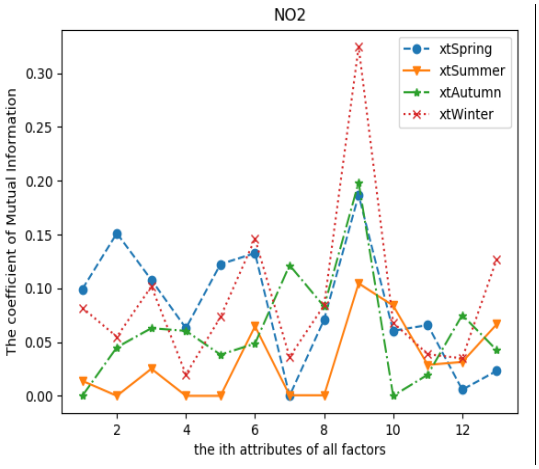
a（1）石家庄四季 CO 与特征关系



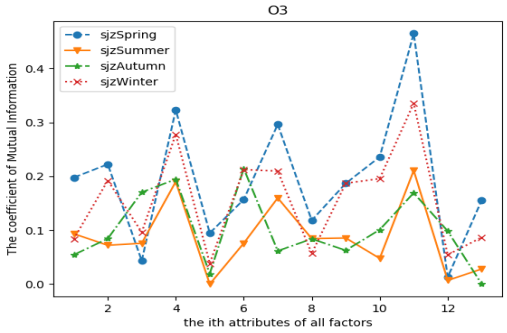
b（1）邢台四季 CO 与特征关系



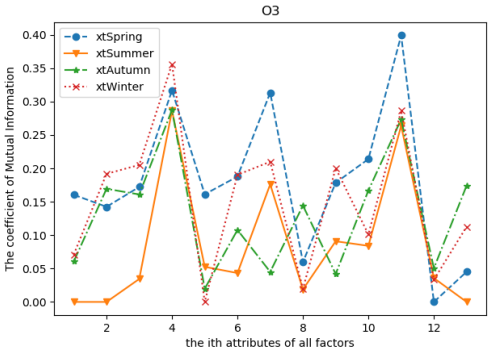
a（2）石家庄四季 NO_2 与特征关系



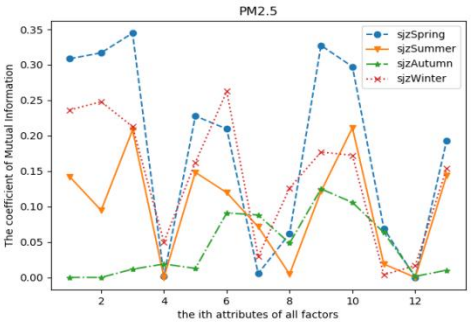
b（2）邢台四季 NO_2 与特征关系



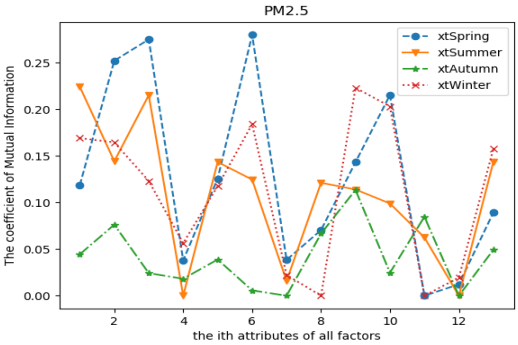
a（3）石家庄四季 O_3 与特征关系



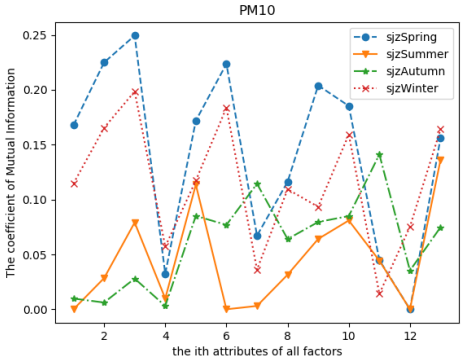
b（3）邢台四季 O_3 与特征关系



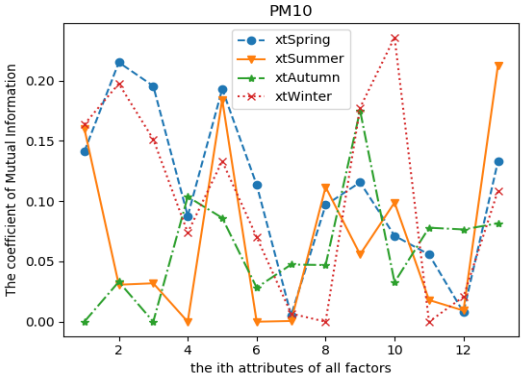
a（4）石家庄四季 PM2.5 与特征关系



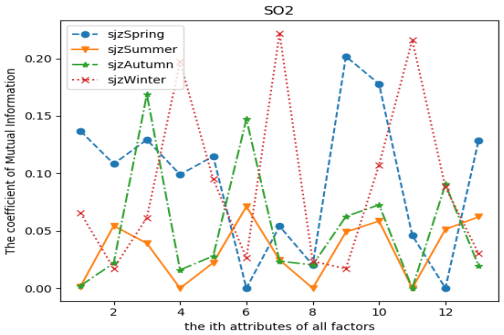
b（4）邢台四季 PM2.5 与特征关系



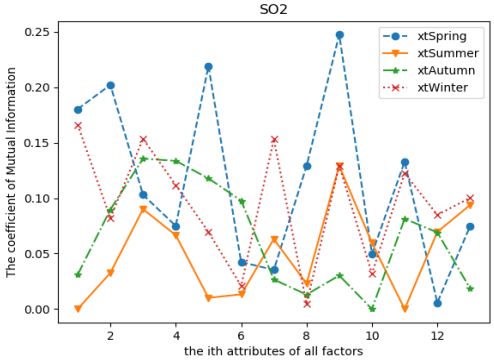
a（5）石家庄四季 PM10 与特征关系



b（5）邢台四季 PM10 与特征关系



a（6）石家庄四季 SO_2 与特征关系



b（6）邢台四季 SO2 与特征关系

图 5-2 基于互信息的特征选择结果，*a* 为石家庄特征选择结果图 *b* 为邢台市特征选择结果

分析图中结果发现，按照不同城市不同季节各污染物与各因子之间的关系，

石家庄市影响 CO 浓度最大的因子是静稳指数，其次是混合层高度、气温 4 次平均和 10 分钟风速；影响 NO2 浓度最大的因子是日照时数合计，其次是静稳指数和日最大风风速；影响 O3 浓度最大的因子是气温 4 次平均，其次是最高气温、最低气温和日照时数合计，即其与温度的关系最大；影响 PM2.5 浓度最大的因子是日照时数合计，其次是最小相对湿度、相对湿度 4 次平均和静稳指数；影响 PM10 浓度最大的因子与影响 PM2.5 的因子大致相同；影响 SO2 浓度最大的因子是最低气温和气温 4 次平均，其次是静稳指数、最高气温与相对湿度 4 次平均。邢台市影响 CO 浓度最大的因子是静稳指数，其次为最高气温、日最大风速、10 分钟风速 4 次平均；影响 NO2 浓度最大的因子是静稳指数，其次是混合层高度、最小相对湿度、10 分钟风速 4 次平均；影响 O3 浓度最大的因子是气温 4 次平均，其次是最高气温、最低气温和静稳指数，即其与温度的关系最大;影响 PM2.5 浓度最大的因子是相对湿度 4 次平均和最小相对湿度，其次是通风系数、静稳指数和日照时数合计；影响 PM10 浓度最大的因子是日照时数合计和 10 分钟风速 4 次平均，其次是混合层高度、相对湿度 4 次平均、日最大风速、静稳指数；影响 SO2 浓度最大的因子是静稳指数，其次是混合层高度、日最大风速、相对湿度 4 次平均和最低气温。总体而言，冬季和春季污染程度与各因子之间的相关性更大，而夏季和秋季污染程度与各因子之间的关系较小。

