

Arkusz 1

ZAD.1. (a) (4p) Dana jest funkcja

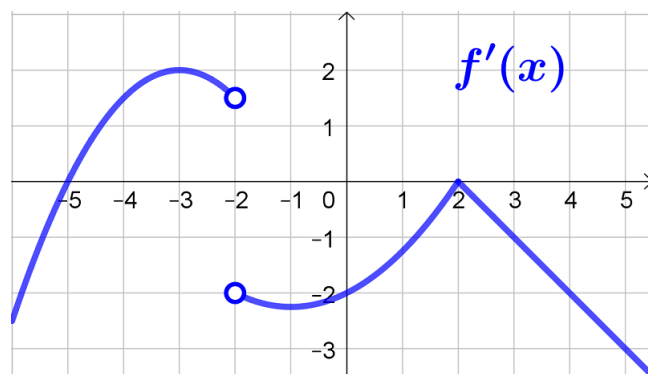
$$f(x) = 6x^2 + 8\sqrt{(x+2)^3}$$

Wyznacz punkty w których styczna do wykresu $f(x)$ jest funkcją stałą.
Określ przedziały monotoniczności funkcji $f(x)$.

(b) (1p) Podaj przykład funkcji ciągłej $g(x)$ (wzór) takiej, że $g'(1)$ nie istnieje, ale funkcja nie ma ekstremum lokalnego w $x = 1$.

ZAD.2. (4p)

Na podstawie pokazanego wykresu pochodnej z ciągłej funkcji $f(x)$ określonej dla $x \in \mathbb{R}$ podaj przedziały monotoniczności funkcji $f(x)$ oraz wartości x dla których funkcja ma ekstrema lokalne (określ czy są to maksima czy minima)

**Arkusz 2**

ZAD.3. (4p) Stosując tw. o całkowaniu i różniczkowaniu szeregów, oblicz sumę

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2)3^n}{5^n}$$

ZAD.4. Oblicz całki

(a) (4p) $\int x^2 \cdot \arcsin(x) dx$

(b) (4p) $\int \frac{12x - 26}{x^3 - 6x^2 + 13x} dx$

niestety rozwiązania arkuszy pop. są wybrakowane

Arkusz 3

ZAD.5. (4p) Dany jest obszar ograniczony krzywymi

$$y = \arcsin x, \quad y = e^x, \quad y = 1, \quad x = 1$$

Zapisz dwie różne całki (jedna po dx , druga po dy) na obliczenie pola tego obszaru. Nie obliczaj całek.

ZAD.6. Rozwiąż

$$(a) \quad (4p) \quad \begin{cases} y' - \frac{y}{x^2} \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) = e^{\cos\left(\frac{1}{x}\right)} \\ y\left(\frac{2}{\pi}\right) = 0 \end{cases}$$

$$(b) \quad (4p) \quad y'' - 2y' = 8xe^{2x}$$

1)

$$a) f(x) = 6x^2 + 8(x+2)^{\frac{3}{2}}$$

$$D = \langle -2, +\infty \rangle$$

$$f'(x) = 12x + 8 \cdot \frac{3}{2} \cdot (x+2)^{\frac{1}{2}}$$

$$D' = \langle -2, +\infty \rangle$$

$$f'(x) = 0$$

← styczna do wykresu jest stała $\Leftrightarrow a = f'(x) = 0$

$$12x + 12\sqrt{x+2} = 0$$

$$x + \sqrt{x+2} = 0$$

$$\sqrt{x+2} = -x$$

$|^2$ ← do późniejszego sprawdzenia

$$x+2 = x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

↓

$$x = 2 \vee x = -1$$

$$\sqrt{2+2} \stackrel{?}{=} -2 \quad \sqrt{-1+2} \stackrel{?}{=} 1$$

$$\sqrt{4} \stackrel{?}{=} -2 \quad \sqrt{1} \stackrel{?}{=} 1$$

$$2 \neq -2 \quad 1 = 1$$

b) idk $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

2.

x	$(-\infty, -5)$	-5	$(-5, -2)$	-2	$(-2, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	brak	-	0	-
$f''(x)$	↘	min	↗	max	↘		↘

3. brak

4

$$x - \frac{x}{x^2+1}$$

↓

$$a) \int x^2 \arcsin x \, dx = \frac{1}{3} x^3 \arctg x - \frac{1}{3} \int \frac{x^3}{x^2+1} \, dx = \frac{1}{3} x^3 \arctg x - \frac{1}{6} x^2 + \frac{1}{6} \ln|x^2+1| + C$$

b) brak

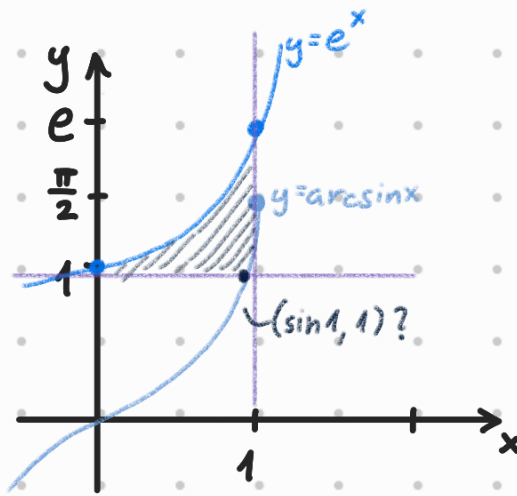
5.

$$y = \arcsin x$$

$$y = e^x$$

$$y = 1$$

$$x = 1$$



$$P = \int_0^{\sin 1} e^x - 1 \, dx + \int_{\sin 1}^1 e^x - \arcsin x \, dx$$

$$y = e^x$$

$$\Downarrow$$

$$x = \ln y$$

$$y = \arcsin x$$

$$\Downarrow$$

$$x = \sin y$$

$$P = \int_1^e \sin y - \ln y \, dy + \int_{\frac{\pi}{2}}^e 1 - \ln y \, dy$$