

ZADANIE 1. (5p) Określ liczbę rozwiązań układu w zależności od parametru k . Jeżeli układ ma nieskończenie wiele rozwiązań to określ od ilu parametrów zależą te rozwiązania i znajdź je.

$$\begin{cases} kx + k^2y & = -3 \\ 2x + y + z - t & = 4 \\ 3x - 2y + z - t & = 5 \\ -x & + z + t = -3 \end{cases}$$

ZADANIE 2. (5p) Znajdź macierz X spełniającą równanie $(X^T \cdot 2A)^T + B = 3X$

gdzie $A = \begin{bmatrix} - & -3/4 & 1 \\ & 5/4 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

ZADANIE 3. (5p) W pierścieniu \mathbb{Z}_7 znajdź wartości parametrów a, b tak aby wielomian $W(x) = 4x^5 + ax^2 + bx + 2$ był podzielny przez $Q(x) = 3x^2 + 5$. Następnie znajdź pierwiastki wielomianu $P(x) = \frac{W(x)}{Q(x)}$ (z wyznaczonymi parametrami a, b).

ZADANIE 4. (5p) Znajdź \sqrt{z} wiedząc, że

$$\frac{(1 + i\sqrt{3})^9}{(-2 - 2i)^6} \cdot z = (-1 + i\sqrt{3}) \cdot i^8$$

ZADANIE 5. (5p) Dana są dwie płaszczyzny $\pi_1 : (S - M)x + 3y - z + 8 = 0$ i $\pi_2 : 3x - (S - 4)y + 2z - 12 = 0$

- (a) Znajdź wartości parametrów S, M , dla których płaszczyzny będą równoległe
- (b) Znajdź wartości parametrów S, M , dla których płaszczyzny będą prostopadłe
- (c) Jeżeli $S = 4, M = 3$, to pod jakim kątem przecinają się te płaszczyzny? (podaj kąt ostry)

ZADANIE 6. (5p) Zbadaj wzajemne położenie prostych l_1 i l_2 , a następnie znajdź odległość między nimi

$$l_1 : \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{6}, \quad l_2 : \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -3 - t \\ z = 1 \end{cases}$$