5.3.5 相关因子选择模型的检验与评价

根据附表 1、附表 2、表 5-1、图 5-1 及图 5-2，即综合皮尔森系数、信息增益和互信息得到两个城市四个季节与污染物相关性最好的气象因子如表 5-4 所示：

表 5-4 两个城市四个季节与污染物相关性最好的气象因子

污染物 / 季节	CO	NO_2	O_3	PM2.5	PM10	SO_2
石家庄春	a_9	a_{10} a_9	a_{11} a_4 a_7	a_3 a_9 a_2	a_2 a_3 a_6	a_9 a_{10}
石家庄夏	a_9	a_9 a_{10}	a_{11} a_4 a_7	$a_{10}a_3$	a_{13} a_5	a_6 a_{13}
石家庄秋	a_9	a_9 a_8	a_6 a_4 a_{11}	a_9 a_{10}	a_{11} a_7	a_3 a_6
石家庄冬	a_{11} a_7	a_9 a_3 a_6	a_{11} a_4	a_6 a_2 a_1	a_3 a_6	a_7 a_{11}
邢台春	a_9	a_9 a_2 a_6	a_{11} a_4 a_7	a_6 a_3 a_2	a_2 a_3 a_5	a_9 a_5 a_2
邢台夏	a_9	a_9	a_4 a_{11}	a_1 a_3	a_{13} a_5 a_1	a_9 a_{13}
邢台秋	a_9	a_9 a_7	a_4 a_{11}	a_9	a_9 a_4	a_3 a_4 a_5
邢台冬	a_9	a_9 a_3 a_{13}	a_4 a_{11}	a_9 a_{10}	a_{10} a_2	a_1 a_3 a_7

通过对测试数据的分析结果可以看出，本文的特征选择模型对测试输出的回归是可以接受的，说明本文的预测基本合理。

从表 5-4 中可以看出，石家庄春、夏、秋季与 CO 浓度最相关的因子是静稳指数，石家庄冬季与 CO 浓度最相关的因子是气温 4 次平均；而邢台市一年四季与 CO 浓度最相关的因子是静稳指数，与 NO_2 浓度最相关的也是静稳指数；石家庄市春季与 NO_2 浓度最相关的因子是日照实数合计和静稳指数，石家庄夏、秋、冬季与 NO2 浓度最相关的因子是静稳指数；对于 O3 的浓度，石家庄市春、夏、冬季最相关的因子是气温 4 次平均，秋季是最小相对湿度，邢台市春季最相关的是气温 4 次平均，邢台夏、秋、冬季最相关的是最高气温；对于 PM2.5，石家庄春、夏、秋、冬季最相关的分别是相对湿度 4 次平均，日照时数合计，静稳指数和最小相对湿度，邢台春、夏、秋、冬季最相关的分别是最小相对湿

度、通风系数、静稳指数、静稳指数；对 PM10，石家庄春、夏、秋、冬，邢台春、夏、秋、冬分别是混合层高度、10 分钟风速 4 次平均、气温 4 次平均、相对湿度 4 次平均、混合层高度、10 分钟风速 4 次平均、静稳指数和日照时数合计；而 SO2，石家庄春、邢台春、夏最相关的是静稳指数，石家庄夏、秋、冬最相关的是最小相对湿度、相对湿度 4 次平均、最低气温，邢台秋、冬最相关的是相对湿度 4 次平均和通风系数。

5.4 问题二相邻两日空气污染物浓度差预报模型

5.4.1 相关概念

CART 决策树 CART 是一种高效的决策树，CART 决策树可以用于分类也可以用于回归，当 CART 决策树用于回归树时，整个数为一棵二叉树，也就是说对于每一个非叶节点，都有一个划分属性和一个划分的值，根据这个值将当前的数据集合划分为两类。相比于 ID3 决策算法与 C4.5 决策树算法来说，三者的实现过程在结构上是一样的，但是 ID3 决策树算法和 C4.5 决策树算法需要人为对数据进行分段，而 CART 决策树的最佳特征度量采用 Gini Gain,因此 calcShannonEnt 方法被替换成 calcGini 方法，自动对数据进行分段，提高了工作效率。而且 CART 采用二分法，对于有多个取值的离散特征，需要首先获取最小二分序列及其 GiniGain，因此 splitDataSet 方法需按照取值 tuple 分开、chooseBestFetureToSplit 要返回最佳分叉点及其二分序列。当数据拥有多个特征时，构建全局模型就很有难度而且笨拙了。实际上，现实生活中的大量问题包括气象因子与污染物浓度的关系的问题都是非线性的，不可以再使用全局线性模型来回归任何数据。在这种情况下，CART 回归决策树的方法就相当有用了，但是在 CART 回归决策树中叶节点的数据必须是连续的而不能是离散的，于是要对 CART 进行一些修改再进行数据回归。

随机森林 随机森林[8]就是用随机的方式建立一个森林，森林里面有很多的决策树组成，随机森林的每一棵决策树之间是没有关联的。在得到森林之后，当有一个新的输入样本进入的时候，就让森林中的每一棵决策树分别进行一下判断，看看这个样本应该属于哪一类（对于分类算法），然后看看哪一类被选择最多，就预测这个样本为那一类。在建立每一棵决策树的过程中，有两点需要注意：采样与完全分裂。首先是两个随机采样的过程，random forest 对输入的数据要进行行、列的采样。对于行采样，采用有放回的方式，也就是在采样得到的样本集合中，可能有重复的样本。假设输入样本为 N 个，那么采样的样本也为 N 个。这样使得在训练的时候，每一棵树的输入样本都不是全部的样本，使得相对不容易出现 over-fitting。然后进行列采样，从 M 个 feature 中，选择 m 个(m << M)。之后就是对采样之后的数据使用完全分裂的方式建立出决策树，这样决策树的某一个叶子节点要么是无法继续分裂的，要么里面的所有样本的都是指向的同一 个分类。一般很多的决策树算法都一个重要的步骤 - 剪枝，但是这里不这样干，由于之前的两个随机采样的过程保证了随机性，所以就算不剪枝，也不会出现 over-fitting。随机森林的优点：1）在数据集上表现良好；2）在当前的很多数据集上，相对其他算法有着很大的优势；3）它能够处理很高维度（feature 很多）的数据，并且不用做特征选择；4）在训练完后，它能够给出哪些 feature 比较重要；5）在创建随机森林的时候，对 generlization error 使用的是无偏估计；6）训练速度快；7）在训练过程中，能够检测到 feature 间的互相影响；8）容易做成并行化方法；9）实现比较简单。

