

KARTKA 1

ZAD.1. Rozwiąż równania różniczkowe

(a) $(4p) (1 - x^2)y' - xy = \ln(\arcsin x)$

(b) $(4p) y'' - 6y' + 9y = 3x^2 - 1 + e^{3x}$

KARTKA 2ZAD.2. (a) $(1p)$ Podaj warunek konieczny istnienia całki oznaczonej $\int_a^b f(x) dx$

Oblicz całki

(b) $(4p) \int_0^{\pi/3} \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx$

(c) $(3p) \int \cos(\ln x) dx$

KARTKA 3ZAD.3. $(1p)$ Podaj przykład funkcji (wzór) $f(x)$, która w $x = 1$ ma pionową styczną ($f'(1) = \infty$).(b) $(4p)$ Znajdź równanie stycznej do krzywej $f(x) = x^{(x^2+1)}$ w punkcie $x = x_0$, w którym $g'(x_0) = \frac{\pi}{4}$, gdzie $g(x) = x \arctg x - \ln \sqrt{1+x^2}$ (c) $(5p)$ Znajdź ekstrema, punkty przegięcia, określ przedziały monotoniczności i wklęsłości/wypukłości funkcji

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 4 \ln(x - 3)$$

ZAD.4. $(5p)$ Zapisz dwa różne wzory (dwie całki, jedna po dx , druga po dy) na obliczenie pola obszaru ograniczonego przez podane krzywe. Wykonaj szkic. Nie obliczaj pola.

$$y = \arcsin x, \quad y = \arccos x, \quad y = \pi, \quad x = 1$$

ZAD.5. (a) $(1p)$ Podaj warunek konieczny zbieżności nieskończonego szeregu liczbowego(b) $(2p)$ Zbadaj zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}$$

(c) $(3p)$ Wyznacz przedział zbieżności szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1-x}{2} \right)^n$$