

**ARKUSZ 1**

ZAD. 1. (5p) Dana jest funkcja

$$f(x) = -4\sqrt{(6-x)^3} - 3x^2$$

- (a) Wyznacz ekstrema lokalne i przedziały monotoniczności  $f(x)$ .
- (b) Podaj przykład funkcji  $g(x)$  (wzór) takiej, że  $g'(1) = 0$ , ale funkcja nie ma ekstremum lokalnego w  $x = 1$ .

ZAD. 2. (6p) Oblicz całki

(a)  $\int x \cdot \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$

(b)  $\int_0^2 \frac{4}{x^2 + 2x - 3} dx$

---

**ARKUSZ 2**

ZAD. 3. (2p) Korzystając z różniczki zupełnej, oblicz przybliżoną wartość wyrażenia

$$\sqrt{(2,9)^3 - 2}$$

ZAD. 4. (7p) Rozwiąż równania

(a)  $y'' - 6y' + 9y = 2e^x + (6x + 2)e^{3x}$

(b)  $(y^2 + y)y' \operatorname{tg}^2 x - 1 + y^2 = 0$

ARKUSZ 3
----------

ZAD. 5. (4p) Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót krzywej

$$y = \sqrt{\frac{x-1}{x^2+5x+7}}$$

wokół osi  $OX$  na przedziale  $[1, 2]$

ZAD. 6. (6p)

(a) Określ przedział zbieżności szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x)^n}{n+1}$$

(b) Wyprowadź wzór na sumę powyższego szeregu

(c) Wykorzystaj wzór znaleziony w (b) do obliczenia

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)2^n}$$

(d) Oblicz  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  wiedząc, że dla  $a_n \geq b_n > 0$  mamy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 2$

$$\text{oraz } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{b_n} = \frac{1}{2}.$$