5.4.2 基于 CART 决策树+随机森林构建预报模型

随机森林主要应用于回归和分类。本文主要探讨基于随机森林的回归问题，对于回归树来说预测值为叶节点目标变量的加权均值。在决策树的根部，所有的样本都在这里，此时树还没有生长，这棵树的残差平方和就是回归的残差平方和。然后选择一个变量也就是一个特征（气象因子），这个变量使得通过这个进行分类后的两部分的分别的残差平方和的和最小。然后在分叉的两个节点处，再利用这样的准则，选择之后的分类属性。一直这样下去，直到生成一颗完整的树。以决策树为基本模型的 bagging 在每次 bootstrap 放回抽样之后，产生一棵决策树，抽多少样本就生成多少棵树，在生成这些树的时候没有进行更多的干预。而随机森林也是进行 bootstrap 抽样，但它与 bagging 的区别是：在生成每棵树的时候，每个节点变量都仅仅在随机选出的少数变量中产生。因此，不但样本是随机的，连每个节点变量的产生都是随机的。随机森林（random forest）是一种利用多个分类树对数据进行判别与分类的方法，它在对数据进行回归的同时，还可以给出各个变量（特征）的重要性评分，评估各个变量在回归中所起的作用。随机森林中的每一棵回归树为二叉树，其生成遵循自顶向下的递归分裂原则，即从根节点开始依次对训练集进行划分；在二叉树中，根节点包含全部训练数据， 按照节点纯度最小原则，分裂为左节点和右节点，它们分别包含训练数据的一个子集，按照同样的规则节点继续分裂，直到满足分支停止规则而停止生长。若节点 n 上的数据全部来自于同一类别，则此节点的纯度 I(n)=0，纯度度量方法是 Gini 准则，即假设 是节点 n 上属于 类样本个数占训练数据总数的比例。

随机性主要体现在两个方面：1）训练每棵树时，从全部训练样本中选取一个子集进行训练（即 bootstrap 取样）。用剩余的数据进行评测，评估其误差；2）在每个节点，随机选取所有特征的一个子集，用来计算最佳分割方式。

回归树生成具体步骤是：

第一步：搜索分裂变量和分裂点。随机森林是有多颗 CART 树组成的，使用最小二乘法生成回归树，在训练数据集所在的输入空间中，递归地将每个区域划分为两个子区域并决定每个子区域并决定每个子区域上的输出值，假设将空间划分为 M 个区域 $R_1, R_2 ..... R_m$，每个区域用 C_m 对响应建模。在二叉划分中，遍历变量 j，对固定的切分变量 j 扫描切分点 s，选择使上式达到最小值的对 (j,s)。用选定的对 (j,s) 划分区域并决定相应的输出值（假设搜索分裂变量 j 和分裂点 s，定义一对半平面）：

$$R_1(j,s)=\{X \mid X_j \le s\}$$

$$R_2(j,s)=\{X \mid X_j > s\} \qquad (15)$$

搜索分裂变量 j 和分裂点 s 的目标函数为：

$$\min_{j,s}[\min_{c_1}\sum_{x_i \in R_1(j,s)}(y_i-c_1)^2+\min_{c_2}\sum_{x_i \in R_2(j,s)}(y_i-c_2)^2] \qquad (16)$$

内部极小化可以用下式求解：

$$\hat{C}_1 = ave(y_i \mid x_i \in R_1(j,s))$$

$$\hat{C}_2 = ave(y_i \mid x_i \in R_2(j,s)) \quad (17)$$

第二步：树结构的控制。涉及两个方面，一个是何时停止分裂，另一个是对树进行剪枝。

何时停止分裂有两种方法：一种是仅当分裂是平方和的降低超过某个阈值时，才分裂；另一种是仅当达到最小节点大小时停止分裂。对树进行剪枝：思路是定义树的一些子树，从它们中找到在“对数据拟合程度 + 树模型的复杂度”准则下最优的一个，如下式：

$$C_\alpha(T) = \sum_{m=1}^{|T|} N_m Q_m(T) + \alpha|T| \quad (18)$$

其中 $N_m = \#\{x_i \in R_m\}$，$\hat{C}_m = \frac{1}{N_m}\sum_{x_i \in R_m} y_i$，$Q_m(T) = \frac{1}{N_m}\sum_{x_i \in R_m}(y_i - \hat{c}_m)$（$x \in R_m$，$m = 1,2$），参数 α 来控制树的大小和对数据拟合程度之间的折中，对它的估计用 5 或 10 折交叉验证实现。

第三步：继续对两个子区域调用以上两个步骤，直至满足停止条件，然后将输入空间划分为 M 个区域 $R_1, R_2, R_3 ..... R_m$，生成决策树：

$$f(x) = \sum_{m=1}^{M} \hat{C}_m I(x \in R_m) \quad (19)$$

随机森林生成具体步骤是：

1）输入为训练数据集以及弱学习器迭代次数 T。输出为最终的强分类器；

2）对于 t=1,2...,T:对训练集进行第 t 次随机采样，共采集 m 次，得到包含 m 个样本的采样集;用采样集训练第 m 个决策树模型，在训练决策树模型的节点的时候， 在节点上所有的样本特征中选择一部分样本特征， 在这些随机选择的部分样本特征中选择一个最优的特征来做决策树的左右子树划分。

3）如果是分类算法预测，则 T 个弱学习器投出最多票数的类别或者类别之一为最终类别。如果是回归算法，T 个弱学习器得到的回归结果进行算术平均得到的值为最终的模型输出。

在随机森林中某个特征 *X* 的重要性的计算方法如下：

1）对于随机森林中的每一颗决策树，使用相应的 *OOB*(袋外)数据计算它的袋外数据误差，记为 err_{00B1}。

2）随机地对袋外数据所有样本的特征 X 加入噪声干扰（就可以随机的改变样本在特征 X 处的值），再次计算它的袋外数据误差，记为 err_{00B2}。

3）假设随机森林中有 N 颗树，那么对于特征 X 的重要性计算公式为：

$$\delta = \frac{\sum(err_{00B1} - err_{00B2})}{N} \quad (20)$$

之所以可以用这个表达式来作为相应特征的重要性的度量值是因为：若给某个特征随机加入噪声之后，袋外的准确率大幅度下降，则说明这个特征对于样本的分类结果影响很大，也就是说它的重要程度比较高。

在本文中，首先随机森林 RF 使用了 CART 决策树作为弱学习器，其次，在使用决策树的基础上，RF 对决策树的建立做了改进，对于普通的决策树，我们会在节点上所有的 n 个样本特征中选择一个最优的特征来做决策树的左右子树划分，但是 RF 通过随机选择节点上的一部分样本特征，这个数字小于 n，假设为，然后在这些随机选择的个样本特征中，选择一个最优的特征来做决策树的左右子树划分。这样进一步增强了模型的泛化能力。

5.4.3 预报模型结果及分析

对于问题二，待求模型期望输出为相邻两日浓度差值，经过初步考虑有以下两种方式：

方式 1 先建立当日污染物浓度预报模型，通过预报模型得到当日污染物浓度数据，再计算与前一日污染物的浓度差值，从而得到污染物相邻两日浓度差值的预报模型。

方式 2 直接建立相邻两日浓度差值预报模型，将每日污染物浓度减去上一日浓度得到浓度差值数据，用浓度差值数据进行模型训练以得到污染物相邻两日浓度差值的预报模型。

对通过以上两种方式建立的 BaseLine 模型进行效果对比，本文选择方式 1 建立的模型作为最终的污染物相邻两日浓度差值预报模型并对其进行优化和调参。对于数据集，本文在对数据进行预处理之后，进一步使用 DS+数据集进行模型的训练。同时，在 DS+数据集的基础上提取出石家庄和邢台数据，分别建立当日浓度预报模型。模型的算法决策树及随机森林的实现使用 python，并通过 scikit-learn 包提供的 GridSearch 方法进行模型最优参数的搜寻。待优化参数包含生成决策树数量 n_estimators（范围为 50-550）；最大特征计算方式 max_features(包括‘auto’,’sqrt’，‘log2’三种方式)；最大树深 max_depth（范围为 5-20）。同时，将石家庄及邢台的 DS+数据集进行训练集和测试集的切分（比例为 0.8：0.2）。GridSearch 使用 10 折交叉验证方式进行参数搜索。

