

Arkusz 1

ZAD.1. .

(a) (1p) Podaj warunek konieczny różniczkowalności funkcji $f(x)$ w $x = x_0$.

(b) (4p) Sprawdź czy prawdziwa jest nierówność

$$f'(1) + g''(1) < h'''(1)$$

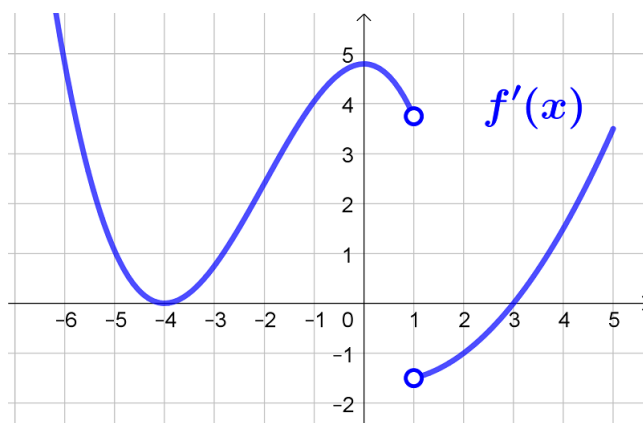
dla

$$f(x) = x^{(x^4+1)} \quad , \quad g(x) = \arctg x^2$$

$$h(x) = \cos 2x - 2 \cos^2 x$$

ZAD.2. (8p) Na podstawie pokazanego wykresu pochodnej z ciągłej funkcji $f(x)$ określonej dla $x \in \mathbb{R}$ podaj:

- (i) przedziały monotoniczności funkcji $f(x)$ oraz wartości x dla których funkcja ma ekstrema lokalne (określ czy są to maksima czy minima)
- (ii) przedziały wklęsłości/wypukłości funkcji $f(x)$ oraz wartości x dla których wykres funkcji $f(x)$ ma punkty przegięcia.



ZAD.3. .

(a) (1p) Podaj warunek konieczny zbieżności szeregu liczbowego

(b) (4p) Określ przedział zbieżności szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x-7)^n}{(n+1) \cdot 3^n}$$

Arkusz 2

ZAD.4. Oblicz całki

(a) (4p) $\int \frac{x^2 \cdot \arctg x}{x^2 + 1} dx$

(b) (4p) $\int_{-1}^0 \frac{x^2 + x + 1}{(x - 1)(x^2 + 2)} dx$

Arkusz 3

ZAD.5. Rozwiąż

(a) (4p) $\begin{cases} y' - \frac{y}{x} = \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \\ y(\pi^2) = 0 \end{cases}$

(b) (4p) $y'' - 3y' + 2y = 2xe^{4x}$