Zad.1. (a) *(3p)* Sprawdź czy działanie $\circ$, określone w zbiorze $\mathbb{R} - \{0\}$ jest łączne i przemienne

$$a \circ b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

(b) *(3p)* Znajdź element neutralny działania $\star$. Określ, które elementy są odwracalne w zbiorze $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$(a, b) \star (c, d) = (a + c - 2, 3bd)$$

Zad.2. *(4p)* W pierścieniu $\mathbb{Z}_7[x]$ wyznacz takie wartości parametrów A, B aby pierwiastkami reszty z dzielenia $V(x)$ przez $W(x)$ były liczby $x_1 = 1$ i $x_2 = 2$

$$V(x) = 5x^5 + 4x^4 + Ax^2 + Bx, \quad W(x) = 3x^3 + 2$$

Zad.3. (a)*(4p)* Znajdź wszystkie pierwiastki i zapisz je w postaci arytmetycznej

$$\sqrt[6]{(-1+3i)^6}$$

(b)*(4p)* Wyznacz pierwiastki wielomianu $W(x) = x^4 - 4x^3 + 16x^2 - 36x + 63$ wiedząc, że jednym z nich jest liczba czysto urojona (z zerową częścią rzeczywistą)

Zad.4. *(3p)* Określ liczbę rozwiązań układu w zależności od parametru k . Dla wartości k, dla której układ ma nieskończenie wiele rozwiązań, rozwiąż go wykorzystując metodę eliminacji Gaussa

$$\begin{cases} x + ky + 2z = 2 \\ 2x + 10y + z = -11 \\ x + 7y + z = -3 \end{cases}$$

Zad.5. *(3p)* Rozwiąż równanie wykorzystując operacje na macierzach, w tym macierz odwrotną.

$$X = X \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -6 & -9 \end{bmatrix}$$

Zad.6. Dane są wierzchołki trójkąta: $A(2, 0, 1), B(0, 2, 1), C(2, -1, 0)$.

(a) *(2p)* Oblicz pole trójkąta

(b) *(1p)* Znajdź równanie płaszczyzny π zawierającej ten trójkąt

(c) *(1p)* Znajdź równanie prostej l (w postaci parametrycznej) zawierającej krawędź BC

(d) *(2p)* Znajdź odległość punktu A od prostej l