模型结果分析：通过 GridSearch 搜寻当日污染物浓度模型的最好的参数为：max_features=’auto’、 n_estimators=50、max_depth=17。图 5-3，图 5-4 分别是石家庄和邢台当日污染物浓度预报模型在测试集上与真实值的对比图。

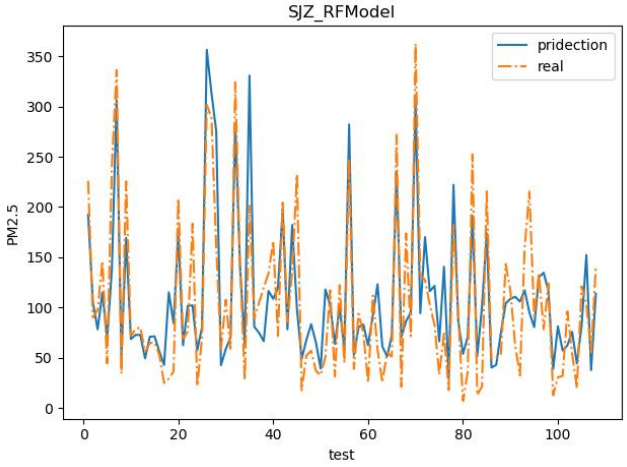


图 5-3 石家庄当日污染物浓度模型在测试集上与真实值对比图

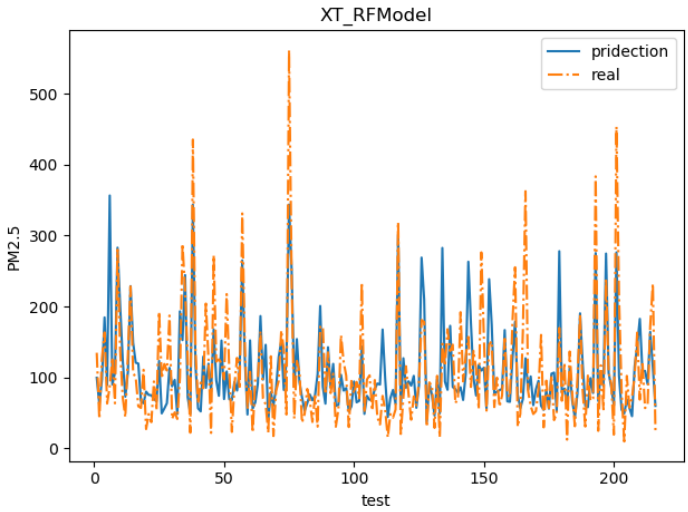


图 5-4 邢台市当日污染物浓度模型在测试集上与真实值对比图

通过模型指标可以看出，石家庄当日污染物浓度预报结果与真实值比较接近，真实值与预测值的平均误差用 RMSE 表示。

表 5-5 石家庄当日污染物浓度模型评估

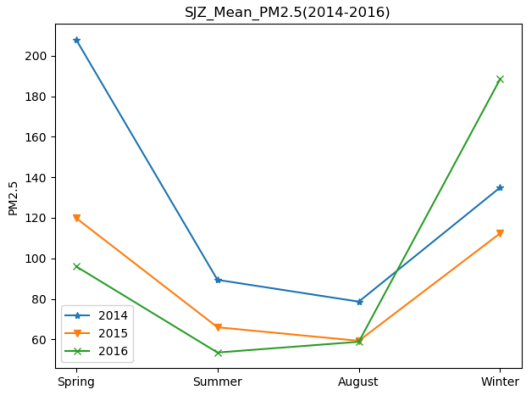
指标	R^2_train	R^2_test	MAE	MSE	RMSE
石家庄	0.84	0.69	35	1946	44

通过对比使用石家庄和邢台的数据共同训练与将两城市数据分开分别训练的实验结果分析发现，前者的预测效果不如后者。此外，分析发现邢台的当日污染物浓度预报模型效果与之相似,真实值与预测值的平均误差在 56 左右。通过对比图可以发现，当 PM2.5 值较大的情况下，模型的预测效果较差。对比模型的预测值和真实值轨迹，模型表现比较稳定。

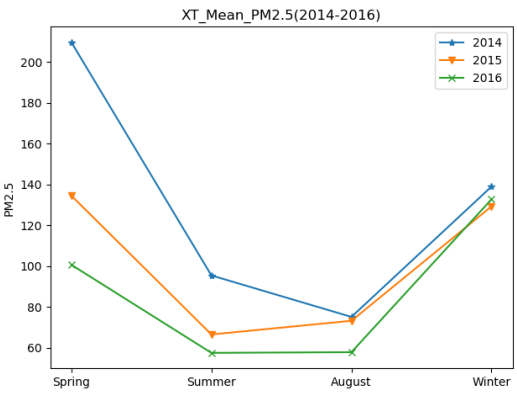
5.5 问题三不同季节污染物模型构建

5.5.1 按季节预报模型描述与构建

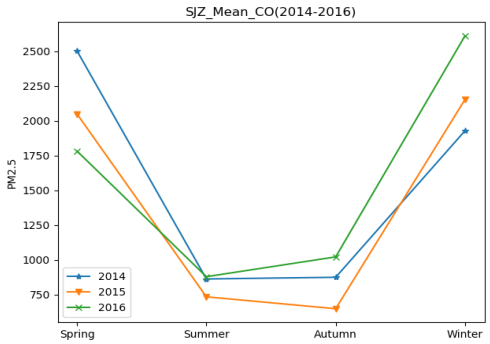
问题三旨在解决不同季节的污染物预报模型，首先，由于四个季度的数据量基本一致（在 520-670 之间，相差不大）；而且实验发现各个污染物在四个季度上平均浓度的变化趋势表现一致(呈现春冬高，夏秋低的趋势)，于是我们首先对数据仅以季度为指标进行实验。本文以两城市的 PM2.5 和 CO 两种污染物为例进行实验：



