

KARTKA 1

ZAD.1. Rozwiąż równania różniczkowe

(a) (4p) $(1 + x^2)y' - x^2y = e^x$

(b) (4p) $y'' - 4y' + 4y = (2x + 4)e^{2x}$

KARTKA 2

ZAD.2. (a) (1p) Podaj warunek konieczny istnienia pochodnej funkcji $f(x)$ w $x = x_0$.

(b) (2p) Korzystając z definicji, oblicz pochodną funkcji $f(x) = \cos x$.

(c) (6p) Znajdź asymptoty oraz punkty przegięcia i zbadaj wklęsłość/wypukłość wykresu funkcji

$$f(x) = x \cdot \operatorname{arc\,ctg}(x^3)$$

KARTKA 3

ZAD.3. Oblicz całki

(a) (3p) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{3 + 2 \cos x} dx$

(b) (5p) $\int \frac{x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x + 16}{x^3 - 3x^2 + 4x} dx$

KARTKA 4

ZAD.4. (5p) Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu wokół osi OX obszaru ograniczonego przez $y = 0$ i $y = \frac{\sqrt{\ln x}}{x + 1}$ dla $x \geq 1$

ZAD.5. (a) (1p) Podaj warunek konieczny zbieżności nieskończonego szeregu liczbowego

(b) (3p) Znajdź przedział zbieżności szeregu

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 3} (x - 2)^n}{n^2 + 3}$$

(c) (4p) Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n + 2)(-1)^n}{3^n}$$

ZAD.6. (+2p; sprawdzane po zaliczeniu egzaminu) Dana jest funkcja

$w = f(x(u, s), y(u, t), z(s, t))$. Podaj wzór na pochodną $\frac{\partial f}{\partial s}$