

KARTKA 1

ZAD.1. (a) (1p) Podaj warunek konieczny istnienia pochodnej właściwej funkcji $f(x)$ w $x = x_0$.

(b) (2p) Korzystając z definicji, oblicz pochodną funkcji $f(x) = \sqrt{x-2}$.

(c) (5p) Znajdź punkty przegięcia i zbadaj wklęsłość/wypukłość wykresu funkcji

$$f(x) = (2 - \ln x) \cdot x^2$$

KARTKA 2

ZAD.2. Oblicz całki

(a) (3p) $\int \frac{1}{3 + \sin x + 3 \cos x} dx$

(b) (5p) $\int \operatorname{arc\,ctg} \sqrt{x} dx$

KARTKA 3

ZAD.3. (5p) Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu wokół osi OX obszaru ograniczonego przez $y = 0$ i $y = \sqrt{\frac{x}{e^x}}$ dla $x \geq 0$

ZAD.4. (a) (1p) Podaj warunek konieczny zbieżności nieskończonego szeregu liczbowego

(b) (4p) Znajdź przedział zbieżności szeregu

$$\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^n}{3^n \sqrt{n}}$$

KARTKA 4

ZAD.5. Rozwiąż równania różniczkowe

(a) (4p) $y'' + 2y' = 8xe^{-2x}$

(b) (3p) $y' \sin x - y \cos x = (x \sin x)^2$

(c) (2p) Naszkicuj obszar istnienia i jednoznaczności rozwiązań równania z punktu (b). Następnie określ na jakim maksymalnie przedziale może istnieć rozwiązanie tego równania z warunkiem początkowym $y(1) = 1$.

ZAD.6. (+2p) Wyznacz dywergencję funkcji $f(x, y, z) = \ln(x + 2y + 3z)$