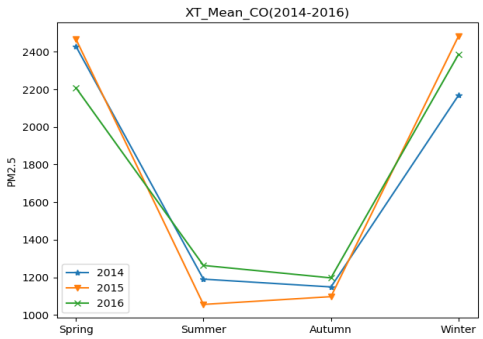
（1）石家庄 PM2.5 四季平均浓度变化



（2）邢台 PM2.5 四季平均浓度变化



（3）石家庄 CO 四季平均浓度变化

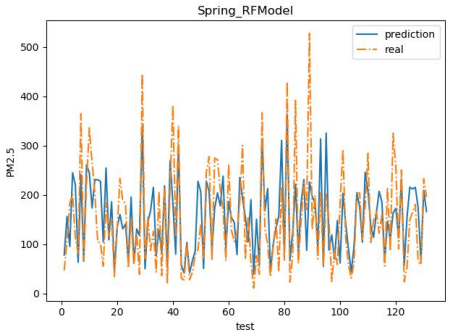


（4）邢台 CO 四季平均浓度变化

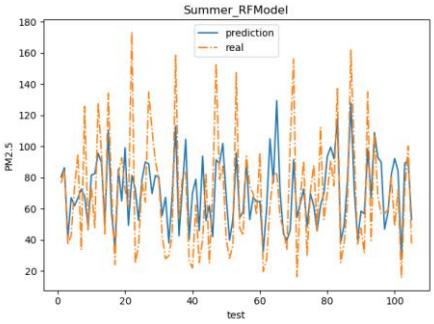
图 5-4 两城市的 PM2.5 和 CO 四个季度上平均浓度的变化趋势

通过上图可以明确看到春冬两季的污染物浓度大幅度高于夏季和秋季，这也符合 Pearson 系数的分析，温度与污染物呈现负相关性质。（以石家庄的 PM2.5 为例，春冬两季的 PM2.5 浓度均值比夏秋两季高 80 $\mu g/m^3$，方差高 60 $\mu g/m^3$）。

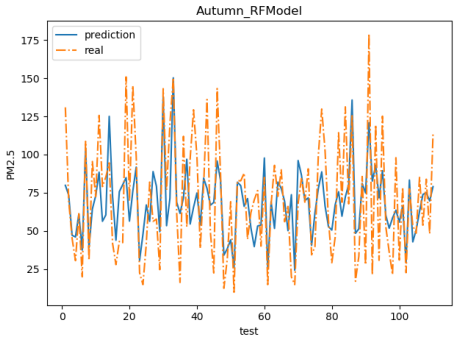
我们同样使用 CART 和随机森林结合方法分别构建四个季度的污染物预报模型。由于题目三强调分季节建立模型，并且两个城市在四个季节上的表现行为一致，于是本文使用石家庄和邢台两城市的数据共同建立四个季节的模型。使用两城市在同一季节的数据，首先对比了两个城市分别建立各自的 BaseLine 模型以及两个城市共同建立一个 BaseLine 模型的预测效果发现，后者的预测效果更加理想，所以我们选择每个季度都使用两个城市的 DS+混合数据集进行训练。同样使用 GridSearch 自动搜索最优参数。以污染物 PM2.5 为例，四个季节的预报模型最终效果如图 5-5：



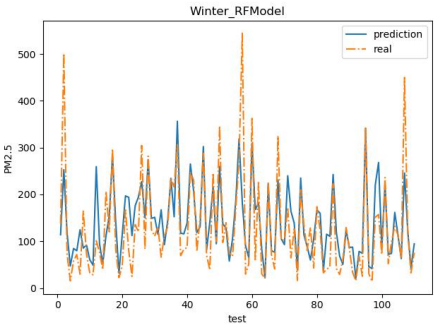
（1）春节 PM2.5 浓度预报与真实值



（2）夏节 PM2.5 浓度预报与真实值



（3）秋节 PM2.5 浓度预报与真实值



（4）冬节 PM2.5 浓度预报与真实值

图 5-5 四个季节的 PM2.5 浓度预报与真实值

5.5.2 预报模型结果及分析

四个季节的 PM2.5 预报模型评估指标如下表所示。夏季和秋季的模型虽然 R^2 比较小，但误差(RMSE)值是小于春冬季节模型的。这和上述分析一致，春冬季度数据均值高，方差大，模型的训练需要更强的学习能力。通过模型的真实值和预测值可以发现，模型在 PM2.5 值过大的情况下，预测效果很差。此外，模型的预测值的轨迹相对于真实值更加稳定。

表 5-6 石家庄四季 PM2.5 预报模型评估

季节	R^2_train	R^2_test	MAE	MSE	RMSE
Spring	0.94	0.15	54	5027	70
Summer	0.92	0.42	21	767	27
Autumn	0.91	0.43	23	827	28
Winter	0.94	0.6	43	4496	67

六、模型的评价与优化

6.1 模型优点

本文构建的模型有以下几个创新性的优点：

1）在数据预处理阶段：根据已有研究的结论（重污染天气过程能够持续的气象条件：温度持续上升，相对湿度维持在 50%以上，风速基本在 2 m·s-1 以下）创新性地新增 3 个维度的属性来表示相邻温度持续上升、两日湿度是否维持、相邻风速的差值，并通过实验对比发现，新添加的维度对模型有一定的提升效果。

2）在解决问题一的过程中，提出首先使用皮尔森系数来验证相关气象因子与污染物浓度的是否存在线性相关性，以及确定各气象因子与污染物浓度的正负相关性，同时，采用互信息和信息增益分别选择与污染物浓度相关性较好的气象因子，结合以上三种方法，根据不同城市不同季节分别得到与污染物浓度相关性较好的气象因子；

3）在解决问题二的过程中，采用基于 CART 决策树和随机森林的算法构建空气污染物相邻两日浓度差值的预报模型，使用 GridSearch 自动搜索模型最优参数，并构建不同属性维度的数据集（DS，DS+）形成对比实验以验证方法的性能，同时据此发现影响预测性能的关键因子以提升模型性能；

4）在解决问题三的过程中，经过比较详细数据统计分析，最终选择根据不同季节不区分城市构建污染物浓度模型，与问题二同样，采用基于 CART 决策树和随机森林的算法进行模型构建并自动搜索最优参数。

5）问题二、三模型均采用回归模型常用的评估指标 R^2，MAE，MSE 和 RMSE 进行模型评估，评估效果全面且可靠。

6.2 模型缺点

在模型构建过程中通过分析数据，处理数据，并利用数据进行模型构建发现以下几个缺点以待进一步改进：

1）数据量小，特征提取有待进一步优化，模型训练结果有待进一步提升；训练集的大小会对模型的效果有影响，以问题二石家庄模型为例，训练集的比例为 0.7，0.8，0.9 情况下，具体情况如表 6-1 所示。训练的模型在测试集上表现越来越好。

表 6-1 不同训练集比例的测试效果

训练集比例	0.7	0.8	0.9
测试集 R^2	0.41	0.47	0.55

2）用随机森林训练的模型，在测试集的 R^2 与测试集的 R^2 值相差有些大，有一定的过拟合问题，需要进一步的调整。

6.3 模型优化

目前模型存在一定程度的过拟合问题，需要进一步调参优化。鉴于 DS+数据集的表现良好，但提升限度有限(仅将 RMSE 降低 10%)，特征提取及特征的选择需要进一步的研究与使用，还可以在时间及算力充足的情况下，添加自动搜索参数的数量和范围。数据集少的问题，可以选择获取完整的 2017 年数据和 2018 年数据加入训练。

其次，目前使用的是进行回归预报模型的建立，以后可以考虑将问题转换成分类问题来解决。使用分类问题有两个优势：

1） 机器学习和深度学习中有丰富的分类算法及相关经验。

2） 传统的模型是人工抽取数据特征，而深度学习中的神经网络模型能自动提取特征并进行模型学习。

进一步的，问题二强调的相邻两日浓度差值，可以理解为前一条数据对后一条数据有影响。这类问题使用序列模型来处理效果会更好，典型的代表如深度学习中的 RNN(Recurrent Neural Network)。以后有望使用它来进行模型预测。

七、参考文献

[1] 王欣睿, 叶剑军, 倪志鑫, 钟煜宏. 珠江口海域大气中重金属季节变化特征及其与气象因子的关系, 海洋通报, 1(6): 632-640, 2016.

