

**KARTKA 1**

ZAD.1. (a) (1p) Podaj warunek konieczny istnienia pochodnej właściwej funkcji  $f(x)$  w  $x = x_0$ .

(b) (2p) Korzystając z definicji, oblicz pochodną funkcji  $f(x) = \frac{1}{x+3} + x + 3$ .

(c) (5p) Wyznacz ekstrema lokalne i przedziały monotoniczności funkcji

$$f(x) = 3 \ln(x^2 + 1) - \ln x^3$$

**KARTKA 2**

ZAD.2. Oblicz całki

(a) (4p)  $\int_0^e x \cdot \ln x \, dx$

(b) (4p)  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x + 9} \, dx$

**KARTKA 3**

ZAD.3. (4p) Oblicz długość łuku krzywej  $y = \frac{1}{4}(x^2 - 2 \ln x)$ ,  $x \in \langle 1, 2 \rangle$

ZAD.4. (a) (1p) Podaj warunek konieczny zbieżności nieskończonego szeregu liczbowego

(b) (4p) Pokaż, że szereg jest zbieżny, a następnie oblicz jego sumę

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n (n-2)}{4^n}$$

**KARTKA 4**

ZAD.5. Rozwiąż równania różniczkowe

(a) (5p)  $y'' - 4y = 8x^2 + 2e^{2x}$

(b) (3p)  $(1+x^2)y' - xy = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$