

ZADANIE 1. (6p) Określ liczbę rozwiązań układu w zależności od parametru  $k$ . Jeżeli układ ma nieskończenie wiele rozwiązań to określ od ilu parametrów zależą te rozwiązania i znajdź je.

$$\begin{cases} 2x + y + z - t = 4 \\ 5kz + k^2t = 0 \\ 3x - 2y + z - t = 5 \\ -x + z + t = -3 \end{cases}$$

ZADANIE 2. (4p) Znajdź macierz  $X$  spełniającą równanie  $\left(A + \frac{1}{4}X\right)^{-1} = 2B$ ,

$$\text{gdzie } A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

ZADANIE 3. (5p) Sprawdź, czy zbiór  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  z działaniem  $\oplus$ , zdefiniowanym poniżej, jest grupą abelową.

$$(a, b) \oplus (c, d) = (a + c + 1, b + d - 1)$$

ZADANIE 4. (5p) Znajdź  $\sqrt{z}$  wiedząc, że

$$z = \frac{(3 + i\sqrt{3})^{20}}{(-1 - i\sqrt{3})^8}$$

ZADANIE 5. (5p) Znajdź równanie prostej  $l_1$  leżącej na przecięciu płaszczyzn  $\pi_1 : x + y + z = 3$  i  $\pi_2 : 4x - y + z + 12 = 0$ , a następnie zbadaj wzajemnie położenie prostych  $l_1$  i  $l_2 : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{2-z}{5}$

ZADANIE 6. (5p) Dane są trzy kolejne wierzchołki trapezu równoramiennego  $ABCD$ , gdzie  $\overline{BC}$  jest jego dłuższą podstawą,  $A(0, 1, 2)$ ,  $B(-1, -2, 0)$ ,  $C(4, 0, -1)$ . Znajdź współrzędne wierzchołka  $D$