[2] 张健, 樊曙先, 孙玉, 张悦, 魏锦成. 厦门春季 PM10 中 PAHs 成分谱特征及其与气象要素相关性分析, 环境科学, 15(4): 1173-1181, 2015.

[3] Yashuang Mu, Xiaodong Liu, Lidong Wang. A Pearson's correlation coefficient based decision tree and its parallel implementation, Information Sciences, 435(1): 40-58, 2018.

[4] Lingyun Gao, Mingquan Ye, Xiaojie Lu, DaobinHuang. Hybrid Method Based on Information Gain and Support Vector Machine for Gene Selection in Cancer Classification, Genomics, Proteomics & Bioinformatics, 15(6): 389-395, 2017.

[5] WanfuGao, LiangHu, PingZhang. Class-specific mutual information variation for feature selection, Pattern Recognition, 79(1): 328-339, 2018.

[6] 郑美琴, 卢振礼, 日照市区 PM10 污染物特征及其与气象要素的关系, 南京气象学院学报, 29(3): 413—417, 2006.

[7] 李国翠, 王建国, 连志鸾. 石家庄市大气污染与沙尘天气的关系分析, 气象与环境学报, 23(2): l-5, 2007.

[8] Joaqu ń Abell án, Carlos J.Mantas, Javier G.Castellano. A Random Forest approach using imprecise probabilities, Knowledge-Based Systems, 134(1): 72-84, 2017.

[9] 王占山, 张大伟, 李云婷, 董欣, 孙瑞雯, 孙乃迪. 北京市夏季不同 O3 和 PM2.5 污染状况研究, 环境科学, 16(3): 807-815, 2016.

八、附录

附表 1——信息增益值

附表 1 两个城市不同季节污染物浓度与气象因子信息增益值

		CO	NO_2	O_3	PM2.5	PM10	SO_2
石家庄春	通风系数	0.092961	0.067905	0.088278	0.062264	0.056496	0.062529
	混合层高度	0.078727	0.075858	0.082226	0.080067	0.064656	0.03804
	相对湿度 4 次平均	0.066771	0.059438	0.07327	0.081543	0.066886	0.04747
	最高气温	0.053489	0.120345	0.10916	0.089869	0.063606	0.113385
	日最大风速	0.08895	0.059583	0.081753	0.074631	0.082449	0.077236
	最小相对湿度	0.084681	0.081102	0.069504	0.091578	0.079887	0.032826
	最低气温	0.101252	0.090369	0.098722	0.075806	0.136224	0.143646
	本站气压 4 次平均	0.087242	0.073369	0.116846	0.086375	0.076135	0.142106
	静稳指数	0.204386	0.161513	0.057319	0.165479	0.15636	0.138465
	日照时数合计	0.045147	0.053542	0.047062	0.031447	0.038839	0.045727
	气温 4 次平均	0.050342	0.07537	0.101976	0.06468	0.071032	0.110582
	20-20 降水量	0.000307	0.025533	0.005114	0.005105	0.00694	0.01063
	10 分钟风速 4 次平均	0.045745	0.056073	0.068772	0.091156	0.10049	0.037357
石家庄夏	通风系数	0.111286	0.137893	0.088871	0.059648	0.024151	0.071103
	混合层高度	0.077327	0.054083	0.08709	0.050406	0.045916	0.091052
	相对湿度 4 次平均	0.079775	0.088294	0.018728	0.071526	0.048042	0.081925
	最高气温	0.130736	0.070239	0.095814	0.067679	0.066058	0.074591
	日最大风速	0.046514	0.067227	0.068766	0.103837	0.105695	0.081647
	最小相对湿度	0.063659	0.039338	0.042921	0.070207	0.081549	0.042975
	最低气温	0.062618	0.13161	0.090323	0.117421	0.134048	0.113055
	本站气压 4 次平均	0.054311	0.089539	0.104471	0.066807	0.041512	0.096809
	静稳指数	0.139548	0.108812	0.174482	0.121088	0.127166	0.152964
	日照时数合计	0.076534	0.039134	0.066977	0.114695	0.139172	0.035417
	气温 4 次平均	0.075626	0.068267	0.102508	0.052605	0.072521	0.053361
	20-20 降水量	0.026065	0.01257	0.009277	0.035797	0.025744	0.037971
	10 分钟风速 4 次平均	0.055999	0.092996	0.049773	0.068283	0.088427	0.067131
石家庄秋	通风系数	0.088123	0.090825	0.098039	0.09119	0.100632	0.070627
	混合层高度	0.090507	0.082556	0.070768	0.102016	0.093422	0.074679
	相对湿度 4 次平均	0.041613	0.071895	0.06781	0.042668	0.038442	0.066904
	最高气温	0.089488	0.044318	0.111417	0.08416	0.050847	0.063203

	日最大风速	0.034568	0.095488	0.073291	0.038411	0.057984	0.085684
	最小相对湿度	0.075105	0.043807	0.048462	0.058296	0.058991	0.062189
	最低气温	0.068204	0.084075	0.080591	0.059172	0.047767	0.111528
	本站气压 4 次平均	0.125691	0.103658	0.150436	0.103052	0.110209	0.092031
	静稳指数	0.129112	0.143669	0.114901	0.179212	0.176645	0.160892
	日照时数合计	0.083912	0.07657	0.061762	0.072485	0.079525	0.071517
	气温 4 次平均	0.077685	0.06659	0.060457	0.07345	0.078357	0.049473
	20-20 降水量	0.057516	0.037519	0.016541	0.053953	0.037374	0.01928
	10 分钟风速 4 次平均	0.038477	0.059031	0.045526	0.041935	0.069803	0.071993
石家庄冬	通风系数	0.091338	0.041875	0.036343	0.080173	0.105556	0.064396
	混合层高度	0.10259	0.110072	0.074694	0.1298	0.114058	0.053353
	相对湿度 4 次平均	0.056182	0.032701	0.07488	0.033824	0.042481	0.117424
	最高气温	0.057877	0.082733	0.180787	0.072419	0.092152	0.087695
	日最大风速	0.049568	0.062506	0.061273	0.099774	0.069595	0.103989
	最小相对湿度	0.087987	0.061563	0.09639	0.055465	0.061388	0.049206
	最低气温	0.159133	0.137113	0.095316	0.109693	0.080735	0.162533
	本站气压 4 次平均	0.10306	0.114425	0.090733	0.144429	0.14447	0.088534
	静稳指数	0.101265	0.161384	0.090551	0.081239	0.088772	0.121108
	日照时数合计	0.050228	0.025624	0.034627	0.036844	0.044075	0.045441
	气温 4 次平均	0.073448	0.096964	0.100048	0.070292	0.062291	0.044675
	20-20 降水量	0.043013	0.036366	0.011962	0.045108	0.045088	0.01001
	10 分钟风速 4 次平均	0.02431	0.036673	0.052396	0.040941	0.049339	0.051636
邢台春	通风系数	0.076261	0.075615	0.065489	0.094073	0.071591	0.090923
	混合层高度	0.04281	0.07316	0.071286	0.099515	0.084381	0.02948
	相对湿度 4 次平均	0.073976	0.08124	0.07078	0.059253	0.040233	0.128125
	最高气温	0.120973	0.11956	0.076406	0.080425	0.124364	0.093004
	日最大风速	0.060173	0.064371	0.082543	0.079001	0.094811	0.086541
	最小相对湿度	0.096258	0.06766	0.097607	0.088646	0.074433	0.073718
	最低气温	0.095147	0.08862	0.088998	0.072578	0.065307	0.10089
	本站气压 4 次平均	0.091949	0.088881	0.109696	0.061314	0.078369	0.108436
	静稳指数	0.16586	0.174999	0.07746	0.142245	0.1318	0.122479
	日照时数合计	0.025295	0.052718	0.061755	0.079238	0.108109	0.064619
	气温 4 次平均	0.096732	0.073045	0.116845	0.085218	0.070482	0.067485
	20-20 降水量	0.018935	0.011753	0.008384	0.01365	0.019164	0.001933
	10 分钟风速 4 次平均	0.035631	0.028379	0.072751	0.044843	0.036957	0.032365

邢台夏	通风系数	0.093786	0.072503	0.068774	0.074432	0.071492	0.060723
	混合层高度	0.119133	0.109122	0.093534	0.080138	0.065603	0.142913
	相对湿度 4 次平均	0.064011	0.07173	0.054556	0.113412	0.053877	0.04332
	最高气温	0.070002	0.088827	0.126471	0.061563	0.101719	0.063581
	日最大风速	0.043135	0.064592	0.065293	0.083596	0.089117	0.096629
	最小相对湿度	0.082532	0.074743	0.089137	0.059012	0.064946	0.068577
	最低气温	0.073913	0.040856	0.072949	0.043582	0.061415	0.086522
	本站气压 4 次平均	0.134176	0.051015	0.056473	0.083508	0.103061	0.089088
	静稳指数	0.143299	0.153977	0.147107	0.101526	0.11167	0.129846
	日照时数合计	0.06929	0.063109	0.09972	0.104128	0.07165	0.079202
	气温 4 次平均	0.033033	0.102331	0.074841	0.035918	0.05901	0.077228
	20-20 降水量	0.018027	0.042291	0.018605	0.054417	0.075525	0.015634
	10 分钟风速 4 次平均	0.055662	0.064904	0.032541	0.104768	0.070916	0.046736
邢台秋	通风系数	0.053257	0.059313	0.037504	0.065384	0.078548	0.059856
	混合层高度	0.056799	0.058514	0.111156	0.062348	0.079557	0.051747
	相对湿度 4 次平均	0.04722	0.039899	0.070895	0.050192	0.032296	0.058489
	最高气温	0.081597	0.075823	0.100736	0.109566	0.073919	0.069653
	日最大风速	0.089888	0.073375	0.107995	0.061547	0.059562	0.059214
	最小相对湿度	0.089374	0.08467	0.067683	0.081818	0.052056	0.062432
	最低气温	0.096549	0.126396	0.062874	0.09241	0.091011	0.09936
	本站气压 4 次平均	0.130671	0.113433	0.119739	0.074366	0.102014	0.166682
	静稳指数	0.188472	0.17962	0.102898	0.123746	0.151123	0.129341
	日照时数合计	0.073893	0.039787	0.073009	0.104044	0.097302	0.100372
	气温 4 次平均	0.046843	0.05262	0.076663	0.057046	0.04735	0.060628
	20-20 降水量	0.017959	0.037383	0.030383	0.037195	0.034021	0.02907
	10 分钟风速 4 次平均	0.027479	0.059167	0.038465	0.080339	0.101242	0.053159
邢台冬	通风系数	0.072476	0.062484	0.080462	0.073035	0.089571	0.089417
	混合层高度	0.063803	0.053915	0.040904	0.09835	0.080043	0.065611
	相对湿度 4 次平均	0.05499	0.051102	0.056146	0.026642	0.047375	0.129133
	最高气温	0.092952	0.065511	0.140701	0.079961	0.069577	0.070826
	日最大风速	0.074759	0.11312	0.064074	0.071617	0.096515	0.07725
	最小相对湿度	0.049317	0.048326	0.075143	0.052731	0.055065	0.033562
	最低气温	0.117812	0.091101	0.125629	0.053423	0.047617	0.124929
	本站气压 4 次平均	0.139828	0.208651	0.078135	0.123605	0.133239	0.083833
	静稳指数	0.157477	0.119969	0.11379	0.23211	0.184675	0.139475

	日照时数合计	0.047875	0.03329	0.028822	0.048034	0.050111	0.035198
	气温 4 次平均	0.08836	0.069608	0.108626	0.0884	0.070007	0.072172
	20-20 降水量	0.016841	0.028801	0.001754	0.019711	0.040297	0.020406
	10 分钟风速 4 次平均	0.02351	0.054123	0.085814	0.032381	0.035908	0.058187

附表 2——互信息系数值

附表 2 两个城市不同季节污染物浓度与气象因子互信息系数

		CO	NO_2	O_3	PM2.5	PM10	SO_2
石家庄春	通风系数	0.171363	0.109329	0.197735	0.308611	0.167704	0.136855
	混合层高度	0.258803	0.121278	0.222398	0.316902	0.224846	0.108209
	相对湿度 4 次平均	0.179077	0.038103	0.043296	0.344774	0.249345	0.12932
	最高气温	0.114955	0.129696	0.323248	0.001619	0.03238	0.098939
	日最大风速	0.167749	0.129481	0.0947	0.227777	0.171811	0.114857
	最小相对湿度	0.122202	0.082511	0.156832	0.209463	0.223576	0
	最低气温	0.068114	0.088852	0.296355	0.005367	0.067111	0.053988
	本站气压 4 次平均	0.080806	0.030623	0.11827	0.06172	0.11618	0.020074
	静稳指数	0.321144	0.170563	0.186857	0.327368	0.203955	0.201801
	日照时数合计	0.187923	0.198426	0.236037	0.297414	0.185274	0.177767
	气温 4 次平均	0.121515	0.057604	0.465035	0.069174	0.04484	0.046067
	20-20 降水量	0	0	0.012785	0	0	5.47E-05
	10 分钟风速 4 次平均	0.163865	0.104682	0.155695	0.193229	0.156104	0.128786
石家庄夏	通风系数	0.087261	0.027757	0.093445	0.142079	0	0.001546
	混合层高度	0.092808	0	0.07202	0.094636	0.028369	0.054319
	相对湿度 4 次平均	0.123718	0.039568	0.075806	0.208083	0.079068	0.039105
	最高气温	0	0	0.189973	0	0.009889	0
	日最大风速	0.00293	0.022683	0	0.148275	0.113529	0.022183
	最小相对湿度	0.144816	0.03045	0.075784	0.119547	0	0.071163
	最低气温	0	0.033872	0.159869	0.071395	0.003071	0.024601
	本站气压 4 次平均	0	0.050405	0.084455	0.004468	0.031526	0
	静稳指数	0.237458	0.090809	0.08555	0.121434	0.064112	0.048971
	日照时数合计	0.112322	0.073917	0.047656	0.211107	0.080929	0.058434
	气温 4 次平均	0.082896	0.004258	0.21078	0.018812	0.044388	0
	20-20 降水量	0.01782	0.046373	0.006882	0	0	0.051217
	10 分钟风速 4 次平均	0.029557	0.011862	0.028021	0.143915	0.136277	0.062175
石家庄	通风系数	0.000715	0.076554	0.054272	0	0.009803	0.002183
	混合层高度	0.009452	0	0.084367	0	0.006177	0.021819
	相对湿度 4 次	0.099301	0.088908	0.170418	0.011583	0.027996	0.168764

秋	平均						
	最高气温	0.041156	0.068456	0.194627	0.018885	0.00306	0.015929
	日最大风速	0.01034	0.101233	0.019227	0.012708	0.085112	0.028054
	最小相对湿度	0.02314	0.07924	0.214371	0.09095	0.076882	0.147187
	最低气温	0.099386	0.090997	0.061526	0.088054	0.11441	0.02361
	本站气压 4 次平均	0.076683	0.130517	0.083941	0.048235	0.064008	0.02027
	静稳指数	0.111221	0.148769	0.062537	0.124907	0.079555	0.06244
	日照时数合计	0.059288	0.039898	0.100896	0.105775	0.084956	0.072586
	气温 4 次平均	0.046992	0.080527	0.169255	0.063273	0.141058	0
	20-20 降水量	0.029993	0.047173	0.098366	0.001446	0.035314	0.090466
	10 分钟风速 4 次平均	0	0.114067	0	0.010165	0.074779	0.019431
石家庄冬	通风系数	0.106545	0.028586	0.083526	0.236314	0.114538	0.065523
	混合层高度	0.150073	0.086353	0.192239	0.247924	0.165296	0.017347
	相对湿度 4 次平均	0.09896	0.098427	0.096314	0.212757	0.198488	0.061334
	最高气温	0.168916	0.010542	0.277893	0.049994	0.057096	0.196993
	日最大风速	0.088645	0.078066	0.038348	0.162256	0.117276	0.094877
	最小相对湿度	0.097137	0.096746	0.212424	0.262505	0.183727	0.026352
	最低气温	0.112125	0	0.20978	0.029353	0.036085	0.221803
	本站气压 4 次平均	0.020703	0	0.056745	0.126159	0.109378	0.023439
	静稳指数	0.066231	0.144332	0.187023	0.176854	0.093352	0.016986
	日照时数合计	0.176965	0.091247	0.195712	0.17225	0.159276	0.107345
	气温 4 次平均	0.184235	0.052776	0.335392	0.003731	0.014087	0.216054
	20-20 降水量	0.037359	0.040473	0.054382	0.016572	0.075265	0.088088
	10 分钟风速 4 次平均	0.149272	0.073943	0.086744	0.153958	0.163979	0.030185
邢台春	通风系数	0.0935	0.099183	0.160413	0.118831	0.14106	0.180246
	混合层高度	0.078138	0.151194	0.142396	0.252383	0.215031	0.202113
	相对湿度 4 次平均	0.127486	0.107769	0.172164	0.275212	0.195429	0.103023
	最高气温	0.108892	0.062936	0.316808	0.038001	0.0877	0.074997
	日最大风速	0.129278	0.122473	0.161181	0.125758	0.192911	0.219121
	最小相对湿度	0.114416	0.132664	0.187665	0.280088	0.113462	0.042453
	最低气温	0.12597	0	0.31326	0.0385	0.00538	0.035284
	本站气压 4 次平均	0.006575	0.07088	0.059594	0.070484	0.096728	0.128906
	静稳指数	0.245083	0.186636	0.178415	0.143415	0.115569	0.24736
	日照时数合计	0.01251	0.060437	0.213894	0.21555	0.071266	0.049846
	气温 4 次平均	0.107814	0.065867	0.399061	0	0.055726	0.132854
	20-20 降水量	0	0.005708	0	0.012242	0.007809	0.00576

	10 分钟风速 4 次平均	0.027	0.02333	0.04518	0.089305	0.132942	0.074593
邢台夏	通风系数	0	0.013956	0	0.224366	0.160255	0
	混合层高度	0.00031	0	0	0.144414	0.030682	0.032597
	相对湿度 4 次平均	0	0.025217	0.034395	0.215376	0.031863	0.090113
	最高气温	0	0	0.286389	0	0	0.066594
	日最大风速	0.078279	0	0.052567	0.143599	0.184279	0.01013
	最小相对湿度	0	0.064706	0.043232	0.124725	0	0.013237
	最低气温	0	0.000563	0.176048	0.015881	0.000615	0.063137
	本站气压 4 次平均	0.034227	0.000516	0.018757	0.121269	0.111643	0.022958
	静稳指数	0.201529	0.104564	0.090821	0.114112	0.055806	0.129175
	日照时数合计	0.072284	0.083901	0.083944	0.099071	0.098811	0.059646
	气温 4 次平均	0.011752	0.028807	0.263659	0.062558	0.01798	0
	20-20 降水量	0	0.031478	0.035634	0	0.009235	0.069553
	10 分钟风速 4 次平均	0.002025	0.066651	0	0.143661	0.212472	0.093799
邢台秋	通风系数	0.038956	0	0.060578	0.04452	0	0.030921
	混合层高度	0.014761	0.045131	0.169349	0.076315	0.033129	0.089735
	相对湿度 4 次平均	0	0.062915	0.160884	0.024243	0	0.135667
	最高气温	0.005056	0.060384	0.287504	0.018202	0.103669	0.133622
	日最大风速	0	0.038298	0.019819	0.0389	0.086072	0.11787
	最小相对湿度	0	0.048654	0.107784	0.005722	0.028248	0.097779
	最低气温	0	0.121523	0.045003	0	0.047415	0.02664
	本站气压 4 次平均	0.044476	0.083043	0.144279	0.066725	0.046991	0.013067
	静稳指数	0.129524	0.198476	0.041818	0.113638	0.175065	0.030304
	日照时数合计	0.001892	0	0.166933	0.024667	0.03272	0
	气温 4 次平均	0	0.019709	0.273377	0.084864	0.077946	0.081408
	20-20 降水量	0.005582	0.07518	0.050423	0	0.076502	0.069109
	10 分钟风速 4 次平均	0	0.04242	0.174153	0.049296	0.081624	0.018661
邢台冬	通风系数	0.027971	0.081938	0.070949	0.169237	0.163658	0.166282
	混合层高度	0.062921	0.054886	0.191733	0.164683	0.197355	0.081968
	相对湿度 4 次平均	0.07085	0.101837	0.205154	0.123272	0.151313	0.153535
	最高气温	0.177796	0.019832	0.356104	0.056375	0.073875	0.111814
	日最大风速	0.017295	0.073277	0	0.117733	0.133122	0.069542
	最小相对湿度	0.027549	0.146105	0.190268	0.184174	0.070193	0.020902
	最低气温	0.066641	0.036131	0.209907	0.022269	0.006716	0.153066
	本站气压 4 次	0.017748	0.084162	0.019522	0	0	0.004705

	平均						
	静稳指数	0.222072	0.324382	0.200136	0.223302	0.177456	0.129275
	日照时数合计	0.06652	0.06807	0.101072	0.203267	0.235735	0.031916
	气温 4 次平均	0.114138	0.038729	0.28612	0	0	0.122455
	20-20 降水量	0.047606	0.03486	0.033243	0.019546	0.020739	0.084899
	10 分钟风速 4 次平均	0.129675	0.127327	0.112689	0.157702	0.10862	0.100244